SES 2024届高一下数学测验（4）22.03.23

学校：上海市实验学校　姓名：邵亦成　班级：高一(4)　考场/座位号：48

贴　邵亦成　200190448　4班　外

一、填空题

1 $\frac{4}{5}$

2 $\frac{1}{8}$

3 $\frac{10}{3}$

4 $\frac{\pi}{4}$

5 7

6 $-\frac{7}{15}$

7 70°

8 等腰直角三角形

9 ①④

10 $\bigcup_{k\in Z}\{\frac{\pi}{3}+k\pi, \frac{2\pi}{3}+k\pi\}$

二、解答题

11 有 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$\Rightarrow 100=b^2+c^2-\sqrt{3}bc$

$\Rightarrow c^2-bc+b^2-100=0$

1° 唯一解 $\Leftrightarrow \Delta=0$ or $b^2-100\le 0$ iff. $b\in\{\frac{20\sqrt{3}}{3}\}\cup(0,10]$

2° 两解 $\Leftrightarrow \Delta>0$ and $b^2-100>0$ iff. $b\in(10,\frac{20\sqrt{3}}{3})$

3° 无解 $\Leftrightarrow \Delta<0$ iff. $b\in(\frac{20\sqrt{3}}{3},+\infty)$

12 对 $\sin 2x+2\cos 2x=(\frac{1}{5})^a$ 有解

$\Rightarrow (\frac{1}{5})^a\in R(f)\Big|_{f(x)=\sin 2x+2\cos 2x}=R(g)\Big|_{g(x)=\sin x+2\cos x=\sqrt{5}\sin(x+\arctan 2)}$

$\Rightarrow (\frac{1}{5})^a\in[-\sqrt{5},\sqrt{5}]$

$\Rightarrow a\in[-\frac{1}{2},+\infty)$

13

(1) $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 又 $a=\sqrt{7}$ $b=3$

$\Rightarrow \sqrt{7}\sin B=3\sin A$

$\Rightarrow \sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $(A\in(0,\pi))$

$\Rightarrow A=\frac{\pi}{3}$ or $\frac{2\pi}{3}$

$a=\sqrt{7}<b=3$

$\Rightarrow A=\frac{\pi}{3}$

(2) 有 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$\Rightarrow c^2-3c+2=0$

$\Rightarrow c\in\{1,2\}$

1° $c=1$. $\cos B=\frac{1+7-9}{2\times1\times\sqrt{7}}=-\frac{1}{2\sqrt{7}}<0$ ✓

2° $c=2$. $\cos B=\frac{1}{2\sqrt{7}}>0$ ×

$\therefore c=1$.

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times1\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{4}$

14

$S_{\triangle}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{2}}{4}ab\sin 2C$

$\Rightarrow 2\sin C=\sqrt{2}\sin 2C=2\sqrt{2}\sin C\cos C$

$\Rightarrow \cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow C=45°$

$\max(S_{\triangle ABC})=\max(\frac{1}{2}ab\sin C)=\frac{\sqrt{2}}{4}\max(ab)$

又 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=1$

$\Rightarrow a=\sin A$. $b=\sin B$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}\max(\sin A\sin B)$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\frac{(2+\sqrt{2})}{4}$

$=\frac{2\sqrt{2}+2}{16}$

$=\frac{\sqrt{2}+1}{8}$

附加题. 15