基于线性规划的最优组队模型

姓名：陈韵涵 学号：2022211388 班级：2022211313

摘要

在参加篮球比赛时，科学合理地挑选篮球队员组成首发阵容对于赢得比赛具有重要的作用。本文构建了基于线性规划的首发阵容选择模型，求解了如何挑选首发阵容来让球队在后续比赛中赢得球赛的几率最大。

针对问题1：首先将表1.1中的数据进行处理，根据队员在该位置的重要程度和该球员的可负责位置的数量来确定每位球员在每个位置的权值。以最终首发阵容权值最大作为目标函数；以每个位置只能有一名队员、每名队员只能去一个位置作为限制条件，利用matlab求解首发阵容选择方案。

在问题1的条件下求得的首发阵容：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 戴琦珍 | 葛香君 | 范诗语 | 鄂子清 |

针对问题2：与问题1类似，根据条件的变化修改每个球员在每个位置的权值，将问题2分为两个小问，利用matlab找到一种可以使最终首发阵容权值和最大的组合。

在问题2第一小问的条件下求得的首发阵容：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 戴琦珍 | 袁梦轩 | 范诗语 | 鄂子清 |

或者：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 葛香君 | 袁梦轩 | 范诗语 | 鄂子清 |

在问题2第二小问的条件下求得的首发阵容：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 戴琦珍 | 葛香君 | 范诗语 | 鄂子清 |

关键词：线性规划、权值、优秀队员、最佳组合、

一、问题重述

1.1 问题背景

球队共有8名队员，上场比赛分别有进攻前锋、机动前锋、中锋、组织后卫、得分后卫5个位置。现要从8个队员中挑选5人来组成首发阵容。

1.2 问题提出

根据以上背景及表格1.1中给出的数据，建立数学模型解决以下问题：

问题1：给出一个可行的首发阵容并说明理由。

问题2：(1)如果葛香君不能打中锋了，该阵容有什么变化？(2)如果袁梦轩临时伤病无法上场，首发阵容又会有什么变化？

二、问题分析

2.1 问题1的分析

首先，作为教练安排首发阵容，考虑的最重要因素肯定是如何安排首发阵容才能让整个比赛获胜的几率更高。

要组成使胜率最高的首发阵容，首先要考虑某个成员在某个位置的重要性。例如某一位置B只有成员A可以负责，那成员A对于位置B的重要性最大，成员A必须在首发阵容中负责位置B。

其次，还要考虑某个成员可负责的位置的数量。例如某一成员A只能负责位置B，则如果把A作为首发阵容里负责B的成员，倘若比赛过程中A出现意外导致无法上场，其所负责的位置存在后备人员的可能性更大，更有利于比赛的顺利进行。并且在一般情况下，如果一个队员只能负责一个位置，说明他在平时的训练中只训练了在那一个位置的篮球技巧，则可以认为该队员在那一个位置上的专业程度较高，如果将他放在首发阵容的这个位置上，比赛胜率更高。

因此，将某成员在某位置的重要程度乘以某成员负责的位置的单一程度作为某成员在某位置的权值。以安如熙在进攻前锋的权值为例，其权值等于。

接着，在求解问题时，将8个队员和五个位置编号，构建一个矩阵，矩阵的第i行第j个元素表示第i个队员在第j个位置上面的权值。然后用40个取值为0或者1的变量来表示第i个队员是否负责了第j个职位，如果负责了，则变量值为1，如果没负责，则变量值为0。

最后，利用matlab的linprog函数求解使变量与其对应的权值乘积之和的值最大的变量值，则可以求解出哪些队员要在首发阵容中负责哪个职位。限制条件为每个队员最多负责一个位置，每个位置有且仅有一人负责。

2.2 问题2的分析

与问题1类似，都是求解使权值与变量相乘之和最大的变量的值。不同之处在于要分别求解两名选手出现意外的情况下，首发阵容的人员分配，即改变问题1中记录权值的矩阵的值，来重新求解。

例如葛香君不能打中锋的情况下，葛香君只能负责位置2，则与位置2有关的队员在位置2的权值都会发生变化，葛香君在位置3的权值也会变为0。对于袁梦轩因临时伤病不能上场的情况也要相对问题1进行类似的改动。

另外，题目中强调了：“假设两种情况只有一种会出现”，因此可以把问题2看成由两个独立的小问题组成，即小问1：葛香君不能打中锋的情况，小问2：袁梦轩无法上场的情况。再将两个问题分别求解

三、符号说明

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 名称 |
| wij(i=1,2,…,8,j=1,2…,5)  xij(i=1,2,…,8,j=1,2…,5)  A | 第i名队员在位置j上的权值  第i名队员是否负责第j个位置  某个队员在某个位置的权值矩阵 |

四、模型假设

1. 每个队员只负责一个位置，每个位置有且仅有一个队员负责。

2. 除题目所给条件外，没有别的因素来决定首发阵容。

3. 所有队员实力相同。

五、模型建立与求解

5.1 问题1模型建立与求解

5.1.1 模型建立

1.给每个球员及位置编号：

位置：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |

队员：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 安如熙 | 鲍欣欣 | 蔡睿 | 戴琦真 | 袁梦轩 | 鄂子清 | 范诗语 | 葛香君 |

2.数据处理：

将某成员在某位置的重要程度乘以某成员负责的位置的单一程度作为某成员在某位置的权值，并建立记录权值的矩阵A：

记每个队员在某位置的重要程度：

记每个队员负责位置的单一程度：

[ 0 0

0 0 0 0

0 0 0

A = 0 0 0 0

0 0

0 0 0 0

0 0 0

0 0 0 ]

为了方便计算，将每个权值乘以其最大公倍数72：

A=[

12 9 0 0 0

26 0 0 0 0

12 9 0 0 0

0 18 0 0 0

0 0 8 12 12

0 0 0 0 36

0 0 12 18 0

0 9 12 0 0

]

3.确定目标函数：

max Z =

4.确定约束条件：

0≤xij≤1(i=1,2,…,8,j=1,2,…,5)

0≤≤1(i=1,2,…,8)

=1(j=1,2,…,5)

5.1.2 模型求解

利用matlab软件和以上条件，求解使Z最大的xij的值。(具体程序见附录程序1)。求得最大权值为110。

求得xij的值如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *i/j* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

可以得出篮球队首发阵容如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 戴琦珍 | 葛香君 | 范诗语 | 鄂子清 |

5.2 问题2模型建立与求解

5.2.1 第一小问的模型建立与求解

5.2.1.1 模型建立

1.根据题目条件变化，修改原表1.1：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 安如熙 | 鲍欣欣 | 蔡睿 | 戴琦珍 | 袁梦轩 | 鄂子清 | 范诗语 | 葛香君 |
| 1、2 | 1 | 1、2 | 2 | 3、4、5 | 5 | 3、4 | 2 |

2.数据处理：

依据修改过后的数据重新构造矩阵A：

[ 0 0

0 0 0 0

0 0 0

A = 0 0 0 0

0 0

0 0 0 0

0 0 0

0 0 0 0 ]

类似地，为了方便计算，将每个权值乘以其最小公倍数24：

A=[

4 3 0 0 0

8 0 0 0 0

4 3 0 0 0

0 6 0 0 0

0 0 4 4 4

0 0 0 0 12

0 0 6 6 0

0 6 0 0 0

]

3.确定目标函数：

max Z =

4.确定约束条件：

0≤xij≤1(i=1,2,…,8,j=1,2,…,5)

0≤≤1(i=1,2,…,8)

=1(j=1,2,…,5)

5.2.1.2 模型求解

利用matlab软件和以上条件，求解使Z最大的xij的值。(具体程序见附录程序2)。求得最大权值为36。

求得xij的值如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *i/j* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

可以得出篮球队首发阵容如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 戴琦珍 | 袁梦轩 | 范诗语 | 鄂子清 |

但实际上，由于戴琦珍和葛香君可以负责的位置数量和在这一位置的重要程度都一模一样，两人在机动前锋这一位置的权值一模一样，并不能简单得出戴琦珍比葛香君更适合打机动前锋这一结论。因此更为公平的做法是令两人再针对担任机动前锋的能力实际比较一次。

因此，这次的首发阵容也可以是：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 葛香君 | 袁梦轩 | 范诗语 | 鄂子清 |

5.2.2 第二小问的模型建立与求解

5.2.2.1 模型建立

1.根据条件变化，修改原表1.1：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 安如熙 | 鲍欣欣 | 蔡睿 | 戴琦珍 | 袁梦轩 | 鄂子清 | 范诗语 | 葛香君 |
| 1、2 | 1 | 1、2 | 2 | / | 5 | 3、4 | 2、3 |

2.数据处理：

依据修改过后的数据重新构造矩阵A：

[ 0 0 0

0 0 0 0

0 0 0

A = 0 0 0 0

0 0 0 0 0

0 0 0 0 1

0 0 0

0 0 0 ]

类似地，为了方便计算，将每个权值乘以其最小公倍数24：

A=[

4 3 0 0 0

8 0 0 0 0

4 3 0 0 0

0 6 0 0 0

0 0 0 0 0

0 0 0 0 24

0 0 6 12 0

0 3 6 0 0

]

3.确定目标函数：

max Z =

4.确定约束条件：

0≤xij≤1(i=1,2,…,8,j=1,2,…,5)

0≤≤1(i=1,2,…,8)

=1(j=1,2,…,5)

5.2.2.2 模型求解

利用matlab软件和以上条件，求解使Z最大的xij的值。(具体程序见附录程序3)。求得最大权值为56。

求得xij的值如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *i/j* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

可以得出篮球队首发阵容如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 进攻前锋 | 机动前锋 | 中锋 | 组织后卫 | 得分后卫 |
| 鲍欣欣 | 戴琦珍 | 葛香君 | 范诗语 | 鄂子清 |

六、模型的评价

6.1 模型的优点

①本文的模型建立在理性的分析和合理的推导之上，化抽象为具体，利用了仅有的较少条件，将不具体的条件转换为具体的每个队员在每个位置的权值，较为整体而全面地评估了怎样组成首发阵容能使比赛的胜率最高。

②该模型对于本文给出的求最优首发阵容组合有着较强的实用性和适用性，在某位队员的条件改变后依然可以使用，可以灵活变换，因此它有着较强的现实意义。

③当球员较多且球员可负责的位置都较多时，可以用此模型快速而科学地决定出首发阵容。

6.2 模型的缺点

①该模型虽然给出了具体的每位队员在每个位置上的权值，但这个权值却仅仅是根据现实中球赛规则以及经验的总结得出的，可能与实际上每位队员在每个位置的能力高低程度有着一定的差异。

②当两名队员可以负责的位置及数量一模一样时，没有办法抉择出究竟选择哪一位球员。

6.3 模型的推广的改进

在现实生活中，教练对于每位队员在每个位置上的能力值肯定有更为全面的数据化评估，例如可以对队员1在位置2上的能力打分为4分，而球员2在位置2上的能力打分为5分。如果有这类条件的加入，对于每位队员在每个位置上权值的计算结果肯定会更加与现实相符合，减少多名队员在所有位置的权值一模一样的情况，从而使模型更加准确地计算推导出球赛的首发阵容，减少难以抉择的情况。

七、参考文献

[1] 【篮球比赛中的首发是什么意思？\_\_百度知道】

[篮球比赛中的首发是什么意思？\_百度知道 (baidu.com)](https://zhidao.baidu.com/question/215977207.html#:~:text=%E4%B8%80%E8%88%AC%E6%9D%A5%E8%AF%B4%EF%BC%8C%E9%A6%96%E5%8F%91%E9%98%B5,%E9%97%B4%E7%9A%84%E6%8D%A2%E4%BA%BA%E7%9A%84%E5%B8%83%E7%BD%AE%E3%80%82)

八、附录

程序1：

% 给定权值矩阵 C 作为目标函数系数

C = [

12 9 0 0 0;

26 0 0 0 0;

12 9 0 0 0;

0 18 0 0 0;

0 0 8 12 12;

0 0 0 0 36;

0 0 12 18 0;

0 9 12 0 0

];

c0 = -reshape(C', 1, []);

a0 = [1 1 1 1 1];

a1 = [a0,zeros(1,35)];

a2 = [zeros(1,5),a0,zeros(1,30)];

a3 = [zeros(1,10),a0,zeros(1,25)];

a4 = [zeros(1,15),a0,zeros(1,20)];

a5 = [zeros(1,20),a0,zeros(1,15)];

a6 = [zeros(1,25),a0,zeros(1,10)];

a7 = [zeros(1,30),a0,zeros(1,5)];

a8 = [zeros(1,35),a0];

A = [a1;a2;a3;a4;a5;a6;a7;a8];

b0 = [1,1,1,1,1,1,1,1];

% 等式约束

[m,n] = size(C);

B = eye(n);

Aeq = [B,B,B,B,B,B,B,B];

beq = [1,1,1,1,1];

% 变量下界

LB = zeros(40,1);

% 变量上界

UB = ones(40,1);

[x,fval] = linprog(c0,A,b0,Aeq,beq,LB,UB);

disp('最大加权得分：');

disp(-fval);

程序2：

% 给定权值矩阵 C 作为目标函数系数

C = [

4 3 0 0 0;

8 0 0 0 0;

4 3 0 0 0;

0 6 0 0 0;

0 0 4 4 4;

0 0 0 0 12;

0 0 6 6 0;

0 6 0 0 0;

];

c0 = -reshape(C', 1, []);

a0 = [1 1 1 1 1];

a1 = [a0,zeros(1,35)];

a2 = [zeros(1,5),a0,zeros(1,30)];

a3 = [zeros(1,10),a0,zeros(1,25)];

a4 = [zeros(1,15),a0,zeros(1,20)];

a5 = [zeros(1,20),a0,zeros(1,15)];

a6 = [zeros(1,25),a0,zeros(1,10)];

a7 = [zeros(1,30),a0,zeros(1,5)];

a8 = [zeros(1,35),a0];

A = [a1;a2;a3;a4;a5;a6;a7;a8];

b0 = [1,1,1,1,1,1,1,1];

% 等式约束

[m,n] = size(C);

B = eye(n);

Aeq = [B,B,B,B,B,B,B,B];

beq = [1,1,1,1,1];

% 变量下界

LB = zeros(40,1);

% 变量上界

UB = ones(40,1);

[x,fval] = linprog(c0,A,b0,Aeq,beq,LB,UB);

disp('最大加权得分：');

disp(-fval);

程序3：

% 给定权值矩阵 C 作为目标函数系数

C = [

4 3 0 0 0;

8 0 0 0 0;

4 3 0 0 0;

0 6 0 0 0;

0 0 0 0 0;

0 0 0 0 24;

0 0 6 12 0;

0 3 6 0 0;

];

c0 = -reshape(C', 1, []);

a0 = [1 1 1 1 1];

a1 = [a0,zeros(1,35)];

a2 = [zeros(1,5),a0,zeros(1,30)];

a3 = [zeros(1,10),a0,zeros(1,25)];

a4 = [zeros(1,15),a0,zeros(1,20)];

a5 = [zeros(1,20),a0,zeros(1,15)];

a6 = [zeros(1,25),a0,zeros(1,10)];

a7 = [zeros(1,30),a0,zeros(1,5)];

a8 = [zeros(1,35),a0];

A = [a1;a2;a3;a4;a5;a6;a7;a8];

b0 = [1,1,1,1,1,1,1,1];

% 等式约束

[m,n] = size(C);

B = eye(n);

Aeq = [B,B,B,B,B,B,B,B];

beq = [1,1,1,1,1];

% 变量下界

LB = zeros(40,1);

% 变量上界

UB = ones(40,1);

[x,fval] = linprog(c0,A,b0,Aeq,beq,LB,UB);

disp('最大加权得分：');

disp(-fval);