

给定递推公式 $a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$ ，如何求 a_n 的通项公式。

思路：化成 $a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n)$ ，整理得 $a_{n+2} = (\alpha + \beta)a_{n+1} - \alpha\beta a_n$ 。

对比递推公式，我们有 $\alpha + \beta = p$ 和 $\alpha\beta = -q$ 。故 α, β 是二次方程

$x^2 - px - q = 0$ 的根，所以可以通过将递推公式中 a_{n+k} 替换成 x^k （特别的，将 a_n 替换成 1）来求 a_n 的通项公式。具体如何求 a_n 的通项公式以及二次方程只有一个根的情况留给大家思考，可能会用到的提示：我们同时有

$a_{n+2} - \beta a_{n+1} = \alpha(a_{n+1} - \beta a_n)$ 成立。