SES 2024 届高一下数学测验（13）22.06.01

一、填空题（$5' \times 12$）

1. 若$z = a + 1 + ai(a \in R)$是纯虚数，则$|(12i - 5)(z + 1)| =$_________.

2. $z \in C$，若$z - \overline{z} = 2i$，$z \cdot \overline{z} = 3$，则$z =$_________.

3. 等差数列$\{a_n\}$中$a_3 = 6$，$a_6 = -3$，则$a_{10} =$__________.

4. 数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n = \log_2 \frac{2n+1}{n}$，则$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 =$__________.

5. 数列$\{a_n\}$的递推公式为$\begin{cases} a_n a_{n+2} = 2 \\ a_1 = 5,\ a_2 = 4 \end{cases}$，则$a_{2022} + a_{2023} =$__________.

6. 设$\{a_n\}$为等差数列，命题α：a_6为a_3与a_{10}的等差中项，命题β：$\{a_n\}$为常数列，则α是β的___________条件.

7. 设$z_1 = 2 + 3i$，$z_2 = -iz_1$，记$\arg z_1 = \theta$，则$\arg z_2 =$___________.（用θ表示）

8. 设$z \in C$，以下各组命题中，可互为充要条件的有___________.（填写序号）

① "$z + \overline{z} = 0$"和 "z为纯虚数"；　　② "$z - \overline{z} = 0$" 和 "$z \in R$"

③ "$z + \frac{3}{z} \in R$" 和 "$|z| = \sqrt{3}$"；　④ "$\sqrt{z \cdot \overline{z}} = |z|$" 和 "$z \in R$"；　⑤ "$z_1^2 = z_2^2$" 和 "$z_1 = \pm z_2$"；

9. 若关于 x 的实系数方程$x^2 - (k^2 - 3k)x + k = 0$有两实部为 1 的共轭虚根，则$k =$________.

10. 复数 z 满足$|z| = |z + 1 - i|$，且$\frac{z-1}{z+2}$为实数，则$z =$_________.

11. $a, b \in R$且$ab \neq 0$，数列$\{an^2 + bn - 10\}$为严格减数列，则$\frac{16a^2+b^2}{ab}$的取值范围是________.

12. 已知有穷数列$\{a_n,\ 1 \le n \le 10\}$满足$(3a_n - a_{n+1})[(n^2 + 11)a_n - (2n + 1)a_{n+1}] = 0$，$a_1 = 1$，则满足条件的不同数列的个数为__________.

二、解答题（$12' + 14' + 14'$）

11. 已知数列$\{a_n\}$的递推公式为$\begin{cases} a_{n+1} = a_n - 3 \\ a_1 = 17 \end{cases}$，如果将$\{a_n\}$中的部分项$a_4, a_7, a_{10}, \cdots a_{3n+1}, \cdots$依次排列构成一个新数列$\{b_n\}$，则$-100$是否为$\{b_n\}$中的项？若是，为第几项？

12. 已知虚数 z 满足$z^3 \in R$，且$\frac{z-\overline{z}}{i} > 0$. 若$z + \overline{z} = -4$，求：

（1）z；　　（2）$z^n(n \in N^*)$

13. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n = \frac{n^2-1}{n+3} + \left|\sin\frac{n\pi}{2}\right|$，求$\{a_n\}$的通项公式.

三、附加题（10′）

14. Fibonacci 数列$1,1,2,3,5,8,\cdots$是广泛存在于自然界中的数列之一，包括动物繁衍、树干发芽抽枝、野花的花瓣数目等许多自然规律都可以用其描述. Fibonacci 数列$\{a_n\}$的递推公式为$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + a_{n-2}(n \geq 3) \\ a_1 = a_2 = 1 \end{cases}$，记其前 n 项和为$S_n$，

（1）写出S_n与a_{n+2}间存在的一个定值关系，并说明理由；

（2）设$a_{2021} = m$，$S_{2021} = n$，求a_{2022}.