

2020 年春季大学物理实验（1）——单摆测量重力加速度

专业班级：电气 1908 班 学号：u201912072 姓名：柯依娃 日期：2020 年 7 月 14 日

实验名称：单摆测量重力加速度

实验目的：利用单摆，通过 $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ 计算重力加速度的值

实验仪器材料：刻度尺、支架、棉线、小球

实验方案（装置）设计：相关理论（公式）、原理图、思路等

单摆在运行过程中，有牛顿第二定律，水平方向满足以下的微分方程：

$$mgl \frac{d^2\theta}{dt^2} + mg \sin\theta = 0$$

经过化简，得到

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$$

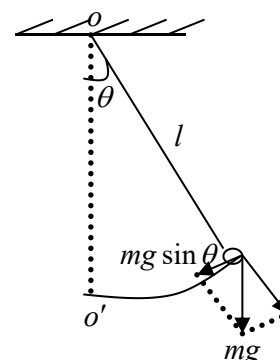


图 1 单摆受力分析

小角度下，由近似 $\sin\theta \approx \theta$ ，则

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

运动周期

$$T = \sqrt{\frac{2\pi}{l}}$$

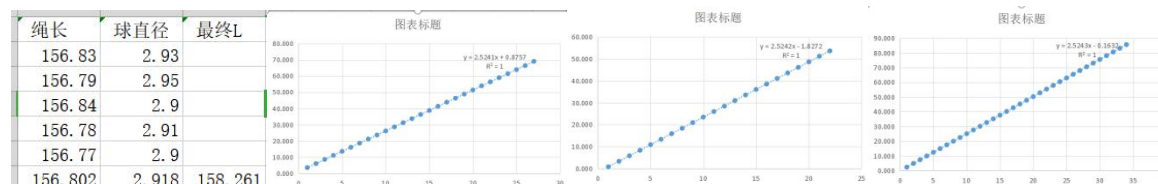
则

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

实验过程： 实验步骤、实验现象观察、出现的问题及解决方法等

- 实验步骤：**
- 1.搭建支架，悬挂小球
 - 2.五次用自制游标卡尺和卷尺测量球的直径、绳长
 - 3.让小球做单摆运动，拍摄视频，重复实验三次
 - 4.通过 tracker 软件获得运动周期，使用回归法获得平均运动周期
 - 5.数据处理，计算误差，得出结论

数据分析处理：数据记录（表格）、计算过程及结果等



$$T = 2.5242s$$

$$L = 1.5826m$$

则套用公式有

$$g = 9.806m/s^2$$

实验小结：误差来源、实验收获等

误差来源：

已经剔除所有粗大误差

系统误差： $\sin\theta \neq \theta$ 产生的实验误差使得测量值偏大，空气浮力使得测量值偏小，自传导致摆运动不在一平面，绳子质量使得测量值偏大，空气阻力使测量值偏小

随机误差：绳长测量误差，球直径测量误差，时间测量误差，圆锥摆导致测量值偏大

不确定度计算：

$$\text{对 } T: u(T) = \frac{\sqrt{(1.01 \times 10^{-5})^2 + (2.11 \times 10^{-5})^2 + (6.4 \times 10^{-6})^2}}{3} = 9.803 \times 10^{-6}$$

$$\text{对 } l: u_A(l) = 2.78 \times 0.000485 = 0.0013483$$

$$u_B(l) \approx 0.0005$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2(l) + u_B^2(l)} = 0.00143$$

$$\text{对 } d: u_A(d) = 2.78 \times 0.000235 = 0.00065330$$

$$u_B(d) \approx 0.0005$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2(d) + u_B^2(d)} = 0.00082268$$

$$\text{对 } L = l + \frac{d}{2} \quad u(L) = \sqrt{u^2(l) + \frac{1}{4}u^2(d)} = 0.001488$$

$$\text{对 } g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad \frac{\partial g}{\partial L} = \frac{4\pi^2}{T^2} \quad \frac{\partial g}{\partial T} = \frac{-8\pi^2 L}{T^3}$$

$$u^2(g) = \left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 u^2(L) + \left(\frac{-8\pi^2 L}{T^3}\right)^2 u^2(T)$$

$$u(g) = 0.0037047 \approx 0.004$$

$$u_r(g) \approx u(g)/g = 0.037\%$$

$$g = 9.806 \pm 0.004 \text{ m/s}^2$$

深入探究:

* 研究大角度摆动时，摆角对周期的影响

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2})$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

从理论来说，当 $x < 5^\circ$ 时 x 误差小于 0.0013%

但是由于 $|\sin x| < |x|$ ，使得计算获得的二阶导数的大小相比于实际会偏大，从定性角度来说实际速度变化的比假想慢，计算获得的周期也会更小，从而计算获得的 g 会偏大

从定量来看，参考文献，获得下图，得出结论

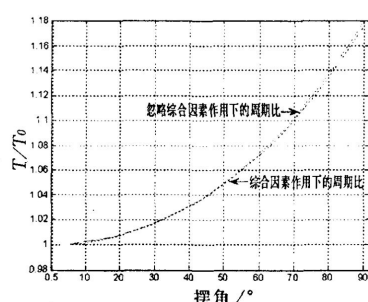


图 6 两种条件下的周期比情况 $[0, 90^\circ]$

2.3 理论结果及其与实测结果的比较

2.3.1 由表 1 可看出，综合因素作用下摆角变化的理论计算结果与实测值符合得很好，说明本文对各影响因素的计量是准确的；

2.3.2 由图 6 可看出，在各因素的作用下，单摆周期比忽略这些因素时要小一些。随着初始摆角的增大，这种差距也随之增大；

2.3.3 从图 7 可看出，综合因素对单摆周期比的影响在 $10^{-4} - 10^{-3}$ 数量级。如按本文实验配置，当摆角小于 5° 时，实际的振动周期 T 小于理想周期，反之亦然。只有当摆角等于 5° 时二者才相等 ($T/T_0 = 1$)。分析其原因：摆球及摆绳的重力（矩）使单摆周期变小，而各种阻力（矩）使单摆周期变大。当摆角小于 5° 时，重力（矩）的作用

大于阻力（矩）的作用，致使实际周期 T 小于理想周期 T_0 ；当摆角大于 5° 时，情形则相反。为此，在实际实验中，如计算中不对上述各种影响因素进行修正，仅以 T_0 来计算周期，初始摆角并非越小越好，而应有一个最佳值。

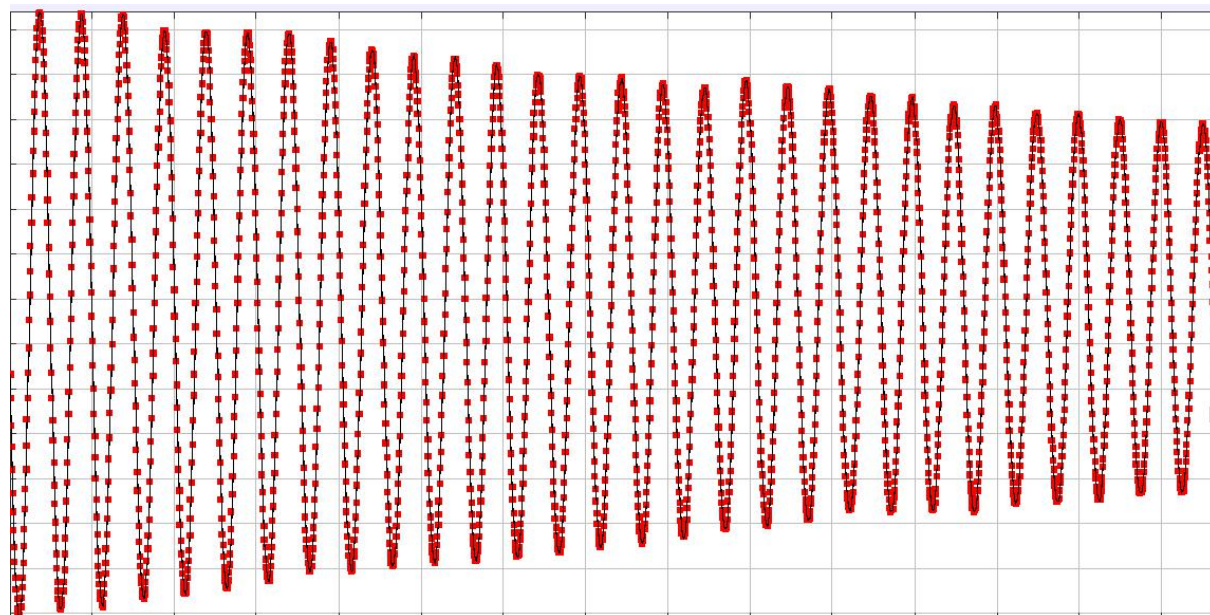
3 结论与讨论

(1) 影响单摆作简谐振动的因素是多方面的。虽然在计算阻力系数时采取了近似的方法，但得到的结果与实测值符合得很好，说明虽然还有一些其它因素会影响到单摆的运动，但它们的影响相对更小，或者是可以消除的；

(下转第 156 页)

* 借助Tracker软件研究摆球的功能轨迹

行径如此：



实验多次，皆大致如此，以周期越来越大，振幅越来越小的方式振动

注：实验报告不超过 2 面。可手写（拍照上传）、也可电脑上完成。

实验装置及材料，拍照，单独上传。

实验数据可以手制表格记录（拍照上传）、也可软件截图上传。