Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ЛАЗЕРНОЙ ФИЗИКИ

ОТЧЕТ ПО ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРАКТИКЕ

ИЗЛУЧЕНИЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ИОНИЗАЦИИ ТЯЖЕЛЫХ АТОМОВ В ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКАХ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Руководитель практики	______________	д.ф.м.н., профессор	Попруженко С.В
Выполнил	______________	студент гр.Б17-203	Калымбетов Е.Б.

г.Москва
2021

Содержание

1 Введение

В связи с тем, что в настоящее время появились источники лазерного излучения, которые генерируют электромагнитные поля большой интенсивности, то задача об излучении заряженных частиц, классических или квантовых, с учетом радиационного трения или без его учета снова становятся актуальными.

Хотя подобные задачи уже подробно рассматривались, большинство полученных в классических работах 60-х – 80-х годов прошлого века результатов относятся к наиболее простым и общим случаям плоской волны и электронного пучка, попадающего в область сильного электромагнитного поля извне. Такие идеализированные постановки зачастую оказываются неприменимыми, даже на качественном уровне, для описания взаимодействий в условиях реального эксперимента.

Стоит привести значения интенсивности лазерного излучения, достигаемые современными лазерными установками. Согласно [2]:

7×10^{21}	Вт/см^2	45-TW Ti:Sa laser
$\sim 10^{23}$	Вт/см^2	Numerous Petawatt laser
$\sim 10^{29}$	Вт/см^2	extreme light infrastructure

Целый ряд результатов, которые были получены, нуждаются в пересмотре и более детальном анализе. В том числе это задача об излучении ультрарелятивистской частицы в поле плоской электромагнитной волны, либо в скрещенном поле. Последний случай является неплохим приближением поля лазерного излучения.

В чем заключется важное уточнение, которое до нас , вероятно, никто не делал? Во всех предыдущих работах рассматривалось излучение частицы, которая откуда-то прилетает, попадая в лазерный фокус. Это явление столкновения частиц с электромагнитной волной, хорошо описанное в статье [11]. Когда интенсивность лазерного пучка становится очень большой, то в этом столкновении трудно достичь того, чтобы заряженные частицы проникли в самый центр этого пучка. Их выталкивает передним фронтом падающей волны. Поэтому целесообразно рассмотреть ситуацию ,когда частицы появляются в центре излучения. А это происходит, например, в случае, когда многоэлектронные атомы подвергаются сильному излучению, которое ведет к туннельной ионизации электронов.

В долгосрочной перспективе подготовки дипломной работы бакалавра наша цель заключается в том,чтобы теоретически исследовать движение излучение заряженных частиц (электронов), рожденных в лазерном фокусе высокой пиковой интенсивности за счет ионизации. Планируемое исследование включает следующие этапы:

- Вычисление траектории электрона, отвечающей ионизационному начальному условию.

- Расчет спектрально-углового распределения излучения с такой траектории для случая, когда лазерное излучение описывается в приближении плоской волны. Исследование случаев различных поляризаций лазерного излучения.

- Учет влияния пространственной фокусировки лазерного пучка.

- Исследование влияния эффектов радиационного трения на спектрально-угловые распределения излучения.

2 Постановка задачи и обозначения

Задача отчетного этапа (осенний семестр 2019-20 у.г) заключалась в том, чтобы
(a) изучить движение электрона в поле фокусированного лазерного пучка.
(b) найти упрощенные методы вычисления спектрального, углового, спектрально-углового распределения излучения электрона

В тексте используются следующие обозначения: e – элементарный заряд, m – масса электрона, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – электрическое и магнитное поля лазерной волны, $\mathbf{A}$ – векторный потенциал. В случае, когда рассматривается плоская монохроматическая волна, ω и $\lambda = 2\pi c/\omega$ – ее частота и длина, c – скорость света. В формулах часто возникает безразмерный параметр

$$a_0 = \frac{eE_0}{m\omega c} ,$$

задающий меру интенсивности лазерной волны. В расчетах мы всюду считаем, что лазерное излучение создается источником с $\lambda \approx 1\mu\text{m} = 10^{-4}$см, что соответствует большинству мощных лазеров [4, 5, 6, 7, 8]. При такой длине волны $a_0 \approx 10^2$ для $I = 10^{22}$Вт/см^2 и $a_0 \approx 10^3$ для $I = 10^{24}$Вт/см^2.

3 Общие формулы

Уравнение движения

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \tag{1}$$

Интенсивность (мощность) излучения быстро движущегося заряда

$$P = -\frac{2e^2 c}{3}\frac{du^\mu}{ds}\frac{du_\mu}{ds} \ , \tag{2}$$

где U^μ - 4х-вектор скорости, $ds = cdt\sqrt{1 - v^2/c^2}$ – интервал.
Формулы для спектрально-углового распределения энергии излучения на далеких расстояниях.
1) В случае периодического движения электрон излучает гармоники лазерной частоты $\omega_m = m\omega$

$$\frac{dP^m}{d\Omega} = \frac{c}{2\pi}|\mathbf{E}_m|^2 R_0^2$$

$$\mathbf{E}_m = \frac{i\omega}{c}[\mathbf{n} \times [\mathbf{A}_\omega \times \mathbf{n}]]$$

$$\mathbf{A}_\omega = \frac{e^{ikR_0}}{cR_0}\int e\mathbf{v}(t) exp\left\{i[\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}(t)]\right\} dt$$

Здесь R_0 – расстояние от излучающей частицы до точки наблюдения, которое выпадает из конечных формул, $\mathbf{k}$ – волновой вектор испускаемого излучения, $\mathbf{n}$ – единичный вектор в направлении излучения.

2) Если движение не периодично, излучается непрерывный спектр. Именно этот случай представляет интерес для дальнейших расчетов. При этом предыдущие формулы несколько видоизменяются, в частности, вместо дифференциальной мощности излучения вводится спектрально-угловое распределение полной излученной энергии

$$d\varepsilon_{\mathbf{n}\widetilde{\omega}} = \frac{c}{4\pi^2}|\mathbf{E}_{\widetilde{\omega}}|^2 R_0^2 d\widetilde{\omega} d\Omega$$

$$\mathbf{E}_{\widetilde{\omega}} = \frac{i\widetilde{\omega}}{c}[\mathbf{n} \times [\mathbf{A}_{\widetilde{\omega}} \times \mathbf{n}]] \tag{3}$$

$$\mathbf{A}_{\widetilde{\omega}} = \frac{e^{i\widetilde{k}R_0}}{cR_0}\int e\mathbf{v}(t) exp\left\{i[\widetilde{\omega} t - \mathbf{k}_{\widetilde{\omega}}\cdot\mathbf{r}(t)]\right\} dt, \tag{4}$$

где $\widetilde{\omega}$ – частота в непрерывном спектре излучения.
Вместо формул (3) и (4) в некоторых случаях иногда разумнеее использовать другой подход. Согласно [10]

$$\mathbf{E}(t,\mathbf{n}) = \frac{e}{c^2 R_0} \frac{[\mathbf{n} \times [\mathbf{n} - \frac{\mathbf{v}}{c}, \mathbf{w}]]}{(1 - \frac{\mathbf{nv}}{c})^3} \tag{5}$$

$$\mathbf{H}(t,\mathbf{n}) = [\mathbf{n}, \mathbf{E}] \tag{6}$$

$$\mathbf{H}_{\widetilde{\omega}} = \int dt \cdot e^{i\widetilde{\omega} t} \mathbf{H}(t,\mathbf{n}), \tag{7}$$

где $\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ – ускорение электрона.

4 Движение и излучение в скрещенном поле

Будем решать уравнение движения (1). Эта задача решена в §49 [10] в общем случае, однако мы приведем другое решение с учетом постановки задачи. Раскладываем векторное уравнение на три компоненты.

$$\begin{cases} \dfrac{dp_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dp_y}{dt} = -eE_0 \left(1 - \dfrac{v_z}{c}\right) \\ \dfrac{dp_z}{dt} = -(e/c)E_0 v_y \end{cases}$$

Делаем замену $\varphi = t - v_z/c$. Далее везде под начальным условием будем понимать условие в $\varphi = \varphi_0$.
Из первого уравнения следует $p_x = const$, а поскольку $\mathbf{p}(\varphi_0) = 0$, то $p_x = 0$.
Заметим, что

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{d\varphi} \left(1 - \frac{v_z}{c}\right)$$

Так что система перепишется следующим образом

$$\begin{cases} p_x = const \\ \dfrac{dp_y}{d\varphi} \left(1 - \dfrac{v_z}{c}\right) = -eE_0 \left(1 - \dfrac{v_z}{c}\right) \\ \dfrac{dp_z}{d\varphi} \left(1 - \dfrac{v_z}{c}\right) = -(e/c)E_0 v_y \end{cases} \tag{8}$$

Учитывая, что $v_z \neq c$ и $p_y(\varphi_0) = 0$ получаем $p_y = eE_0(\varphi - \varphi_0)$.
Дифференцируем по времени выражение для полной энергии

$$\varepsilon = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{c^2\mathbf{p}}{\varepsilon} \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} = ev_yE_0 = c\frac{dp_z}{dt}$$

Так что $d(\varepsilon - cp_z) = 0$ и $\varepsilon = const + cp_z$. Обозначим const через p_-c. Из начальных условий следует, что $p_-c = mc^2$.

$$1 - \frac{v_z}{c} = 1 - \frac{cp_z}{\varepsilon} = \frac{p_-}{p_z + p_-} \tag{9}$$

Подставляю (9) в (8) и нахожу $p_z = \frac{(eE_0)^2}{2mc}(\varphi - \varphi_0)^2$.
Уравнения для координат легко проинтегрировать по переменной φ

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dx}{d\varphi}\left(1 - \dfrac{v_z}{c}\right) = v_x \\ \dfrac{dy}{d\varphi}\left(1 - \dfrac{v_z}{c}\right) = v_y \\ \dfrac{dz}{d\varphi}\left(1 - \dfrac{v_z}{c}\right) = v_z \end{cases}$$

Получаем ответ к задаче

$$\begin{cases} x = x_0 & p_x = 0 \\ y = y_0 - \dfrac{eE_0}{2m}(\varphi - \varphi_0)^2 & p_y = eE_0(\varphi - \varphi_0) \\ z = z_0 + \dfrac{(eE_0)^2}{6m^2c}(\varphi - \varphi_0)^3 & p_z = \dfrac{(eE_0)^2}{2mc}(\varphi - \varphi_0)^2 \\ \varphi = t - z/c \end{cases}$$

Для того чтобы облегчить дальнейшие вычисления, мы положим $\varphi_0 = 0$ и занулим начальные координаты. Кроме того, из соображений соответствия задачи плоской волны круговой поляризации и задачи скрещенного поля, сделаем замену $\varphi' = \omega\varphi$, где ω это частота падающей плокой волны. Тогда система перепишется как

$$\begin{cases} x = 0 & p_x = 0 \\ y = -\dfrac{\lambda}{2\pi}\dfrac{a_0}{2}\varphi^2 & p_y = a_0mc\varphi \\ z = \dfrac{\lambda}{2\pi}\dfrac{a_0^2}{6}\varphi^3 & p_z = \dfrac{a_0^2}{2}mc\varphi^2 \\ \varphi = \omega t - (\omega/c)z \end{cases} \tag{10}$$

5 Движение в поле Гауссова пучка

Примем, что поле описывается формулой

$$\mathbf{E} = \mathbf{E_0} exp(i\omega t + ikz) exp\left\{-\frac{\rho^2}{w(z)^2} - \frac{ik\rho^2}{2R(z)} + i\Psi(z)\right\}\left(1 + \frac{z^2}{z_R^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

или

$$\mathbf{E} = \mathbf{E_0} \cdot f(t,z,\rho),$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $w(z) = w_0\sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}$, $w0 = 2\lambda$, $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$, $R(z) = z(1 + \frac{z_R^2}{z^2})$, $\Psi(z) = arctan(\frac{z}{z_R})$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{e_z}, \mathbf{E}]$$

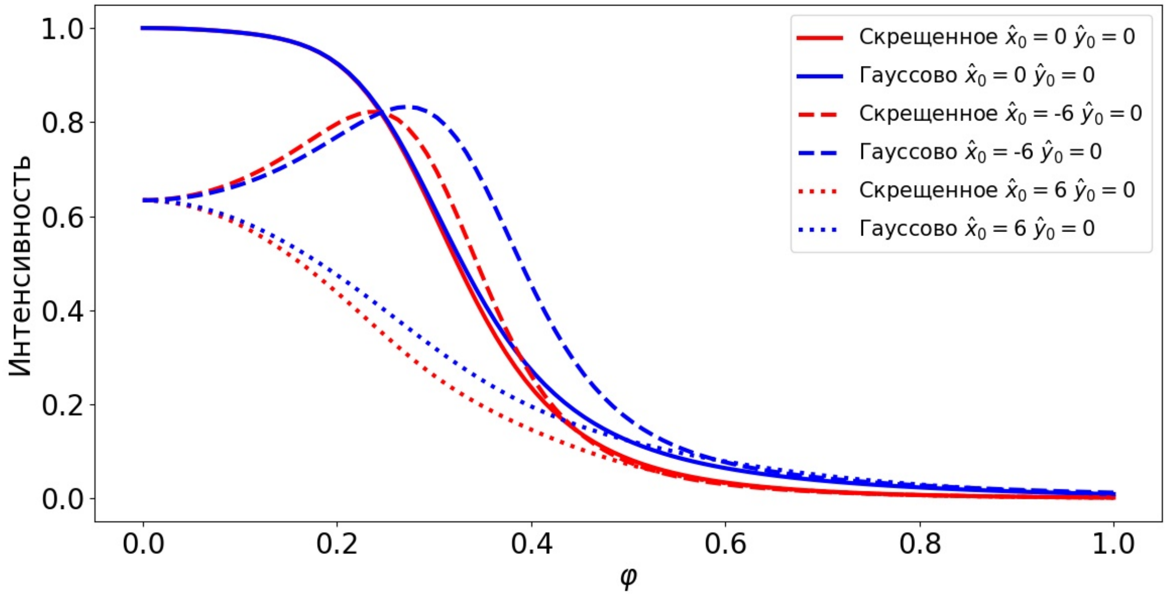
Мы можем легко получить численное решение (1) для такой конфигурации. Электрон разгоняется до ультрарелятивистских скоростей, приобретая ускорение и излучая. Затем он выходит из фокуса пучка и перестает излучать, двигаясь равномерно.

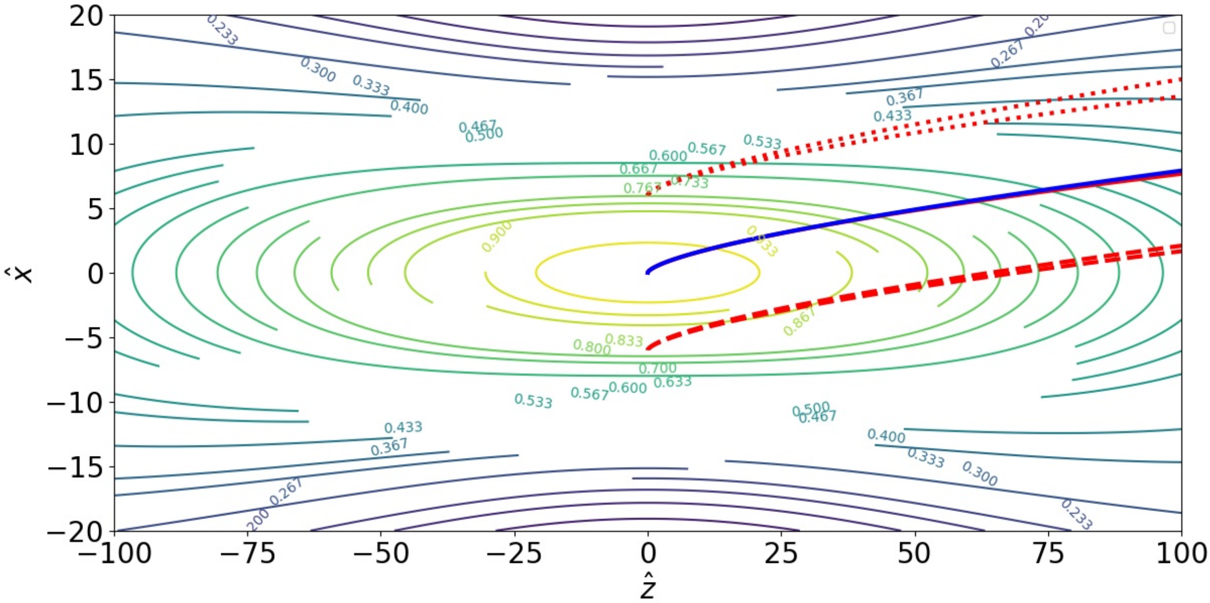
Оказывается, что на начальном участке движения траектория в скрещенном поле блика к траекории в поле Гауссова пучка. Можно ли использовать первую траекторию для расчетов излучения? Чтобы ответить на этот вопрос мы провели следующий анализ:

Для движения в поле Гауссова пучка из (2) получаем:

$$I(t, z, \rho) = \frac{a_0^2\omega^2}{c} \cdot f(t,z,\rho)^2$$

В этой зависимости в $f(t,z,\rho)$ аргументом можно брать две траектории, даже если траектория в скрещенном поле даст не физичный результат. Представим графики завимости нормированной интенсивности от фазы и безрамерной траектории при разных начальных координатах.





Стоит заметить, что не всегда наблюдается совпадение графиков интенсивности(красного и синего). Это преимущественно происходит, когда электрон стартует с отрицательной координаты, ускоряясь под действием электрического поля к центру пучка. Но такие электроны, излучают слабо в отличие от близких к центру фокуса. Пока не вдаваясь в такие подробности, примем, что графики интенсивности практически совпадают.

Такое совпадение дает основания на начальном участке движения использовать в формулах траекторию электрона в скрещенном поле. Однако, выражение (4) предполагает интегрирование вдоль всей траектории и при непосредственном подставлении (10) даст некорректные значения. Это связано с тем, что (4) не содержит в явном виде ускорение электрона, которое и отвечает за излучение. Поэтому формулы (5), (6), (7) более пригодны для расчета.

6 Кривизна траектории

Из (10) следует, что электрон становится ултьтрарелятивистским при $\varphi_0 \sim \frac{1}{a_0}$. То есть гораздо раньше, чем он вылетает из фокуса, теряя ускрение, а именно при $\varphi^* \sim \frac{2 \div 3}{\sqrt{a_0}}$. Следовательно, согласно [10] значительне время электрон будет излучать в узкий конус с углом раствора

$$\Delta\Theta = \frac{mc^2}{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{1 + a_0^2\varphi^2 + \frac{1}{4}a_0^4\varphi^4}} \tag{11}$$

Визуально поведение электрона можно представить на фазовой оси.

Нам необходимо сравнить угол раствора конуса излучения с углом поворота траектории. Обозначим его через χ. Если окажется, что выполняется одно из двух неравенств, а именно $\chi \ll \Delta\Theta$ или $\chi \gg \Delta\Theta$, то мы сможем использовать некоторые упрощения, согласно [10]. Итак

$$\mathrm{tg}(\chi)|_{\varphi *} = \frac{dx}{dz}|_{\varphi^*} = \frac{2}{a_0\varphi^*} = \frac{1}{\sqrt{a_0}}$$

$$\chi(\varphi^*) \approx 0.1$$

Подставав‌ известное φ^* в (11), получим

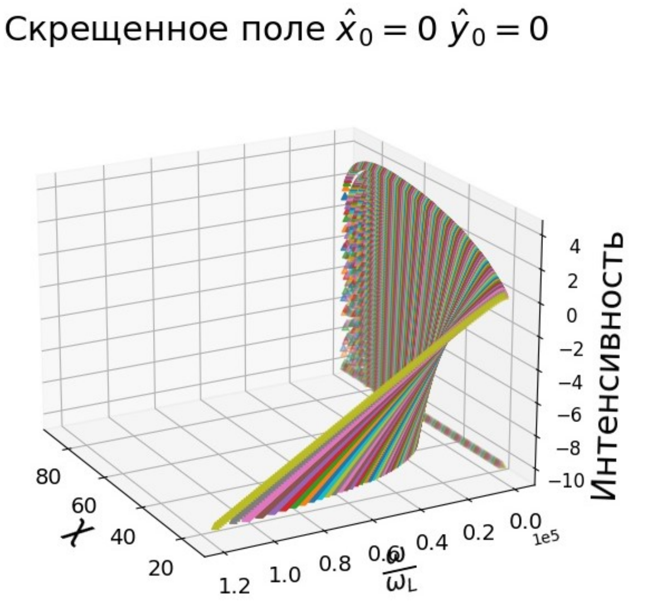
$$\Delta\Theta(\varphi^*) \approx 3 \times 10^{-3}$$

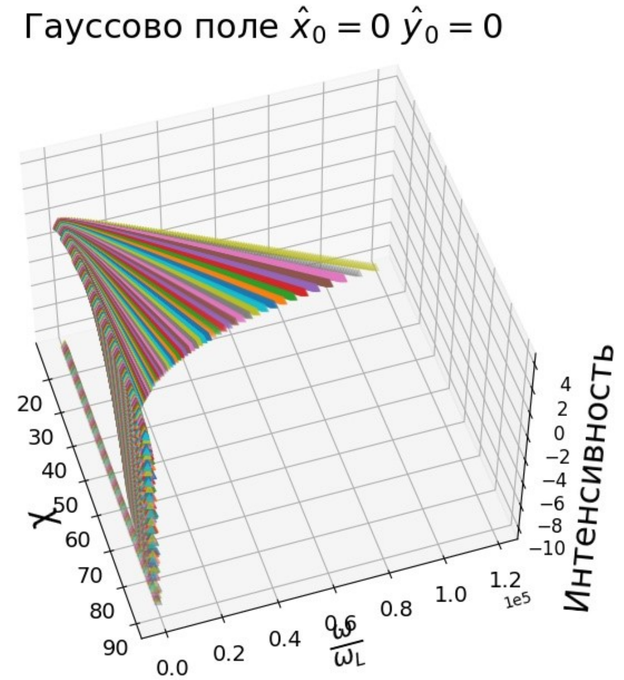
Таким образом, раствор конуса излучения гораздо уже, чем угол поворота траектории. Следовательно, можно выделить такой диапазон φ, что в данном направлении излучение поступает с малого участка траектории, который является почти прямым. Похожий случай излучения с такими же условиями на $\Delta\Theta$ и χ рассморен в [10] (§74. Магнитно-тормозное излучение) с конфигурацией поля – постоянное магнитное. В этом поле электрон периодически движется по окружности постоянного радиуса и излучает в дискретном спектре, причем величина

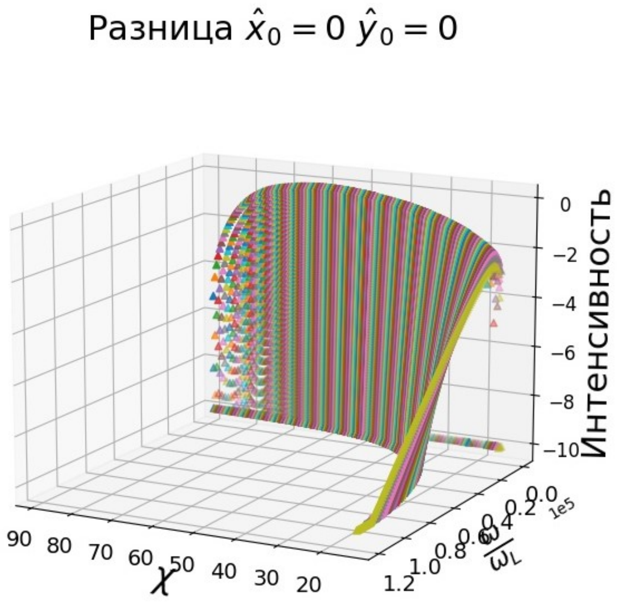
излучения напрямую определяется радиусом окружности.
Наша задача заключается в том, чтобы определить радиус кривизны траектории электрона в каждый момент времени и излучение в соотвествующее этому моменту направление.

7 Спектрально-угловое распределение

Расчеты спектрально-углового распределения основаны на выводах предыдущего пункта и формулы (74.9) [10]. Графики приведены в логарифмическом масштабе.







Графики подтверждают, что приближение скрещенного поля может быть использовано в дальнейшем для расчета излучения электрона.

8 Выводы и план дальнейшей работы

Упрощение расчета спектрально-углового распределения в поле Гауссова пучка осуществимо в двух этапах:
1) Описание движения в скрещенном поле
2) Использование синхротронности излучения

В дальнейшем планируется:
a) Рассмотреть спектрально-угловое распределние с различными параметрами пучка.
b) Использовать более точные приближеня, кроме синхротронного излучения.
c) Включить в описание движения и излучения эффект радиационного трения.

Список литературы

[1] G. Mourou, T. Tajima and S.V. Bulanov, “Optics in the relativistic regime,” Rev. Mod. Phys. **78**, 309 (2009).

[2] A. Di Piazza, C. Müller, C.Z. Hatsagortsyan and C.H. Keitel, “Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems,” Rev. Mod. Phys. **84**, 1177 (2012).

[3] N.B. Narozhny and A.M. Fedotov, “Extreme light physics,” Cont. Phys. **56**, 249 (2015).

[4] A.V. Bashinov, A.A. Gonoskov, A.V. Kim, G. Mourou and A.M. Sergeev, “New horizons for extreme light physics with mega-science project XCELS,” Eur. Phys. J. Spec. Top. **223**, 1105 (2014).

[5] D. Papadopoulos et al.„ “The Apollon 10 PW laser: experimental and theoretical investigation of the temporal characteristics,” High Pow. Las. Sci. Eng. **4** E34 (2016).

[6] X. Zeng et al., “Multi-petawatt laser facility fully based on optical parametric chirped-pulse amplification,” Opt. Lett. **42**, 2014 (2017).

[7] W. Li et al., “339 J high-energy Ti:sapphire chirped-pulse amplifier for 10??PW laser facility,” Opt. Lett. **43**, 5681 (2018).

[8] J-P. Chambaret et al., 2010 “Extreme light infrastructure: laser architecture and major challenges,” in “Solid State Lasers and Amplifiers IV, and High-Power Lasers” **7721** 77211D

[9] S. Weber et al., “P3: An installation for high-energy density plasma physics and ultra-high intensity laser–matter interaction at ELI-Beamlines,” Mat. Radiat. Extr. **2**, 149 (2017).

[10] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М.: Наука, 1988.

[11] E.S. Sarachik and G. T. Schappert, “Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons,” Phys. Rev. D **1**, 2738 (1970).

[12] V.S. Popov, “Tunnel and multiphoton ionization of atoms and ions in a strong laser field (Keldysh theory),” Usp. Fiz. Nauk **147** 921 (2004) [Phys. Usp. **47**, 855 (Engl. transl.) (2004)].

[13] M. F. Ciappina, S. V. Popruzhenko, S. V. Bulanov, T. Ditmire, G. Korn, and S. Weber, "Progress toward atomic diagnostics of ultrahigh laser intensities," Phys. Rev. A **99**, 043405 (2019).