

2020 年春季大学物理实验（1）——单摆测量重力加速度

专业班级： 电气 1908 班 学号： u201912072 姓名： 柯依娃 日期： 2020 年 7 月 14 日

实验名称：单摆测量重力加速度

实验目的：利用单摆，通过 $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ 计算重力加速度的值

实验仪器材料：刻度尺、支架、棉线、小球

实验方案（装置）设计：相关理论（公式）、原理图、思路等

单摆在运行过程中，有牛顿第二定律,水平方向满足以下的微分方程：

$$mgl \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgsin\theta = 0$$

经过化简，得到

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} sin\theta = 0$$

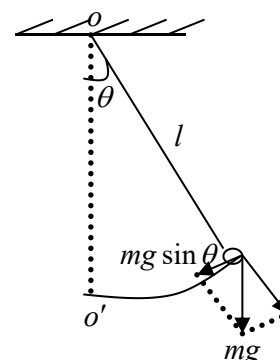


图 1 单摆受力分析

小角度下，由近似 $sin\theta \approx \theta$ ，则

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

运动周期

$$T = \sqrt{\frac{2\pi}{l}}$$

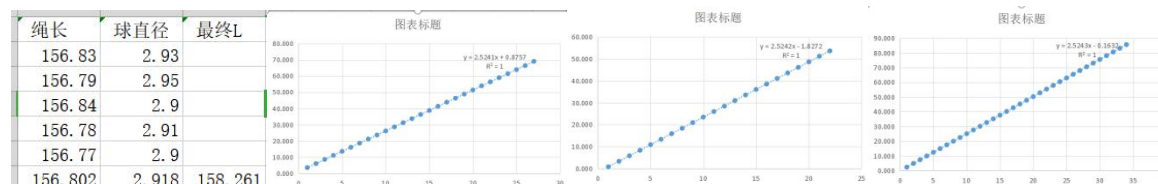
则

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

实验过程： 实验步骤、实验现象观察、出现的问题及解决方法等

- 实验步骤：**
- 1.搭建支架，悬挂小球
 - 2.五次用自制游标卡尺和卷尺测量球的直径、绳长
 - 3.让小球做单摆运动，拍摄视频，重复实验三次
 - 4.通过 tracker 软件获得运动周期，使用回归法获得平均运动周期
 - 5.数据处理，计算误差，得出结论

数据分析处理：数据记录（表格）、计算过程及结果等



$$T = 2.5242s$$

$$L = 1.5826m$$

则套用公式有

$$g = 9.806m/s^2$$

实验小结：误差来源、实验收获等

误差来源：

已经剔除所有粗大误差

系统误差： $\sin\theta \neq \theta$ 产生的实验误差使得测量值偏大，空气浮力使得测量值偏小，自传导致摆运动不在一平面，绳子质量使得测量值偏大，空气阻力使测量值偏小

随机误差：绳长测量误差，球直径测量误差，时间测量误差，圆锥摆导致测量值偏大

不确定度计算：

2.524086691	0.875712251	S ²	0.001331422	s(b)	2.11337E-05	2.524284314	-0.163202614	S ²	0.0004	s(b)	6.4E-06
0.000901573	0.014443937	S	0.000665711	Up(b)	≈0	0.000350441	0.007030685	S	0.0002	Up(b)	≈0
0.99999681	0.036488651	标准偏差	20.03434897			0.999999383	0.020047236	标准偏差	20.0399		
7838027.998	25	Sxx	10435.7536			51885638.88	32	Sxx	13252.8		
10435.72032	0.033285542	F	7838027.998			20852.40697	0.012860534	F	5.2E+07		

图1 Linest 法计算示意图

2.524154589	-1.827222222	S ²	0.000634	s(b)	1.01E-05	在C1:D5区域就出现了一元线性回归计算的结果。按照EXCEL的规定，C1单元格为斜率，D1单元格为截距；C2单元格为斜率的标准差；D2单元格为截距的标准差；C3单元格为R ² 值；D3单元格为仪器响应值A的标准差；C4单元格为F统计值；D4单元格为自由度；C5单元格为回归平方和；D5单元格为残差平方和。					
0.000845901	0.01111	S	0.000317	Up(b)	≈0						
0.999997754	0.025171773	标准偏差	16.39083								
8904158.184	20	Sxx	5641.849								
5641.836084	0.012672363	F	8904158								

$$\text{对 } T: u(T) = \frac{\sqrt{(1.0 \times 10^{-5})^2 + (2.11 \times 10^{-5})^2 + (6.4 \times 10^{-6})^2}}{3} = 9.803 \times 10^{-6}$$

$$\begin{aligned} \text{对 } l: u_A(l) &= 2.78 \times 0.000485 = 0.0013483 \\ u_B(l) &\approx 0.0005 \\ u(l) &= \sqrt{u_A^2(l) + u_B^2(l)} = 0.00143 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{对 } d: u_A(d) &= 2.78 \times 0.000235 = 0.00065330 \\ u_B(d) &\approx 0.0005 \\ u(d) &= \sqrt{u_A^2(d) + u_B^2(d)} = 0.00082268 \end{aligned}$$

$$\text{对 } L = l + \frac{d}{2} \quad u(L) = \sqrt{u^2(l) + \frac{1}{4}u^2(d)} = 0.001488$$

$$\text{对 } g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad \frac{\partial g}{\partial L} = \frac{4\pi^2}{T^2} \quad \frac{\partial g}{\partial T} = \frac{-8\pi^2 L}{T^3}$$

$$u^2(g) = \left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 u^2(L) + \left(\frac{-8\pi^2 L}{T^3}\right)^2 u^2(T)$$

$$u(g) = 0.0037047 \approx 0.004$$

$$u_r(g) \approx u(g)/g = 0.037\%$$

$$g = 9.806 \pm 0.004 \text{ m/s}^2$$

深入探究:

* 研究大角度摆动时, 摆角对周期的影响

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2})$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

从理论来说, 当 $x < 5^\circ$ 时 x 误差小于 0.0013%

但是由于 $|\sin x| < |x|$, 使得计算获得的二阶导数的大小相比于实际会偏大, 从定性角度来说实际速度变化的比假想慢, 计算获得的周期也会更小, 从而计算获得的 g 会偏大

从定量来看, 参考文献, 获得下图, 得出结论

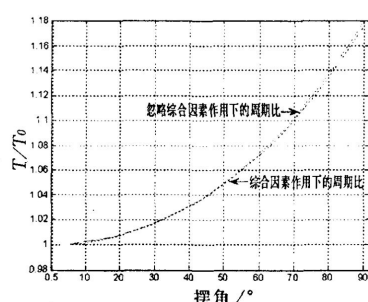


图 6 两种条件下的周期比情况 $[0, 90^\circ]$

2.3 理论结果及其与实测结果的比较

2.3.1 由表 1 可看出, 综合因素作用下摆角变化的理论计算结果与实测值符合得很好, 说明本文对各影响因素的计量是准确的;

2.3.2 由图 6 可看出, 在各因素的作用下, 单摆周期比忽略这些因素时要小一些。随着初始摆角的增大, 这种差距也随之增大;

2.3.3 从图 7 可看出, 综合因素对单摆周期比的影响在 $10^{-4} - 10^{-3}$ 数量级。如按本文实验配置, 当摆角小于 5° 时, 实际的振动周期 T 小于理想周期, 反之亦然。只有当摆角等于 5° 时二者才相等 ($T/T_0 = 1$)。分析其原因: 摆球及摆绳的重力(矩)使单摆周期变小, 而各种阻力(矩)使单摆周期变大。当摆角小于 5° 时, 重力(矩)的作用

大于阻力(矩)的作用, 致使实际周期 T 小于理想周期 T_0 ; 当摆角大于 5° 时, 情形则相反。为此, 在实际实验中, 如计算中不对上述各种影响因素进行修正, 仅以 T_0 来计算周期, 初始摆角并非越小越好, 而应有一个最佳值。

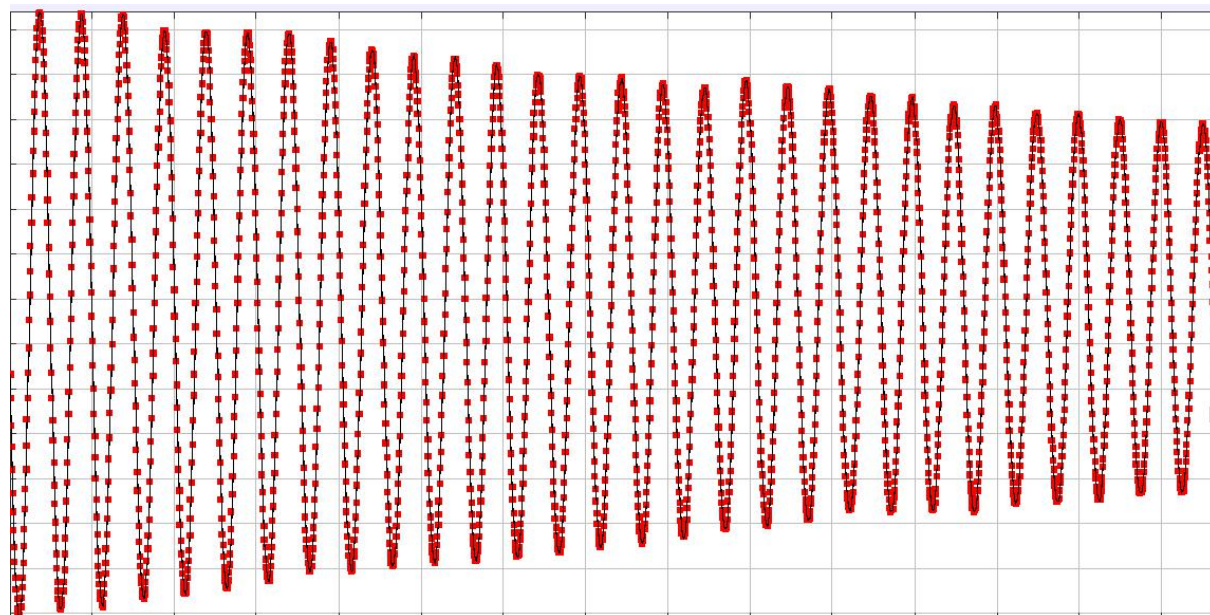
3 结论与讨论

(1) 影响单摆作简谐振动的因素是多方面的。虽然在计算阻力系数时采取了近似的方法, 但得到的结果与实测值符合得很好, 说明虽然还有一些其它因素会影响到单摆的运动, 但它们的影响相对更小, 或者是可以消除的;

(下转第 156 页)

* 借助Tracker软件研究摆球的功能轨迹

行径如此:



实验多次, 皆大致如此, 以周期越来越大, 振幅越来越小的方式振动

注: 实验报告不超过 2 面。可手写(拍照上传)、也可电脑上完成。

实验装置及材料, 拍照, 单独上传。

实验数据可以手制表格记录(拍照上传)、也可软件截图上传。