评卷人	核对人

华中科技大学电气学院 20 -20 学年第二学期

《电磁场》试卷 A(闭卷)

（电气工程及其自动化专业 2011 级）

学号　　班级　　姓 名　　　　成 绩

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
题 分	30	12	12	16	16	14	100
得 分							

本卷可能用到的电磁常数和部分矢量公式

电磁常数 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H/m}$，$\varepsilon_0 \approx \dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}\,\mathrm{F/m}$

矢量恒等式

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})$$

$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{C}$$

$$\nabla\cdot(uv) = u\nabla v + v\nabla u \qquad \nabla\cdot(u\boldsymbol{A}) = (\nabla u)\cdot\boldsymbol{A} + u(\nabla\cdot\boldsymbol{A})$$

$$\nabla\times(u\boldsymbol{A}) = (\nabla u)\times\boldsymbol{A} + u(\nabla\times\boldsymbol{A})$$

$$\nabla\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A}) - \boldsymbol{A}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{B})$$

$$\nabla\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}(\nabla\cdot\boldsymbol{A}) - (\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B} + \boldsymbol{A}(\nabla\cdot\boldsymbol{B})$$

$$\nabla(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{A} + (\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B} + \boldsymbol{B}\times(\nabla\times\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{A}\times(\nabla\times\boldsymbol{B})$$

$$\nabla\times(\nabla u) = 0 \qquad \nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A}) = 0 \qquad \nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{A}) = \nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A}) - \nabla^2\boldsymbol{A}$$

球坐标系下梯度、散度、旋度和 Laplace 算子的展开式

$$\nabla u = \boldsymbol{e}_r\frac{\partial u}{\partial r} + \boldsymbol{e}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta} + \boldsymbol{e}_\phi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial\phi}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}\right]$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A} = \boldsymbol{e}_r\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right] + \boldsymbol{e}_\theta\frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right] + \boldsymbol{e}_\phi\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]$$

$$\nabla^2 u = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial\phi^2}$$

柱面坐标下梯度、散度、旋度和 Laplace 算子的展开式

$$\nabla u = \boldsymbol{e}_\rho\frac{\partial u}{\partial\rho} + \boldsymbol{e}_\phi\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial\phi} + \boldsymbol{e}_z\frac{\partial u}{\partial z} \quad \nabla\cdot\boldsymbol{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A} = \boldsymbol{e}_\rho\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \boldsymbol{e}_\phi\left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right) + \boldsymbol{e}_z\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\phi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial\phi}\right)$$

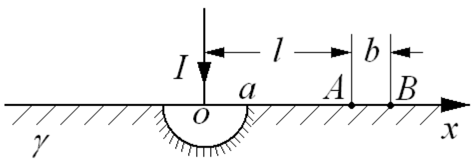
$$\nabla^2 u = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial\phi^2}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

得 分	评 卷 人

一、简答与填空（30 分，每小题 5 分）

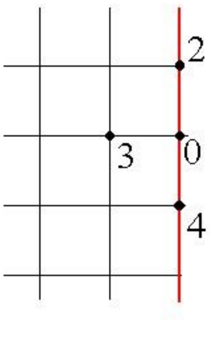
[1] 试从矢量分析和场论的角度给出引入恒定磁场磁矢位函数 A **与磁标位** φ_m 的数学和物理依据，并写出相应边值问题的位函数微分方程及其内交界面边界条件。

[2] 图示半球形接地体流入大地的电流为 I。接地球半径 a，土壤电导率为 γ。在图中画出接地球周围土壤中的电流线分布，并计算 A、B 两点间的跨步电压 U_{AB}

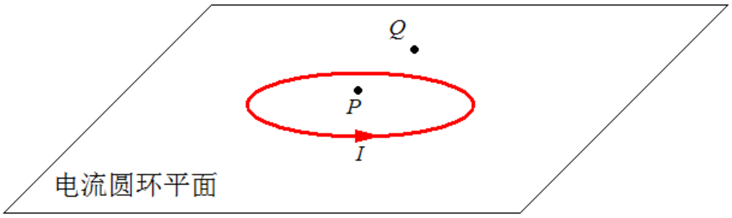


____

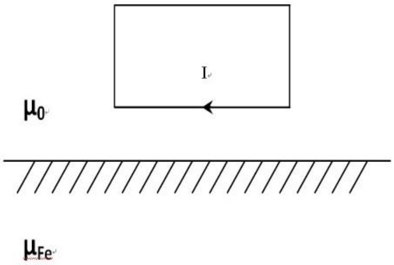
[3] 对于二维的静电场边值问题，其方程与边界条件分别为：$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=F$ $\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_L=0$，如图所示的边界，采用有限差分法求解上述边值问题，试写出边界 0 点电位的代数方程。



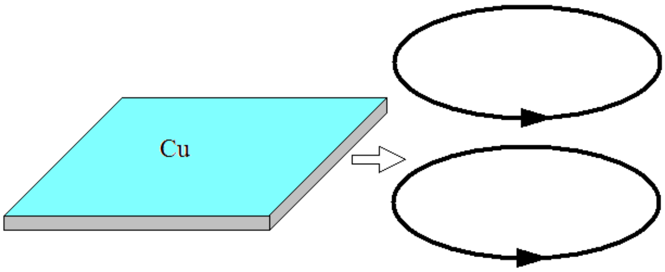
[4]　如图自由空间中有一圆环电流 I。试定性画出经过圆环平面上 P、Q 两点的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 线和矢量磁位 $\boldsymbol{A}$ 线。



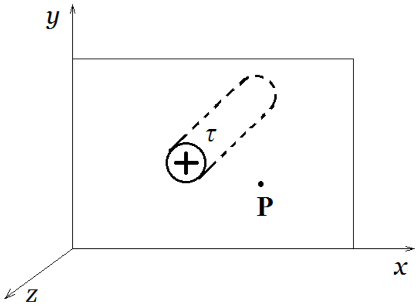
[5]如图所示, 在无限大铁磁体平面的上方有一个电流回路，电流 I 方向如图所示，试画出采用镜像方法求出自由空间和铁磁体内部磁场的镜像电流。



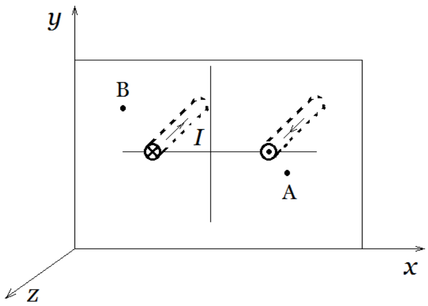
[6] 两圆环线圈的参考正方向如图所示。在直流情况下将一铜板插入两线圈中间，线圈的自感与互感各将如何变化？交流情况下又当如何？简要说明理由。



[7] 图（a）所示，平行于 z 轴有一带正电荷无限长直导线，P 是 xoy 平面上的一点，画出过 P 点的$\vec{E}$线和等 φ 线；（2）图（b）所示，无限长直平行通流双输电线平行于 z 轴，A 和 B 均为 xoy 平面上的点，画出经过 A 点和 B 点的$\vec{A}$线、等 φ_m 线、等$\vec{A}$线。

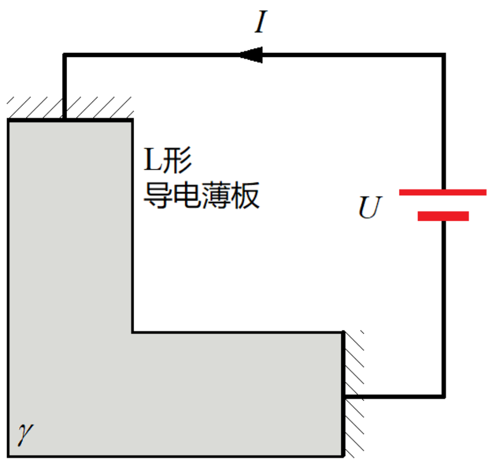


图（a）

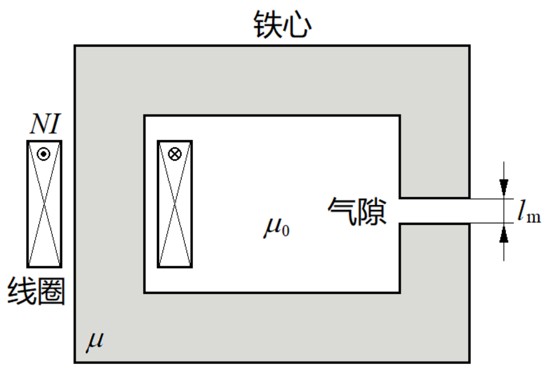


图（b）

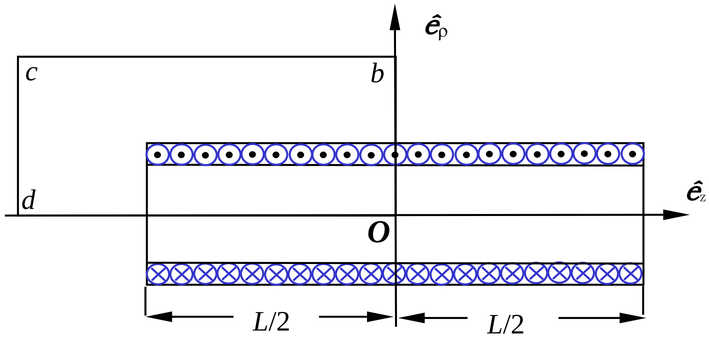
[8]如图所示 L 形导电薄板连接在直流电源上。试在图中定性画出薄板中电流线的分布。电流会引起导体发热，在图中标出发热最严重的部位。如果薄板尺寸和电导率已知，如何计算它的电阻？说明思路即可。



[9] 如图所示，线圈在铁心和气隙中产生磁场。设铁心磁导率 μ 远大于 μ_0，在图中定性画出铁心与气隙中的磁力线分布。设气隙高度 l_m = 1 cm，欲在气隙中产生 1.0 T 的磁场，试估算线圈的安匝数。

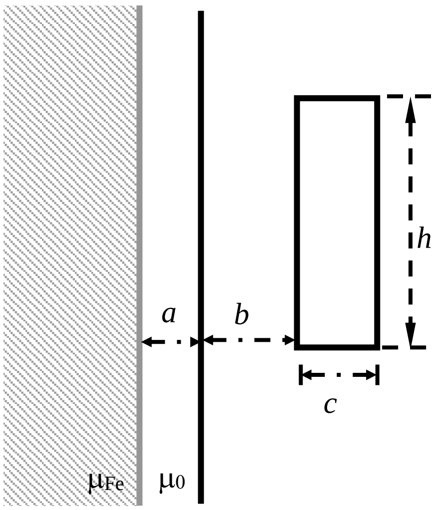


[10] 如图所示是有限长直螺线管，通以恒定电流。考虑到对称性，如果通过矢量磁位 A 的泊松方程，计算 1/4 区域 $Obcd$ 的磁场，试给出 A 在 Ob 边界上的条件。（4 分）



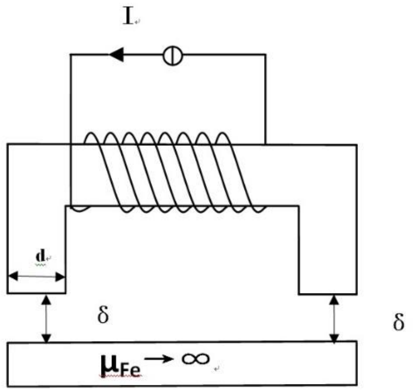
得分	评卷人

二、（12 分）设在μ为无穷大的铁磁平面一侧空气中有一无限长直导线和一矩形线圈，两者位于同一个垂直于铁磁面的平面中，求长直导线和矩形线圈之间的互感。



得分	评卷人

三、（12 分）如下图所示，图中垂直纸面的方向厚度为 D，铁磁体外绕线圈的总匝数为 N，忽略所有的边缘效应（即空气间隙的磁场强度均匀）。（1）试给出空气间隙的磁感应强度；（2）求出线圈的自感；（3）给出可动部件所受到的电磁力。

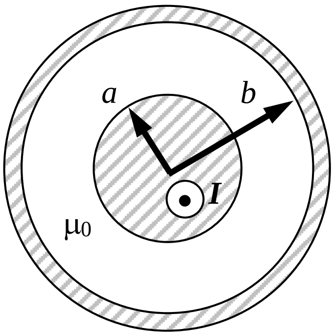


（1）

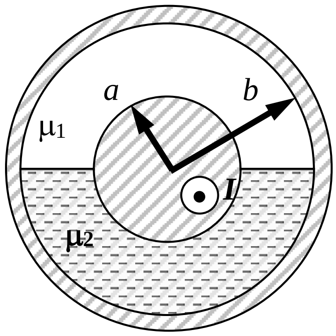
得分	评卷人

四、（16 分）同轴电缆通以直流电 I，间隙磁导率为μ_0，如图 A；如果间隙是两种对半分布的均匀各向同性媒质组成，磁导率分别为μ_1和μ_2，如图 B。（1）求图 A 情况下间隙内的磁场强度和磁感应强度；（2）求图 B 情况下间隙内的磁场强度和磁感应强度。

（3）求图 B 情况下两媒质分界面上的磁化面电流密度$\vec{K}_m = \left(\vec{M}_1 - \vec{M}_2\right) \times \hat{e}_n$是多少？



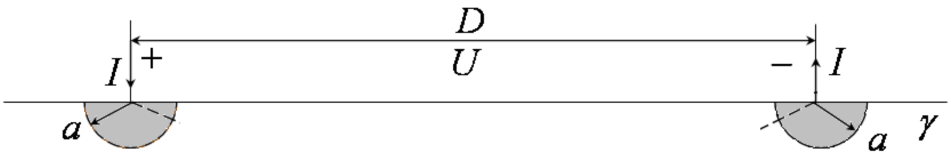
(A)



(B)

得分	评卷人

五、（16 分）由半径为 a 的半球形接地器构成的系统如图，两接地器之间所加电压为 U，大地的电导率为 γ_0。若 $D>>a$ ，求：（1）两电极间的电阻；（2）流经地中电流。



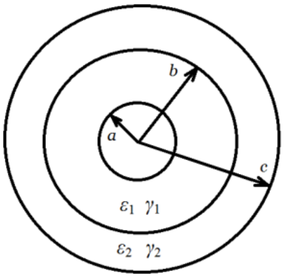
得分	评卷人

六（13 分）填充有两层介质的同轴电缆，内导体半径为 a，外导体半径为 c，介质分界面的半径为 b。两层介质的介电常数分别为 ε_1 和 ε_2，电导率分别为 γ_1 和 γ_2。设内导体的电位为 U_0，外导体接地。求：

（1）两导体之间的电流密度和电场强度分布；

（2）介质分界面上的自由电荷面密度；

（3）同轴线单位长度的漏电阻。

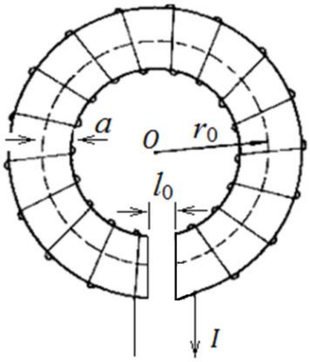


七、（13 分）如图所示，一环形螺线管的平均半径 r_0=15cm，其圆形截面的半径 a=2mm，铁芯的相对磁导率 μ_r=1400，环上绕 N=1000 匝线圈，通过电流 I=0.7A。

（1）因$a \ll r_0$,假设圆形截面上磁场均匀，且等于截面中心处磁场。试计算铁芯不开口螺线管的电感；

（2）在铁芯上开一个 l_0=0.1cm 的空气隙，再计算电感；（假设开口后铁芯的 μ_r 不变）

（3）求空气隙和铁芯内的磁场能量的比值。



八．如图所示平行板电容器，极板面积为 S，间距为 d；内部填充非理想介质，介电常量 ε，电导率 γ。由于温度差异等原因，电导率 γ 不是处处均匀的，在图示坐标系下，设 $\gamma=\gamma_0+kx$，其中 γ_0 和 k 都为常量。电容器连接在直流电压源上，电压为 U，忽略导线电阻。

（1）写出电容器内部介质中电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的旋度方程，电流密度 $\boldsymbol{J}$ 和电位移矢量 $\boldsymbol{D}$ 的散度方程。（6 分）

（2）设电压 U 已知，计算电容器中流过的总电流 I。（3 分）

（3）计算介质中自由电荷密度。（设介电常量 ε 处处均匀）（3 分）