
微积分（一）下第 9 周第一次课作业

（重积分几何应用）

1. 求下列平面图形 G 的面积 S .

2) 由抛物线 $y^2 = ax$ ($a > 0$) 与圆 $y^2 = 2ax - x^2$ 所围, 包含一段 x 轴的区域 ($a > 0$).

3) 圆 $r = 3 \cos \theta$ 与心脏线 $r = 1 + \cos \theta$ 所围图形的公共部分.

4) 设 t 为正数, S 是由曲线 $xy = t^2$ 与 $x + y = \frac{5}{2}t$ 所围的平面图形 G 的面积, 为使 $S = \frac{15}{16} - \ln 2$, 求 t .

2. 求下列空间图形的体积 V

1) 由曲面 $z^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ 和 $2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ 所围成的空间区域.

2) 由抛物柱面 $z = 2 - x^2$ 及椭圆抛物面 $z = x^2 + 2y^2$ 所围的空间区域.

3) 半径为 a 的球面与半顶角为 α 的内接锥面所围的空间区域 (包含锥体对称轴的部分) .

3. 求下列曲面的面积 S :

1) 求由半球面 $z = \sqrt{3a^2 - x^2 - y^2}$ 及抛物面 $x^2 + y^2 = 2az$ 所围成的立体的全表面积 S .

2) 求锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被柱面 $z^2 = 2x$ 所割下部分的面积.