

# SES 2024 届高三一下数学测验 (12) 2022. 5. 25

班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

## 一、填空题 (每题 5 分, 共 60 分)

1. 已知复数  $z$  满足  $(1+i)z=2$ , 则复数  $z$  的虚部为\_\_\_\_\_.
2. 若复数  $2+i$  是实系数方程  $x^2+px+q=0$  的一个虚数根, 则  $pq=$ \_\_\_\_\_.
3. 关于  $x$  的方程  $x^2+4x+k=0$  有一个根为  $-2+3i$ , 则实数  $k=$ \_\_\_\_\_.
4. 复数  $z=(1-\sqrt{3}i)^5$ , 则  $z$  的辐角主值是\_\_\_\_\_.
5. 计算:  $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\div\left[4\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)\right]=$ \_\_\_\_\_.
6. 若复数  $(1+ai)^2$  ( $i$  为虚数单位,  $a\in\mathbf{R}$ ) 是纯虚数, 则复数  $1+ai$  的模是\_\_\_\_\_.
7. 设  $z$  是复数,  $f(z)=z^n$  ( $n\in\mathbf{N}^*$ ), 对于虚数单位  $i$ , 则  $f(1+i)$  取得最小正整数时, 对应  $n$  的值是\_\_\_\_\_.
8. 已知复数  $z$  的共轭复数是  $\bar{z}$  且满足  $z\cdot\bar{z}+2iz=9+2i$ , 则  $z=$ \_\_\_\_\_.
9. 下列命题中:
  - ①任意两个确定的复数都不能比较大小;
  - ②若  $|z|\leq 1$ , 则  $-1\leq z\leq 1$ ;
  - ③若  $z_1^2+z_2^2=0$ , 则  $z_1=z_2=0$ ;
  - ④  $z+\bar{z}=0\iff z$  为纯虚数;
  - ⑤  $z=\bar{z}\iff z\in\mathbf{R}$ .
 其中正确的命题是\_\_\_\_\_
10. 设复数  $z$  满足条件  $\arg z\in\left(\frac{3}{4}\pi,\pi\right)$ , 则  $\frac{2021}{z^2}$  对应复平面上的点位于第\_\_\_\_\_象限.
11. 若关于  $x$  的实系数方程  $x^2-|z|\cdot x+1=0$  ( $z\in\mathbf{C}$ ) 有实数根, 则  $|z-1+i|$  的最小值为\_\_\_\_\_.
12. 若关于  $x$  的方程  $2x^2+3ax+a^2-a=0$  至少有一个根的模为 1, 则实数  $a=$ \_\_\_\_\_.

## 二、解答题 (12 分+14 分+14 分)

13. 已知复数  $z=bi$  ( $b\in\mathbf{R}$ ),  $\frac{z-2}{1+i}$  是实数, 其中  $i$  是虚数单位.
  - (1)求复数  $z$ ;
  - (2)若复数  $(m+z)^2$  在复平面内对应的点在第一象限, 求实数  $m$  的取值范围.

14. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  是实系数方程  $x^2 + 2x + p = 0$  的两根

(1) 若  $|\alpha - \beta| = 3$ , 求  $p$  的值;

(2) 求  $|\alpha| + |\beta|$  的值.

15. 设虚数  $z$  满足  $|2z + 3| = \sqrt{3}|\bar{z} + 2|$ .

(1) 求证:  $|z|$  为定值;

(2) 是否存在实数  $k$ , 使  $\frac{z}{k} + \frac{k}{z}$  为实数? 若存在, 求出  $k$  的值; 若不存在, 说明理由.

三、附加题 (10 分)

16. 设  $z \in \mathbf{C}$ , 且  $|z| = 1$ , 且  $\frac{5}{2}z^2 - 2z + \frac{1}{z} \in \mathbf{R}$ , 求  $z$ .