

## 微积分（一）下第9周第三次课作业答案与提示

### （第一型曲线积分）

#### 1. 填空：

1) 设  $L$  是圆周  $x^2 + y^2 = 1$ ，则  $\int_L (x+y)^2 ds = 2\pi$ ；  $\int_L x^2 ds = \pi$ 。

2) 设  $L$  为椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ ，其周长为  $a$ ，则  $\oint_L (2xy + 3x^2 + 4y^2) ds = 12a$ 。

3) 设  $L$  为曲线  $|x| + |y| = a (a > 0)$ ，则  $\oint_L x e^y ds = 0$ 。

4) 设  $L$  是由  $x=0, y=0, x=2, y=2$  所围成矩形的边界，则  $\int_L xy ds = 8$ 。

2. 计算  $I = \int_L |y| ds$ ，其中  $L$  为圆周  $x^2 + y^2 = R^2$  ( $R > 0$ )。 答案： $4R^2$ 。

3. 计算  $I = \int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}} ds$ ，其中  $L$  从  $A(0,0)$  到  $B(a,0)$ ，再沿曲线  $x^2 + y^2 = a^2$  到  $C(\frac{\sqrt{2}}{2}a, \frac{\sqrt{2}}{2}a)$ ，然后沿直线  $y=x$  到  $A(0,0)$  ( $a > 0$ )。 答案： $e^a(2 + \frac{\pi a}{4}) - 2$ 。

4. 求  $I = \oint_L x^2 ds$ ，其中  $L$  为空间曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 。 答案： $\frac{2}{3}\pi a^3$ 。

提示：用对称性。

5. 求  $I = \int_L z ds$ ，其中  $L$  是曲线  $x = t \cos t, y = t \sin t, z = t, 0 \leq t \leq 1$ 。 答案： $= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{3}$ 。

6. 计算金属丝的质量  $m$ ，其中金属丝上某点的线密度等于该点到  $x$  轴距离的平方，又金属丝所代表的曲线段为  $x = \sin t, y = -\cos t, z = t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ 。

答案： $\sqrt{2}(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi^3}{24})$ 。