

SES 2024 届高三一下数学测验 (5) 22.03.30

一、填空题：（本大题共 12 小题，每题 5 分，共 60 分）

- 1、函数 $y = 2 \sin x - 1$ 的最大值是_____，取得最大值时 x 的集合为_____
- 2、函数 $y = -3 \cos x + 5$ 的最小值是_____，取得最小值时 x 的集合为_____
- 3、函数 $y = 3 \cos(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4})$ 的周期是 $T =$ _____
- 4、在 $\triangle ABC$ 中， $a = 12, A = 45^\circ, C = 60^\circ$ ，则 b 的值是_____
- 5、在 $\triangle ABC$ 中， $a = 4, b = 5, S_{\triangle} = 5\sqrt{3}$ ，则 $c =$ _____
- 6、函数 $y = 3 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的单调递增区间是_____
- 7、函数 $y = 5 \sin x + \cos 2x$ 的值域是_____
- 8、函数 $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x, x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 的值域是_____
- 9、在 $\triangle ABC$ 中， $AB = \sqrt{3}, BC = 3, AC = 4$ ，则 AC 边上的中线 BD 之长是_____
- 10、在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ ，且 $S_{\triangle ABC} = 15\sqrt{3}$ ，则最长的边长为_____
- 11、设函数 $f(x)$ 是以 2 为周期的奇函数，且 $f(-\frac{2}{5}) = 7$ ，若 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，则 $f(4 \cos 2\alpha)$ 的值为_____
- 12、已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$ ，则 $f(x)$ 的值域是_____

二、解答题：（12+14+14=40）

13. 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别是三个内角 A, B, C 的对边，若 $a = 2, C = \frac{\pi}{4}, \cos \frac{B}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积 S 。

14. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边长分别是 a, b, c 。

- (1) 若 $c = 2, C = \frac{\pi}{3}$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \sqrt{3}$ ，求 a, b 的值；
- (2) 若 $\sin C + \sin(B - A) = \sin 2A$ ，试判断 $\triangle ABC$ 的形状。

15、已知函数 $f(x) = 2 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\sin^2 x$, $x \in R$

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 单调递增区间;

(3) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边长分别为 a, b, c , 若 $f\left(\frac{B}{2}\right) = 1, b = 1, c = \sqrt{3}$, 求 a 的值。

三、附加题

16. 如图所示, $ABCD$ 是一块边长为 7 米的正方形铁皮, 其中 ATN 是一半径为 6 米的扇形, 已经被腐蚀不能使用, 其余部分完好可利用. 工人师傅想在未被腐蚀部分截下一个有边落在 BC 与 CD 上的长方形铁皮 $PQCR$, 其中 P 是弧 TN 上一点. 设 $\angle TAP = \theta$, 长方形 $PQCR$ 的面积为 S 平方米。

(1) 求 S 关于 θ 的函数解析式;

(2) 求 S 的最大值及此时 θ 的值。

