

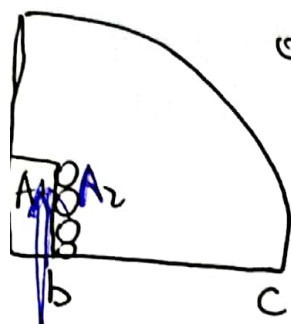
金桥

1. 取 1/4 的导体加线圈进行分析

cd 为足够远的 A(x)

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = -\mu \int \vec{J} \cdot d\vec{V} \quad \rho \vec{A}|_{\text{odc}} = 0 \quad \frac{\partial \vec{A}}{\partial n}|_{\text{oc}} = 0$$

《工程电磁场数值分析》试题



电气与电子工程学院硕士研究生用
电磁场数值分析 (2013 年 1 月 24 日)

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_1}{\partial n} - \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_2}{\partial n} = J_s$$

如图 1 所示, 利用感应线圈对一圆柱导体进行加热, 研究导体内的场分布以及激励线圈的阻抗。现利用有限元软件 ANSYS 计算上述问题。涉及的参数如表 1 所示。假定整个问题是一个轴对称模型。简要回答以下分析步骤中的问题。

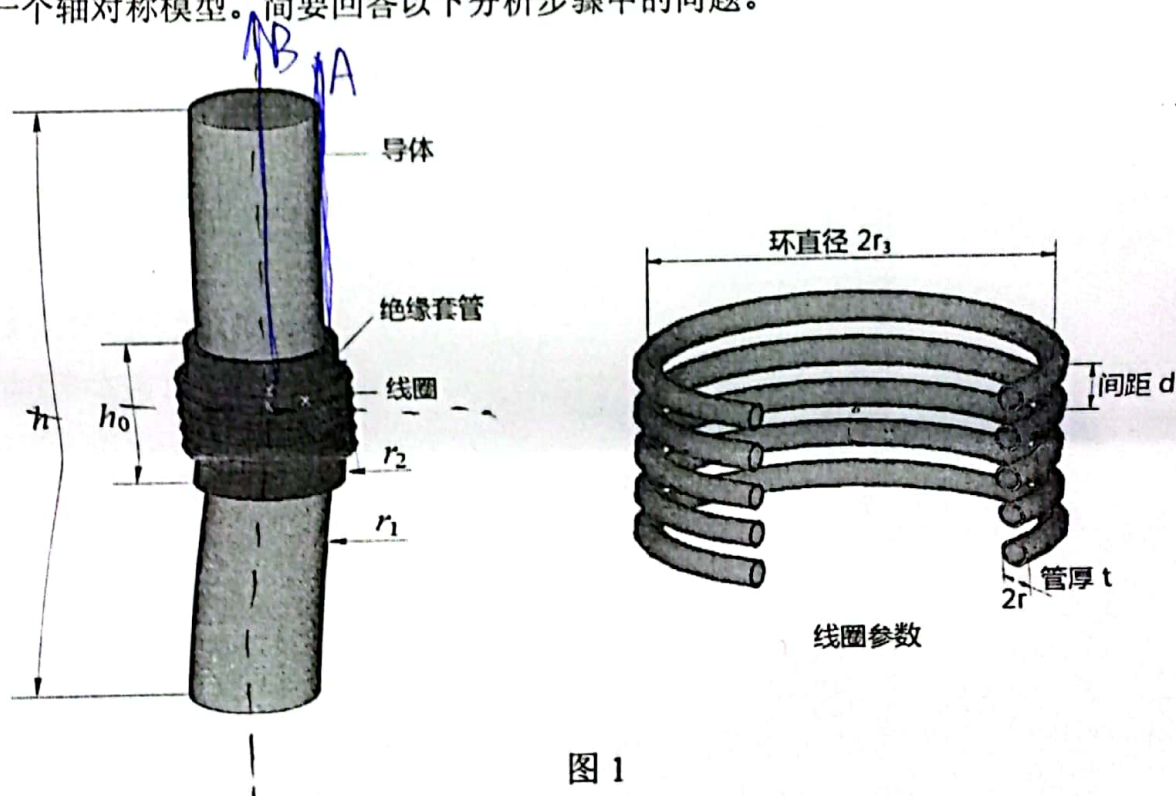
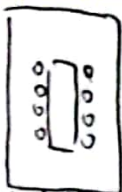


图 1

表 1: 参数 (采用国际制单位。这些参数仅为分析与计算方便而设定)

导体参数	绝缘套	线圈参数 (材料: Cu)	激励源
半径 $r_1 = 1$ 长度 $h = 10$ 磁导率 μ_0 电导率 σ	内半径 $r_1 = 1$ 外半径 $r_2 = 1.2$ 长度 $h_0 = 2.5$ 磁导率 μ_0 电导率 0	匝数 $n = 5$ 铜环半径 $r_3 = 1.3$ 管半径 $r = 0.1$ 管壁厚 $t = 0.02$ 匝距 $d = 0.3$	电流 $I = 1\text{A}$ 频率 $\omega = 2\pi f$ (频率 f 为可调整参数)

(1)



$$\begin{cases} B_n = 0 \\ \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

步骤 1 建立有限元模型。

(1) 该问题宜选用矢量磁位 A 作为求解量，在题设条件下它只有周向分量，即 $A = Ae_\phi$ 。

在子午面 (xoz 平面) 上画出求解的场域示意图，指明边界条件，列出边值问题。

(2) 接上问，试通过边值问题说明，如果频率 ω 和电导率 σ 分别变化，但保持磁导率、

电导率与励磁频率的乘积 $\omega\mu\sigma$ 为常数，那么空间磁场的分布是不变的。

步骤 2 场域剖分 (2) $\nabla^2 H = j\omega\mu\sigma H$

由此方程可解出磁场强度 H 。很显然当 $\omega\mu\sigma$ 为常数时，方程为同一方程，其解相同，所以空间磁场分布不变。

(3) 对求解场域进行网格划分。如图 2 所示为线圈附近区域的剖分网格。凭你的感觉，

对于不同的频率，这样的网格划分对我们的问题是否一直合适？又如何检验？

(3) 不一定合适。

由集肤效应 $d = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$

当 ω 升高到较大时，感应出的涡流分布仅在 d 的表面内，则应该把离表面为 d 以内之区域网格划密。如图取一导线，可以看出这条线上的电流分布密度 f 很大时，电流集中在表面较薄厚度，不能划分。

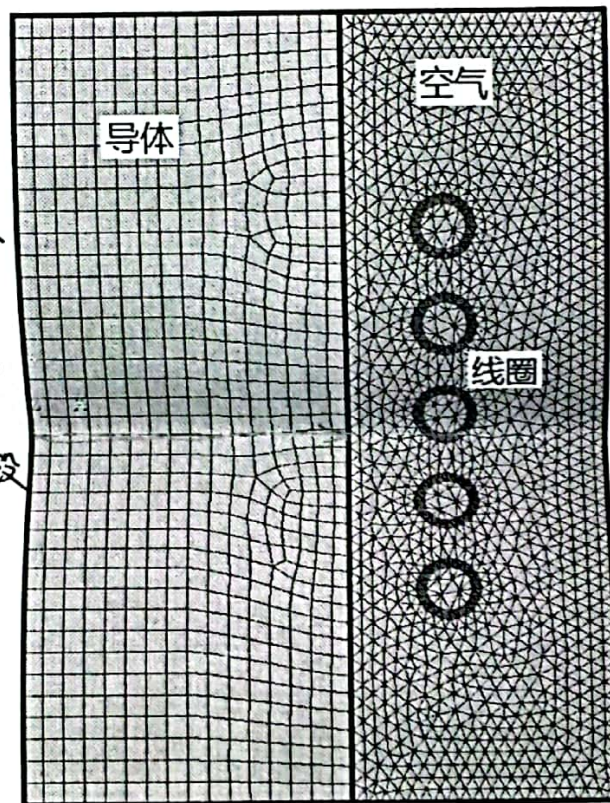


图 2 线圈附近区域一个剖分示意图

步骤 3 施加载荷 (4) 当 f 小时，由集肤效应和邻近效应，电流逐渐向最外层靠近， f 越大越明显。当 f 很大时，电流主要集中在外表面的集肤深度 d 以内。

(4) 激励线圈采用铜管作为导线，内部通水冷却。维持导线电流 $I = 1A$ 不变，当励磁频率 f 变化时，导线内部的电流密度分布有何变化？定性说明。

(5) 接上问，如果将导线看做实心导线，在截面上施加均匀的电流分布，对计算结果（包括空间磁场分布、导体内部涡流分布以及线圈电阻、电抗等）会带来怎样的影响？哪些影响可以忽略？

内电抗 外电抗

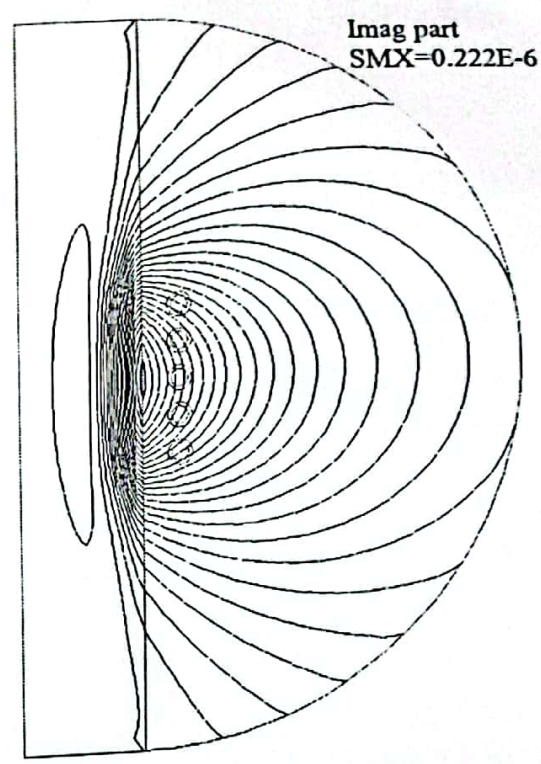
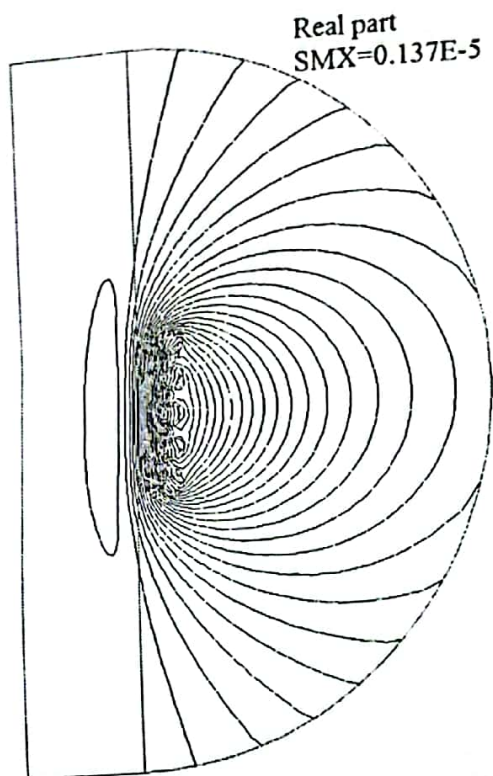
收敛

化剖分，让方程组的对

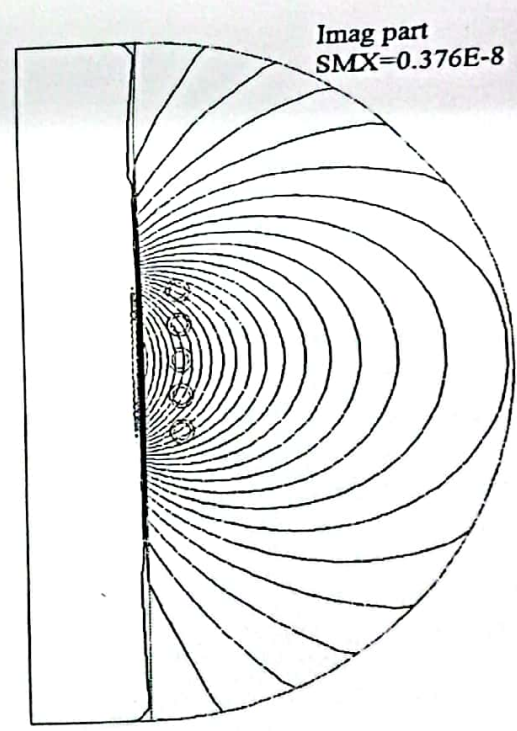
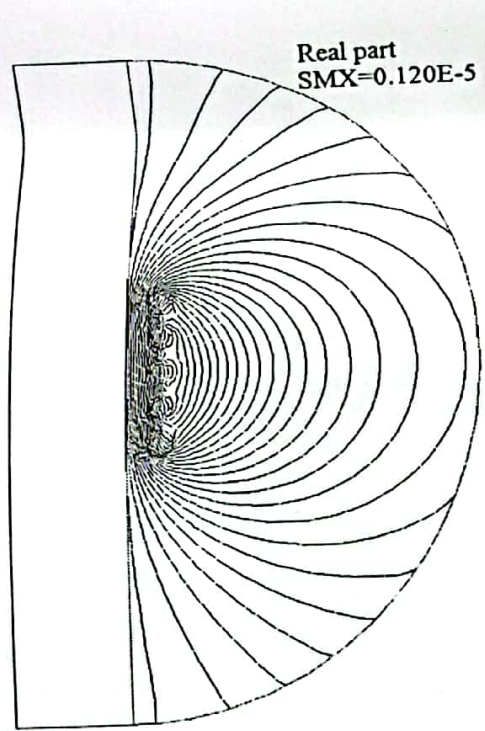
步骤 4 求解方程 将微分方程利用差分法离散化为有限个线性方程组，列为代数方程。求解的目的可能是把这个离散

(6) 简要说明，什么叫数值解？在这一步，软件所需要完成的是一个什么计算任务？

(6) 将待求解的连续的数学方程进行离散处理，将之转化为有限个未知数的代数方程组，解此方程组即得到数值解。对于需要求解模型离散化即划分为许多网格，以节点处的函数值作为未知量列出方程，所有节点方程构成方程组，解这个方程组。



(c) $f = 1\text{kHz}$



(d) $f = 50\text{kHz}$

(1)
$$\begin{cases} U = U_r + jU_i \\ U = U_0 \cos(\omega t + \varphi) = U_r \cos \omega t + U_i \sin \omega t \end{cases}$$

图3 不同激励频率对应的磁力线分布 (图中画出了导体和空气的分界线)

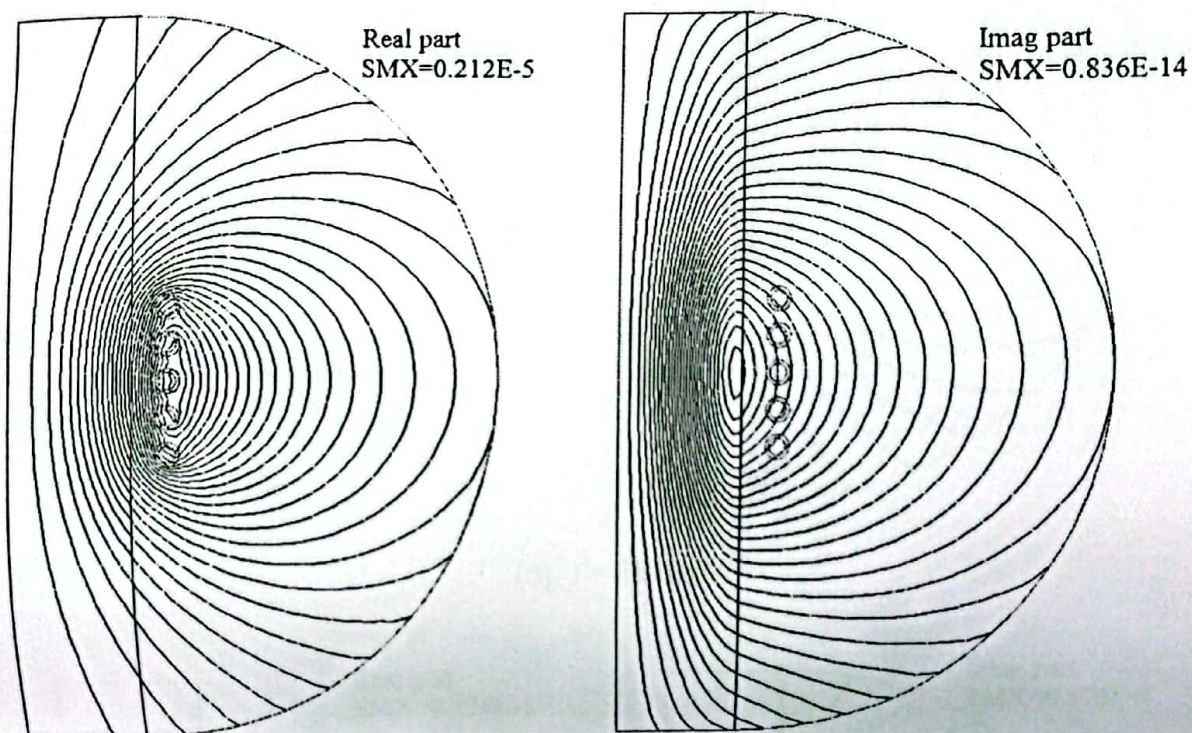
其中由 U_r 产生的磁力线, 由 U_i 产生的磁力线

对应每个频率, 图3给出了两个磁力线分布图: 左图是实部, 右图是虚部。每个图
上标出了 A 的最大值 (绝对值)。问: 磁场的实部和虚部分别表示什么含义? 在直
列底部接近为0. 所以虚部感生磁力线为0.

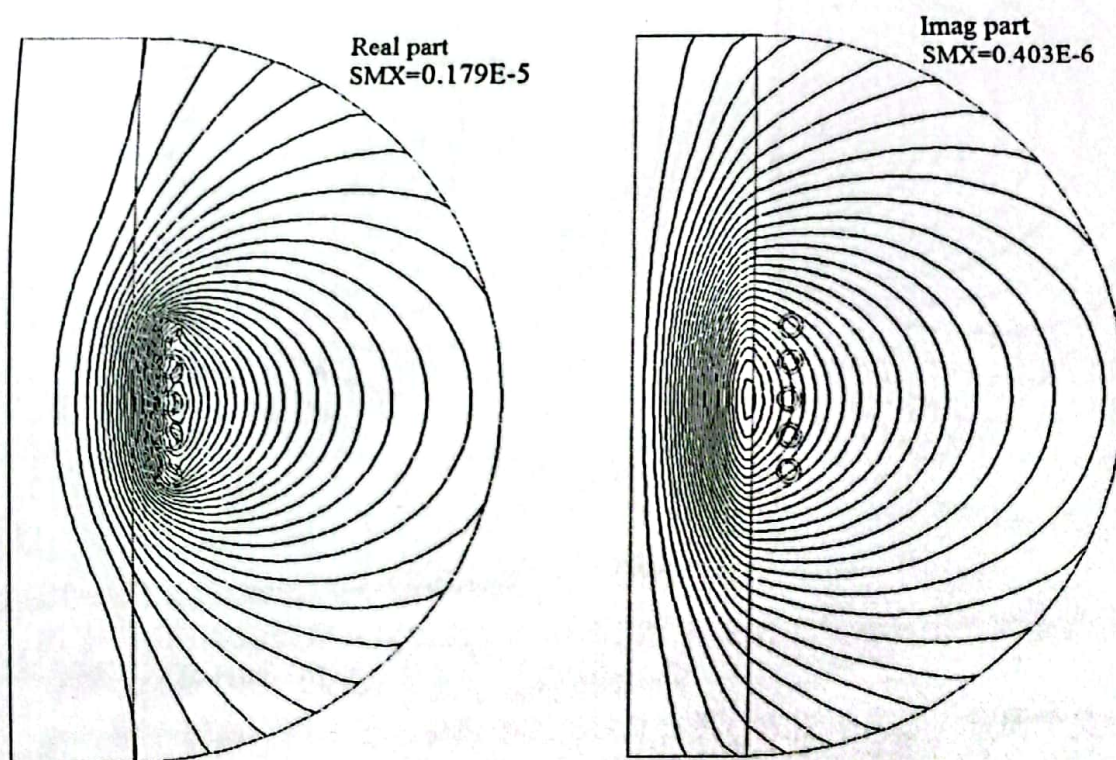
没有具体的物理意义, 只是相差 90° 的两个

步骤 5 后处理

取导体电导率 $\sigma=10^4\text{S/m}$ 。图 3 给出了不同频率 f 对应的磁力线（等 ρA 线）分布。图 4 是不同频率下计算得到的线圈路端电感和电阻值。



(a) $f=1\text{E-6Hz}$ (模拟直流)



(b) $f=100\text{Hz}$

(8) 导体中的磁力线随频率升高逐渐向导体表面. f 很高时. 基本都在表面. 由集肤效应. 感应涡流集中在表面. 所以由涡流产生的磁场也在表面.

流时 (计算中取频率为 $1E-6\text{Hz}$), 虚部的值为 0, 为什么?

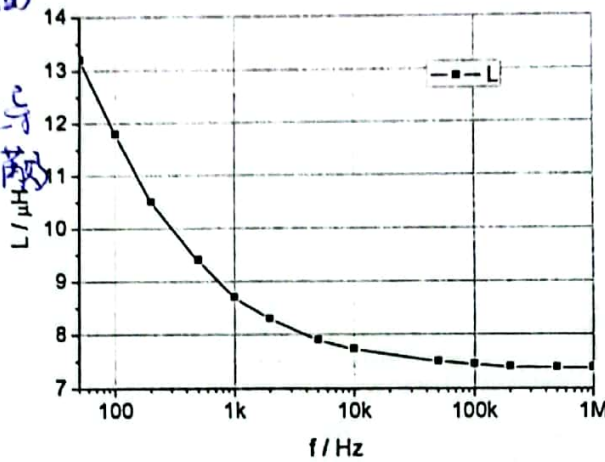
(8) 随频率升高, 导体中的磁力线分布有什么变化特点? 为什么?

(9) 试结合图 3 的磁力线分布图形, 定性解释图 4(a) 中线圈电感随频率的变化规律.

(8) 磁力线压缩. 压缩到表面

原因:

低频时. 磁力线会直接穿过导体. 高频时. 磁力线被屏蔽. 则会贴着导体表面走.



(a) 线圈路端电感随频率的变化

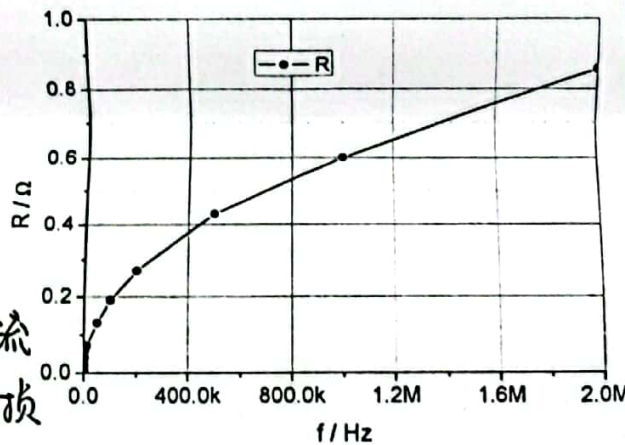
(9) 随 f 个. 由于集肤效应. 电流向表面集中. 相邻线圈中相邻间距 $d \downarrow$. 由于互感 $m \propto \ln \frac{d}{r}$.

\therefore 互感 m 减小.

阻抗减小

$$L = \frac{\Psi_1}{I} \quad \Psi_1 = n \cdot \bar{B} \cdot \bar{S}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{外电感 } L_0 = \frac{\mu_0}{2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \\ \text{内电感 } L_i = \frac{\mu}{8\pi} \end{array} \right.$$



(b) 线圈路端电阻随频率的变化

$$A \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow J \quad B = \nabla \times \bar{A} = \mu_0 \bar{H} \quad \bar{J} = \nabla \times \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$$

(10) 导体内

$$\bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\bar{J} dv}{R}$$

$$\bar{J} = \sigma \bar{E}$$

$$\mu_0 \bar{H} = \bar{B} = \nabla \times \bar{A}$$

$$\text{功率密度 } \bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}$$

(11) R 指交流电阻. 反应涡流损耗大小. R 越大. 涡流损耗越大 $\bar{S} = \frac{-\phi_s \oint ds}{I^2}$

图 4 线圈路端阻抗随激励频率的变化

随着 f 个. 由集肤效应. 电流趋向表面.

(10) 如何由矢量磁位 A 计算导体内的涡流 J 分布、以及涡流损耗的功率密度分布?

电流所流过的截面 \downarrow
电阻个

(11) 线圈的电阻 (即阻抗 $Z = R + jX$ 中的实部 R) 与涡流损耗有什么样的关系? 结合图 3 的磁力线分布, 定性解释图 4(b) 中线圈电阻随频率的变化规律.

(12) 频率选取对于导体的加热效率. 导体内部温度分布将产生什么样的影响?

(13) 当频率很高时, 有限元分析将会遇到什么样的困难? 如果有, 说说你想到的可能的

解决方案.

(12) 频率越高. 涡流功率越大. 加热效率越高. 但温度分布不均匀. 越靠近导体表面温度越高. 中间温度低.

(13) f 很高时. 电流集中在导体表面. 有限元分析网格划分. 必须将表面划分. 网格很小. 如导体个导体都按这个精度划分. 计算量很大. 内存占用大. 解决方案. 将导体表面作为一个区域.