
微积分（一）下第6周第三次课作业答案与提示

最值问题

1. 求抛物线 $y = x^2$ 到直线 $x - y - 2 = 0$ 之间的最短距离 d .

答案: $d_{\min} = \frac{7}{4\sqrt{2}}$ (本题有多种解法)

2. 求函数 $z = 3x^2 + 3y^2 - x^3$ 在区域 $D: x^2 + y^2 \leq 16$ 的最小值.

答案: 最小值为 -16 .

3. 求内接于椭球 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 的最大长方体的长、宽和高.

答案: 长、宽和高分别为 $\frac{2a}{\sqrt{3}}, \frac{2b}{\sqrt{3}}, \frac{2c}{\sqrt{3}}$.

4. 在椭球面 $x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 1$ 上求一点, 使函数 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 在该点处沿方向 $\boldsymbol{n} = \{0, -1, 1\}$ 的方向导数最大.

答案: $(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.