

《高等工程电磁场》试题

华中科技大学电气与电子工程学院研究生用

(2017 年 1 月 10 日)

1. 如图 1 所示, 一针形电极位于一接地平板导体上方, 设电压 U_0 为正。(1) 画出针尖附近的电场线和等位线示意图。(2) 针尖周围的电场受哪些因素影响, 什么因素可能更敏感?(3) 若要计算针尖周围的电场, 试确定求解的场域, 列出边值问题。(4) 你会选取什么方法求解本问题? 给出解答或者说明求解思想或思路, 并简要解释选用这种方法的理由。

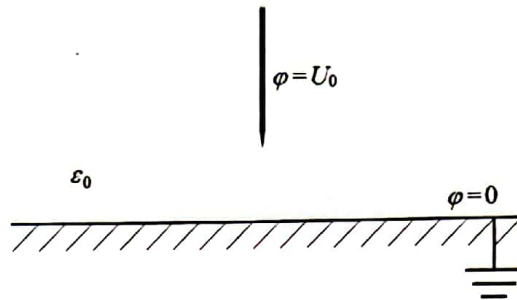
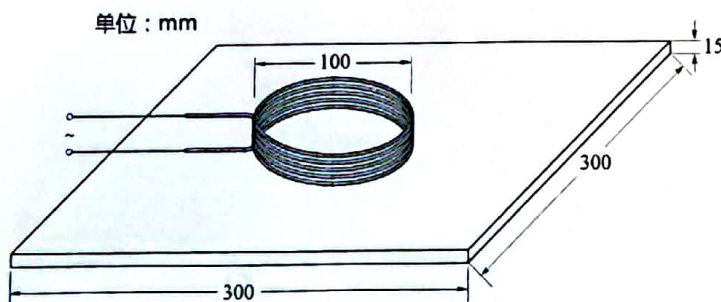


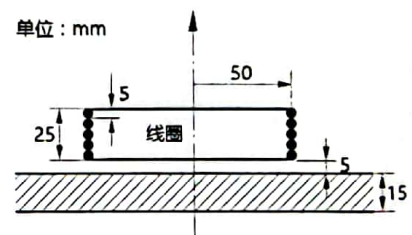
图 1 针-板电场问题

2. 如图 2, 通电螺旋管线圈位于平板材料上方。(1) 若线圈中通入直流电流, 对于铝板或者铁板, 分别画出磁力线分布示意图。(2) 若线圈中通入工频交变电流, 对于铝板和铁板, 分别画出磁力线分布示意图。(3) 如果要计算线圈产生的磁场, 试确定求解的模型, 列出边值问题。你打算选择什么方法求解? 简要说明理由。(4) 预测一下, 随着频率逐渐升高, 线圈的电阻、电感将发生怎样的变化? 平板为铝板和铁板, 上述变化趋势会有何不同吗?

(电磁场问题的解跟系统的几何关系密切相关。本题各部件参考尺寸如图 2 所示。另设材料电导率: $\gamma_{Al} = 3.5 \times 10^7 \text{ S/m}$, $\gamma_{Fe} = 1 \times 10^7 \text{ S/m}$; 相对磁导率: 铝为 1, 铁为 1000。)



(a) 三维模型



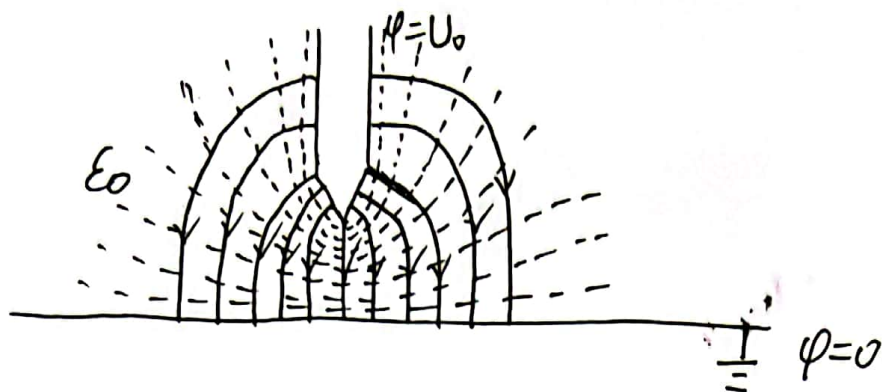
(b) 线圈尺寸

图 2 导体平板上方的线圈

3. 写出一个在生活、学习或工作中遇到的困惑你或者你认为有价值的电磁场问题, 并简要说明理由。

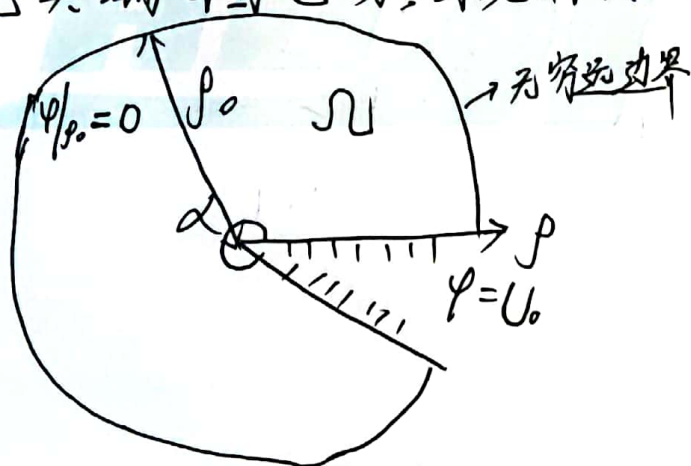


1、 (1)



- (2) 跟尖端的形状、曲率、夹角有关。
其中曲率是越影响较为显著的因素。
曲率越小，即针尖越尖，电场强度越大。

- (3) 因只关心尖端周围电场，因此对尖端建立极坐标系：



求解区域为 Ω ，则边值问题为：

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2} = 0 \\ \varphi(\rho, \phi) = 0 \quad (\text{无穷远处电场为0}) \\ \varphi(\rho, 0) = \varphi(\rho, \alpha) = 0 \end{cases}$$



华中科技大学

Huazhong University of Science and Technology

(4) 用分离变量法可得其解析解: (也可用有限元仿真求解)

这里给出解析法求解.

$$\varphi(\rho, \phi) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \rho^{\frac{n\alpha}{\alpha}} \sin \frac{n\phi}{\alpha}$$

代入边界条件即可求出 C_n

又: $n=1$ 分量较大, 因此只需给出 $n=1$ 时的 E_1 解析式.

$$\vec{E}_1 = \frac{4U_0}{\rho_0 \alpha} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\pi\alpha}{\alpha}} \left(\sin \frac{\pi\phi}{\alpha} \vec{e}_\rho + \cos \frac{\pi\phi}{\alpha} \vec{e}_\phi\right)$$

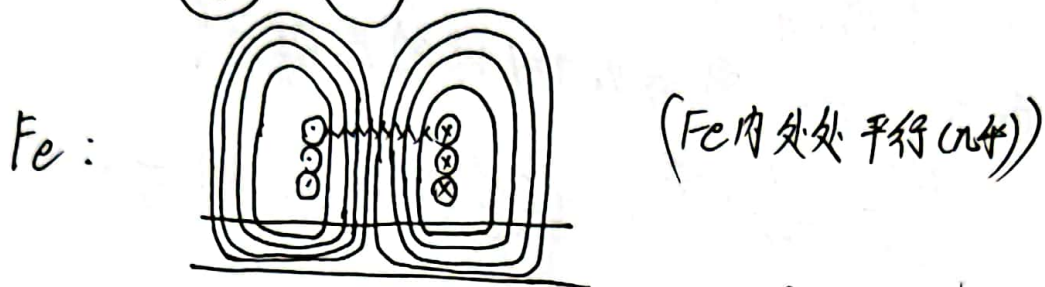
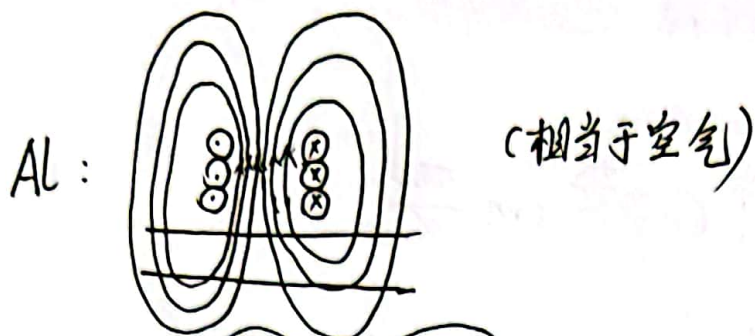
($\alpha > \pi$)

可以看出当 $\rho \rightarrow 0$ 时 $\rho^{\frac{\pi\alpha}{\alpha}} = \frac{1}{\rho^{\frac{\pi}{\alpha}}} \rightarrow \infty$

即尖端处电场强度非常大.

2. (1) 对于直流电, 无涡流。

Al: $\mu_r = 1$ $\mu_{Fe} = 1000$



(2) 对于交流电, 存在涡流

$\omega = 2\pi f = 100\pi$ $\mu_r = 4\pi \times 10^{-7} N/A$

$\gamma_{Al} = 3.5 \times 10^7 S/m$ $\gamma_{Fe} = 1 \times 10^7 S/m$

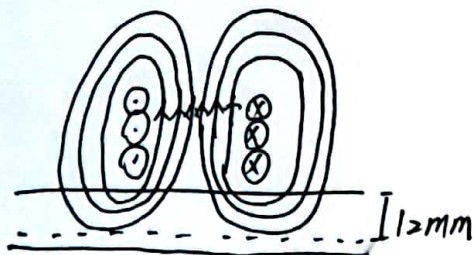
$\therefore d = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}}$ 工频下:

$\mu_{rAl} = 1$ $\mu_{rFe} = 1000$

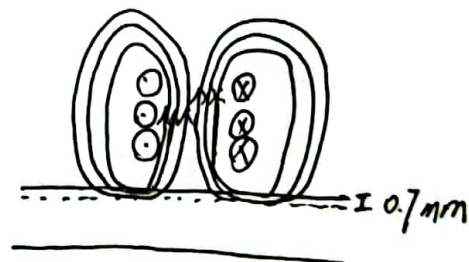
$\therefore d_{Al} = 12mm$ $d_{Fe} = 0.7118mm$

例

Al



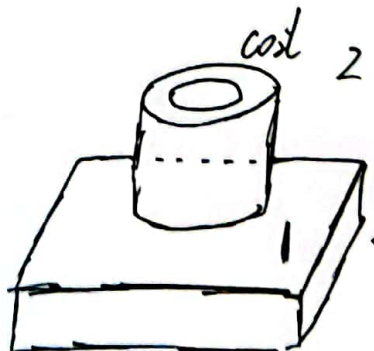
Fe



(3) 由于区域内有空气以及金属板

设金属板内区域为1

空气区域为2





华中科技大学

Huazhong University of Science and Technology

①

直流情况下边值问题:

$$\begin{cases} \nabla \times H = J \\ \nabla \cdot B = 0 \\ B_1 = \mu_0 \mu_r H_1 \\ B_2 = \mu_0 H_2 \\ H_{1t} = H_{2t} \\ B_{1n} = B_{2n} \end{cases}$$

直流情况下是静磁场。

~~即直流情况下对于该问题不存在涡流。~~

若用库仑规范 $\nabla \cdot A = 0$

导体区域用 φ_m 位函数求解;

空气区域用 A 位函数求解。

② 交流情况下, 金属板内有涡流。

金属板内涡流场求解,

空气中磁准静态场求解。

因此, 若采用库仑规范 $\nabla \cdot A = 0$

导体区域用 $A-\varphi$ 联用求解。

空气区域用 A 位函数求解。

$$\nabla \times H_2 = J$$

$$\nabla \cdot B_2 = 0$$

$$\nabla \cdot H_1 + k^2 H_1 = 0$$

$$B_1 = \mu_0 \mu_r H_1$$

$$B_2 = \mu_0 H_2$$

$$H_{1t} = H_{2t}$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$

14) 随着频率升高, 线圈的电阻电感均会变大。

$$d = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}} \quad \omega \uparrow \quad d \downarrow$$

d_{Fe} 本来就小, 所以 d_{Fe} 变化趋势小, 从而线圈电阻电感变化趋势不大。

$$\text{参考 } R = \begin{cases} \frac{\pi \alpha^2 \omega^2 \mu \gamma N^2}{4 l^2} & (cd > a) \\ \frac{2 \pi a N^2 \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}}}{l^2} & (cd < \frac{a}{5}) \end{cases}$$

铝板集肤深度大, 因此铝板电阻、电感随频率的变化趋势比铁板要大



6 944192 704237