

微积分（一）下第 10 周第二次课作业答案与提示

（格林公式）

1. 填空：

1) 设 L 为圆周 $x^2 + y^2 = a^2$ 的正向, 则 $\oint_L \frac{(x+y)dx - (x-y)dy}{x^2 + y^2} = -2\pi$.

2) 设 L 为圆周 $x^2 + y^2 = a^2$ 的正向, 则 $\oint_L y^2 x dy - x^2 y dx = \frac{\pi a^4}{2}$.

3) 设 L 为 $x^2 + y^2 = ay (a > 0)$ 的正向, n 为任意正数, 则 $\oint_L (x^n - y)dx + (x - y^n)dy = \frac{\pi a^2}{2}$.

4) 设 L 为 $x^2 + y^2 = 1$ 的正向, 则 $\oint_L e^{x^2} dy = 0$.

5) 设 L 是由半圆周 $x^2 + y^2 = 9 (y \geq 0)$ 和线段 $y = 0 (-3 \leq x \leq 3)$ 组成的闭曲线的正向, 则 $\oint_L y \sin x dx - \cos x dy = 0$.

2. 求下列曲线积分：

1) $I = \oint_L (2x - y)dx + (5x + 3y)dy$, 其中 L 为顶点分别为 $(0,0)$ 、 $(3,0)$ 和 $(3,2)$ 的三角形正向边界. 答案: 18

2) $I = \oint_L (x^3 - y^3)dx + (x^3 + y^3)dy$, 其中 L 是取正向的正方形 $|x| + |y| = 1$. 答案: 2

3. 求下列曲线积分：

1) 计算 $I = \int_L (x^2 - y^2)dx + (2x + \sin^2 y)dy$, 其中 L 是曲线 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 上由点 $P(2,0)$ 到点 $O(0,0)$ 的弧段. 答案: $\pi - \frac{4}{3}$

2) $I = \int_L (x+y)^2 dx - (x^2 + y^2 \sin y) dy$, 其中 L 是抛物线 $y = x^2$ 从 $(-1,1)$ 到 $(1,1)$ 的弧段. 答案: $\frac{16}{15}$

4. 求 $I = \oint_L \frac{ydx - (x-1)dy}{(x-1)^2 + y^2}$, 1) L 是 $x^2 + y^2 = 2y$ 的正向, 2) L 是 $|x| + |y| = 2$ 的正向.

答案: (1) 0, (2) -2π

HUST特殊时期专用