

## 微积分（一）下第 8 周第二次课作业

（三重积分的性质与在直角坐标下计算）

### 1. 填空:

1) 设  $\Omega$  是由三坐标面与平面  $x + 2y - z = 1$  所围成的空间区域, 则  $\iiint_{\Omega} f(x) dx dy dz$  在直角坐标系下, 先对  $z$ , 后对  $y$ , 再对  $x$  积分的逐次积分为\_\_\_\_\_.

2) 设  $\Omega$  是下半球:  $-\sqrt{1-x^2-y^2} \leq z \leq 0$ , 记  $I_1 = \iiint_{\Omega} z e^{x^2+y^2} dv$ ,  $I_2 = \iiint_{\Omega} z^2 e^{x^2+y^2} dv$ ,  $I_3 = \iiint_{\Omega} z^3 e^{x^2+y^2} dv$ , 则  $I_1, I_2, I_3$  大小顺序是\_\_\_\_\_.

3) 设  $\Omega$  是球体:  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ , 则  $\iiint_{\Omega} \frac{z \ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1)}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} dx dy dz =$ \_\_\_\_\_.

### 2. 计算下列三重积分

1) 分别用投影法与截面法计算  $I = \iiint_{\Omega} (x + y + z) dx dy dz$ , 其中  $\Omega$  是三坐标面与平面  $x + y + z = 1$  所围成的四面体.

2)  $I = \iiint_{\Omega} dv$ , 其中  $\Omega$  是由  $z = x^2 + y^2, z = 2x^2 + 2y^2, y = x, y = x^2$  所围成的空间区域.