

层次分析法的标度研究^{*}

何 堃

(华东理工大学石油化工学院, 上海 200540)

摘要 近年来, 由美国著名的运筹学家 T. L. Saaty 所提出的一种实用的决策方法——层次分析法在我国得到了广泛的应用。但是, 在实际应用中, 根据 Saaty 给出的判断标度进行两两比较, 构造判断矩阵, 有可能导致排序上的错误的结论。本文讨论了上述层次分析法的标度问题和相关的判断方法。

关键词 决策 层次分析法 群判断标度系统

A Study on the Scale of Analytic Hierarchy Process

He Kun

(Petrochemical Technology College, ECU ST, Shanghai 200540)

Abstract The analytic hierarchy process, a practical decision method given by T. L. Saaty, a famous American specialist on operation research, has been applied extensively in China recently. But, in practice, comparing one with another and constructing a judgement matrix according to the Saaty's Judgement Scale would probably make mistakes in the order of priorities. In this paper, the above-mentioned scale problem on analytic hierarchy process and relative judgement method is discussed.

Keywords decision; AHP; group judgement scale system;

1 问题的提出

由美国著名的运筹学家 T. L. Saaty 在 70 年代初提出的一种实用的决策方法——层次分析法 (Analytic Hierarchy Process)^[1,2], 近些年来, 在我国得到了广泛的应用。层次分析法的基本步骤是: 1. 明确问题。2. 建立层次结构。3. 两两比较, 建立判断矩阵。4. 层次单排序。5. 一致性检验。6. 层次总排序。总之, 层次分析法是一种模拟人的思维过程的工具。如果说比较、分解和综合是大脑分析解决问题的一种基本思考过程, 则层次分析法对这种思考过程提供了一种数学表达及数学处理的方法。因此, 层次分析法十分适用于具有定性的、或定性定量兼有的决策分析, 其核心功能是对方案进行排序选优。

为了对方案进行排序选优, 层次分析法采用了两两比较建立判断矩阵这样一种很有特色的方法, 其中两两比较评分的标度由表 1 所示。

但是, 在实际应用中, 我们感到, 上述两两比较的评分的标度常有不妥之处。一个最直观的问题是: 当 A_1 因素稍优于 A_2 因素时, 按 Saaty 的观点, 其权重比实际为 3 : 1, 即 0.75 : 0.25, 或者说, 前者的重要性是后者的 3 倍。这与评判者的“稍优”的实际想法通常不符。为此, 笔者作了一次样本为 120 个的调研, 调研分析的结果为: 对于“差不多”、“稍优”、“优”、“甚优”和“极优”的期望分值分别为 1, 1.30, 1.77, 2.40, 3.63 (调研过程与统计分析因篇幅关系在此略去)。这样, Saaty 提出的评判标度系统与人们头脑中的实际标度系统并非一致。于是, 层次单排序和层次总排序的结果有可能并不客观地反映人们评判的方案权重。问题更为严重的是, 由于上述的非一致性是否有可能破坏层次分析法的主要功能——方案排序选优呢? 回答

^{*} 本文于 1995 年 12 月 26 日收到

是肯定的, 有可能被破坏。

表 1

标 度 (优先系数)	定 义	说 明
1	A_i 与 A_j 优劣(重要)相等	两者对目标的贡献相等
3	A_i 稍优于(重要)于 A_j	根据经验一个比另一个评价稍有利
5	A_i 优于(重要)于 A_j	根据经验一个比另一个评价更为有利
7	A_i 甚优先(重要)于 A_j	一个比另一个评价更为有利, 且其优势已在实践中证实
9	A_i 极端优先(重要)于 A_j	明显重要的程度可以断言为最高
2 4 6 8	两相邻标度的中间值	需要折衷时采用
以上非零数字的倒数	若 A_i 与 A_j 比较时规定 A_i 具有以上非零数字之一, 则 A_j 与 A_i 比较时, A_j 具有相应的非零数字的倒数	

举一个简单的例子来说明, 若

因素	因素权重	方案比较描述
C_1	0.1	A_2 稍优于 A_1
C_2	0.3	A_1 极优于 A_2
C_3	0.6	A_2 优于 A_1

1) 若根据 Saaty 的评分标度进行, 则有(图 1)

于是, A_1 的权重为

$$1 \times 0.1 + 9 \times 0.3 + 1 \times 0.6 = 3.4$$

A_2 的权重为

$$3 \times 0.1 + 1 \times 0.3 + 5 \times 0.6 = 3.6$$

即, A_1 的相对权系数为 0.486, A_2 的相对权系数为 0.514, 排序记为: $A_2 > A_1$ 。

(2) 若根据上述调查的评分标度进行, 则有(图 2)

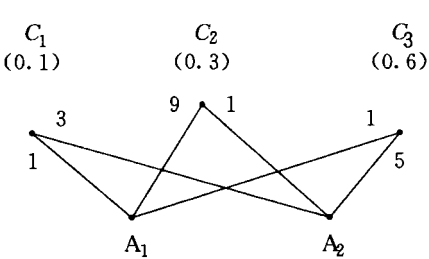


图1

于是, A_1 的权重为

$$1 \times 0.1 + 3.63 \times 0.3 + 1 \times 0.6 = 1.79$$

A_2 的权重为

$$1.3 \times 0.1 + 1 \times 0.3 + 1.77 \times 0.6 = 1.49$$

即, A_1 的相对权系数为 0.546, A_2 的相对权系数为 0.454, 排序记为: $A_1 > A_2$ 。

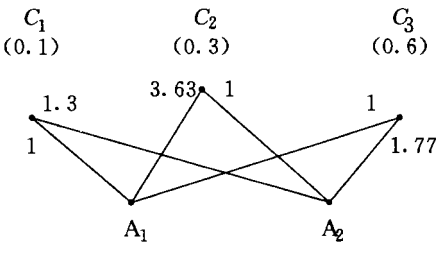


图2

这样, 两种不同的评分标度, 排序结果完全相反。

在这种具有定性定量相结合的决策问题中, 评分是基本工作, 分值是基础数据。如果没有很好地解决上述问题, 尽管层次分析法在层次排序计算, 一致性检验等方面有着出色的构思和严格的数学证明, 但是, 层次分析法的结果的可靠性和有效性将会受到严重影响。

因此, 如何客观地反映人们的思维、感觉和经验对定性问题的评价的度量, 显然, 层次分析法的标度研究是一个十分重要的问题。

2 问题的研究

关于层次分析法的标度问题, 文献[3][4]都进行了有效的工作。[4]文列示了四种标度(见表 2 所示), 并阐述了指数标度的合理性。

表 2 四种标度

区 分	1- 9 标度	9/9- 9/1 标度	10/10- 18/2 标度	指数标度
相 同	1	9/9(1)	10/10(1)	$9^{(1/9)}$
稍微大	3	9/7(1.286)	12/8(1.50)	$9^{(1/3)}$
明显大	5	9/5(1.800)	14/6(2.333)	$9^{(2/3)}$
强烈大	7	9/3(3.00)	16/3(4.000)	$9^{(5/3)}$
极端大	9	9/1(9.00)	18/2(9)	$9^{(8/3)}$
通 式	k	$9/(10-k)$	$(9+k)/(11-k)$	$9^{(k/9)}$
	$k= 1\sim 9$	$k= 1\sim 9$	$k= 1\sim 9$	$k= 0\sim 9$

如果我们用水平轴的点, 0, 1, 2, 3, 4 分别表示“差不多”、“稍优”、“优”、“甚优”和“极优”, 纵轴反映它们相应的标度, 则不同的标度方法在图上反映为不同的曲线, 见图 3 所示。

其中: a 为 1- 9 标度曲线(即 Saaty 给出的), 它是一条直线; b 为指数标度曲线(用——表示); c 为 10/10- 18/2 标度曲线; d 为 9/9- 9/1 标度曲线(用---表示); e 为上述调研标度曲线。

对于每个评判者而言, 对“差不多”、“稍优”、“优”、“甚优”和“极优”的评判标度都可以决定一条标度曲线。不同的人对于同一个问题, 由于专业知识因素、心理因素、利益关系因素、判断经验因素等影响, 可能有不同的标度曲线。即使同一个人, 对于不同的问题, 也因为环境变化和问题性质变化, 以及上述因素的影响, 而使其标度曲线发生变化。

只要评判者评判时实际使用的标度系统(比如使用 9/9- 9/1 标度系统)与具体计算时采用的标度系统(比如采用指数标度系统)不一致时, 本文开始提出的问题, 即两种标度系统计算的排序是相反的, 仍可能发生。下面一个简单的例子表明了这一点。若

因素	因素权重	方案比较描述
C_1	0.6	A_2 稍优于 A_1
C_2	0.15	A_1 甚优于 A_2
C_3	0.25	A_2 优于 A_1

采用 9/9- 9/1 标度系统计算: (图 4)

A_1 的权重为:

$$1 \times 0.6 + 3 \times 0.15 + 1 \times 0.25 = 1.3$$

A_2 的权重为:



$$1.286 \times 0.6 + 1 \times 0.15 + 1.8 \times 0.25 = 1.37$$

即, A_1 的相对权系数为 0.487, A_2 的相对权系数为

0.513, 排序记为: $A_2 > A_1$

采用指数标度系统计算: (图 5)

A_1 的权重为:

$$1 \times 0.6 + 4.327 \times 0.15 + 1 \times 0.25 = 1.50$$

A_2 的权重为:

$$1.277 \times 0.6 + 1 \times 0.15 + 2.08 \times 0.25 = 1.44$$

即, A_1 的相对权系数为 0.51, A_2 的相对权系数为

0.49, 排序记为: $A_1 > A_2$ 。显然与上面计算的排序是相反的。

基于上面的讨论, 显然, 为了避免排序错误的发生, 我们研究的视线转向使评判者使用的标度系统和计算采用的标度系统尽可能地一致起来。

刘豹教授曾在文献[5]中指出: 层次分析法 AHP 是一种群判断, 必须依群判断程度进行。正确选择专家是群判断的主要问题, 选择适当的足够数量的专家参加群判断, 是群判断成功的关键。然后, 再按群判断步骤领导专家们作群判。群判断的过程中, 要让专家的独立判断与集体讨论相结合, 在集体讨论中既要避免权威专家的意见影响了一般专家, 也要诱导一般专家申述自己的判断及其理由, 达到交流信息, 相互理解的作用。在作群体判断时, 群体中各人的意见要一致, 这只有通过面对面的讨论、辩论、协商、各自退让, 各有所

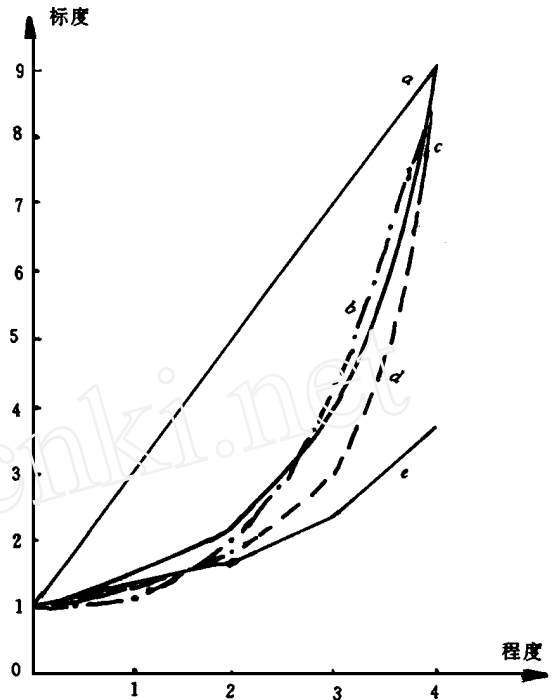


图3 标度曲线

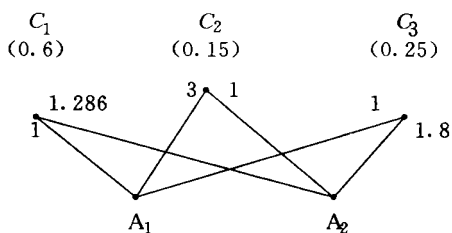


图4

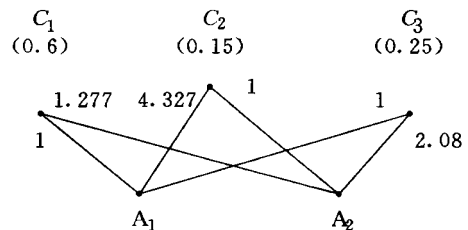


图5

得同时又各有所失, 才能得到各个一致的比较, 最后才能确定一个集体的判断矩阵, 由此导出一个群体的优先排序结果。

笔者认为, 在群判断的步骤中, 首先要对问题的评判标度系统进行讨论, 并最终建立一个群判断标度系统。在这基础上, 才能依据群判断标度系统进行建立判断矩阵、层次单排序等一系列工作。

群判断标度系统是对某个问题, 由专家们共同协商制订的一个标度系统, 它是专家们对评价因素或方案两两比较进行判断重要程度的标度依据, 也是评价工作者采用 AHP 方法进行综合计算的标度系统。

群判断标度系统的建立, 可以使判断者们有“标准”可循, 在建立判断矩阵的讨论中可以减少协调工作和争执的处理。更重要的是, 由于群判断产生的群判断标度系统, 使判断与计算标度系统合二为一, 这样, 可以避免上面提及的权重计算的偏差, 甚至排序上的错误。

(下转第 103 页)

不能作上述形式上的比较。”

我不知道文[1]作者写这本专著的目的究竟是什么? 作为一名初学者, 看到中国最权威的科学出版社出版了学术成果完全相悖的几本专著, 在学习时无所适从。上述看法是我的一点学习体会, 不知当否? 请专著作者和有关专家不吝指教。

参 考 文 献

- 1 王光远. 工程软设计理论. 北京: 科学出版社, 1992.
- 2 王光远等. 失效相关工程系统的可靠度. 地震工程与工程振动, 1992, 12(1), 1- 6.
- 3 U S A E C. Reactor Safety Study App. IV, Rept W A S H- 1400, 1975
- 4 梅启智, 廖炯生, 孙惠中. 系统可靠性工程基础. 北京: 科学出版社, 1987.
- 5 疏松桂. 控制系统可靠性分析与综合. 北京: 科学出版社, 1992.
- 6 史定华, 王松瑞. 故障树分析技术——方法与理论. 北京: 北京师范大学出版社, 1993.
- 7 Barlow R E and Proschan F. Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Silver Spring, MD, 1981.
- 8 曹晋华, 程侃. 可靠性数学引论. 北京: 科学出版社, 1986.

(上接第 61 页)

显然, 群判断标度系统可能因问题的不同而不同, 也可能因专家组成的改变而改变, 但是, 有一点是不变的, 即它是专家们共同讨论、协调的结果, 反映了专家们的共同的判断习惯、思维方式和问题的特性。

群判断标度系统, 因是针对某个具体问题的, 所以, 标度的说明可以详细化、个性化, 这样可使判断者在使用时更具操作性和减少错误。

3 结 语

层次分析法在实际应用中, 由于评判者的标度系统与计算用的标度系统的不一致性, 往往使计算的结果——权重产生偏差, 严重时, 可能引起方案排序的错误。这样, 要使层次分析法广泛、有效地应用, 上述的问题必须加以研究和解决。

本文在分析了已有的几种标度系统之后指出, 解决上述问题的主要途径是使评判者使用的标度系统和计算采用的标度系统尽可能地一致起来。于是, 在群判断的基础上, 提出了群判断标度系统的概念和方法, 以期解决上述的问题。

参 考 文 献

- 1 Saaty T L. The Analytic Hierarchy Process McGraw - Hill Inc New York, 1980
- 2 刘豹等. 层次分析法——规划决策的工具. 系统工程, 1984, (2): 23- 40.
- 3 汪浩, 马达. 层次分析标度评价与新标度方法. 系统工程理论与实践, 1993, 13(5): 24- 26.
- 4 侯岳衡, 沈德家. 指数标度及其与几种标度的比较. 系统工程理论与实践, 1995, 15(10): 43- 46.
- 5 刘豹. 群判断与层次分析法. 系统工程学报, 1991, 6(1): 70- 75.