```
import numpy as np
from math import factorial
```

Задача №1. Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150.
Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean):

- среднее арифметическое,
- среднее квадратичное отклонение,
- смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.

1. Среднее арифметическое из выборки выпускников
Определим по следующей формуле:

$$M(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

```
array= np.array([100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150])
```

```
avg_array = sum(array)/len(array)
```

```
avg_array
```

```
65.3
```

Ответ: 65.3

2. Среднее квадратичное отклонение для данной выборки
Определим по следующей формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

```
array_mean_square_deviation = round(np.sqrt(((array - avg_array) ** 2).sum() / len(array)), 2)
```

```
array_mean_square_deviation
```

```
30.82
```

Ответ: 30.82

3. Смещенная и несмещенная оценка дисперсий для данной выборки
Определим по следующим формулам:
смещенная дисперсия:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

несмещенная дисперсия:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

смещенная дисперсия:

```
array_mixed_variance = ((array - avg_array) ** 2).sum() / len(array)
```

```
array_mixed_variance
```

```
950.11
```

Ответ: 950.11

несмещенная дисперсия:

```
array_unmixed_variance = round(((array - avg_array) ** 2).sum() / (len(array)-1), 2)
```

```
array_unmixed_variance
```

```
1000.12
```

Ответ: 1000.12

Задача №2. В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго - 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?

Существует 3 варианта развития событй:

1. из 1-ого ящика вытащили 2 белых мяча, а из 2-ого ящика — 1 белый и 3 не белых,
2. из 1-ого ящика вытащили 1 белый мяч и 1 не белый, а из 2-ого ящика — 2 белых и 2 не белых,
3. из 1-ого ящика вытащили 0 белых мячей, а из 2-ого ящика — 3 белых и 1 не белый.

Вероятность развития события для каждого из вариантов определим по формуле полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A|_{H_i})$$

Где вероятность события A, которая может произойти с одним из событий H_i, равна сумме парных произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующей им условной вероятности наступления события A

```
def argument (n, k):
  return int(factorial(n) / (factorial(k) * factorial(n - k)))
```

1 вариант:

$$P_1 = \frac{C_5^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^1 \cdot C_7^3}{C_{12}^4}$$

```
P1 = round((argument(5, 2)*argument(5, 1)*argument(7, 3))/(argument(8, 2)*argument(12, 4)), 4)
```

```
P1
```

```
0.1263
```

2 вариант:

$$P_2 = \frac{C_5^1 \cdot C_3^1}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_7^2}{C_{12}^4}$$

```
P2 = round((argument(5, 1)*argument(5, 2)*argument(7, 2)*argument(3, 1))/(argument(8, 2)*argument(12, 4)), 4)
```

```
P2
```

```
0.2273
```

3 вариант: $P_3 = \frac{C_3^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^3 \cdot C_7^1}{C_{12}^4}$

```
P3 = round((argument(3, 2)*argument(5, 3)*argument(7, 1))/(argument(8, 2)*argument(12, 4)), 4)
```

```
P3
```

```
0.0152
```

Вероятность события (А) определим следующим образом:

$$P(\text{A}) = P1 + P2 + P3$$

```
PA=P1+P2+P3
```

```
PA
```

```
0.3688
```

Ответ: Вероятность события А составляет: 0.3688

Задача №3. На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень.
Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0.9,
для второго — 0.8,
для третьего — 0.6.
Найти вероятность того, что выстрел произведен:
а) первым спортсменом,
б) вторым спортсменом,
в) третьим спортсменом.

Вероятность того, что выстрел произведен первым спортсменом, вторым и третьим определим используя Теорему Байеса (формулу Байеса), так как событие (попадание в мишень) уже произошло:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) * P(B)}{P(A)}$$

A - попадание в мишень,
B_i - стрелок (1й, 2й, 3й)

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) \cdot P(B_i)}{P(A)}$$

Вероятности выстрела каждым спорстменом равны, так как выстрел один, а спортсменов три.
Вероятность будет равна P(B) = P(B1) = P(B2) = P(B3) = 1/3

```
P_B = 1/3
```

Вероятность наступления события А:

```
P_A = round((P_B*0.9 + P_B*0.8 + P_B*0.6), 4)
```

```
P_A
```

```
0.7667
```

Определим вероятность того, что выстрел произведён одним из спортсменов

1-ый спортсмен:

```
P1 = round((P_B * 0.9 /P_A), 4)
```

```
P1
```

```
0.3913
```

Ответ: 0.3913

2-ой спортсмен:

```
P2 = round((P_B * 0.8 /P_A), 4)
```

```
P2
```

```
0.3478
```

Ответ: 0.3478

3-ий спортсмен:

```
P3 = round((P_B * 0.6 /P_A), 4)
```

```
P3
```

```
0.2609
```

Ответ: 0.2609

Проверка:

```
P=P1+P2+P3
```

```
P
```

```
1.0
```

Задача №4. В университет на факультеты A и B поступило равное количество студентов, а на факультет C студентов поступило столько же, сколько на A и B вместе.
Вероятность того, что студент факультета A сдаст первую сессию, равна 0.8.
Для студента факультета B эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета C - 0.9.
Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится:
а) на факультете A,
б) на факультете B,
в) на факультете C?

Для определения вероятности, что струдент учится на факультете A, B или C определим используя Теорему Байеса (формулу Байеса):

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) * P(B)}{P(A)}$$

A - сдача сессии B_i - факультет студента

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) \cdot P(B_i)}{P(A)}$$

Примем, что:
n - студентов учится на факультете A и B,
2 * n - студентов учится на факультете C, B1 - сессию сдал студент с факультета A
B2 - сессию сдал студент с факультета B
B3 - сессию сдал студент с факультета C
A - событие сессия сдана
События B1, B2, B3 образуют полную группу событий
P(B1) + P(B2) + P(B3) = 1
1/n + 1/n + 1/2n = 1
n = 2.5

```
n=2.5
```

Вероятность наступления события A:

```
P_A = round(((1/n)*0.8 + (1/n)*0.7 + (1/(2*n))*0.9), 4)
```

```
P_A
```

```
0.78
```

По формуле Байеса найдем вероятность того на каком факультете учится студент сдавший сессию

Факультет A

```
P_1= round(((1/n)*0.8/P_A), 4)
```

```
P_1
```

```
0.4103
```

Ответ: 0.4103

Факультет B

```
P_2= round(((1/n)*0.7/P_A), 4)
```

```
P_2
```

```
0.359
```

Ответ: 0.359

Факультет C

```
P_3= round((((1/(2*n)))*0.9/P_A), 4)
```

```
P_3
```

```
0.2308
```

Ответ: 0.2308

Проверка:

```
P=round((P_1+P_2+P_3), 1)
```

```
P
```

```
1.0
```

Задача №5. Устройство состоит из трех деталей.
Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25.
Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя:
а) все детали,
б) только две детали,
в) хотя бы одна деталь,
г) от одной до двух деталей?

Определим вероятность того, что:

а) Из строя выходят все детали

```
P_1 = round(0.1 * 0.2 * 0.25, 4)
```

```
P_1
```

```
0.005
```

Ответ: 0.005

б) Из строя выходят только две детали

```
P_2 = round((0.1 * 0.2 * 0.75 + 0.1 * 0.8 * 0.25 + 0.9 * 0.2 * 0.25), 4)
```

```
P_2
```

```
0.08
```

Ответ: 0.08

в) Из строя выходит хотя бы одна деталь

```
P_3 = round((1 - 0.9 * 0.8 * 0.75), 4)
```

```
P_3
```

```
0.46
```

Ответ: 0.46

г) Из строя выходят от одной до двух деталей

```
P_4 = round((P_3 - P_1), 4)
```

```
P_4
```

```
0.455
```

Ответ: 0.455