

**Programa de Robótica y Manufactura Avanzada**  
**CINVESTAV, Unidad Saltillo**

**Curso optativo:**  
**Cooperación de sistemas dinámicos**  
**Tarea 2**

1. Considere el sistema de Lorenz.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \sigma(y_1 - x_1) + \epsilon_1, \\ \dot{y}_1 &= rx_1 - y_1 - x_1z_1 + \epsilon_2, \\ \dot{z}_1 &= -bz_1 + x_1y_1 + \epsilon_3,\end{aligned}\tag{1}$$

y la salida medida contiene ruido:

$$y = x_1 + v,\tag{2}$$

donde  $(\epsilon_1(t), \epsilon_2(t), \epsilon_3(t)) \sim N(0, Q)$  y  $v(t) \sim N(0, R)$  son ruidos blancos del sistema e independientes entre ellos.

Considere la siguiente copia del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= \sigma(y_2 - x_2) + k_1(t)e_1, \\ \dot{y}_2 &= rx_2 - y_2 - x_2z_2 + k_2(t)e_2, \\ \dot{z}_2 &= -bz_2 + x_2y_2 + k_3(t)e_3,\end{aligned}\tag{3}$$

donde:  $e_1 = y - x_2 = x_1 + v - x_2$ .

Debido a que hablamos de un sistema continuo estocástico hay que calcular el vector de ganancias  $k(t) = [k_1(t), k_2(t), k_3(t)]^T$  usando un filtro de Kalman.

**Pista:** use el artículo de H. Nijmeijer, *Physica D* 154 (2001), 219-228.

2. Considere el sistema transmisor:

$$\dot{\xi} = A(\lambda)\xi + Bu, \quad \tilde{y} = C\xi, u = \Phi(\tilde{y})\tag{4}$$

$$A(\lambda) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \Phi(\tilde{y}) = \begin{pmatrix} -e^{\tilde{y}} \\ 2e^{-\tilde{y}} - 4 \end{pmatrix}$$

Use los sistemas de adaptación de parámetros vistos en clase para recuperar el mensaje. Utilice primero una señal constante en el mensaje  $\lambda$  y después una señal de variación lenta.

3. Obtenga el mensaje encriptado en el sistema de Rossler usando un observador adaptable del sistema (78) en las diapositivas de la primera parte.

**NOTA:** La tarea se entrega el 26/06/2020 a las 23:59 hrs.