SES 2024 届高一下数学测验（3）22.03.16

班级________ 学号________ 姓名__________ 得分________

一、填空题（$10\times 5'=50'$）

1. 在$(-1080^0,-360^0)$中与-35^0终边相同的角的集合是____________.

2. 已知$\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{5}{13}$，则$\cos(\dfrac{4\pi}{3}-\alpha)=$______________.

3. 已知$f(\cos x)=\cos 3x$，则$f(\sin 30^0)=$__________.

4. 若$\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{4})}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则$\cos\alpha+\sin\alpha=$________________.

5. 已知$\dfrac{\tan\theta}{\tan\theta-1}=-1$，则$\dfrac{\sin(\pi-\theta)-3\sin(\dfrac{\pi}{2}+\theta)}{\cos(\theta-\dfrac{5\pi}{2})-\cos(-3\pi+\theta)}=$__________________.

6. 把下式化为$A\sin(\omega x+\varphi)$（其中$A>0$，$\omega>0$）的形式：

$-\dfrac{5}{3}\sin 2x-\dfrac{5}{3}\cos 2x=$________________.

$6\cos 3x-2\sqrt{3}\sin 3x=$_________________________；

7. 若$\dfrac{|\sin\alpha|}{\sin\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{|\cos\alpha|}=0$，试判断$\cot(\sin\alpha)\cdot\tan(\cos\alpha)$的符号________（填正或负）

8. 已知α、$\beta\in(\dfrac{3\pi}{4},\pi)$，$\sin(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$，$\sin(\beta-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{12}{13}$，则$\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=$_______.

9. 已知$\tan\dfrac{\alpha}{2}=-2$，则$\sin^2(\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\pi}{4})=$__________________.

10. 写出下列四个关系式中正确的序号_________.

①$\sin5\theta+\sin3\theta=2\sin4\theta\cos\theta$；

②$\cos3\theta-\cos5\theta=-2\sin4\theta\sin\theta$；

③$\sin3\theta-\sin5\theta=-\frac{1}{2}\cos4\theta\cos\theta$；

④$\sin5\theta+\cos3\theta=2\sin4\theta\cos\theta$.

二、解答题（10+10+15+15=50）

11. 化简：$\dfrac{1+\sin x}{\cos x}\cdot[\dfrac{\sin 2x}{2\cos^2(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2})}-\dfrac{\sin(-\dfrac{3\pi}{2}+x)}{1+\cos(-\dfrac{\pi}{2}+x)}]$.

12. 已知锐角α满足$3sin\alpha-4cos\alpha=1$，求$tan\alpha$的值.

13.已知$\cos\alpha\in\left[\frac{1}{2},1\right)$，求$\tan\frac{\alpha}{2}\left(\sin\alpha+\tan\alpha\right)$的最大值

14. 利用二倍角及三倍角公式（$\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$，$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$），求$\sin 18^0$的值.

附加题

15. 已知$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=p$，$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}=q$，其中$\left|p\right|\neq 1$，$q\neq 0$，求$\tan\alpha\cdot\tan\beta$（用$p$和$q$表达）

SES 2024 届高一下数学测验（3） 22.03.16

班级_________　　学号_________　　姓名___________　　得分_________

一、填空题（$10\times5'=50'$）

1. 在$(-1080^0,-360^0)$中与-35^0终边相同的角的集合是_____________.　$\{-755^0,-395^0\}$

2. 已知$\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{5}{13}$，则$\cos(\frac{4\pi}{3}-\alpha)=$________________.　$-\frac{5}{13}$

3. 已知$f(\cos x)=\cos 3x$，则$f(\sin 30^0)=$___________.　-1

4. 若$\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则$\cos\alpha+\sin\alpha=$_________________.　$\frac{1}{2}$

5. 已知$\dfrac{\tan\theta}{\tan\theta-1}=-1$，则$\dfrac{\sin(\pi-\theta)-3\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)}{\cos(\theta-\frac{5\pi}{2})-\cos(-3\pi+\theta)}=$____________________.　$-\frac{5}{3}$

6. 把下式化为$A\sin(\omega x+\varphi)$（其中$A>0$，$\omega>0$）的形式：

$-\frac{5}{3}\sin 2x-\frac{5}{3}\cos 2x=$_________________.　$\frac{5\sqrt{2}}{3}\sin(2x+\frac{5\pi}{4})$，$\frac{5\sqrt{2}}{3}\sin(2x-\frac{3\pi}{4})$

$6\cos 3x-2\sqrt{3}\sin 3x=$___________________________；　$4\sqrt{3}\sin(3x+\frac{2\pi}{3})$

7. 若$\dfrac{|\sin\alpha|}{\sin\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{|\cos\alpha|}=0$，试判断$\cot(\sin\alpha)\cdot\tan(\cos\alpha)$的符号_________（填正或负）负

8. 已知α、$\beta\in(\frac{3\pi}{4},\pi)$，$\sin(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$，$\sin(\beta-\frac{\pi}{4})=\frac{12}{13}$，则$\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=$________.

$-\frac{56}{65}$

9. 已知$\tan\frac{\alpha}{2}=-2$，则$\sin^2(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4})=$___________________.　$\frac{9}{10}$

10. 写出下列四个关系式中正确的序号__________.

①$\sin5\theta+\sin3\theta=2\sin4\theta\cos\theta$；

②$\cos3\theta-\cos5\theta=-2\sin4\theta\sin\theta$；

③$\sin3\theta-\sin5\theta=-\frac{1}{2}\cos4\theta\cos\theta$；

④$\sin5\theta+\cos3\theta=2\sin4\theta\cos\theta$.

【答案】①

【解析】

①$\sin5\theta+\sin3\theta=\sin(4\theta+\theta)+\sin(4\theta-\theta)=2\sin4\theta\cos\theta$，故①正确；

②$\cos3\theta-\cos5\theta=\cos(4\theta-\theta)-\cos(4\theta+\theta)=2\sin4\theta\sin\theta$，故②错误；

③$\sin3\theta-\sin5\theta=\sin(4\theta-\theta)-\sin(4\theta+\theta)=-2\sin\theta\cos4\theta$，故③错误；

④$\sin5\theta+\cos3\theta=\sin5\theta+\sin(\frac{\pi}{2}-3\theta)=2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})\cos(4\theta-\frac{\pi}{4})$，故④错误.

二、解答题（$12'+12'+12'+14'=50'$）

11. 化简：$\frac{1+\sin x}{\cos x}\cdot[\frac{\sin 2x}{2\cos^2(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})}-\frac{\sin(-\frac{3\pi}{2}+x)}{1+\cos(-\frac{\pi}{2}+x)}]$.

$2\sin x-1$

12. 已知锐角α满足$3sin\alpha-4cos\alpha=1$，求$tan\alpha$的值.

【答案】由$3sin\alpha-4cos\alpha=1$，得$5sin(\alpha-\varphi)=1$，其中$tan\varphi=\frac{4}{3}$，φ为锐角.所以

$sin(\alpha-\varphi)=\frac{1}{5}$，$\alpha-\varphi\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，从而$cos(\alpha-\varphi)=\frac{2\sqrt{6}}{5}$，$tan(\alpha-\varphi)=\frac{1}{2\sqrt{6}}$，所以

$tan\alpha=tan[(\alpha-\varphi)+\varphi]=\frac{tan(\alpha-\varphi)+tan\varphi}{1-tan(\alpha-\varphi)\cdot tan\varphi}=\frac{6+\sqrt{6}}{4}$.

13.已知$\cos\alpha\in\left[\frac{1}{2},1\right)$，求$\tan\frac{\alpha}{2}(\sin\alpha+\tan\alpha)$的最大值

$\frac{3}{2}$

14. 利用二倍角及三倍角公式（$\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$，$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$），求$\sin 18^0$的值.

$\sin 18^0=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

附加题

15. 已知$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=p$，$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}=q$，其中$|p|\neq 1$，$q\neq 0$，求$\tan\alpha\cdot\tan\beta$（用$p$和$q$表达）

$\frac{p(1-q^2)}{q(p^2-1)}$