波动光学基础

光是电磁波

电磁波的波源：凡是做**加速运动**的电荷或电荷系都是发射电磁波的波源。加速运动的电荷在其周围空间产生**变化的电场**，变化的电场又产生**变化的磁场**，这种电场和磁场互相激发、由近及远地传播，就形成了电磁波。

电磁波是横波，是电场强度 $\boldsymbol{E}$ 与磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 的矢量波。

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{E}_0\cos\omega(t-\frac{r}{u})$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{H}_0\cos\omega(t-\frac{r}{u})$$

- $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$: 电场强度矢量，描述空间某点在某一时刻电场的强弱与方向。
- $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$: 磁场强度矢量，描述空间某点在某一时刻磁场的强弱与方向。
- $\boldsymbol{r}$: 从坐标原点到场点的**矢径**（位矢）。
- u: 电磁波在均匀介质中的**传播速率**。

平面简谐电磁波的特性

1. **电磁波场矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$** 在同一地点同时存在，相位相同，并以相同的速度传播。
2. $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 互相垂直，且两者都与波的传播方向（波速 $\boldsymbol{u}$ 的方向）垂直，$\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{u}$ 三者满足**右手螺旋定则**。
3. 在空间任意一点处，$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的**振幅在量值上满足关系**：

$$\sqrt{\varepsilon}E_0=\sqrt{\mu}H_0$$

   其中 $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$, $\mu=\mu_r\mu_0$ 分别是介质的总介电常数和总磁导率。
4. 电磁波的传播速率 u 由介质的介电常数 ε 和磁导率 μ **共同决定**：

$$u=\sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}$$

> 💡 **提示**：

> - 在**真空**中，$\varepsilon_r = 1, \mu_r = 1$，电磁波的传播速率即为真空中的光速：
>
> $$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 2.9979 \times 10^8 \mathrm{m/s}$$
>
> - ε_0 是**真空介电常数**，μ_0 是**真空磁导率**，都是基本物理常数。
> - ε_r 是介质的**相对介电常数**（或称**介电常数**），μ_r 是介质的**相对磁导率**。

5. 电磁波在两种不同介质的分界面上会发生**反射**和**折射**。电磁波在真空中的速率 c 与在某种介质中的速率 u 之比称为该介质的**绝对折射率** n（简称折射率）：

   $$n = \frac{c}{u} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$$

   对于**非铁磁性介质**，$\mu_r \approx 1$，因此折射率 n 可近似为：

   $$n \approx \sqrt{\varepsilon_r}$$

电磁波的能量

电磁波是电磁场在空间的传播，电磁场是具有能量的，电磁波的传播伴随着电磁能的传播，电磁波所携带的电磁能也称辐射能。单位时间通过垂直电磁波传播方向单位面积的辐射能称为能流密度。

已知电场和磁场的能量密度分别为：

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2, \quad w_m = \frac{1}{2}\mu H^2$$

所以电磁场总的能量密度为：

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2)$$

设在垂直于电磁波传播方向上取一面积元 dA，则在 dt 时间内通过面积元 dA 的辐射能应为 $wudAdt$，则能流密度（即坡印廷矢量的大小）为：

$$S = \frac{wudAdt}{dAdt} = wu = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2)\sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}$$

也可表示为：

$$S = EH$$

$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{u}$ 三者构成右螺旋关系，而辐射能的传播方向与波速一致，因此，坡印廷矢量可表示为：

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$$

对平面简谐电磁波，上式可写成：

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E_0}\times\boldsymbol{H_0}\cos^2\omega(t-\frac{r}{u})$$

显然 $\boldsymbol{S}$ 的大小在极大值与极小值之间做周期性变化。频率很高时，$\boldsymbol{S}$ 是一个随时间变化很快的函数，难以测量，因此我们用求平均值的方法量度电磁波能流密度的大小。在一个周期 T 内平均能流密度的大小用 I 表示，有：

$$I=\langle S\rangle=\frac{1}{T}\int_t^{t+T}EHdt$$

其中符号 $\langle\ \rangle$ 表示对时间的平均。

在光学中通常把平均能流密度 I 称为光强。

平面简谐电磁波的平均能流密度为：

$$I=\frac{1}{T}\int_t^{t+T}E_0H_0\cos^2\omega(t-\frac{r}{u})dt=\frac{1}{2}E_0H_0=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2$$

平均能流密度正比于电磁波中电场强度振幅的平方。

一般常用平均能流密度的相对大小而不是其绝对值，此时：

$$I=\frac{1}{2}E_0^2$$

该表达式是从平面简谐波导出并且定义的，但是其对一般类型的波也是适用的，至少可作近似表达式。

光的特性

- 可见光的波长范围为 **0.4 ~ 0.76 μm**（微米）。
- 对应的频率范围为 **7.5×10^{14} Hz ~ 3.9×10^{14} Hz**。
- 引起视觉和光化学效应的是光波中的**电场矢量 $\boldsymbol{E}$**。
- 由于带电粒子受电场的作用力远大于磁场作用力，因此常将 $\boldsymbol{E}$ 矢量称为**光矢量**。
- 光强通常用 $\boldsymbol{E}$ 表示而不用 $\boldsymbol{H}$。

光源与光波的叠加

光源

光源：指发光的物体。任何发光过程都伴随着物体内部的能量变化。

发光机理：当原子或分子从**高能态**跃迁到**低能态**时，如果能量以光的形式释放，物体就会发光。

常见发光过程：

- **热辐射**：物体因加热而发光（如白炽灯）。
- **电致发光**：电能直接转换为光能（如LED、气体放电）。
- **光致发光**：物质吸收光子后重新辐射出光（如荧光、磷光）。
- **化学发光**：化学反应过程中产生的光（如萤火虫）。

光源发出的光是大量**简谐波**的叠加，这些光波的**频率**和**振幅**通常各不相同。

光波的叠加

干涉现象

当两束光波满足以下相干条件时：

1. **频率相同**
2. **振动方向平行**
3. **相位差恒定**

在光波重叠区域会出现：

- 某些点合成光强**大于**分光强之和
- 某些点合成光强**小于**分光强之和
- 形成明暗相间、稳定分布的**干涉条纹**

这种叠加称为**相干叠加**，满足条件的光称为**相干光**。

不满足相干条件的叠加称为**非相干叠加**。

数学描述

设两光波在 P 点的振动方程为：

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega_1 t - \frac{\omega_1 r_1}{u} + \varphi_1)$$

$$E_2 = E_{02}\cos(\omega_2 t - \frac{\omega_2 r_2}{u} + \varphi_2)$$

P 点的合光矢量 $\boldsymbol{E}_P$ 为：

$$\boldsymbol{E}_P = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2$$

合振动的光强 I_P 与合振幅的平方成正比，即：

$$\begin{aligned} I_P \propto E_P^2 &= (\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2)^2 \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2\boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \end{aligned}$$

对时间求平均后，得到合成光强：

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \rangle$$

其中第三项 $2\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \rangle$ 称为干涉项，决定了两光波叠加的性质。

干涉项 $\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \rangle$ 的展开

两项点积的结果为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 &= E_{01}E_{02}\cos(\omega_1 t + \alpha_1)\cos(\omega_2 t + \alpha_2) \\ &= \frac{1}{2}E_{01}E_{02}\left\{\cos[(\omega_1 + \omega_2)t + (\alpha_1 + \alpha_2)] + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\alpha_1 - \alpha_2)]\right\} \end{aligned}$$

其中 $\alpha_1 = -\frac{\omega_1 r_1}{u} + \varphi_1, \alpha_2 = -\frac{\omega_2 r_2}{u} + \varphi_2$。

对时间求平均：

$$\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \rangle = \frac{1}{2}E_{01}E_{02}\langle\cos[(\omega_1 + \omega_2)t + (\alpha_1 + \alpha_2)]\rangle + \frac{1}{2}E_{01}E_{02}\langle\cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\alpha_1 - \alpha_2)]\rangle$$

叠加类型分析

1. 非相干叠加（干涉项为零）：

- 当 $\boldsymbol{E}_1 \perp \boldsymbol{E}_2$ 时，$\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \rangle = 0$。
- 当 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时，$\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \rangle = 0$。
- 当 $\omega_1 = \omega_2$ 但相位差 $(\varphi_1 - \varphi_2)$ 不恒定，时间平均 $\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \rangle = 0$。

此时合成光强为两光强直接相加：

$$I_P = I_1 + I_2$$

2. 相干叠加：
当满足相干条件时，干涉项不为零。设 $\omega_1 = \omega_2 = \omega$，相位差 $\Delta\varphi$ 恒定：

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$$

其中相位差：

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\omega}{c}(r_1 - r_2)$$

💡 *对于更普遍（所有电磁波）的情况，c可以替换为u，即*

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\omega}{u}(r_1 - r_2)$$

- 当 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$) 时，$\cos(\Delta\varphi) = 1$，出现**明条纹**：

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

- 当 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$) 时，$\cos(\Delta\varphi) = -1$，出现**暗条纹**：

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

- 特别地，当 $I_1 = I_2 = I_0$ 时：

$$I_{\max} = 4I_0, \quad I_{\min} = 0$$

  干涉条纹对比度最大，效果最明显。

通常取可见度 η 作为条纹清晰度的量度：

$$\eta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

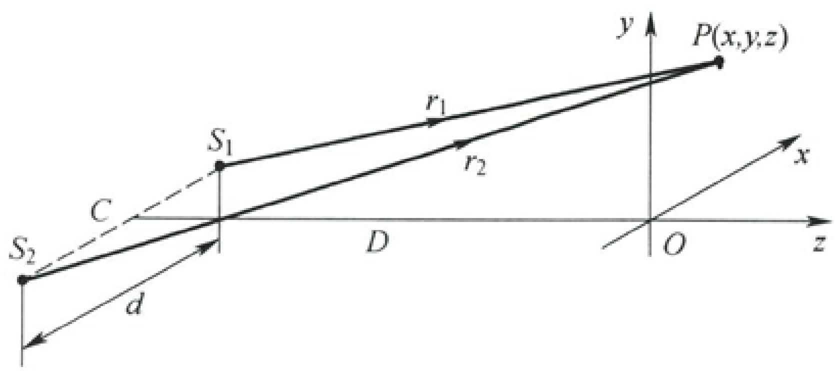
可以看出，当 $I_{\min} = 0$ (暗纹全暗) 时，$\eta = 1$，此时条纹最清晰；当 $I_{\min} \to I_{\max}$ 时，$\eta \to 0$，条纹模糊不清。

总结：
干涉项不为零时，光波的叠加称为相干叠加，产生稳定的干涉图样。

两束光产生干涉的条件（称为相干条件）有：

- 频率相同
- 相位差恒定
- 光矢量振动方向平行

获得相干光的方法：杨氏双缝实验



实验装置与假设

- $S_1S_2 = d$：双缝间距
- D：双缝到屏幕的距离
- $D \gg d$：实现近似计算的关键条件
- P：屏上任意一点，坐标为 (x, y)
- r_1, r_2：分别表示 S_1, S_2 到 P 点的距离

波程差推导

根据几何关系：

$$r_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$$

两式相减：

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd$$

波程差表达式：

$$\delta = r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_2 + r_1}$$

利用近似条件 $D \gg d$:

$$r_2 + r_1 \approx 2D$$

得到波程差的近似表达式:

$$\delta = \frac{xd}{D}$$

相应的两相干波在 P 点相位差为:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 + \frac{\omega}{c}\delta = \varphi_1 - \varphi_2 + \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

由实验条件知 $\varphi_1 = \varphi_2$，可得两相干波在 P 点的相位差:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xd}{D}$$

干涉条件与条纹特征

明纹条件（相长干涉）:

$$\delta = \frac{xd}{D} = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, ...)$$

明纹位置:

$$x = \pm k\frac{D\lambda}{d}$$

暗纹条件（相消干涉）:

$$\delta = \frac{xd}{D} = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, ...)$$

暗纹位置:

$$x = \pm(2k+1)\frac{D\lambda}{2d}$$

条纹的位置只与 x 有关，条纹的走向是平行于 y 轴的。

1. **条纹间距**：
   屏上相邻明条纹或相邻暗条纹间距为：

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$$

   由于光的波长 λ 值很小，只有 d 足够小而 D 足够大，使得干涉条纹间距 Δx 大到可以分辨，才会观察到干涉条纹。对一定波长 λ 的单色光，相邻条纹间距相等。
2. **波长测量**：
   对入射的单色光，若已知 d 和 D 值，可以测出 k 级条纹与中央明条纹的距离而算出单色光的波长 λ 值。
3. **波长与条纹关系**：
   若 d 与 D 保持不变，Δx 正比于波长 λ，波长大的相邻条纹间距大，波长小的相邻条纹间距小。
4. **装置参数影响**：
   - $\Delta x \propto D$：屏幕越远，条纹越疏
   - $\Delta x \propto \frac{1}{d}$：缝距越小，条纹越疏

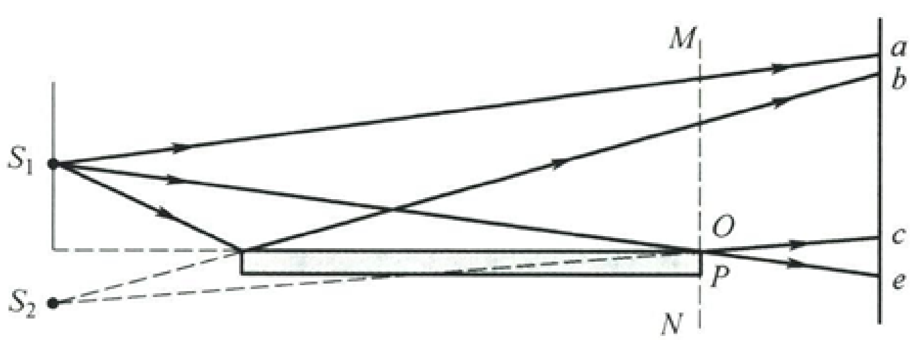
物理意义

杨氏双缝实验首次在实验上证实了：

- 光的波动性
- 光的干涉现象
- 提供了一种精确测量光波波长的方法
- 为光的波动说奠定了实验基础

> **提示**：实际实验中，为了获得清晰的干涉条纹，需要保证 $D \gg d$ 的条件成立，通常 d 约为 0.1mm 量级，D 约为 1m 量级。

获得相干光的方法：劳埃德镜实验



实验装置与构造

根据图示，劳埃德镜实验装置包含：

- **劳埃德镜**：一块**下表面涂黑的平玻璃片或金属平板**
- **光源**：狭缝 S_1
- **反射面**：光线以**掠入射角**（近90°的入射角）入射
- **虚光源**：反射光如同从 S_1 的虚像 S_2 发出
- **观测屏**：接收干涉条纹，特别关注与镜面边缘接触的区域

实验原理与干涉机制

S_1 和 S_2 形成一对**相干光源**，它们发出的光在屏上（bc区）相遇，产生明暗相间的干涉条纹。

波程差计算：
设 $S_1S_2 = d$（等效双光源间距），D 为光源到屏幕的距离

屏上任意点 P 的波程差：

$$\delta = \frac{xd}{D}$$

干涉条件：

- 明纹条件：$\delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, ...)$
- 暗纹条件：$\delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, ...)$

关键现象：半波损失的实验证据

实验发现：
当屏移到与平面镜边缘接触处（图中接触点）：

- 理论计算：波程差为零，应出现**明条纹**
- 实际观测：却出现**暗条纹**
- 所有条纹的明暗情况都与理论预期相反

物理解释：
这是由于光从**光疏介质射向光密介质**（空气→玻璃）在分界面反射时，发生了相位差 π 的突变，等效于反射光的波程附加了半个波长：

$$\delta_{实际} = \frac{xd}{D} + \frac{\lambda}{2}$$

因此在接触点处：

$$\delta_{\text{实际}} = \frac{\lambda}{2}$$

正好满足暗纹条件，完美解释了实验现象。

实验设计的关键要点

采用**掠入射**形式的两个重要原因：

1. **保证相位改变 π**：确保发生半波损失现象
2. **获得相近振幅**：使反射光与直射光具有相近的振幅，从而获得清晰、对比度高的干涉条纹

> 💡 **理论说明**：这两点的严格理论证明超出了基础教材的范围，但实验现象明确证实了其正确性。

重要结论与物理意义

1. **证实半波损失**：为光的电磁理论提供了关键实验证据
2. **验证相位突变**：证实光在光密介质反射时会发生 π 的相位跃变
3. **波动性验证**：进一步证实了光的波动性质
4. **实验方法价值**：提供了一种简单有效的获得相干光的方法

实践提示：

- 在计算光波叠加时，若存在半波损失，必须计入附加的 $\frac{\lambda}{2}$ 波程差
- 忽略半波损失会导致与实际情况完全相反的结果
- 劳埃德镜实验装置简单，但现象明显，是演示光干涉和半波损失的经典实验