2025 春季学期高等数学（二）期末考试试卷回忆版

2025 年 6 月 27 日

一　选择题

1. 关于变量 x, y, z 的方程 $(k+3)x^2 - y^2 = (k-3)z$，随着实数参数 k 的变化，不可能描述的曲面类型是__________

   A. 椭圆抛物面　B. 抛物柱面　C. 椭圆柱面　D. 双曲抛物面

2. 在给定一点处,多元函数的可微是函数连续的__________条件,又是偏导数连续的__________条件。

   A. 充分，充分　B. 充分，必要　C. 必要，充分　D. 必要，必要

3. 空间中圆柱体 $x^2 + y^2 \leq 2yz$ 与平面 $y = z$ 相交的面积是__________

   A. $\sqrt{2}\pi$　B. 2π　C. $2\sqrt{2}\pi$　D. 无法计算

4. 如果 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 绝对收敛，而 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n + v_n$ 是__________的

   A. 绝对收敛　B. 条件收敛　C. 发散　D. 无法判断

5. 微分方程 $y'' = C(C \in \mathbb{R})$ 有__________个解

   A. 1　B. 2　C. 无穷多　D. 无法判断

二　填空题

1. 在曲线 $z = x^3, y = x^2 (x > 0)$ 上求一点，使之切线与平面 $x + y - z = 6$ 平行。该点坐标是__________

2. 设曲线 $f(x, y) = (x-1)^2 - y^2$,方向 $\vec{u} = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$,$f$ 在点 $(0, 1)$ 处沿方向 $\vec{u}$ 的方向导数是__________

3. 对于空间中的区域 $(x, y, z)|x^2 + y^2 + z^2 \leq 4x$，它的球面坐标表示是__________

4. $ln(1 - x^2)$ 在 $x = 0$ 处的 Taylor 级数是__________

5. 对于复数 $z = x - iy(x, y \in \mathbb{R})$，$e^z$ 的虚部是__________

三　解答题

1. 对于二元函数 $u(x,y)=e^x\cos y$，验证 $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=0$

2. 求由椭圆抛物面 $z=a^2x^2+b^2y^2(a>0,b>0)$ 和平面 $z=h(h>0)$ 围成区域的体积

3. 设 l 为平面上从点 $(1,0)$ 到点 $(0,1)$ 的有向直线线段，计算第二类曲线积分 $\int_L \frac{3x^2y^2}{1+x^3y^2}dx+\frac{2x^3y}{1+x^3y^2}dy$

4. 判断下面两个级数的收敛性，并说明原因：$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{n}-\sin\frac{1}{n})$ 和 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{n+2}{2n})^{2n}$

5. 对于函数 $f(x)$ 和 $g(x)$，定义它们的内积为 $\int_{-\pi}^{\pi}f(x)g(x)dx$，证明下面集合中的函数是两两正交的：$\displaystyle\{1\}\cup\bigcup_{n=1}^{\infty}\{\sin nx+\cos nx,\sin nx-\cos nx\}$

6. 求解一阶线性非齐次方程：$y'-3x^2y=(x+1)e^{x^3}$