

# SES 2024 届高三一下数学测验 (9) 2022. 5. 7

班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

## 一、填空题 (每空 5 分, 共 50 分)

1. 已知作用在坐标原点的三个力  $\vec{F}_1 = (3, 4), \vec{F}_2 = (2, -5), \vec{F}_3 = (3, 1)$ , 则它们的合力的大小为\_\_\_\_\_.
2. 已知向量  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $A = (1, 2)$ , 若向量  $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$ , 且  $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{5}$ , 则  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.
3. 已知  $P_1(4, -3), P_2(-2, 6)$ , 若点  $P$  在线段  $P_2P_1$  的延长线上,  $|\overrightarrow{P_1P}| = \frac{4}{5}|\overrightarrow{PP_2}|$ , 则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_.
4. 若非零向量  $\vec{a} = (x, 2x)$ ,  $\vec{b} = (-3x, 2)$ , 且  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  的夹角为钝角, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
5. 设向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\theta$ , 且  $\vec{a} = (3, 3)$ ,  $2\vec{b} - \vec{a} = (-1, 1)$ , 则  $\cos \theta =$ \_\_\_\_\_.
6. 已知  $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 4$ ,  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $60^\circ$ , 则  $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) =$ \_\_\_\_\_,  $|\vec{a} + \vec{b}| =$ \_\_\_\_\_.
7. 若  $\vec{a} = (2, 3), \vec{b} = (-4, 7), \vec{a} + \vec{c} = \vec{0}$ , 则  $\vec{c}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为\_\_\_\_\_.
8. 若  $\overrightarrow{OA} = (2, 3), \overrightarrow{OB} = (-4, 7), \overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \lambda\overrightarrow{OA}$ , 若  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点共线, 则  $\overrightarrow{OP} =$ \_\_\_\_\_.
9. 在  $\triangle OAB$  中,  $\overrightarrow{OA} = (2 \cos \alpha, 2 \sin \alpha), \overrightarrow{OB} = (5 \cos \beta, 5 \sin \beta)$ , 若  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 8$ , 则  $S_{\triangle OAB} =$ \_\_\_\_\_.

## 二、解答题 (10+10+10+10+10=50 分)

10. 已知  $\triangle ABC$  三个顶点的直角坐标分别为  $A(3, 4)$ 、 $B(0, 0)$ 、 $C(c, 0)$ .

(1) 若  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ , 求  $c$  的值;

(2) 若  $c = 5$ , 求  $\sin \angle A$  的值

11. 已知  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ,  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ ,  $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{y} = 3\vec{b} - \vec{a}$ , 求  $\vec{x}$  与  $\vec{y}$  的夹角.

12. 如图, 在梯形 ABCD 中  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ,

$\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}\vec{a}$ , G 为对角线 AC、BD 的交点, E、

F 分别是腰 AD、BC 的中点, 求向量  $\overrightarrow{EF}$  和  $\overrightarrow{AG}$ 。

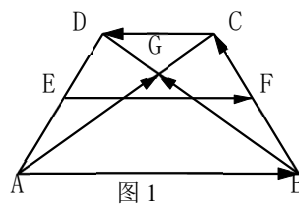


图 1

13. 已知向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-3, 2)$ , 向量  $\vec{x} = k\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b}$ .

(1) 当  $k$  为何值时, 向量  $\vec{x} \perp \vec{y}$ ;

(2) 若向量  $\vec{x}$  与  $\vec{y}$  的夹角为钝角, 求实数  $k$  的取值范围.

14. 已知向量  $\vec{a} = (\sin x, \cos x)$ ,  $\vec{b} = (\sin x, \sin x)$ ,  $\vec{c} = (-1, 0)$ .

(1) 若  $x = \frac{\pi}{3}$ , 求向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{c}$  的夹角  $\theta$ ;

(2) 若  $x \in \left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right]$ , 函数  $f(x) = \lambda \vec{a} \cdot \vec{b}$  的最大值为  $\frac{1}{2}$ , 求实数  $\lambda$  的值.

三、附加题（10 分）

15. 已知向量  $\vec{m} = (\sqrt{3}, 1)$ ，向量  $\vec{n}$  是与向量  $\vec{m}$  夹角为  $\frac{\pi}{3}$  的单位向量.

(1) 求向量  $\vec{n}$ ;

(2) 若向量  $\vec{n}$  与向量  $\vec{q} = (-\sqrt{3}, 1)$  平行，与向量  $\vec{p} = (\sqrt{3}x^2, x - y^2)$  垂直，求  $t = y^2 + 5x + 4$  的最大值.