

LAPORAN PROYEK – TEKNIK RISET OPERASIONAL

Judul Proyek: menganalisis dan mengoptimalkan sistem distribusi produk dari gudang ke toko retail FreshDrink Distribution Co.

Disusun oleh: Muhammad Arjun Robben

Nama Mahasiswa: Muhammad Arjun Robben

NIM: 231011400740

Kelas: 05TPLM009

Dosen Pengampu:

Program Studi: Teknik Informatika – Universitas Pamulang

Tanggal Pengumpulan: UAS

1. PENDAHULUAN

FreshDrink Distribution Co. adalah perusahaan distributor minuman ringan yang melayani berbagai toko retail di Jabodetabek. Perusahaan memiliki beberapa gudang distribusi dan harus mengirimkan produk ke berbagai toko dengan biaya transportasi yang berbeda-beda.

Permasalahan

- Perusahaan memiliki 3 gudang dengan kapasitas berbeda
- Harus melayani 4 toko retail dengan permintaan spesifik
- Biaya transportasi dari setiap gudang ke setiap toko berbeda

Tujuan: Meminimalkan total biaya transportasi

2. DESKRIPSI STUDI KASUS

Studi kasus melibatkan 3 gudang dan 4 toko dengan kapasitas dan permintaan sebagai berikut:

Kapasitas Gudang:

- Bekasi: 150 unit
- Tangerang: 200 unit
- Depok: 180 unit

Permintaan Toko:

- Jakarta Pusat: 120 unit
- Jakarta Selatan: 110 unit
- Jakarta Timur: 130 unit
- Jakarta Utara: 140 unit

Biaya Transportasi (Rp per Unit)

| Dari/ke | T1 | T2 | T3 | T4 |
|---------|----|----|----|----|
| G1 | 8 | 6 | 10 | 9 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | 7 |
| G3 | 14 | 9 | 16 | 5 |

3. FORMULASI MATEMATIS

VARIABEL KEPUTUSAN

Didefinisikan variabel keputusan x_{ij} sebagai:

x_{ij} = Jumlah unit produk yang dikirim dari Gudang i ke Toko j

Di mana:

- $i \in \{1, 2, 3\}$ adalah indeks gudang
- $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ adalah indeks toko

Sehingga terdapat $3 \times 4 = 12$ variabel keputusan:

| Variabel | Deskripsi |
|----------|------------------------------------------------------------|
| x_{11} | Unit dari Gudang 1 (Bekasi) ke Toko 1 (Jakarta Pusat) |
| x_{12} | Unit dari Gudang 1 (Bekasi) ke Toko 2 (Jakarta Utara) |
| x_{13} | Unit dari Gudang 1 (Bekasi) ke Toko 3 (Jakarta Selatan) |
| x_{14} | Unit dari Gudang 1 (Bekasi) ke Toko 4 (Jakarta Timur) |
| x_{21} | Unit dari Gudang 2 (Tangerang) ke Toko 1 (Jakarta Pusat) |
| x_{22} | Unit dari Gudang 2 (Tangerang) ke Toko 2 (Jakarta Utara) |
| x_{23} | Unit dari Gudang 2 (Tangerang) ke Toko 3 (Jakarta Selatan) |
| x_{24} | Unit dari Gudang 2 (Tangerang) ke Toko 4 (Jakarta Timur) |
| x_{31} | Unit dari Gudang 3 (Depok) ke Toko 1 (Jakarta Pusat) |
| x_{32} | Unit dari Gudang 3 (Depok) ke Toko 2 (Jakarta Utara) |
| x_{33} | Unit dari Gudang 3 (Depok) ke Toko 3 (Jakarta Selatan) |
| x_{34} | Unit dari Gudang 3 (Depok) ke Toko 4 (Jakarta Timur) |

FUNGSI TUJUAN

Tujuan: Meminimalkan total biaya transportasi

Formulasi Matematika:

$$\text{Minimize } Z = 8x_{11} + 6x_{12} + 10x_{13} + 9x_{14} + \\ 9x_{21} + 12x_{22} + 13x_{23} + 7x_{24} + \\ 14x_{31} + 9x_{32} + 16x_{33} + 5x_{34}$$

Dalam Bentuk Umum:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 c_{ij} \times x_{ij}$$

Matriks Biaya (c_{ij}):

| | T1 | T2 | T3 | T4 |
|----|----|----|----|----|
| G1 | 8 | 6 | 10 | 9 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | 7 |
| G3 | 14 | 9 | 16 | 5 |

Interpretasi:

Fungsi tujuan ini menghitung total biaya transportasi dengan mengalikan jumlah unit yang dikirim (x_{ij}) dengan biaya transportasi per unit (c_{ij}) untuk setiap rute, kemudian menjumlahkan semua biaya tersebut.

KENDALA (CONSTRAINTS)

Kendala Kapasitas Gudang (Supply Constraints):

Total pengiriman dari setiap gudang tidak boleh melebihi kapasitasnya.

Kendala Gudang 1 (Bekasi - Kapasitas 150 unit):

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 150$$

Kendala Gudang 2 (Tangerang - Kapasitas 200 unit):

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 200$$

Kendala Gudang 3 (Depok - Kapasitas 180 unit):

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 180$$

Bentuk Umum:

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} \leq S_i \quad \text{untuk } i = 1, 2, 3$$

Di mana S_i adalah kapasitas gudang i .

Kendala Permintaan Toko (Demand Constraints)

Total pengiriman ke setiap toko harus memenuhi permintaannya secara tepat.

Kendala Toko 1 (Jakarta Pusat - Permintaan 120 unit):

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 120$$

Kendala Toko 2 (Jakarta Utara - Permintaan 140 unit):

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 140$$

Kendala Toko 3 (Jakarta Selatan - Permintaan 110 unit):

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 110$$

Kendala Toko 4 (Jakarta Timur - Permintaan 130 unit):

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 130$$

Bentuk Umum:

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} = D_j \quad \text{untuk } j = 1, 2, 3, 4$$

Di mana D_j adalah permintaan toko j .

Kendala Non-Negatif

Jumlah unit yang dikirim tidak boleh negatif.

$x_{ij} \geq 0$ untuk semua $i \in \{1, 2, 3\}$ dan $j \in \{1, 2, 3, 4\}$

MODEL LENGKAP

Formulasi Standar Linear Programming:

Minimize:

$$Z = 8x_{11} + 6x_{12} + 10x_{13} + 9x_{14} + 9x_{21} + 12x_{22} + 13x_{23} + 7x_{24} + 14x_{31} + 9x_{32} + 16x_{33} + 5x_{34}$$

Subject to:

Supply Constraints:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 150 \quad (\text{Gudang 1})$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 200 \quad (\text{Gudang 2})$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 180 \quad (\text{Gudang 3})$$

Demand Constraints:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 120 \quad (\text{Toko 1})$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 140 \quad (\text{Toko 2})$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 110 \quad (\text{Toko 3})$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 130 \quad (\text{Toko 4})$$

Non-Negativity:

$$x_{ij} \geq 0 \text{ untuk semua } i, j$$

VERIFIKASI KELAYAKAN (FEASIBILITY CHECK)

Cek Total Supply vs Total Demand:

Total Supply:

$$S_{\text{total}} = 150 + 200 + 180 = 530 \text{ unit}$$

Total Demand:

$$D_{\text{total}} = 120 + 140 + 110 + 130 = 500 \text{ unit}$$

Kesimpulan:

$$S_{\text{total}} (530) > D_{\text{total}} (500)$$

Masalah FEASIBLE - Total supply melebihi total demand sebesar 30 unit, sehingga semua permintaan dapat dipenuhi. Ini adalah Unbalanced Transportation Problem dengan excess supply.

KARAKTERISTIK MODEL

| Karakteristik | Nilai | Keterangan |
|---------------------|----------------------|---------------------------|
| Tipe Masalah | Transportasi Problem | Linear Programming khusus |
| Jumlah Sumber (m) | 3 | Gudang |
| Jumlah Tujuan (n) | 4 | Toko |
| Jumlah Variabel | 12 | $m \times n$ |
| Jumlah Kendala | 7 | $m + n$ |
| Balanced/Unbalanced | Unbalanced | Supply > Demand |
| Excess Supply | 30 unit | 530 – 500 |
| Tujuan | Minimasi | Biaya Transportasi |

SOLUSI METODE

Model ini dapat diselesaikan menggunakan:

1. Metode Manual:
 - Northwest Corner Method (Initial Basic Feasible Solution)
 - Least Cost Method (Initial BFS)
 - Vogel's Approximation Method/VAM (Initial BFS)
 - MODI Method / Stepping Stone (Optimality Test)
2. Software/Tools:
 - Excel Solver (Simplex LP)
 - Python (PuLP, SciPy Optimize)
 - LINGO
 - MATLAB

EXPECTED OUTPUT

Solusi optimal akan memberikan:

1. Nilai x_{ij} optimal - Jumlah unit yang harus dikirim dari setiap gudang ke setiap toko
2. Nilai Z optimal - Total biaya transportasi minimum
3. Shadow Price - Nilai marginal dari kendala (sensitivitas)
4. Slack Variables - Kelebihan kapasitas gudang yang tidak digunakan
5. Reduced Cost - Biaya untuk memaksa variabel non-basic menjadi basic

ASUMSI MODEL

1. Biaya transportasi bersifat linear (proporsional dengan jumlah unit)
2. Tidak ada diskon volume atau biaya tetap
3. Semua gudang dapat mengirim ke semua toko
4. Tidak ada batasan waktu atau jadwal pengiriman
5. Tidak ada kendala kapasitas kendaraan
6. Produk bersifat homogen (identik dari semua gudang)
7. Biaya transportasi sudah mencakup semua biaya terkait

Catatan: Model ini merupakan formulasi dasar untuk Tugas UTS. Pada Tugas UAS, model dapat diperluas dengan menambahkan:

- Gudang atau toko tambahan
- Kendala kapasitas kendaraan
- Kendala time window
- Multiple product types
- Biaya tetap (fixed cost)
- Dan skenario lainnya

4. SOLUSI DAN PERHITUNGAN

Solusi Manual Step-by-Step

Transportation Problem - FreshDrink Distribution Co.

DATA AWAL

Tabel Transportasi

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply |
|--------|-----|-----|-----|-----|--------|
| G1 | 8 | 6 | 10 | 9 | 150 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 200 |
| G3 | 14 | 9 | 16 | 5 | 180 |
| Demand | 120 | 140 | 110 | 130 | 530 |

Total Supply = 530 unit

Total Demand = 500 unit

Excess Supply = 30 unit (Unbalanced)

METODE 1: NORTHWEST CORNER METHOD

Metode ini mengalokasikan sebanyak mungkin ke sel pojok kiri atas, kemudian bergerak ke kanan atau ke bawah.

Langkah-langkah:

Step 1: Mulai dari sel (G1, T1)

- Supply G1 = 150, Demand T1 = 120
- Alokasi: $\min(150, 120) = 120$
- $x_{11} = 120$
- Sisa Supply G1 = 30, Demand T1 = 0 ✓

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply |
|--------|-------|-----|-----|-----|--------|
| G1 | [120] | - | - | - | 30 |
| G2 | - | - | - | - | 200 |
| G3 | - | - | - | - | 180 |
| Demand | 0 | 140 | 110 | 130 | |

Step 2: Pindah ke (G1, T2)

- Supply G1 = 30, Demand T2 = 140
- Alokasi: $\min(30, 140) = 30$
- $x_{12} = 30$
- Sisa Supply G1 = 0 ✓, Demand T2 = 110

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply |
|--------|-------|------|-----|-----|--------|
| G1 | [120] | [30] | - | - | 0 |
| G2 | - | - | - | - | 200 |
| G3 | - | - | - | - | 180 |
| Demand | 0 | 110 | 110 | 130 | |

Step 3: Pindah ke (G2, T2)

- Supply G2 = 200, Demand T2 = 110
- Alokasi: $\min(200, 110) = 110$

- $x_{22} = 110$
- Sisa Supply G2 = 90, Demand T2 = 0 ✓

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply |
|--------|-------|-------|-----|-----|--------|
| G1 | [120] | [30] | - | - | 0 |
| G2 | - | [110] | - | - | 90 |
| G3 | - | - | - | - | 180 |
| Demand | 0 | 0 | 110 | 130 | |

Step 4: Pindah ke (G2, T3)

- Supply G2 = 90, Demand T3 = 110
- Alokasi: $\min(90, 110) = 90$
- $x_{23} = 90$
- Sisa Supply G2 = 0 ✓, Demand T3 = 20

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply |
|--------|-------|-------|------|-----|--------|
| G1 | [120] | [30] | - | - | 0 |
| G2 | - | [110] | [90] | - | 0 |
| G3 | - | - | - | - | 180 |
| Demand | 0 | 0 | 20 | 130 | |

Step 5: Pindah ke (G3, T3)

- Supply G3 = 180, Demand T3 = 20
- Alokasi: $\min(180, 20) = 20$
- $x_{33} = 20$
- Sisa Supply G3 = 160, Demand T3 = 0 ✓

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply |
|--------|-------|-------|------|-----|--------|
| G1 | [120] | [30] | - | - | 0 |
| G2 | - | [110] | [90] | - | 0 |
| G3 | - | - | [20] | - | 0 |
| Demand | 0 | 0 | 0 | 130 | |

Step 6: Pindah ke (G3, T4)

- Supply G3 = 160, Demand T4 = 130

- Alokasi: $\min(160, 130) = 130$
- $x_{34} = 130$
- Sisa Supply G3 = 30, Demand T4 = 0 ✓

Solusi Akhir Northwest Corner:

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply | Used |
|--------|-------|-------|------|-------|--------|------|
| G1 | [120] | [30] | - | - | 150 | 150 |
| G2 | - | [110] | [90] | - | 200 | 200 |
| G3 | - | - | [20] | [130] | 180 | 150 |
| Demand | 120 | 140 | 110 | 130 | 530 | 500 |

Sisa Supply G3 = 30 unit (tidak digunakan)

Perhitungan Biaya Northwest Corner:

$$Z = (8 \times 120) + (6 \times 30) + (12 \times 110) + (13 \times 90) + (16 \times 20) + (5 \times 130)$$

$$Z = 960 + 180 + 1,320 + 1,170 + 320 + 650$$

$$Z = \text{Rp } 4,600$$

Total Biaya = Rp 4,600

METODE 2: LEAST COST METHOD

Metode ini mengalokasikan ke sel dengan biaya terendah terlebih dahulu.

Langkah-langkah:

Step 1: Cari biaya minimum = 5 (G3 → T4)

- Supply G3 = 180, Demand T4 = 130
- Alokasi: $x_{34} = 130$
- Sisa Supply G3 = 50, Demand T4 = 0 ✓

Step 2: Biaya minimum berikutnya = 6 (G1 → T2)

- Supply G1 = 150, Demand T2 = 140
- Alokasi: $x_{12} = 140$
- Sisa Supply G1 = 10, Demand T2 = 0 ✓

Step 3: Biaya minimum = 7 (G2 → T4) [sudah terpenuhi]

Biaya minimum = 8 (G1 → T1)

- Supply G1 = 10, Demand T1 = 120
- Alokasi: $x_{11} = 10$
- Sisa Supply G1 = 0 ✓, Demand T1 = 110

Step 4: Biaya minimum = 9 (G2 → T1 atau G3 → T2)

Pilih G2 → T1:

- Supply G2 = 200, Demand T1 = 110
- Alokasi: $x_{21} = 110$
- Sisa Supply G2 = 90, Demand T1 = 0 ✓

Step 5: Biaya minimum = 9 (G3 → T2)

- Supply G3 = 50, Demand T2 = 0 [sudah terpenuhi] Pilih biaya berikutnya = 13 (G2 → T3):
- Supply G2 = 90, Demand T3 = 110
- Alokasi: $x_{23} = 90$
- Sisa Supply G2 = 0 ✓, Demand T3 = 20

Step 6: Biaya minimum = 16 (G3 → T3)

- Supply G3 = 50, Demand T3 = 20
- Alokasi: $x_{33} = 20$
- Sisa Supply G3 = 30, Demand T3 = 0 ✓

Solusi Akhir Least Cost:

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply | Used |
|--------|-------|-------|------|-------|--------|------|
| G1 | [10] | [140] | - | - | 150 | 150 |
| G2 | [110] | - | [90] | - | 200 | 200 |
| G3 | - | - | [20] | [130] | 180 | 150 |
| Demand | 120 | 140 | 110 | 130 | 530 | 500 |

Perhitungan Biaya Least Cost:

$$Z = (8 \times 10) + (6 \times 140) + (9 \times 110) + (13 \times 90) + (16 \times 20) + (5 \times 130)$$

$$Z = 80 + 840 + 990 + 1,170 + 320 + 650$$

$$Z = \text{Rp } 4,050$$

Total Biaya = Rp 4,050 (Lebih baik dari Northwest Corner!)

METODE 3: VOGEL'S APPROXIMATION METHOD (VAM)

Metode paling efisien untuk mendapatkan solusi awal yang mendekati optimal.

Konsep:

Untuk setiap baris dan kolom, hitung **penalty** = selisih antara dua biaya terkecil.
Alokasikan ke sel dengan biaya minimum pada baris/kolom dengan penalty tertinggi.

Iterasi 1:

Tabel Awal:

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply | Penalty |
|---------|-------|-------|---------|-------|--------|--------------|
| G1 | 8 | 6 | 10 | 9 | 150 | 6-8=2 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 200 | 7-9=2 |
| G3 | 14 | 9 | 16 | 5 | 180 | 5-9=4 <- MAX |
| Demand | 120 | 140 | 110 | 130 | 530 | |
| Penalty | 8-9=1 | 6-9=3 | 10-13=3 | 5-7=2 | | |

Penalty maksimum = 4 (baris G3)

Biaya minimum di G3 = 5 (G3 → T4)

Alokasi: $x_{34} = \min(180, 130) = 130$

Update tabel (T4 terpenuhi):

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply |
|--------|-----|-----|-----|----|--------|
| G1 | 8 | 6 | 10 | - | 150 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | - | 200 |
| G3 | 14 | 9 | 16 | - | 50 |
| Demand | 120 | 140 | 110 | 0 | |

Iterasi 2:

| | T1 | T2 | T3 | Supply | Penalty |
|---------|-------|-------|---------|--------|---------------|
| G1 | 8 | 6 | 10 | 150 | 6-8=2 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | 200 | 9-12=3 |
| G3 | 14 | 9 | 16 | 50 | 9-14=5 <- MAX |
| Demand | 120 | 140 | 110 | | |
| Penalty | 8-9=1 | 6-9=3 | 10-13=3 | | |

Penalty maksimum = 5 (baris G3)

Biaya minimum di G3 = 9 (G3 → T2)

Alokasi: $x_{32} = \min(50, 140) = 50$

Iterasi 3:

| | T1 | T2 | T3 | Supply | Penalty |
|---------|-------|--------|---------|--------|---------------|
| G1 | 8 | 6 | 10 | 150 | 6-8=2 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | 200 | 9-12=3 <- Max |
| G3 | 14 | - | 16 | 0 | - |
| Demand | 120 | 90 | 110 | | |
| Penalty | 8-9=1 | 6-12=6 | 10-13=3 | | |

Penalty maksimum = 6 (kolom T2)

Biaya minimum di T2 = 6 (G1 → T2)

Alokasi: $x_{12} = \min(150, 90) = 90$

Iterasi 4:

| | T1 | T2 | T3 | Supply | Penalty |
|---------|-------|----|---------|--------|---------------|
| G1 | 8 | - | 10 | 60 | 8-10=2 |
| G2 | 9 | 12 | 13 | 200 | 9-13=4 <- MAX |
| Demand | 120 | 0 | 110 | | |
| Penalty | 8-9=1 | - | 10-13=3 | | |

Penalty maksimum = 4 (baris G2)

Biaya minimum di G2 = 9 (G2 → T1)

Alokasi: $x_{21} = \min(200, 120) = 120$

Iterasi 5 & 6 (Sisa):

$x_{22} = 0, x_{23} = 80, x_{11} = 0, x_{13} = 60, x_{33} = 30$

Solusi Akhir VAM:

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply | Used |
|--------|-------|------|------|-------|--------|------|
| G1 | 0 | [90] | [60] | - | 150 | 150 |
| G2 | [120] | - | [80] | - | 200 | 200 |
| G3 | - | [50] | [30] | [130] | 180 | 210* |
| Demand | 120 | 140 | 110 | 130 | | 500 |

*Note: Terjadi over-allocation pada G3 (30 unit excess)

Perbaikan Solusi VAM (Balanced):

| | T1 | T2 | T3 | T4 | Supply | Used |
|--------|-------|------|------|-------|--------|------|
| G1 | 0 | [90] | [60] | - | 150 | 150 |
| G2 | [120] | - | [50] | - | 170 | 170 |
| G3 | - | [50] | 0 | [130] | 180 | 180 |
| Demand | 120 | 140 | 110 | 130 | | 500 |

Perhitungan Biaya VAM:

$$Z = (6 \times 90) + (10 \times 60) + (9 \times 120) + (13 \times 50) + (9 \times 50) + (5 \times 130)$$

$$Z = 540 + 600 + 1,080 + 650 + 450 + 650$$

$$Z = \text{Rp } 3,970$$

Total Biaya = Rp 3,970 (Terbaik!)

PERBANDINGAN METODE

| Metode | Total Biaya | Keterangan |
|------------------|-------------|-----------------------------------------|
| Northwest Corner | Rp 4,600 | Paling sederhana, hasil kurang optimal |
| Least Cost | Rp 4,050 | Lebih baik, fokus pada biaya rendah |
| VAM | Rp 3,970 | Terbaik, pertimbangkan opportunity cost |

UJI OPTIMALITAS DENGAN MODI METHOD

Untuk memastikan solusi VAM sudah optimal, gunakan MODI Method (Modified Distribution).

Langkah MODI:

1. Hitung u_i dan v_j untuk setiap basic variable

2. **Hitung opportunity cost** untuk non-basic variable
3. **Jika semua opportunity cost ≥ 0** , solusi optimal
4. **Jika ada yang negatif**, lakukan iterasi stepping stone

[Perhitungan MODI detail akan dilakukan dengan software untuk verifikasi]

KESIMPULAN SOLUSI MANUAL

Solusi Terbaik (VAM):

- G1 → T2: 90 unit (Rp 540)
- G1 → T3: 60 unit (Rp 600)
- G2 → T1: 120 unit (Rp 1,080)
- G2 → T3: 50 unit (Rp 650)
- G3 → T2: 50 unit (Rp 450)
- G3 → T4: 130 unit (Rp 650)

Total Biaya Minimum: Rp 3,970

Catatan: Solusi ini akan diverifikasi menggunakan Excel Solver dan Python untuk memastikan optimalitas.

5. ANALISIS DAN INTERPRETASI HASIL

6. EKSPLORASI / SIMULASI

7. KESIMPULAN

8. DAFTAR PUSTAKA

9. LAMPIRAN