1. Resuelva la siguiente relación de recurrencia con el método de sustitución:

$T(n) = 2T(n - 1) - 1,\ con\, T(1) = 1$
$\Rightarrow 2(2T(n - 2) - 1) - 1$
$\Rightarrow 2^2T(n - 2) - 2 - 1$
$\Rightarrow 2^2(2T(n - 3) - 1) - 2 - 1$
$\Rightarrow 2^3T(n - 3) - 2^2 - 2^1 - 2^0$
Observando el patrón podemos ver que:
$\Rightarrow 2^iT(n - i) - 2^{i-1} - 2^i - 2^0$
Recordando la serie geométrica:
$\sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$

$\Rightarrow 2^iT(n - i) - \sum_{k=0}^{i-1} 2^k$

$\Rightarrow T(n) = 2^iT(n - i) + 1 - 2^i$
Donde
$- \sum_{k=0}^{i-1} 2^k =- \frac{2^i-1}{2-1} = 1 - 2^i$
Observemos que requerimos T(n-i)=T(1)=1
$\Rightarrow n - i = 1 \Rightarrow i = n - 1$
$\Rightarrow 2^{n-1}T(1) + 1 - 2^{n-1}$
$\Rightarrow 2^{n-1} \times 1 + 1 - 2^{n-1}$
$\Rightarrow 1$
$\Rightarrow T(n) = \Theta(1)$
2. Resuelva la siguiente relación de recurrencia con el método maestro.

$T(n) = \sqrt{9}T(\frac{n}{2}) + n^2$
Notemos que
$a = \sqrt{9} \quad b = 2 \quad k = 2$
Recordando los tres posibles casos:

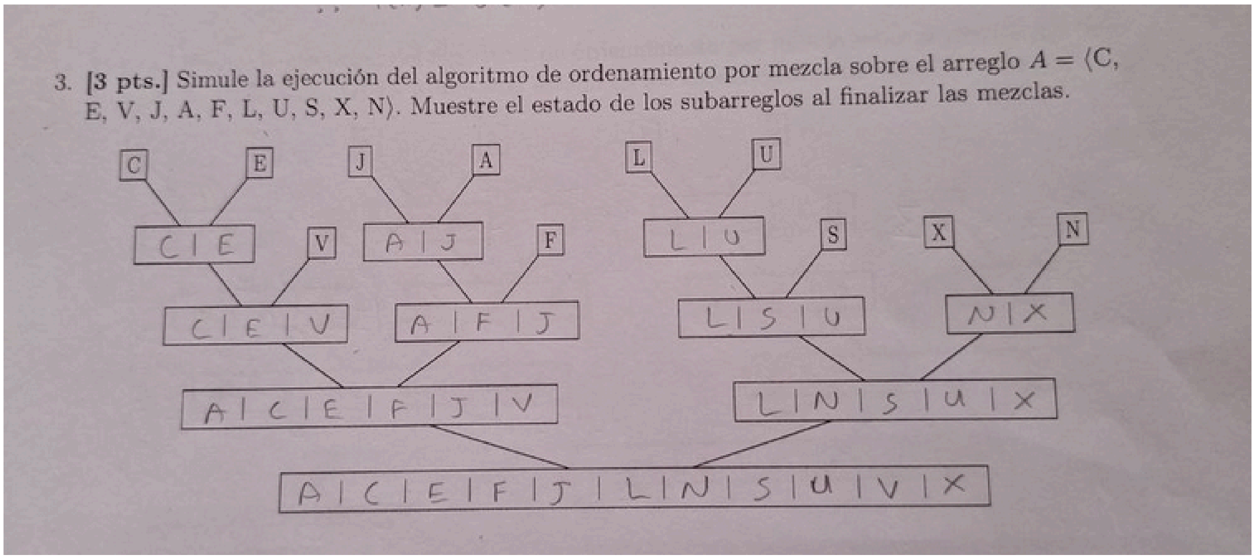
Para cualquier relación de recurrencia de la forma: $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + cn^k$,y $T(1) = c$ se cumplen las siguientes relaciones

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^k \\ \Theta(n^k \log_b n) & \text{si } a = b^k \\ \Theta(n^k) & \text{si } a < b^k \end{cases}$$

Podemos observar que el tercer caso se cumple:

$\sqrt{9} < 2^2 \Rightarrow 3 < 4$

Por lo tanto: $\Theta(n^2)$



Comentarios generales:

1. Deben tener cuidado al sustituir en la fórmula recursiva, muchos se les olvidan los paréntesis.
2. Les recomiendo repasar los casos del método maestro si no lo han hecho.
3. Traten de ser claros de cuál sección de la relación de recurrencia se está trabajando (sustitución, forma general, fin de recurrencia y cota) ya que se puede hacer confuso si no lo separan.