2022.4.21 阶段测试

高一年级　　数学试卷

（考试时间：90 分钟）

班级＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿学号＿＿＿成绩＿＿＿＿＿＿

一、填空题（本大题满分 40 分，共有 10 题，只要求直接填写结果，每题填对得 4 分，否则一律得零分）

1. 若扇形的圆心角为$30°$，半径为1，则扇形的面积为＿＿＿.

2. 在$\triangle ABC$中，若$c=10\sqrt{2}$，$C=60°$，$a=\frac{20\sqrt{3}}{3}$，则$A=$＿＿＿.

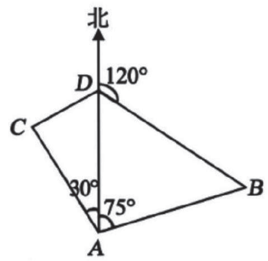
3. 已知$\tan\theta=\sqrt{2}$，则$\sin\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)=$＿＿＿.

4. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角为$45°$，且$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3\sqrt{2}$，则$\vec{a}\cdot(4\vec{a}-\vec{b})=$＿＿＿.

5. 已知$\tan\theta=\frac{1}{2}$，则$\sin2\theta-2\cos^2\theta=$＿＿＿.

6. 已知函数$f(x)=\sin(3x+\varphi)\left(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的图像关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称，则$\varphi=$＿＿.

7. 如图，海上某货轮在A处看灯塔B在货轮的北偏东$75°$，距离为$12\sqrt{6}$海里；在A处看灯塔C在货轮的北偏西$30°$，距离为$8\sqrt{3}$海里；货轮向正北由A处行驶到D处时，若灯塔B在方位角$120°$的方向上，则灯塔C与D处之间的距离为＿＿＿海里.



8. 已知$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\beta\in\left(-\pi,-\frac{\pi}{2}\right)$，$\sin\alpha=\frac{7\sqrt{2}}{10}$，$\cos\beta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则$\alpha+2\beta$的值为＿＿＿＿.

9. 关于x的方程$\cos^2x+\sin x-a=0$有实数解，则实数a的取值范围是＿＿＿＿

10. 在$\triangle ABC$中，若$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$(\tan^2A-3)\sin2C$的最小值为＿＿＿＿.

二、选择题（本大题满分 16 分，共有 4 题，每题都给出四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得 4 分，否则一律得零分。）

11. 已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，则“$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$”是“$\vec{a}=\vec{b}$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

12. 对任意向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，下列关系式中不恒成立的是(　　).

A. $(\vec{a}+\vec{b})^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$；

B. $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2$；

C. $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$；

D. $|\vec{a}-\vec{b}|\le||\vec{a}|-|\vec{b}||$.

13. 已知函数$f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+1$，则(　　)

A. $f(x)$是偶函数，最大值为1　　B. $f(x)$是偶函数，最大值为2

C. $f(x)$是奇函数，最大值为1　　D. $f(x)$是奇函数，最大值为2

14. 对于函数$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，下列命题

①函数图象关于直线$x=-\frac{\pi}{12}$对称；②函数图象关于点$\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$对称；

③函数图象可看作是把$y=\sin 2x$的图象向左平移个$\frac{\pi}{6}$单位而得到；

④函数图象可看作是把$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍（纵坐标不变）而得到；

其中正确的命题的个数是(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

三、解答题(本大题满分 44 分，共有 4 题，解答下列各题必须写出必要的步骤)

15、(本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分)

已知$|\vec{a}|=6$，$|\vec{b}|=4$，$(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}+3\vec{b})=-72$.

（1）求向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角 θ；

（2）求$|\vec{a}+3\vec{b}|$.

16、(本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分)

请完成以下题目：

(1)已知角α的终边经过点$P(x,6)$，且$\cos\alpha=-\frac{5}{13}$，求$\sin\alpha$和$\tan\alpha$的值.

(2)已知$\cos\alpha=\frac{1}{7}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{13}{14}$，且$0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，求角$\beta$.

17、(本题满分 12 分，第（1）小题 6 分，第（2）小题 6 分)

已知函数$f(x)=3\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x+5\cos^2 x$.

(1)若$f(\alpha)=5$，求$\tan\alpha$的值；

(2)设$\triangle ABC$三内角A，B，C所对边分别为a，b，c，且$\frac{a^2+c^2-b^2}{a^2+b^2-c^2}=\frac{c}{2a-c}$，求$f(x)$在$(0,B]$上的值域.

18、（本题满分 12 分，第（1）小题 3 分，第（2）小题 4 分，第（3）小题 5 分）

如图所示，在河对岸有两座垂直于地面的高塔CD和EF，小明在只有量角器（可以测量从测量人出发的两条射线的夹角）、直尺（可测量步行可抵达的两点之间的直线距离）且不渡过河的条件下，为了计算塔CD的高度，他在点A测得点D的仰角为30°，$\angle CAB = 75^\circ$，又选择了相距 100 米的B点，测得$\angle ABC = 60^\circ$.

（1）请你根据小明的测量数据求出塔CD高度；

（2）在完成（1）的任务后，小明想要计算两塔顶之间的距离DF. 在测得$\angle BAE = 90^\circ$之后，小明并且准备再测量两个角的大小，并为此准备了如下三个方案：

方案 ①：测量$\angle ABF$和$\angle DAF$；方案 ②：测量$\angle ABE$和$\angle EAF$；

方案 ③：测量$\angle ABE$和$\angle ECF$；方案 ④：测量$\angle ABF$和$\angle AFB$；

请问：小明的备选方案中有哪些是可行的？写出所有可行方案的序号.

（3）选择（2）中的一种方案、并结合以下数据，计算出两塔顶DF之间的距离，精确到米.

$\angle ABF = 58.0^\circ$、$\angle ABE = 50.2^\circ$、$\angle DAF = 16.7^\circ$、$\angle EAF = 41.5^\circ$、$\angle ECF = 53.8^\circ$、$\angle AFB = 32.0^\circ$.