SES 2024 届高一下数学测验（11）2022.5.18

班级______学号_____姓名____

一、填空题：（本大题共 12 小题，每题 5 分，共 60 分）

1．已知三点 $A\left(2,-3\right),B\left(4,3\right),C\left(5,\dfrac{m}{2}\right)$ 在同一直线上，则 m 的值为___________.

2．设 $\overrightarrow{e_1}$ 与 $\overrightarrow{e_2}$ 是两个不共线的向量，已知 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{e_1}+k\overrightarrow{e_2}$，$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{e_1}+3\overrightarrow{e_2}$，$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$，则当 A、B、D 三点共线时，$k=$__________.

3．已知 z 是纯虚数，$\dfrac{z+2}{1-\mathrm{i}}$ 是实数，那么 z 等于______________.

4． 计算：$\left\{\left[i^{100}-\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^5\right]+\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}(1+2i)=$ _______________.

5．在复数范围内分解因式 $x^6+2x^4-x^2-2=$___________.

6．已知关于 x 的方程 $x^2-\left(2i-1\right)x+m-i=0$ 有实根，则实数 m=___________.

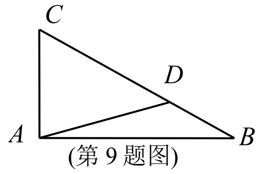
7． z_1、z_2 是复数，x 是实数，有下列四个关系式：

① $\left|z_1\right|\le 1\Leftrightarrow -1\le z_1\le 1$；　　② $\left|x\right|\le 1\Leftrightarrow -1\le x\le 1$；

③ $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|=0\Leftrightarrow z_1=z_2=0$；　④ $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|\Leftrightarrow z_1=\pm z_2$。

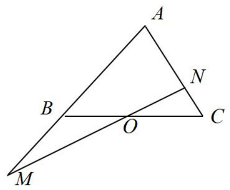
上述能够成立的关系式有____________.

8．设复数 z 满足 $\dfrac{1-z}{1+z}=i$，则 $|1+z|=$___________.



(第 9 题图)

9．如图，在 ΔABC 中，$\angle BAC=90^\circ, AB=6, D$ 在斜边 BC 上，且 $CD=2DB$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$ 的值为_________.



(第 10 题图)

10．如图所示：ΔABC 中，点 O 是 BC 中点。过点 O 的直线分别交直线 AB、AC 于不同两点 M、N。

若 $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$，则 $m+n$ 的值为___________.

11．设 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 是平面内互不平行的三个向量，$x\in R$，有下列命题：

①方程 $\vec{a}x^2+\vec{b}x+\vec{c}=\vec{0}(\vec{a}\ne\vec{0})$ 不可能有两个不同的实数解；

②方程 $\vec{a}x^2+\vec{b}x+\vec{c}=\vec{0}(\vec{a}\ne\vec{0})$ 有实数解的充要条件是 $\vec{b}^2-4\vec{a}\cdot\vec{c}\ge 0$；

③方程 $\vec{a}^2x^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}x+\vec{b}^2=0$ 有唯一的实数解 $x=-\dfrac{\vec{b}}{\vec{a}}$；

④方程 $\vec{a}^2x^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}x+\vec{b}^2=0$ 没有实数解.

其中真命题有___________.（写出所有真命题的序号）

12．如图 1，$OM // AB$，点 P 在由射线 OM，线段 OB 及 AB 的延长线围成的区域内(不含边界)运动，且 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$，则 x 的取值范围是__________；当 $x = -\frac{1}{2}$ 时，y 的取值范围是__________.

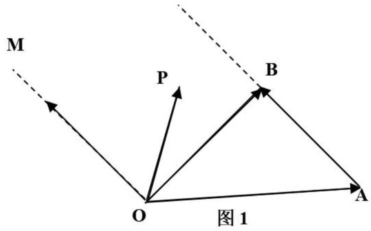


图 1

二、解答题：（12+14+14=40）

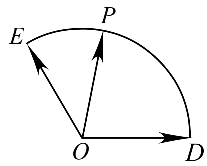
13．已知复数 z_1 满足 $(z_1-2)(1+i)=1-i$（i 为虚数单位），复数 z_2 的虚部为 2，且 $z_1 \cdot z_2$ 是实数，求 z_2.

14．已知 $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{2}$，$\left|\vec{b}\right|=2$，$\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角为 45°，求使向量 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 与 $\lambda\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角是锐角时 λ 的取值范围.

15．已知 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 是两个不共线的非零向量.

（1）设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=t\vec{b}$（$t\in\mathbf{R}$），$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$，当 A、B、C 三点共线时，求 t 的值.

（2）如图，若 $\vec{a}=\overrightarrow{OD}$，$\vec{b}=\overrightarrow{OE}$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 $120°$，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，点 P 是以 O 为圆心的圆弧 $\overset{\frown}{DE}$ 上一动点，设 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OD}+y\overrightarrow{OE}$（$x,y\in\mathbf{R}$），求 $x+y$ 的最大值.



第（2）小题

三、附加题

16．已知 $\vec{a}=(3,0),\vec{b}=(-2,0),\left|\vec{c}\right|=1$，求 $\vec{a}-\vec{c}$ 与 $\vec{b}-\vec{c}$ 夹角的最小值.