SES 2024 届高一下数学测验（10）22.05.11

一、填空题（$5' \times 10$）

1. 设$\vec{a}$与单位向量$\vec{b}$的数量积为-2，则$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的数量投影为________；

2. 平面直角坐标系中 O 为坐标原点，$M(3,4)$，$B(3,1)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,1)$，且$\overrightarrow{OM}$为$\overrightarrow{AB}$的位置向量，则点 C 的坐标为__________；

3. 与非零向量$\vec{a}=(m,n)$垂直且模长为 2 的向量可表示为____________；（用坐标表示）

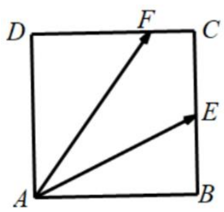
4. “$\frac{x_1}{y_1}+\frac{y_2}{x_2}=0$”是“$(x_1\vec{i}+y_1\vec{j})\perp(x_2\vec{i}+y_2\vec{j})$”的___________条件；

5. 设$|\vec{a}|=3$，$|\vec{a}-\vec{b}|=8$，则$|\vec{b}|$的取值范围为___________；

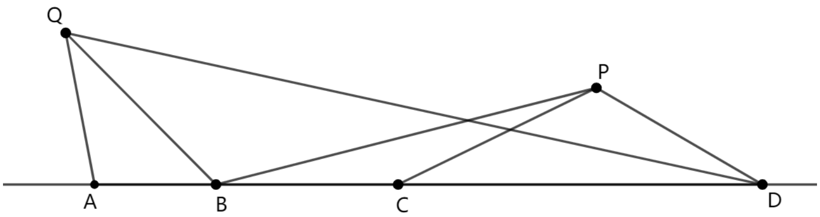
6. $\vec{a}=(3m-2,1)$，$\vec{b}=(m^2+1,2)$，若$9\vec{a}+3\vec{b}$与$\vec{a}-\vec{b}$共线，则实数$m=$___________；

7. 已知 A, B, C 坐标依次为(1,2), (2,3), (5,10)，则$\triangle ABC$的面积为___________；

8. 如图，正方形 ABCD 的边长为 1，E 为边 BC 的中点，F 为边 CD 上一点，若$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}^2$，则$|\overrightarrow{AF}|=$__________；



9. 如图，A, B, C, D 四点共线，P, Q 为直线外两点，已知$AB:BC=2:3$，$\overrightarrow{PB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{PC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{PD}$，若$\overrightarrow{QB}=\lambda\overrightarrow{QA}+\mu\overrightarrow{QD}$，则$\lambda-\mu=$__________；



10. 以下命题中，所有真命题的序号为____________；

①若$\vec{a}$与$\vec{b}$可作为平面向量的一组基，则$\vec{a},\vec{b}\neq\vec{0}$；

②若$\vec{a}$和$\vec{b}$非共线，则平面上任意向量$\vec{c}$关于$2\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}+\vec{b}$的分解均存在且唯一；

③若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则$\vec{a}+\vec{b}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$的充要条件为$\lambda=\mu=1$；

④若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，且$\vec{c}$与$\vec{a},\vec{b}$均不共线，则$\vec{c}$关于$\vec{a}$与$\vec{b}$的分解不存在；

二、解答题（$15'+15'+20'$）

11. 设$\vec{a}=(3,-4)$，$\vec{b}=(2,-1)$，

（1）求$\vec{a}$与$2\vec{b}-\vec{a}$的夹角；　（2）求$\vec{a}$在$(2\vec{b}-\vec{a})$方向上的投影向量（用坐标表示）.

12. 同一平面上的$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足$\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|=2\sqrt{7}$，且$|\vec{a}|=\left|\vec{b}\right|=2$，$|\vec{c}|=6$，若$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{2\pi}{3}$，选取合适的方式建立平面直角坐标系，求$\langle\vec{b},\vec{c}\rangle$.

13. 记$\triangle ABC$的重心为 G，D, E 分别为射线 AB, AC 上的动点（不包括 A 点本身），满足$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AE}=\mu\overrightarrow{AC}$，且 G 恒位于线段 DE 上，

（1）若$\triangle ABC$位于平面直角坐标系中，且$\mu=\frac{3}{4}$，$A(1,4)$，$B(-1,-1)$，$C(5,0)$，求：

①点 C 分$\overrightarrow{AE}$所成的比； ②点 E 的坐标； ③$\triangle ABC$垂心 H 的坐标；

（2）将μ表示为λ的函数$f(\lambda)$，并写出其定义域；

（3）求$2\lambda+\mu$的最小值.

三、附加题（10′）

14. 在$\triangle ABC$中，$AB=AC=5$，$BC=6$，M 是边 AC 上距 A 较近的三等分点，试研究在线段 BM 上是否存在点 P，满足$PC\perp BM$？若存在则求 BP 的长度，若不存在则说明理由.