

## 微积分（一）下第 11 周第二次课作业答案与提示

(对面积的曲面积分)

### 1. 填空题:

1) 设  $S$  是上半球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  ( $R > 0, z \geq 0$ ), 则

$$\iint_S (x+y) dS = \underline{0}, \quad \iint_S z dS = \underline{\pi R^3},$$

$$\iint_S (x^2 + y^2 + z^2) dS = \underline{2\pi R^4}, \quad \iint_S x^2 dS = \underline{\frac{2}{3}\pi R^4}.$$

2) 设  $S$  是柱面  $x^2 + y^2 = R^2$  ( $R > 0$ ) 被平面  $z = 0, z = h$  所截部分, 则

$$\iint_S (x^2 + y^2) dS = \underline{2\pi R^3 h}, \quad \iint_S x^2 dS = \underline{\pi R^3 h}, \quad \iint_S (x+y)^2 dS = \underline{2\pi R^3 h}.$$

3) 设球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  上任一点的密度与该点到原点的距离成正比 (比例系数为  $K$ ),

则球面的质量  $m = \underline{4\pi K R^3}$ .

4) 设  $S$  是曲面  $|x| + |y| + |z| = 1$ , 则  $\oiint_S (x+|y|) dS = \underline{\frac{4\sqrt{3}}{3}}$ .

2. 求  $I = \iint_S (2x + \frac{4}{3}y + z) dS$ , 其中  $S$  是平面  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$  在第一卦限的部分. 答案:  $4\sqrt{61}$

3. 求  $I = \iint_S \frac{dS}{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $S$  是柱面  $x^2 + y^2 = R^2$  介于平面  $z = 0, z = H$  ( $H > 0$ ) 的部分.

答案:  $2\pi \arctan \frac{H}{R}$ .

4. 求  $I = \iint_S (x^4 - y^4 + y^2 z^2 - x^2 z^2 + 1) dS$ ,  $S$  是锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被柱面  $x^2 + y^2 = 2x$  所截

下的部分.

答案:  $\sqrt{2}\pi$ .

5. 计算圆锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , ( $0 \leq z \leq 1$ ) 的质心 (设圆锥面的面密度  $\mu$  为常量 1).

答案:  $(0, 0, \frac{2}{3})$ .