

```
import numpy as np
from math import factorial
```

Задача №1. Случайная непрерывная величина А имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800]. Найдите ее среднее значение и дисперсию.

Для определения среднего значения и дисперсии непрерывной СВ А на промежутке (200, 800] будем использовать формулы нахождения математического ожидания:

$$M(X) = \frac{a + b}{2}$$

и дисперсии:

$$D(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

```
def avg_A (a, b):
    avg_A = (a + b) / 2
    return avg_A
```

```
avg_A (200, 800)

500.0
```

Ответ: среднее значение непрерывной СВ А = **500**

```
def variance(a, b):
    d = (b - a)**2 / 12
    return d
```

```
variance(200, 800)

30000.0
```

Ответ: дисперсия непрерывной СВ А = **30000**

Задача №2. О случайной непрерывной равномерно распределенной величине В известно, что ее дисперсия равна 0.2. Можно ли найти правую границу величины В и ее среднее значение зная, что левая граница равна 0.5? Если да, найдите ее.

Для определения правой границы непрерывной СВ В воспользуемся формулой нахождения дисперсии, и выведем из данной формулы формулу нахождения правой границы b.

$$D(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

где:

дисперсия $D(X) = 0.2$,
левая граница $a = 0.5$

Найдём b:

$$0.2 = \frac{(b-0.5)^2}{12}$$
$$b = 0.5 + \sqrt{2.4}$$

```
b = round((a + 2.4 ** (1/2)), 4)
```

```
b

2.0492
```

Ответ: значение правой границы непрерывной СВ В **b= 2.0492**

Среднее значение непрерывной СВ В найдем по формуле нахождения математического ожидания:

$$M(X) = \frac{a + b}{2}$$

```
def avg_B (a, b):
    avg_B = (a + b) / 2
    return avg_B
```

```
avg_B (0.5, 2.0492)

1.2746
```

Ответ: среднее значение непрерывной СВ В **avg_B = 1.2746**

Задача №3. Непрерывная случайная величина X распределена нормально и задана плотностью распределения:

$$f(x) = (1/(4 * \sqrt{2\pi})) * \exp(-(x + 2) ** 2 / 32)$$

Найдите:

- а) M(X)
- б) D(X)
- в) std(X) (среднее квадратичное отклонение)

Для нахождения математического ожидания M(x), дисперсии D(x), среднего квадратичного отклонения std(X) воспользуемся общей формулой плотности нормального распределения:

$$f(x) = \frac{1}{4 * \sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x+2)^2}{32}}$$

$$M(X) = a = -2$$

$$\sigma = 4$$

$$D(X) = \sigma^2 = 16$$

Ответ:

$$M(X) = -2$$

$$D(X) = 16$$

$$\sigma = 4$$

Задача №4. Рост взрослого населения города X имеет нормальное распределение. Причем, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см.

Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:

- а) больше 182 см
- б) больше 190 см
- в) от 166 см до 190 см
- г) от 166 см до 182 см
- д) от 158 см до 190 см
- е) не выше 150 см или не ниже 190 см
- ё) не выше 150 см или не ниже 198 см
- ж) ниже 166 см.

Воспользуемся формулой расчёта Z-значения:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

```
mu = 174
sigma = 8
```

```
def z(x):
    z = (x - mu) / sigma
    return z
```

Для расчёта вероятности будем использовать Z-таблицу

а) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: больше 182 см

```
z_a = z(182)
```

```
z_a

1.0
```

По Z-таблице для $z_a = 1.0$ вероятность $p = 0.84134$

$$p = 0.84134$$

$$p_a = \text{round}((1 - p), 5)$$

$$p_a$$

$$0.15866$$

Ответ: $p_a = 0.15866$

б) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: больше 190 см

$$z_b = z(190)$$

$$z_b$$

$$2.0$$

По Z-таблице для $z_b = 2.0$ вероятность $p = 0.97725$

$$p = 0.97725$$

$$p_b = \text{round}((1 - p), 5)$$

$$p_b$$

$$0.02275$$

Ответ: $p_b = 0.02275$

в) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: от 166 см до 190 см

$$z_1 = z(166)$$

$$z_1$$

$$-1.0$$

По Z-таблице для $z_1 = -1.0$ вероятность $p_1 = 0.15866$

$$p_1 = 0.15866$$

$$z_2 = z(190)$$

$$z_2$$

$$2.0$$

По Z-таблице для $z_2 = 2.0$ вероятность $p_2 = 0.97725$

$$p_2 = 0.97725$$

$$p_c = \text{round}((p_2 - p_1), 5)$$

$$p_c$$

$$0.81859$$

Ответ: $p_c = 0.081859$

г) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: от 166 см до 182 см

$$z_1 = z(166)$$

$$z_1$$

$$-1.0$$

По Z-таблице для $z_1 = -1.0$ вероятность **$p_1 = 0.15866$**

$$p_1 = 0.15866$$

Значение p_2 примем из выше приведенного решения в пункте а) **$p_2 = 0.84134$**

$$p_2 = 0.84134$$

$$p_d = \text{round}((p_2 - p_1), 5)$$

$$p_d$$

$$0.68268$$

Ответ: $p_d = 0.68268$

д) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: от 158 см до 190 см

$$z_1 = z(158)$$

$$z_1$$

$$-2.0$$

По Z-таблице для $z_1 = -2.0$ вероятность **$p_1 = 0.02275$**

$$p_1 = 0.02275$$

Значение p_2 примем из выше приведенного решения в пункте в) **$p_2 = 0.97725$**

$$p_2 = 0.97725$$

$$p_e = \text{round}((p_2 - p_1), 5)$$

$$p_e$$

$$0.9545$$

Ответ: $p_e = 0.9545$

е) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: не выше 150 см или не ниже 190 см

$$z_1 = z(150)$$

$$z_1$$

$$-3.0$$

По Z-таблице для $z_1 = -3.0$ вероятность **$p_1 = 0.00135$**

$$p_1 = 0.00135$$

Значение p_2 примем из выше приведенного решения в пункте в) **$p_2 = 0.97725$**

$$p_2 = 0.97725$$

$$p_f = \text{round}((p_1 + (1 - p_2)), 5)$$

$$p_f$$

$$0.0241$$

Ответ: $p_f = 0.0241$

ё) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: не выше 150 см или не ниже 198 см

$$z_1 = z(150)$$

$$z_1$$

$$-3.0$$

По Z-таблице для $z_1 = -3.0$ вероятность **$p_1 = 0.00135$**

$$p_1 = 0.00135$$

$$z_2 = z(198)$$

$$z_2$$

$$3.0$$

По Z-таблице для $z_2 = 3.0$ вероятность **$p_2 = 0.99865$**

$$p_2 = 0.99865$$

$$p_g = \text{round}((p_1 + (1 - p_2)), 5)$$

$$p_g$$

$$0.0027$$

Ответ: $p_g = 0.0027$

ж) Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост: ниже 166 см

$$z = z(166)$$

$$z$$

$$-1.0$$

По Z-таблице для $z = -1.0$ вероятность **$p_h = 0.15866$**

$$p_h = 0.15866$$

Ответ: $p_h = 0.15866$

Задача №5. На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой $M(X) = 178$ см и $D(X) = 25$ кв.см?

Для определения на сколько рост человека отклоняется от математического ожидания воспользуемся формулой расчёта Z-значения:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$z = (190 - 178) / (25 ** (1/2))$$

z

2.4

Ответ: Рост человека отклоняется от математического ожидания на **2.4 сигм**