

## 微积分（一）下第7周第三次课作业

### 利用极坐标计算二重积分等

#### 1. 填空:

1) 交换积分次序:  $I = \int_0^1 dy \int_{1-y}^{1+y^2} f(x, y) dx =$ \_\_\_\_\_.

$$I = \int_0^{2a} dx \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x, y) dy (a > 0) =$$
\_\_\_\_\_.

2) 设区域  $D$  为  $x^2 + y^2 \leq 2y$ , 则以下积分在极坐标下先对  $r$  的逐次积分是

$$\iint_D f(xy) dx dy =$$
\_\_\_\_\_.

3) 逐次积分  $I = \int_0^2 dx \int_x^{\sqrt{3}x} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy$  化为极坐标下的逐次积分是

$$I =$$
\_\_\_\_\_.

4) 逐次积分  $I = \int_0^{\pi/4} d\theta \int_0^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$  化为直角坐标下的先对  $x$  的逐次积分是

$$I =$$
\_\_\_\_\_.

5) 设  $f(x)$  为连续函数,  $F(t) = \int_0^t dy \int_y^t f(x) dx$ , 则  $F'(2) =$ \_\_\_\_\_.

#### 2. 计算下列各题:

1)  $I = \iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy$ , 其中  $D$  是  $x^2 + y^2 = R^2$  所围的区域.

2)  $I = \iint_D |y + \sqrt{3}x| d\sigma$ , 其中  $D$  为  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

$$3) \quad I = \int_0^3 dy \int_{y^2}^9 y \sin(x^2) dx .$$

$$4) \quad I = \iint_{4\pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 9\pi^2} \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy .$$

$$5) \quad I = \iint_D xy dx dy , \text{ 其中 } D \text{ 是由曲线 } r = 1 + \cos \theta (0 \leq \theta \leq \pi) \text{ 与极轴所围区域.}$$

$$6) \quad I = \iint_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2} dx dy , \text{ 其中 } D \text{ 是 } x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0 .$$