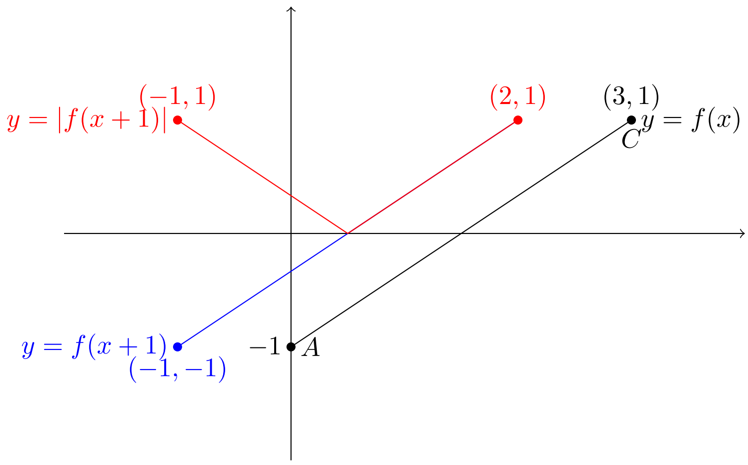
# 11 函数的基本性质（难题）

高一（6）班 邵亦成 26 号

2021 年 12 月 1 日

1. 已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的严格增函数, $A(0,-1), B(3,1)$ 是其图像上的两点, 那么 $|f(x+1)|<1$ 的解集是?.




故答案为 $(-1,2)$.

2. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 且图像关于 $x=2$ 对称. 已知 $x\in[0,2]$ 时, $f(x)=-\sqrt{x}+1$.

(1) 证明 $f(x)$ 是周期函数, 并求出它的一个周期.

有

$$f(2+x)=f(2-x)=f(x-2)$$

即

$$f(4+x)=f(x)$$

即 $f(x)$ 是周期函数, 且存在一个周期 $T=4$.

(2) 求 $x\in[-6,-2]$ 时, $f(x)$ 的表达式.

考虑 $x\in[-2,0)$ 时 $f(x)$ 的解析式.
当 $x\in[-2,0)$ 时, 有 $-x\in(0,2]$, 且

$$f(x)=f(-x)=-\sqrt{-x}+1.$$

故有

$$f(x)=\begin{cases} -\sqrt{x}+1, & x\in[0,2] \\ -\sqrt{-x}+1, & x\in[-2,0). \end{cases}$$

考虑 $x\in[-6,-2]$ 时 $f(x)$ 的解析式.
当 $x\in[-6,-2]$ 时, 有 $x+4\in[-2,2]$, 且

$$f(x)=f(x+4)=\begin{cases} -\sqrt{x+4}+1, & x\in[-4,-2] \\ -\sqrt{-x-4}+1, & x\in[-6,-4). \end{cases}$$

即

$$f(x)=\begin{cases} -\sqrt{x+4}+1, & x\in[-4,-2] \\ -\sqrt{-x-4}+1, & x\in[-6,-4). \end{cases}$$