

## Излучение электрона во внешнем поле.

Составители: Миронов А.А. и Крылов К.С.  
кафедра Теоретической ядерной физики, НИЯУ МИФИ

Хорошо известно, что ускоренно движущиеся заряженные частицы излучают. Это происходит, например, когда релятивистский электрон, попадает в электромагнитное поле лазера, движется в магнитном поле звезды (синхротронное излучение) или сталкивается с пучком других частиц на коллайдере (bremsstrahlung). Когда напряжённость внешнего поля велика, на движение электрона также оказывает влияние сила радиационного трения. Формулы для описания излучения релятивистских частиц известны, например, в форме потенциалов Лиенара-Вихерта, однако в общем случае не так просто понять основные свойства этого излучения, особенно когда частица имеет сложную траекторию. По мере движения частицы излучение будет менять направление и свой спектральный состав. Вашей задачей будет проведение численного расчёта спектра классического излучения электрона, движущегося в произвольном внешнем электромагнитном поле, как без учёта, так и с учётом силы радиационного трения.

### Задание

Изучите следующие материалы:

- параграфы 62-64 Л-Л т.2, вспомните основные формулы для описания излучения релятивистских частиц и спектра,
- параграфы 75-76 Л-Л т.2 о тормозном излучении и уравнениях движения с учётом силы радиационного трения.
- Текст «Numerical calculation of a radiation spectrum emitted by a charge and storing it in the form of the Stokes parameters», в котором содержатся все основные уравнения и описана методика численного моделирования спектра излучения (информация о параметрах Стокса вам не пригодится, поскольку вашей задачей будет только расчёт интенсивности излучения).
- Документацию пакета f2py <https://docs.scipy.org/doc/numpy/f2py/>, он вам будет необходим для ускорения расчётов.
- При решении данной задачи нужно аккуратно решать уравнения движения для электрона, для этого нужна подходящая численная схема. Стандартные численные схемы описаны тут <https://www.particleincell.com/2011/velocity-integration/>. Более эффективной схемой является алгоритм Б'ориса <https://www.particleincell.com/2011/vxb-rotation/>.
- Работы «Radiation reaction effects on radiation pressure acceleration», а также материал «Tests for the relativistic Boris pusher with RR» о том, как правильно включать силу радиационного трения в численную схему Б'ориса.

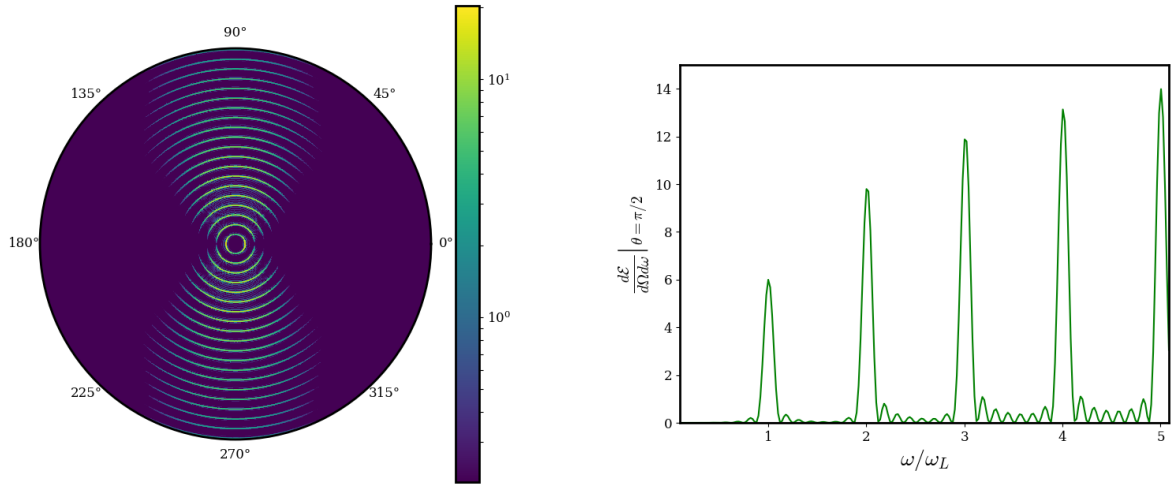


Рис. 1: Карта зависимости спектра от направления излучения ( $\varphi = 0$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ , график отражён относительно оси  $z$ ) и спектр излучения в угол  $\theta = \pi/2$  для синхротронного излучения в единицах частоты синхротронного излучения. Пики соответствуют гармоникам излучения.

Вы должны написать программу, которая

1. Решает уравнения движения релятивистского электрона в произвольном внешнем поле с помощью алгоритма Б'ориса;
2. вычисляет по найденной траектории интегральный спектр излучения в заданный угол в волновой зоне (то есть на бесконечном удалении от электрона) за время взаимодействия электрона с внешним полем. Время взаимодействия ограничьте с помощью задания огибающей внешнего поля. Если это поле постоянное, пусть оно плавно включается и выключается, если это гауссов пучок, пусть он имеет гауссову огибающую по времени;
3. позволяет строить графики спектров излучения в заданном направлении, а также цветовых карт спектров для некоторого интервала углов (например, излучение по направлениям зенитного угла  $\theta$  при фиксированном азимутальном угле  $\varphi$ , см. рисунок).

Задача естественным образом разбивается на две отдельные подзадачи: решение уравнения движения и расчёт спектра излучения по траектории. Имеет смысл сделать их реализации независимо: решать уравнения движения (без или с силой радиационного трения) и сохранять траекторию, после чего запускать модуль расчёта спектра излучения.

Формулу и алгоритм расчёта интенсивности излучения в заданном направлении на заданной частоте можно найти в тексте «Numerical calculation of a radiation spectrum emitted by a charge and storing it in the form of the Stokes parameters», см. выражения (15) и (28). Обратите внимание на метод, которым вычисляется интеграл от быстро осциллирующей функции. Для построения спектра в некотором интервале  $(\omega_1, \omega_2)$  в заданном направлении  $d\Omega$  необходимо вычислить интеграл (15) в каждой точке  $\omega$  на этом интервале (и взять квадрат модуля от результата для получения интенсивности на данной частоте). Если же необходимо построить диаграмму направленности излучения, то нужно проделать эту

операцию для целого набора направлений. Полный перебор всех частот и углов может быть ресурсоёмкой задачей, поэтому для ускорения программы реализуйте функцию расчёта интеграла (15) на заданном интервале частот на языке Fortran, и сделайте для этой функции интерфейс Python с помощью f2py.

Модифицируйте алгоритм Бориса на случай учёта силы радиационного трения. Протестируйте алгоритм на случае постоянного магнитного поля (сравните зависимость  $\gamma$ -фактора и поперечного импульса  $p_y$  от времени с графиками из презентации «Tests for the relativistic Boris pusher with RR»).

Постройте спектры по направлениям излучения без учёта и с учётом силы радиационного трения для следующих конфигураций:

1. электрон, вращающийся в однородном магнитном поле (рассмотрите такой интервал времени, за который электрон сделает несколько оборотов);
2. электрон в однородном осциллирующем электрическом поле;
3. электрон, налетающий на циркулярно-поляризованный гауссов пучок, формулы для полей вы найдёте в файле «Gaussian circular plane wave».

В качестве оси  $z$  для отсчёта азимутального и зенитного углов  $\varphi$  и  $\theta$  используйте направление поля. Найдите параметры задачи, при которых сила радиационного трения начинает оказывать влияние на спектр.

Когда электрон движется в периодическом поле частоты  $\omega$  и амплитуды  $E$ , можно ввести безразмерный параметр  $a_0 = eE/m\omega c$ , он будет характеризовать динамику электрона. Например, если аналитически решить уравнения движения электрона в поле плоской волны, вы увидите, что поперечный импульс электрона  $p_\perp \sim a_0 mc$ . Когда  $a_0 > 1$ , что вполне реально на современных лазерах, воздействие поля даже на покоящийся электрон приводит к тому, что он становится ультрарелятивистским. Рассмотрите случаи, когда движение электрона является нерелятивистским и релятивистским. Это определяется начальными условиями и амплитудой периодического поля, в нерелятивистском случае начальная энергия электрона должна быть  $\varepsilon_0 \ll mc^2$  и  $a_0 < 1$ . К релятивистскому движению приводит нарушение любого из этих условий.

## Технические требования

1. Программа должна иметь модульную систему и разбита на отдельные файлы. Каждый класс должен быть написан в виде отдельного модуля и импортироваться в другие по мере необходимости. Для запуска программы разработайте отдельный скрипт, в котором импортируются все нужные модули, вызываются необходимые методы и происходит передача данных между ними. Избегайте длинного кода в одном файле, по возможности разбивайте длинный код на блоки и подмодули.
2. Модель электромагнитного поля задаётся в отдельном модуле. Попробуйте применить наследование классов на примере этого модуля.
3. Для периодических моделей поля сделайте задание амплитуды поля через безразмерный параметр  $a_0$ .
4. Метод для расчёта спектра должен получать на вход траекторию из модуля для решения уравнений движения.
5. Модуль расчёта спектра должен быть реализован с использованием f2py.

6. Главный файл для запуска программы должен принимать на вход модель поля и необходимые параметры задачи, чтобы не приходилось делать отдельную модификацию программы для каждой модели поля.
7. Входные параметры (начальное состояние электрона и параметры поля) задаются через текстовый файл.
8. Результаты расчётов спектров должны сохраняться на диск (в виде текстового файла, бинарного или иного на ваше усмотрение, но для упрощения работы с данными рекомендуется использовать средства NumPy или другой библиотеки, а не чтение и разбор файлов вручную).
9. Модуль для построения графиков принимает на вход файлы результатов расчётов. Графики должны строиться в естественных для задачи единицах (например, частота излучения вычисляется в единицах частоты поля или частоты вращения электрона в случае магнитного поля). Подумайте об этом на стадиях обезразмеривания уравнений движения и сохранения данных. Все графики должны иметь корректные подписи к осям и в целом логично оформлены.