大机动飞机目标的跟踪滤波技术性能仿真

某机动飞机（Strike Fighter）为了监测某火山口附近情况，执行了一系列强机动模式的地形跟踪飞行，机动模式包括：**平飞、爬坡、翻滚、俯冲、蛇形机动、环形飞行**等（见附图及视频文件“Flying.mp4”）。现有AGI公司的飞行建模软件，可以逼真模拟这一飞行过程。通过加载地图、高程图、设置控制点、叠加飞行动力学等过程，可得到较为真实的飞机三维飞行轨迹及相应的速度（原始数据是在WGS-84大地坐标系下描述的，即经纬高的形式）。

现假设有一雷达能够对该飞机进行实时跟踪监测。为了简化分析，现假设雷达的量测直接在雷达站东北天（ENU）坐标系下进行，且xyz三个方向均一样为，量测误差假设为$\sigma = 100\text{m}$（也可根据需要自行调整）。

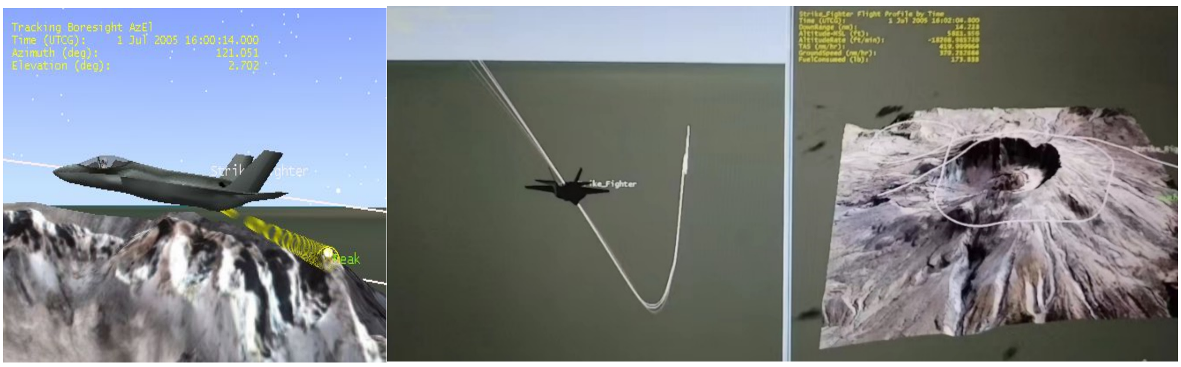
数据文件为按照飞行动力学生成的白方轨迹值（已经由大地坐标系转换到雷达站ENU坐标系），数据文件名称为“data.txt”，数据格式为**“时间(s)，x(m)，y(m)，z(m)，xv(m/s)，yv(m/s)，zv(m/s)”**。

请叠加误差生成雷达观测数据，利用统计信号处理和Kalman滤波的相关知识，并查阅相关文献，对以下问题进行回答：

问题一：采用不同运动模型（如CV模型、CA模型、Singer模型、当前统计模型、转弯模型、Jerk模型等，任选三种）对数据进行滤波，并利用蒙特卡洛仿真方法分析不同模型的估计精度。

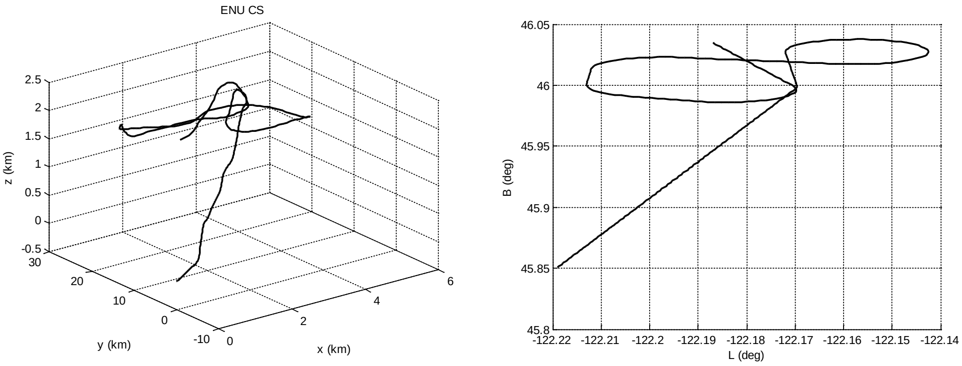
问题二：采用交互多模型（IMM）算法对数据进行滤波，并利用蒙特卡洛仿真方法分析IMM的滤波精度。IMM的子模型个数一般为2~3个，子模型类型可以为问题一中的一种、两种或三种。如为一种，则表示不同的过程噪声水平。要求输出IMM的中间结果，包括模式概率的转换曲线等。

问题三：由视频可知，该飞机经历了一系列强机动模式的转弯过程，包括水平和纵向转弯过程。数学上曲线的弯曲程度可以用**曲率**和**挠率**来衡量。如直线的曲率为0，可不需要修改增益；而转弯是机动过程，曲率较大，增益应该偏小，此时应该以量测为主。请尝试将曲率和（或）挠率引入到跟踪滤波算法中，进行理论和仿真研究，分析引入曲率和（或）挠率后跟踪滤波算法的性能对比。



(a)　飞机外形　　（b）航迹航路　　（c）地形图

图1 飞行地形和飞行轨迹图



(a) 航迹ENU三维图　　　　　　（b）航迹经纬图

图2 航迹数据绘图

【说明】

（1）视频文件“Flying.mp4”是老师手工拍摄的，为了节约空间，以快进模式录制的。

（2）现实生活中的雷达量测为距离、方位、俯仰或速度，考虑到量测方程是非线性模型，最佳滤波应该为非线性滤波。这里为了方便起见，假设量测是在雷达站东北天ENU直角坐标系下直接得到的，这并不影响分析结论。

（3）滤波需要初始迭代值。航迹起始可用两点或三点差分法，或用真实值起始。

（4）滤波模型可以三个维度解耦建模也可以联合滤波（前者是三个滤波方程后者一个滤波方程)。

（5）**过程噪声是一个设计参数，会影响滤波精度**。过程噪声大了小了都不行，过程噪声应该反复调试，以便使平均滤波误差达到最小。

（6）曲率和挠率处理思路。

曲率和挠率一般在数学手册或空间解析几何上有描述。

应用在跟踪领域有以下处理思路：一是计算曲率和挠率值，将其大小用来微调增益；二是将曲率和（或）挠率直接当成一个参数值，进行扩维滤波实时估计。曲率和（或）挠率可以和传统滤波模型结合也可以和IMM算法相结合。

设 $\mathbf{r}=(x,y,z)^{\mathrm{T}}$ 为位置矢量，则曲率和挠率的计算公式为

曲率：

$$k(t)=\frac{|\dot{\mathbf{r}}\times\ddot{\mathbf{r}}|}{|\dot{\mathbf{r}}|^3}=\frac{[(\dot{y}\ddot{z}-\ddot{y}\dot{z})^2+(\dot{z}\ddot{x}-\ddot{x}\dot{z})^2+(\dot{x}\ddot{y}-\ddot{x}\dot{y})^2]^{1/2}}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2)^{3/2}}$$

挠率：

$$\tau(t)=\frac{(\dot{\mathbf{r}},\ddot{\mathbf{r}},\dddot{\mathbf{r}})}{|\dot{\mathbf{r}}\times\ddot{\mathbf{r}}|^2}=\frac{\begin{vmatrix}\dot{x} & \dot{y} & \dot{z}\\ \ddot{x} & \ddot{y} & \ddot{z}\\ \dddot{x} & \dddot{y} & \dddot{z}\end{vmatrix}}{[(\dot{y}\ddot{z}-\ddot{y}\dot{z})^2+(\dot{z}\ddot{x}-\ddot{x}\dot{z})^2+(\dot{x}\ddot{y}-\ddot{x}\dot{y})^2]^2}$$

(7)滤波性能的蒙特卡洛检验方法。

1）均方根误差

记蒙特卡洛仿真次数为M

滤波误差的均值

$$\overline{e_x(k)} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}[x_i(k) - \hat{x}_i(k/k)]$$

滤波误差的标准差

$$\sigma_{\hat{x}} = \sqrt{\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}[x_i(k) - \hat{x}_i(k/k)]^2 - \left[\overline{e_x(k)}\right]^2}$$

y和z方向的位置误差及各方向的速度误差可类似描述，整体误差可按范数加权。绘制出不同时刻的均方根误差曲线即可体现滤波器的性能。

2）状体估计误差一致性检验

状态估计误差为

$$\tilde{\mathbf{X}}(k|k) = \mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k|k)$$

归一化状态估计误差的平方

$$\varepsilon(k) = \tilde{\mathbf{X}}^{\mathrm{T}}(k|k)\mathbf{P}^{-1}(k|k)\tilde{\mathbf{X}}(k|k)$$

M次蒙特卡洛仿真实验，每次得到样本$\varepsilon^i(k)$，样本均值为

$$\bar{\varepsilon}(k) = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\varepsilon^i(k)$$

则$M\bar{\varepsilon}(k)$为自由度$n_x M$的χ^2分布，给定置信度α，由χ^2分布表可得到$M\bar{\varepsilon}(k)$的置信区间，该区间除以M即为随机变量$\bar{\varepsilon}(k)$的置信区间。滤波结果如果在这个置信区间内，则状态估计算法是一致的。

【参考文献】

[1]Li X R, Jilkov V P. Survey of Maneuvering Target Tracking—PartI: DynamicModels[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, 2003, 39(4): 1333~1364.

[2]何友.雷达数据处理[M][第二版].北京：电子工业出版社，2009.

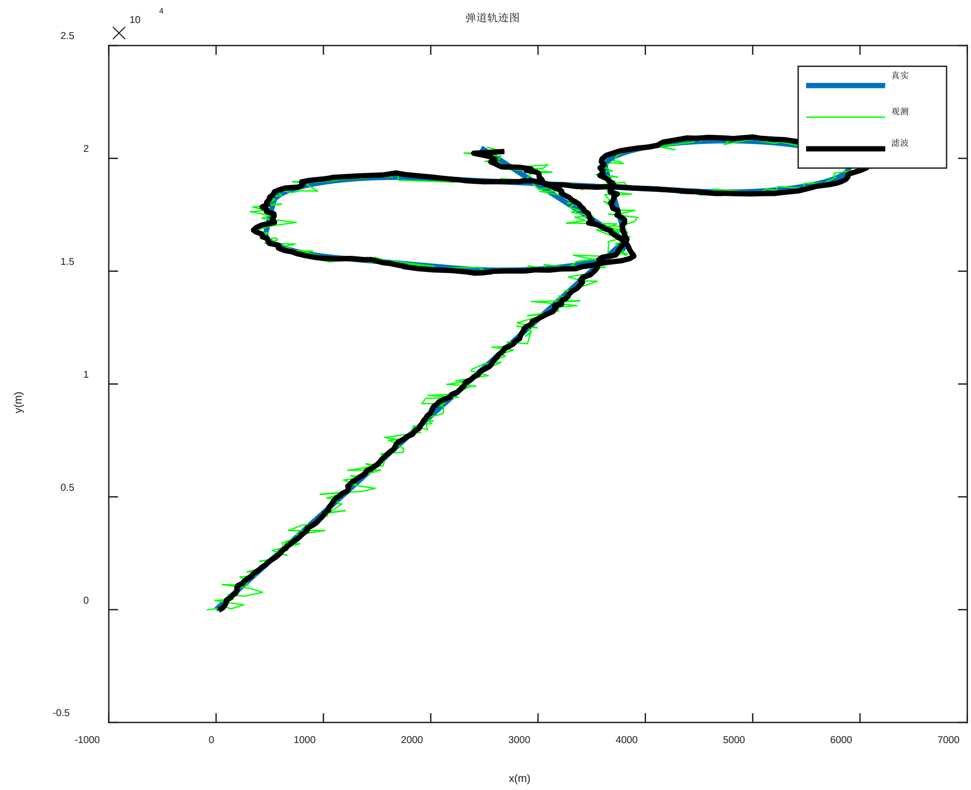
[3]蔡庆宇、薛毅等. 相控阵雷达数据处理及其仿真技术[M]. 国防工业出版社, 1997

[4] Yaakov bar-shalom，Estimation with Applications to Tracking and Navigation：Theory Algorithms and Software，John&Wiley，2001

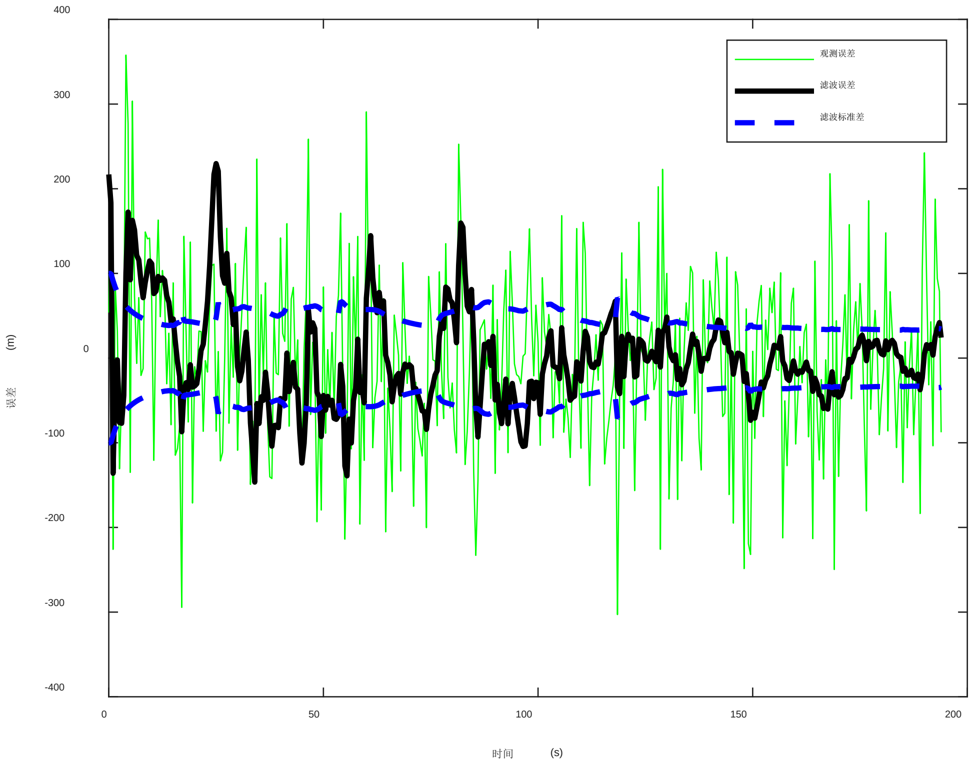
[5]叶其孝，实用数学手册（第2版），北京：科学出版社，2006

[6]罗鹏飞等，统计信号处理（第二版），北京：清华大学出版社，2023

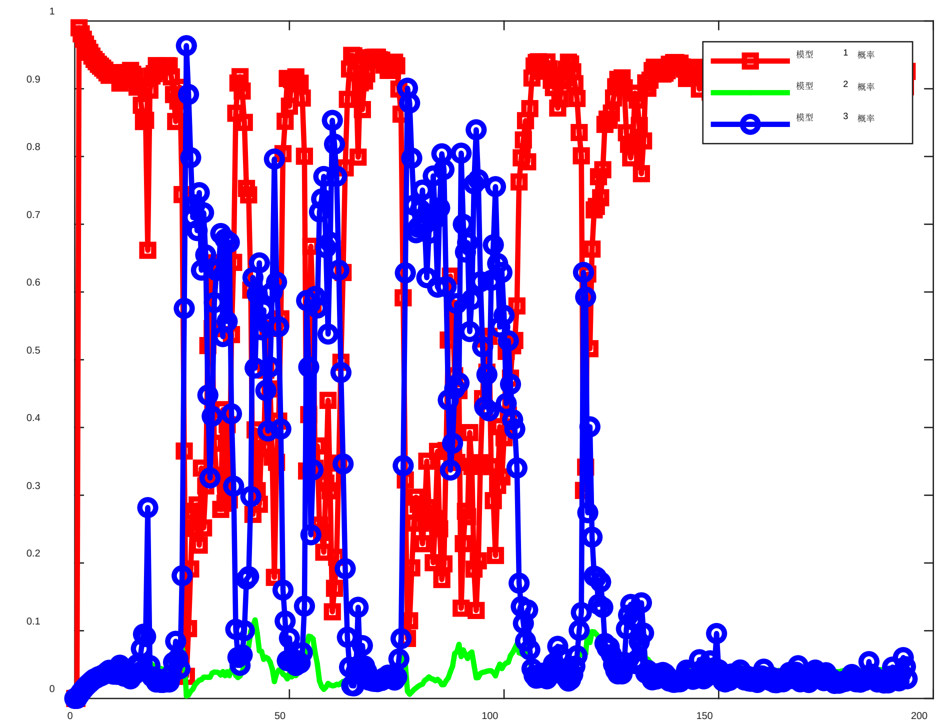
【部分仿真结果参考】



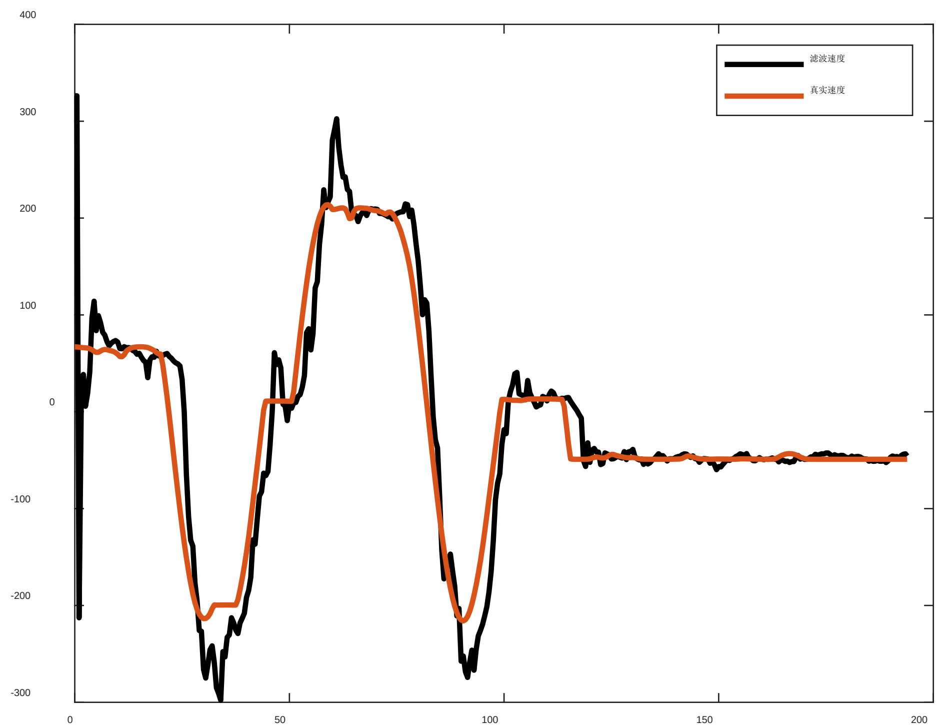
IMM 滤波结果



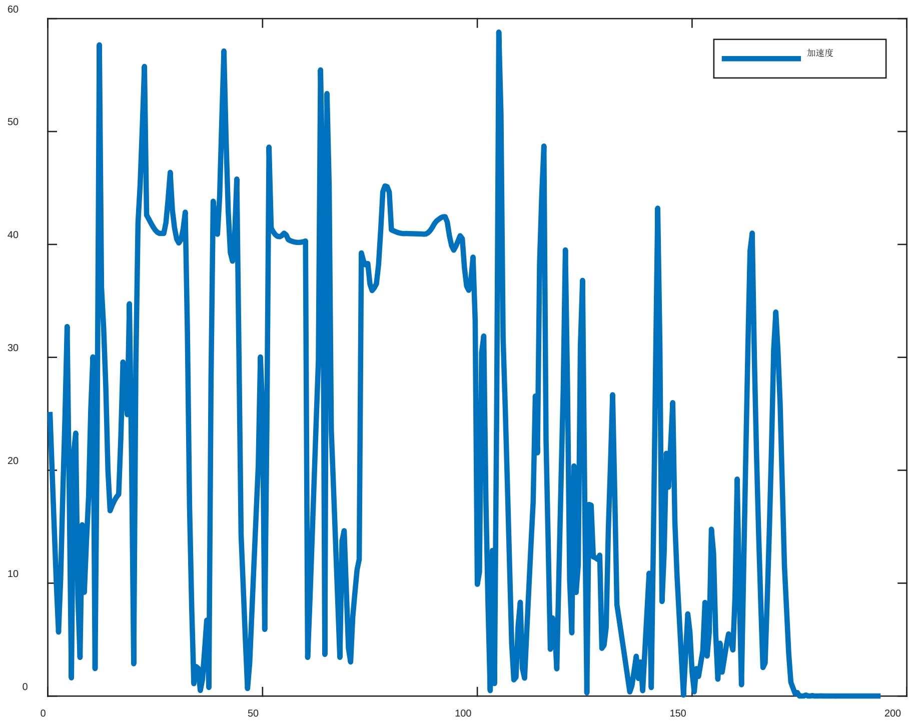
IMM 滤波误差



IMM 概率转化图



IMM 滤波速度



加速度