华中科技大学电气学院 2019-2020 学年第二学期

《静电场》测验试卷（闭卷）

（电气工程及其自动化专业　2018 级）

学号　　　　　班级　　　　　姓 名　　　　　　　成 绩

题 号	一	二	三	四	五	总 分
题 分	45	18	12	12	13	100
得 分						

本卷可能用到的物理常数和部分矢量公式

电磁常数　$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H/m}$，$\varepsilon_0 \approx \dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}\,\mathrm{F/m}$，$c=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\approx 3\times10^{8}\,\mathrm{m/s}$

矢量恒等式

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) \qquad \boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})\boldsymbol{B}-(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{C}$$

$$\nabla\cdot(uv)=u\nabla v+v\nabla u \qquad \nabla\cdot(u\boldsymbol{A})=(\nabla u)\cdot\boldsymbol{A}+u(\nabla\cdot\boldsymbol{A})$$

$$\nabla\times(u\boldsymbol{A})=(\nabla u)\times\boldsymbol{A}+u(\nabla\times\boldsymbol{A}) \qquad \nabla\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{B}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})-\boldsymbol{A}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{B})$$

$$\nabla\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}(\nabla\cdot\boldsymbol{A})-(\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}(\nabla\cdot\boldsymbol{B})$$

$$\nabla(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{A}+(\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}+\boldsymbol{B}\times(\nabla\times\boldsymbol{A})+\boldsymbol{A}\times(\nabla\times\boldsymbol{B})$$

$$\nabla\times(\nabla u)=0 \qquad \nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})=0 \qquad \nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{A})=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A})-\nabla^2\boldsymbol{A}$$

球坐标系下梯度、散度、旋度和 Laplace 算子的展开式

$$\nabla u=\boldsymbol{e}_r\frac{\partial u}{\partial r}+\boldsymbol{e}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}+\boldsymbol{e}_\phi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial\phi}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r)+\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta)+\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}\right]$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A}=\boldsymbol{e}_r\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta)-\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right]+\boldsymbol{e}_\theta\frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi}-\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right]+\boldsymbol{e}_\phi\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]$$

$$\nabla^2u=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2u}{\partial\phi^2}$$

柱面坐标下梯度、散度、旋度和 Laplace 算子的展开式

$$\nabla u=\boldsymbol{e}_\rho\frac{\partial u}{\partial\rho}+\boldsymbol{e}_\phi\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial\phi}+\boldsymbol{e}_z\frac{\partial u}{\partial z} \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\rho)+\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A}=\boldsymbol{e}_\rho\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\phi}-\frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right)+\boldsymbol{e}_\phi\left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right)+\boldsymbol{e}_z\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\phi)-\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi}\right)$$

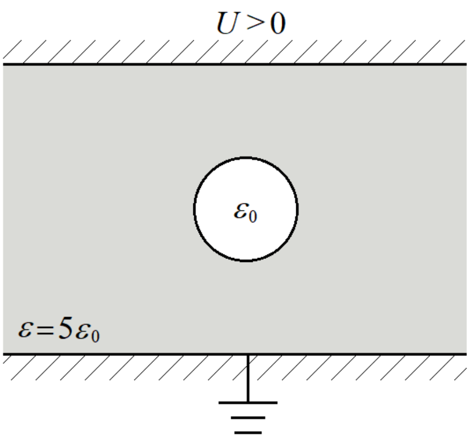
$$\nabla^2u=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial^2u}{\partial\phi^2}\right)+\frac{\partial^2u}{\partial z^2}$$

一、　简答题（40 分，每小题 5 分）

[1] 写出描述静电场特征方程组的积分形式与微分形式，指明每个方程所描述的物理定律或者说明其表达的物理含义。

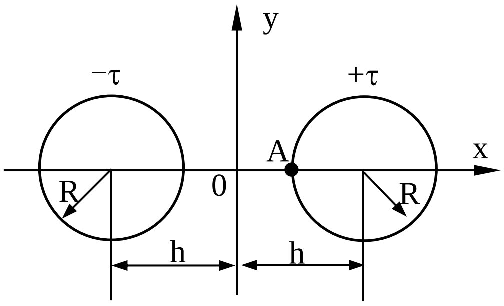
[2] 标量电位可以用于求解哪几类问题，写出相应的电位支配方程和媒质交界面条件。

[3] 如图所示平行板电容器，填充介质 $\varepsilon=5\varepsilon_0$，在其中部有一空气泡。试在图中定性画出气泡附近的电力线分布。



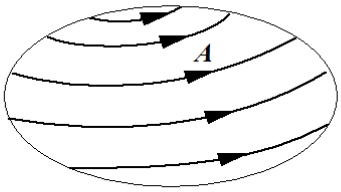
[4] 半径为 R 的平行双输电线，在图示坐标系中，若设 YOZ 平面为零电位面，空气的介电

系数为 ε_0，写出导体表面 A 点的电位表达式。

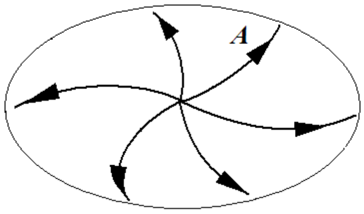


[5] 空间任意点 P 的电位为 $\varphi=-e^{-2r/d}/4\pi\varepsilon_0$，试求空间的电荷体密度。式中 r 为 P 点至原点的距离，d 为常数。

[6] 判断以下矢量线所表示的矢量场 $\boldsymbol{A}$ 在给定区域内可能的散度(>0,<0 或=0)与旋度（=0, ≠0）：

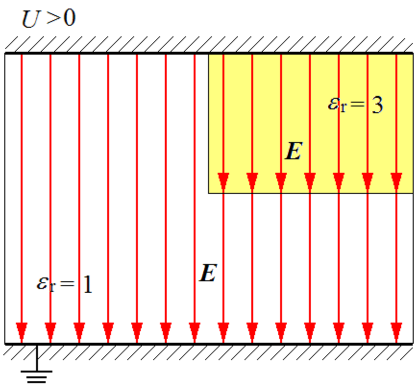


(a)



(b)

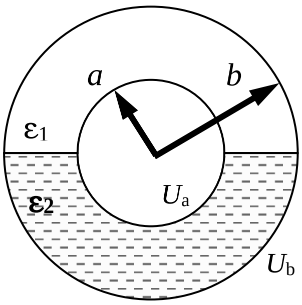
[7] 如图平行板电容器填充两种介质，分别为 $\varepsilon_{r1}=1$ 和 $\varepsilon_{r2}=1$，不计极板边缘效应，有人得到电场线的解答如图所示，请研判该结果是否正确，说明理由。



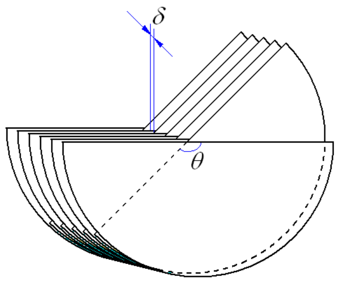
[8] 给出不同介质分界面上静电场衔接条件，同时通过数学公式以及文字解释分

界面上法向电场不连续（自由电荷面密度为 0）的物理原因。

二、（16 分）半径分别为 a 和 b 的两个同轴圆柱导体电位分别为 $U_a=0$, $U_b=U_0$, 如图所示，导体间有两种介质 ε_1、ε_2, 分界面与轴平面相重合。（1）写出求解导体间电位的边值问题; (2)求出导体间的电位与电场；（3）给出两导体表面的面电荷密度；（4）每单位长度的电容.



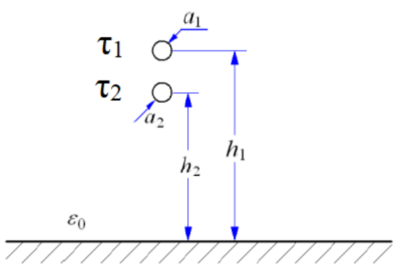
三、（14 分）如图所示，一静电伏特计的转动部分和固定部分分别由 n 片和 $n+1$ 片半圆形金属片连接在一起。金属片的半径均为 6cm，每片固定片与转动片之间的距离 δ =0.5mm。若 n=5，当电压为 1000V 时，求转动力矩的大小。



四、（15分）如图所示，半径a=5mm的两平行导线，离地面高度h_1=10m，h_2=8m，导线之间水平距离d=2m，求：

（1）考虑大地影响的两导线系统中的各个部分电容；

（2）两导线间的工作电容。

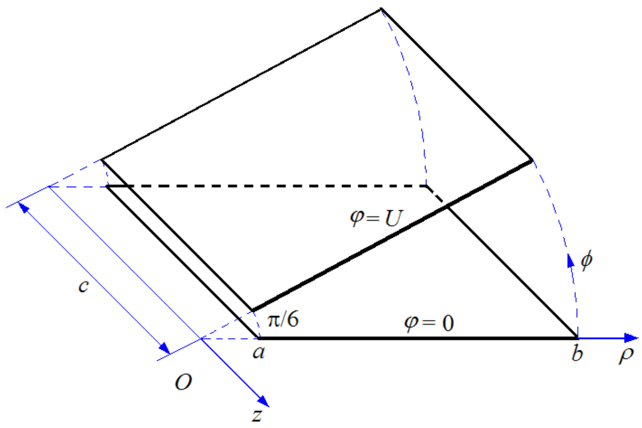


五、（15 分）如图两平板构成的电容器位于空气中，极板倾斜成夹角 π/6。极板宽度为（b−a），长度为 c；极板之间施加电压为 U。选取柱坐标系如图，如果不计边缘效应，则电位 φ 将只与极角 α 有关。试求：

（1）在柱坐标系中，列出电位的 α 边值问题，并求得电位和电场强度分布。

（2）计算正极板内表面的电荷密度。

（3）计算两极板的电容 C。



六、（15 分）一半径为 R 的长直圆柱导体，平行放置于地面上空，介质为ε_0 。离地面高度为 h。导体与地面间电压为 U_0。求（1）场中各点的电位；（2）单位长度的电容。