

微积分（一）下第 13 周第三次课作业答案与提示

（常数项级数的概念、收敛级数的基本性质）

1. 填空：

1) 若 $|x| < 1$ ，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ 的和为 $\frac{x}{1-x}$.

2) 若收敛级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 的和为 A ，则 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = 2A - a_1$.

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{2}{5} \right)^n + \frac{3}{10^n} \right) = 1$.

4) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n = 5$ ， $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} = 3$ ，则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$.

2. 计算下列级数的部分和，并判别级数的敛散性

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ 收敛. 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$ 收敛.

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$ 发散. 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ 收敛.

3. 利用性质判定下列级数的敛散性：

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{3}}$ 发散. 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{6}$ 发散.

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}$ 发散. 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3^n} + \ln(1 + \frac{1}{n}) \right)$ 发散.

4. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n$ 存在，且级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(a_n - a_{n-1})$ 收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛.