

SES 2024 届高一下数学测验（4）22.03.23

一、填空题

1. 若 $\tan(\pi + \alpha) = 2$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$, 则最大内角的余弦值为_____.
3. 等腰 $\triangle ABC$ 的底边长 2, 面积为 3, 则其外接圆半径为_____.
4. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3\sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{3}$, $B = \frac{\pi}{3}$, 则 $A =$ _____.
5. α 为第四象限角, $\tan \alpha = -\frac{7}{24}$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$ _____.
6. 若 $\frac{1-\cos x}{\sin x} = 3$, 则 $\cos x + \cot \frac{x}{2} =$ _____.
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin(A - B) + \sin C = \sin 2B$, 且 $C = 40^\circ$, 则 $B =$ _____.
8. 在 $\triangle ABC$ 中 $b = 2a \cos C$, 则当 $3 \tan \frac{B}{2} + \cot \frac{B}{2}$ 取得最小值时, 三角形的形状为_____;
9. ① $a = 8, c = 6, B = 131^\circ$; ② $A = 12^\circ, \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}, a = 1$; ③ $a = 7, b = 12, A = \frac{\pi}{6}$; ④ $A = 95^\circ, a = 24, c = 21$; 以上四组条件当中, 使 $\triangle ABC$ 有唯一解的有_____. (填序号)
10. 设 $f(\tan \alpha) = \cos 2\alpha$, $g(\tan \alpha) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, 当 $x \neq \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ 时, 关于 x 的方程 $5f(\cos x) = g(\cos 2x)$ 的解集为_____.

二、解答题

11. 以 $a = 10, A = \frac{\pi}{3}$ 和一个给定的 b 作为一组条件, 当该三角形: ①有唯一解; ②有两解; ③无解; 时, 分别求相应的 b 的取值范围.
12. 若关于 x 的方程 $\sin 2x + \cos 2x - 2\sin^2 x = \left(\frac{1}{5}\right)^a - 1$ 有解, 求 a 的取值范围.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = \sqrt{7}$, $b = 3$, $\sin A + \sqrt{7}\sin B = 2\sqrt{3}$,

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

14. $\triangle ABC$ 中 $c = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 且 $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{2}}{4}ab\sin 2C$, 求该三角形面积的最大值.

三、附加题

15. 若 $\sqrt{2}\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\sec\beta + \cos\frac{\alpha}{2}\sec\beta = 0$, $\sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\tan\beta - \sin\frac{\alpha}{2}\tan\beta = 0$, 求 $\sin\alpha$.