微积分（一）下第 12 周第二次课作业

（对坐标的曲面积分）

1.填空：

1) 设 S_1, S_2 分别是球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 的上半部分的下侧和下半部分的上侧，则

$$\iint_{S_1}(x^2+y^2)dxdy=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,\qquad \iint_{S_2}(x^2+y^2)dxdy=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

2) 设 S_1 是球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 的外则，S_2 是该球面上半部分的上侧，S_3 是该球面下半部分的下侧，$I_1=\iint_{S_1}z^2dxdy, I_2=\iint_{S_2}zdxdy, I_3=\iint_{S_3}zdxdy$，则 $I_1=$______，I_2 和 I_3 的关系是______________.

3) 设 S 是抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $z=R(R>0)$ 所截部分的上侧，则

$$I=\iint_S x^2dydz+y^2dzdx+zdxdy=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

4）第二类曲面积分 $\iint_S Pdydz+Qdzdx+Rdxdy$ 化为第一类曲面积分是

____________________，其中 α，β，γ 为有向曲面 S 在点 (x,y,z) 处

______________________的方向角.

2. 求 $I=\iint_S x^2zdxdy$，其中 S 是抛物面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=1$ 所围立体的外表面.

3. 求 $I=\iint_S (x^2+y^2)dzdx$，其中 S 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 上满足 $x\ge 0, y\ge 0, z\le 1$ 部分的下侧.

4. 求 $I=\iint_S zdydz+xzdzdx+yzdxdy$。其中 S 是球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 位于圆柱面 $x^2+y^2-Rx=0$ 内的部分，且取上侧.