CI-0116 Análisis de Alg. y Est. de Datos, Grupo 02, I-2024 **Quiz 3**

Nombre: ______________________ Carné: ____________ Calificación: ______ /10

1. **[2 pts.]** Utilizando la definición de la notación-O, responda, ¿Es $2^{2n} = O(2^n)$?
   (a) Sí: ______. ¿Qué valor de las constantes c ______ y n_0 ______ hacen cumplir la propiedad $0 \leq 2^{2n} \leq c2^n$ para todo $n \geq n_0$?
   (b) No: X.

2. **[2 pts.]** Enumere las siguientes funciones según su orden de crecimiento. Coloque el número 1 debajo de la que crece más lentamente, y el número 6 debajo de la que crece más rápidamente.

$2^{\sqrt{n}}$	n^2	$9n\log 9$	$2\log^3 n$	2^{n^2}	$7\sqrt{n}$
5	4	3	1	6	2

3. **[2 pts.]** Se tiene un algoritmo **Algo** de complejidad $T(n) = n^2$ y dos computadoras **ComA** y **ComB**. **ComB** es **100** veces más rápida que **ComA**. Utilizando dicho algoritmo, **ComA** tarda t segundos en resolver un problema de tamaño n .

   Marque con una **X** el tamaño máximo n del problema que puede resolver en esos mismos t segundos **ComB** con el mismo algoritmo.

100	$n+100$	$100n$	$10n$	n^2	$100n^2$
			X		

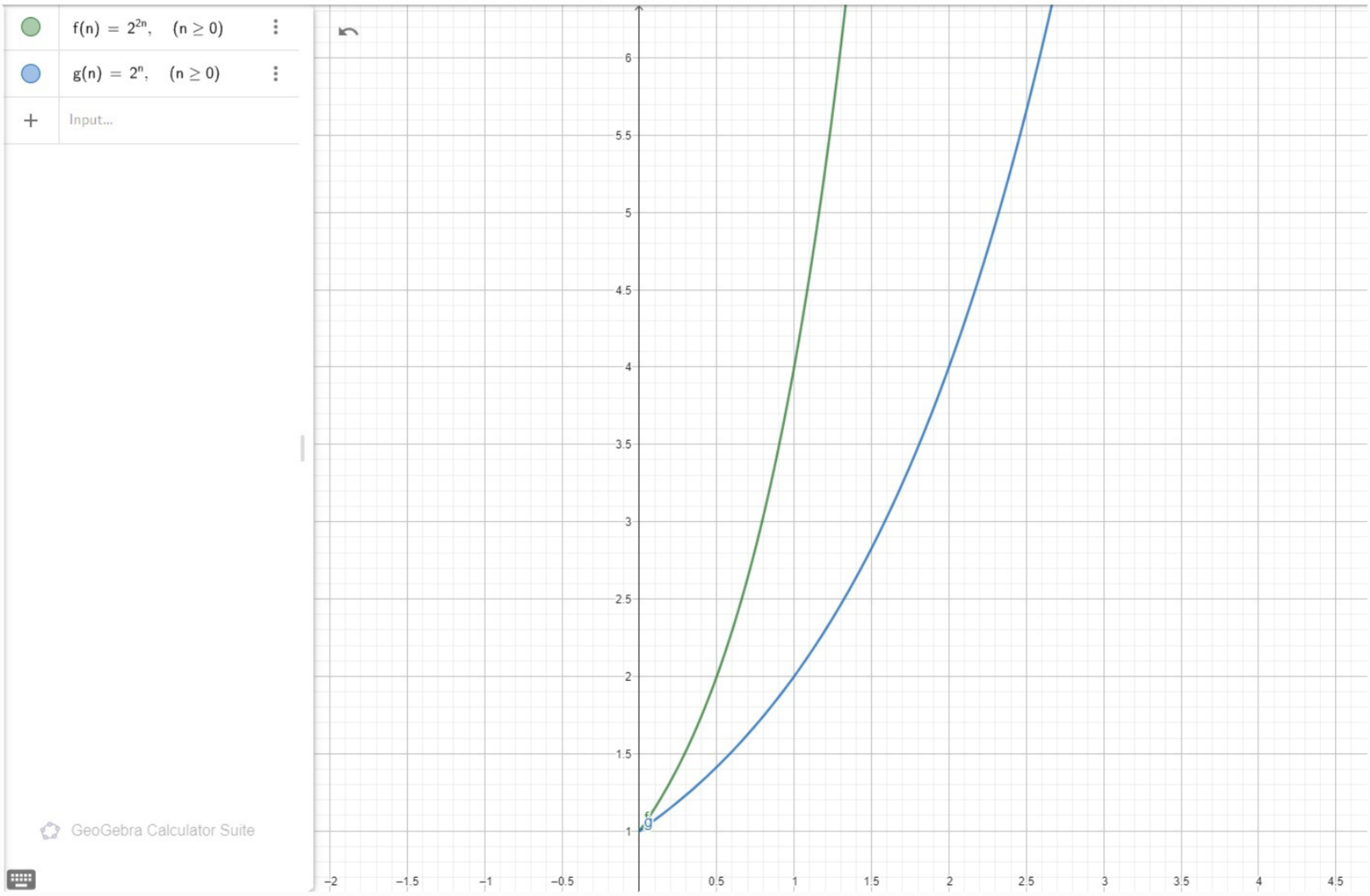
4. **[2 pts.]** Marque con una **X** la opción que representa la mejor cota superior para un algoritmo cuyo orden de crecimiento está dado por la función $T(n) = 5n + 3$.

$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n\log n)$	$O(\log n)$	$O(1)$	$O(n+3)$
X					

5. **[2 pts.]** Marque con una **X** la opción que representa la relación correcta entre las siguientes funciones $f(n) = \log n^2$ y $g(n) = \log n + 5$.

   ______ $f(n)$ está en $\Omega(g(n))$
   ______ $f(n)$ está en $O(g(n))$
   X $f(n)$ está en $\Theta(g(n))$

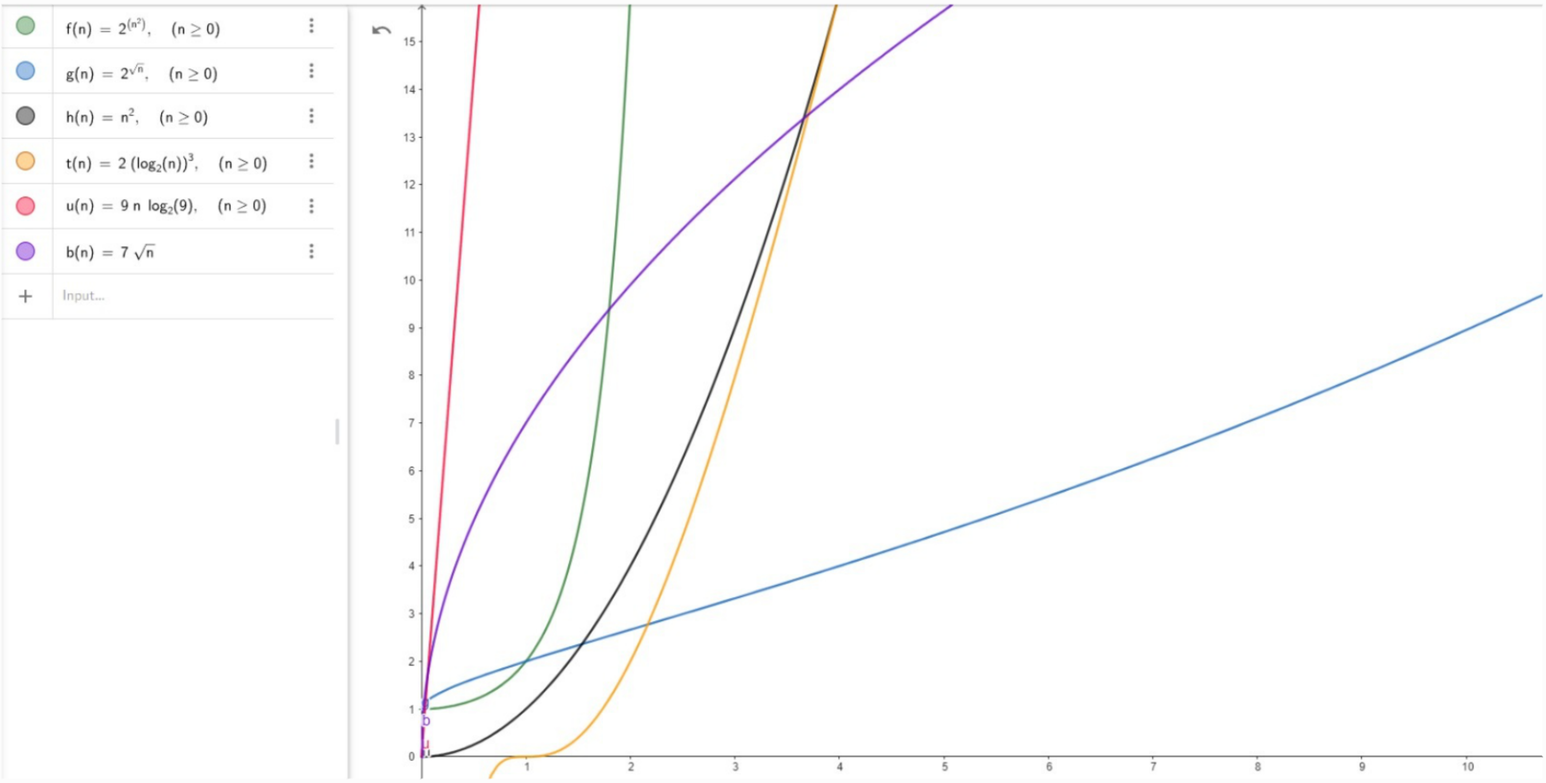
1) No, note que:



$f(n) = 2^{2n}, \quad (n \geq 0)$
$g(n) = 2^n, \quad (n \geq 0)$
Input...
GeoGebra Calculator Suite

2) En orden de crecimiento lento

$2^{\sqrt{n}}$	n^2	$9n\log 9$	$2\log^3 n$	2^{n^2}	$7\sqrt{n}$
5	4	3	1	6	2



3) $100\,\mathrm{Com}B = \mathrm{Com}A$

$$100 n_2^2 = n_1^2$$

$$\sqrt{100 n_2^2} = n_1$$

$$10 n_2 = n_1$$

4) $T(n) = 5n + 3$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{5n+3}{n} = \lim_{n \to \infty} \frac{n}{n}\left(5 + \frac{3}{n}\right) = 5$$

Recordando que

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \neq \infty \Rightarrow f \in O(g)$$

$$\Rightarrow T(n) \in O(n)$$

---

5) note que $f(n) = \log(n^2) = 2\log(n)$

Entonces

$$2 \lim_{n \to \infty} \frac{\log(n)}{\log(n)+5} = 2 \lim_{n \to \infty} \frac{\log(n)}{\log(n)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{5}{\log(n)}}$$

$$= 2 \lim_{n \to \infty} \frac{1}{1 + \frac{5}{\cancel{\log(n)}}} = 2$$

Recordando que

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \neq \infty \Rightarrow f \in O(g),$$

$$\left(\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \neq \infty \wedge \lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \neq 0\right) \Rightarrow f \in \Theta(g)$$

Vamos a usar la más estricta.

Entonces

$$f \in \Theta(g)$$