# 微积分（一）下第 13 周第一次课作业答案与提示

(Stokes 公式、空间曲线积分与路径无关条件)

**1.** 填空：

1) 设$\Gamma$是曲线$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x-y+z=2 \end{cases}$，从$z$轴正向往$z$轴负向看，$\Gamma$为顺时针方向，则

$\oint_\Gamma (z-y)dx+(x-z)dy+(x-y)dz=\underline{-2\pi}$.

2) 设$\boldsymbol{F}=(y^2+2bxz)\boldsymbol{i}+y(ax+bz)\boldsymbol{j}+(y^2+bx^2)\boldsymbol{k}$是梯度场，则$a=\underline{2}$，　$b=\underline{2}$，势函数$u(x,y,z)=\underline{x\,y^2+2\,x^2z+z\,y^2}$.

3）第二类曲线积分$\int_\Gamma Pdx+Qdy+Rdz$化为第一类曲线积分是

$\underline{\int_\Gamma (P\cos\alpha+Q\cos\beta+R\cos\gamma)\,ds}$,其中$\alpha$，$\beta$，$\gamma$为有向曲线$\Gamma$在点$(x,y,z)$处的

<u>切矢量</u>方向角.

4）设$\Gamma$是曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=R^2 \\ x+y+z=0 \end{cases}$，则$\int_\Gamma \{x,y,z\}\cdot d\boldsymbol{r}=\underline{0}$.

2. 分别用参数法与斯托克斯公式计算$I=\oint_L zdx+xdy+ydz$，其中$L$为平面$x+y+z=1$被三个坐标面所截得的三角形整个边界，它的方向与三角形上侧满足右手法则.　　答案：$\frac{3}{2}$

**3.**求$I=\int_L 2xe^{-y}dx+(\cos z-x^2e^{-y})dy-y\sin zdz$，其中$L$是连接$A(-1,0,1)$与$B(1,2,\frac{\pi}{3})$的曲线弧.　　答案：$e^{-2}$.

**4.** 求$I=\oint_\Gamma y^2dx+z^2dy+x^2dz$，其中$\Gamma$是曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2 \\ x^2+y^2=ax \end{cases}(a>0,z\ge 0)$，从$x$轴正向看去，$\Gamma$取逆时针方向.　　答案：$-\frac{\pi}{4}a^3$

**5.** 求$I=\oint_\Gamma (y+x^2)dx+(z^2+y)dy+(x^3+\sin z)dz$，其中$\Gamma$是曲线$\begin{cases} z=2xy \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$，$\Gamma$的指向与双曲抛物面$z=2xy$取上侧符合右手法则.　　答案：$-\pi$