

2 集合测验' (简单题)

高一 (6) 班 邵亦成 26 号

2021 年 09 月 15 日

1. 集合 $A = \{0, 3, 6, 9, 12\}$, 集合 $B = \{(m, n) | m \in A, n \in A, n - m \in A\}$. 设二元集合 (有且仅有 2 个元素的集合) $M \subseteq N$, 则符合条件的 M 的个数为? .

易得

$$\begin{aligned} B = \{ & (0, 0), (0, 3), (0, 6), (0, 9), (0, 12), \\ & (3, 3), (3, 6), (3, 9), (3, 12), \\ & (6, 6), (6, 9), (6, 12), \\ & (9, 9), (9, 12), \\ & (12, 12)\}. \end{aligned}$$

于是 $C_{15}^2 = \frac{15 \times 14}{2} = 105$.

2. 设集合 $A = \{x | x = \frac{2k-4}{3} + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $B = \{x | 9x = 2k + 3, k \in \mathbb{Z}\}$. 试判断集合 A, B 是否存在包含关系. 若有请写出并证明, 若没有请说明理由.

结论: $A \subset B$.

先证 $A \subseteq B$.

$\forall x \in A$:

$$\begin{aligned} x &= \frac{2k-4}{3} + 1 \\ &= \frac{2k-1}{3} \\ &= \frac{2(3k-3)+3}{9}. \end{aligned}$$

其中, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3k-3 \in \mathbb{Z}$.

于是有 $x \in B$.

再证 $A \neq B$.

$\frac{1}{9} = \frac{2 \times (-1) + 3}{9} \in B$, 但 $\{k | \frac{2k-4}{3} + 1 = \frac{1}{9}\} = \{\frac{2}{3}\} \not\subseteq \mathbb{Z}$ 即 $\frac{1}{9} \notin A$.

于是有 $A \neq B$.

综上, $A \subset B$.