

主要内容

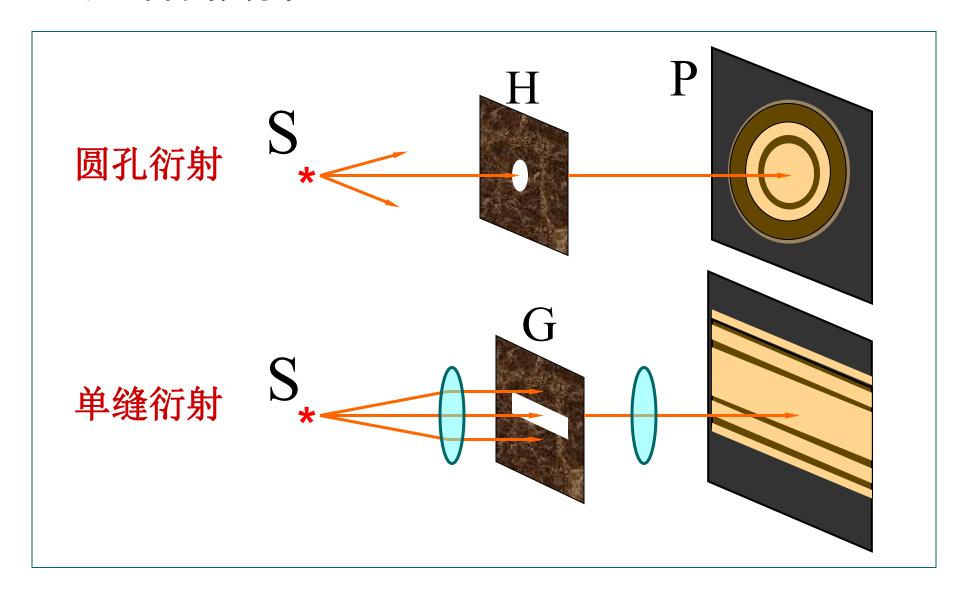
```
§ 1
   光的衍射现象
§ 2
   惠更斯-菲涅耳原理
§ 3
   单缝的夫琅禾费衍射
   夫琅禾费圆孔衍射和光学仪器
§ 4
   的分辨本领
   衍射光栅
§ 5
§ 6
   光栅光谱
```

X射线衍射

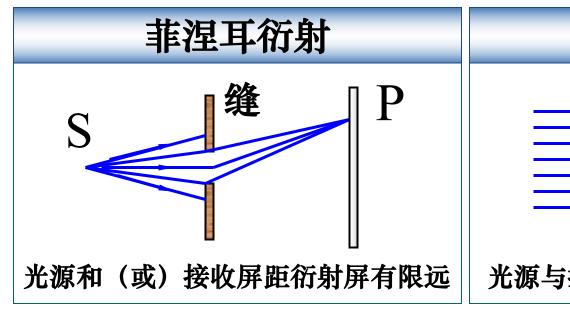
§ 14.1

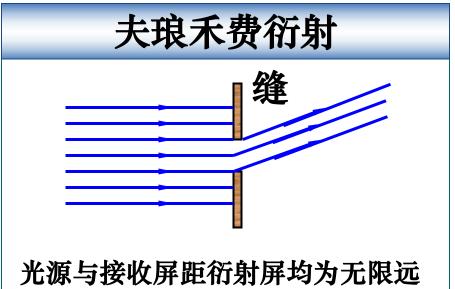
光的衍射现象

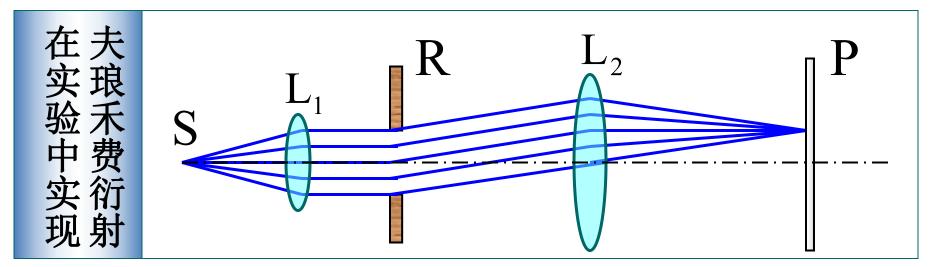
一、光的衍射现象



二、衍射分类——按照光源、衍射屏和接收屏的相对位置







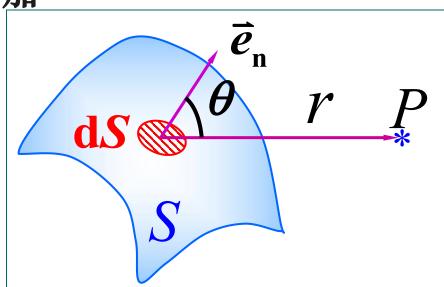
§ 14.2

惠更斯-菲涅耳原理

惠更斯-菲涅耳原理:

衍射波场中任意一点 P 的扰动,可以看作是波前 S 上 连续分布的假想的子波源在该点所产生的相干振动的叠

加



S: t 时刻波前

dS:波前上面元

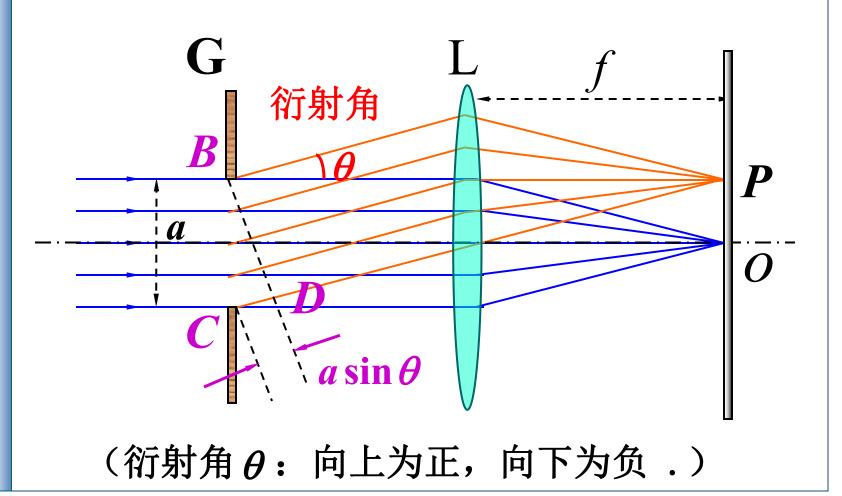
(子波源)

子波在 P 点引起的振动振幅 $\propto \frac{\mathrm{d}s}{r}$ 并与 θ 有关.

§ 14.3

单缝的夫琅禾费衍射

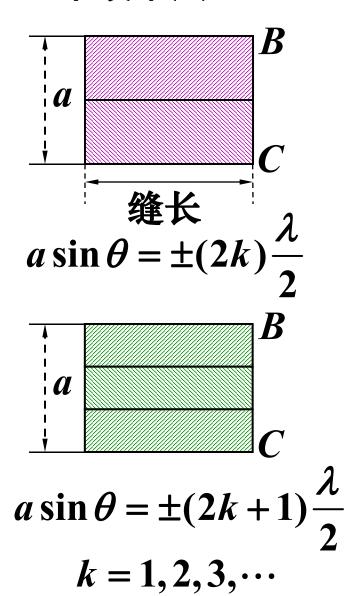
夫琅禾费单缝 彻 射

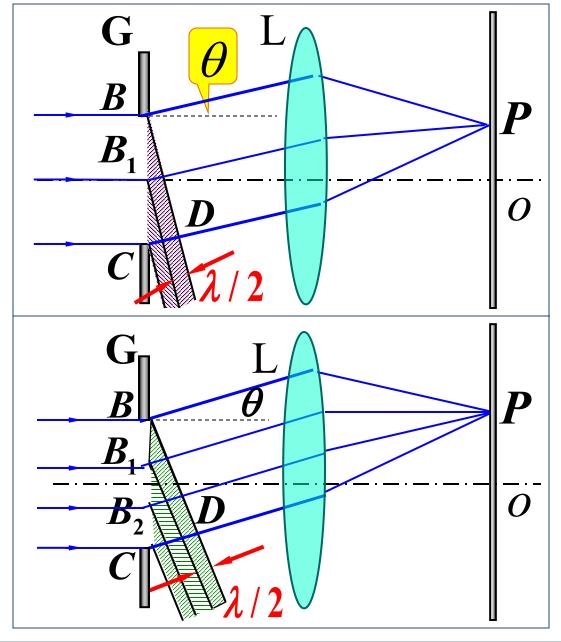


菲涅尔半波带法

$$CD = a \sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, 3, \cdots)$$

一、半波带法





$$CD = a \sin \theta$$

$$= \pm k \frac{\lambda}{2}$$

$$(k \wedge + 液 \#)$$

$$a \sin \theta = 0$$

中央明纹中心

$$a\sin\theta = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda$$
 干涉相消 (暗纹)

2k个半波带

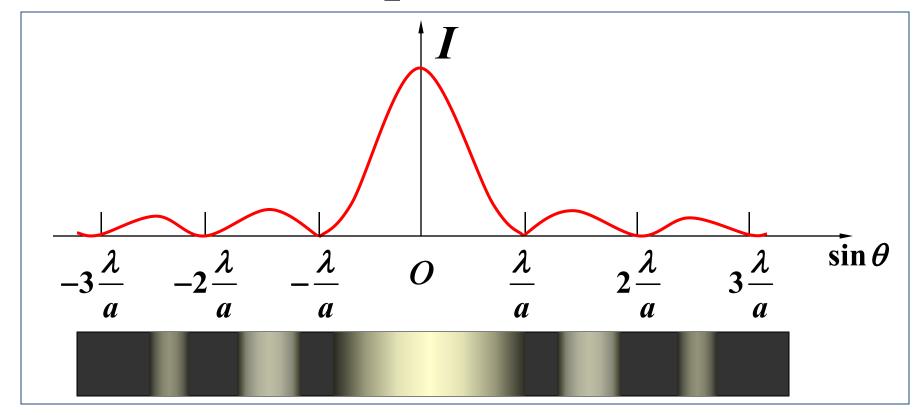
$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$
 干涉加强(明纹)

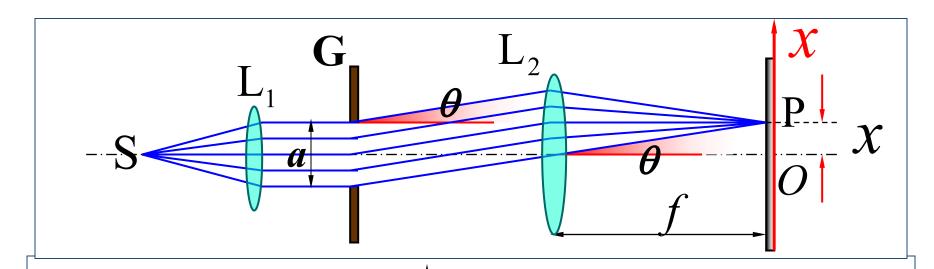
$$a\sin\theta \neq k\frac{\lambda}{2}$$

(介于明暗之间)
$$(k = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(k=1,2,3,\cdots)$$

二、光强分布





暗纹位置

$$x_k = \pm k \frac{\lambda}{a} f$$

当 θ 较小时, $\sin\theta ≈ \theta$

$$x = \theta f$$

$$a \sin \theta = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$
 干涉加强(明纹)

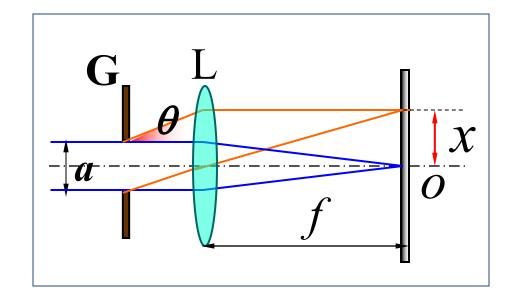
$$\sin\theta \approx \theta, \quad x_k = k\frac{\lambda}{a}f$$

1. 第一暗纹距中心的距离

$$x_1 = \frac{\lambda}{a} f$$

第一暗纹的衍射角

$$\theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{a} \approx \frac{\lambda}{a}$$



第一暗纹的衍射角
$$\theta_1 \approx \frac{\lambda}{a}$$

光直线传播

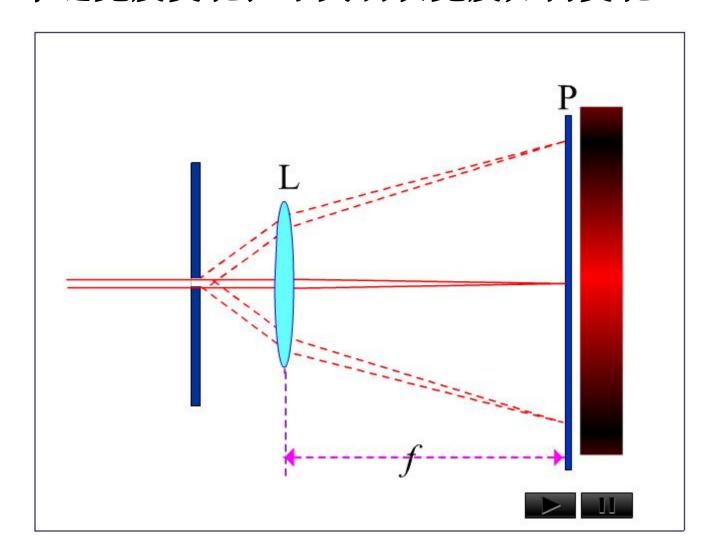
- 2. 中央明纹(k=1的两暗纹间)

角范围
$$-\frac{\lambda}{a} < \sin\theta < \frac{\lambda}{a}$$
 线范围 $-\frac{\lambda}{a}f < x < \frac{\lambda}{a}f$

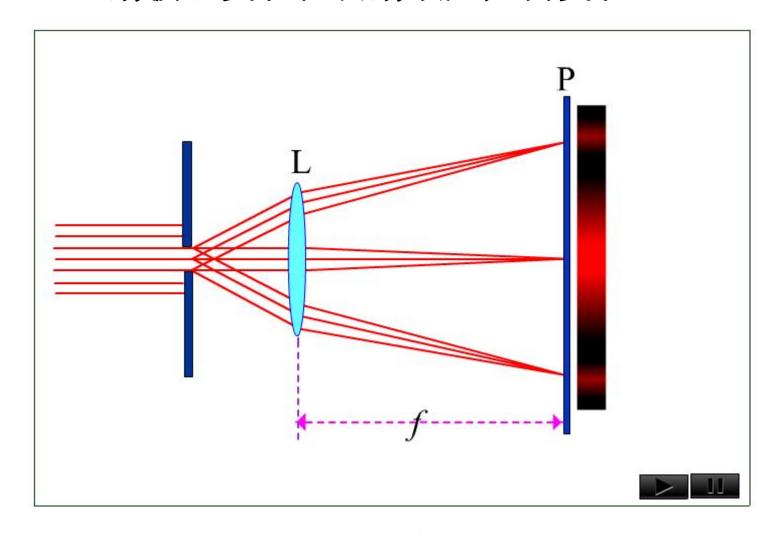
中央明纹的角宽度
$$\Delta \theta_0 = 2\theta_1 = 2\frac{\lambda}{a}$$



◆ 单缝宽度变化,中央明纹宽度如何变化?



◆ 入射波长变化, 衍射效应如何变化?



 λ 越大, θ_1 越大,衍射效应越明显.



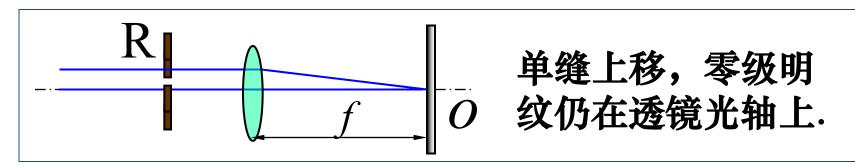
3. 条纹宽度(相邻条纹间距)

$$\begin{cases} a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda + \frac{\pi}{2} + \pi \text{ T } \text{ T$$

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda}{h} f$$

除了中央明纹外的其它明纹、暗纹的宽度

- 4. 单缝衍射的动态变化
 - ◆ 单缝上下移动,根据透镜成像原理衍射图不变.



例1 一单缝,宽为b=0.1 mm,缝后放有一焦距为50 cm的会聚透镜,用波长 λ =546.1 nm的平行光垂直照射单缝,试求位于透镜焦平面处的屏幕上中央明纹的宽度和中央明纹两侧任意两相邻暗纹中心之间的距离. 如将单缝位置作上下小距离移动,屏上衍射条纹有何变化?

解 中央明纹宽度 $\Delta x_0 = \frac{2\lambda f}{b} = 5.46 \,\mathrm{mm}$ 其它明纹宽度 $\Delta x = \frac{\lambda f}{b} = 2.73 \,\mathrm{mm}$

如将单缝位置作上下小距离移动, 屏上衍射条纹不变

5. 入射光非垂直入射时光程差的计算

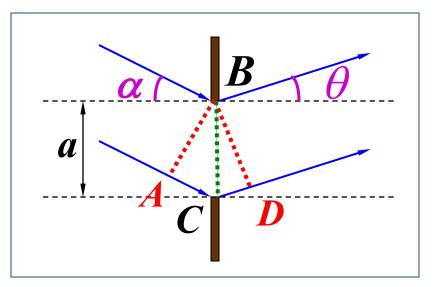
$$\Delta L = CD + AC$$
$$= a(\sin \theta + \sin \alpha)$$

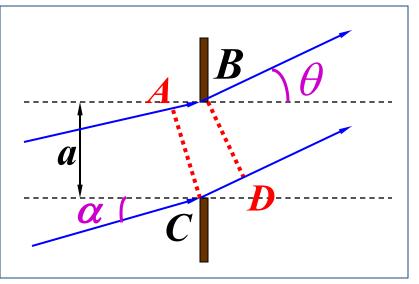
(中央明纹向下移动)

$$\Delta L = CD - BA$$

$$= a(\sin \theta - \sin \alpha)$$

(中央明纹向上移动)







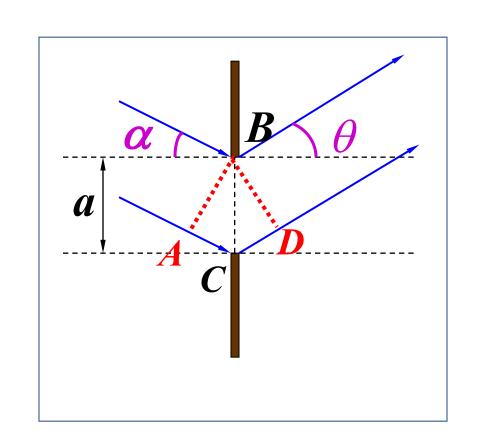
例1 设有一单色平面波斜射到宽度为 a 的单缝上,如图所示,求各级暗纹的衍射角 θ .

$$\mathbf{M} \qquad \Delta L = CD + AC \\
= a(\sin \theta + \sin \alpha)$$

由暗纹条件

$$a(\sin \theta + \sin \alpha) = \pm k\lambda$$
$$(k = 1, 2, 3, \dots)$$

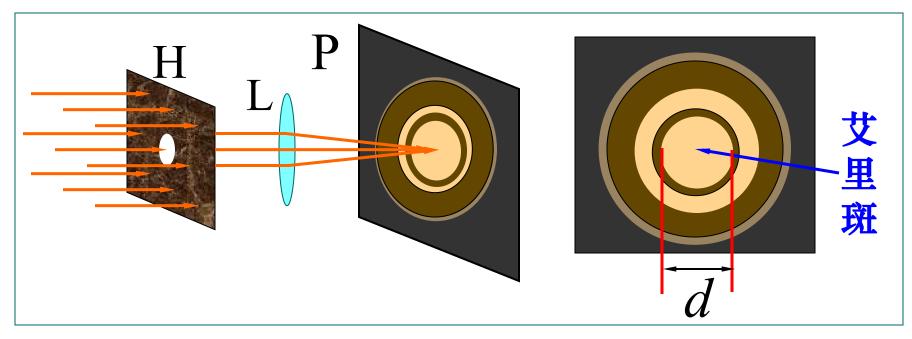
$$\theta = \arcsin(\frac{\pm k\lambda}{a} - \sin\alpha)$$

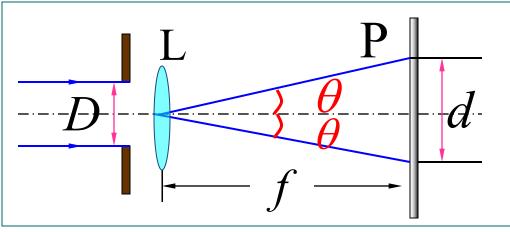


§ 14.4

夫琅禾费圆孔衍射 和光学仪器的分辨本领

14.4.1 夫琅禾费圆孔衍射



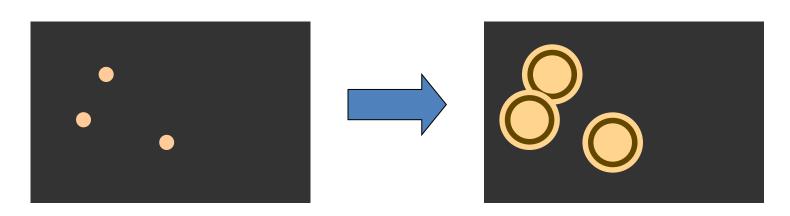


d: 艾里斑直径

艾里斑的半角宽度

$$\Delta \theta = \frac{d/2}{f} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

14.4.2 光学仪器的分辨本领



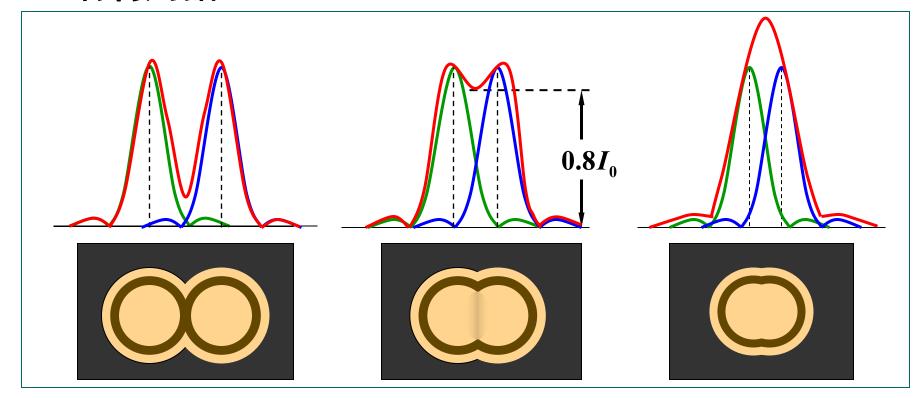
由于衍射的存在,理想的成像光学仪器也无法实现点物成点像的理想情况。

光学仪器的分辨本领一仪器分辨开相邻两个物点的像的能力。

提问:两个物点至少应相距多远,仪器或是人眼才能够把它们分辨开呢?



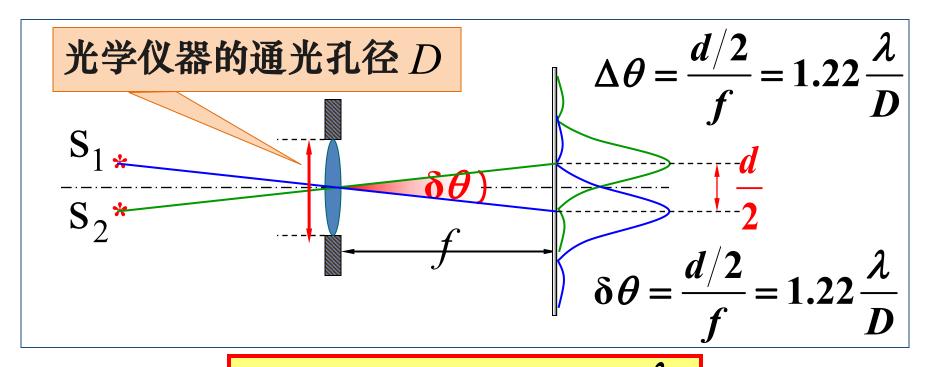
一、瑞利判据



对于两个强度相等的不相干的点光源(物点),一个点光源的衍射图样的主极大刚好和另一点光源衍射图样的第一极小相重合,这时两个点光源(或物点)的像恰能分辨.

二、光学仪器的分辨本领

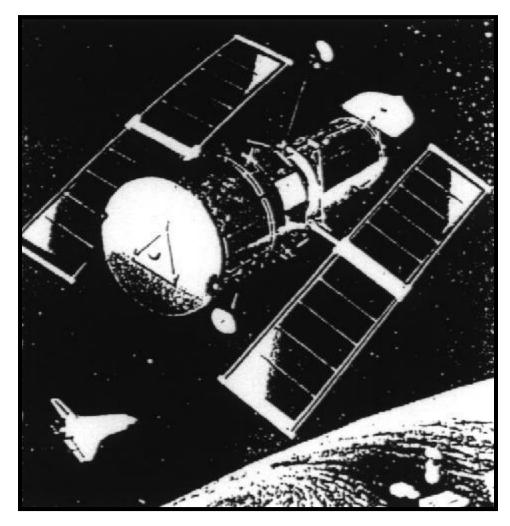
(两光点刚好能分辨)



最小分辨角
$$\delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

光学仪器分辨率
$$R = \frac{1}{\delta \theta} = \frac{D}{1.22 \lambda} \propto D, \frac{1}{\lambda}$$

1990 年发射的哈勃 太空望远镜的凹面物镜 的直径为2.4m, 最小分 辨角 $\delta\theta = 0.1$ ",在大气层 外 615km 高空绕地运行, 可观察130亿光年远的太 空深处,发现了500亿个 星系.



- 例1 设人眼在正常照度下的瞳孔直径约为3mm,而在可见光中,人眼最敏感的波长为550nm,问
 - (1) 人眼的最小分辨角有多大?
- (2) 若物体放在距人眼25cm (明视距离) 处,则两物点间距为多大时才能被分辨?

解 (1)
$$\delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = \frac{1.22 \times 5.5 \times 10^{-7} \text{ m}}{3 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

= $2.2 \times 10^{-4} \text{ rad}$

(2)
$$d = l \cdot \delta \theta = 25 \text{cm} \times 2.2 \times 10^{-4}$$

= 0.0055cm = 0.055mm

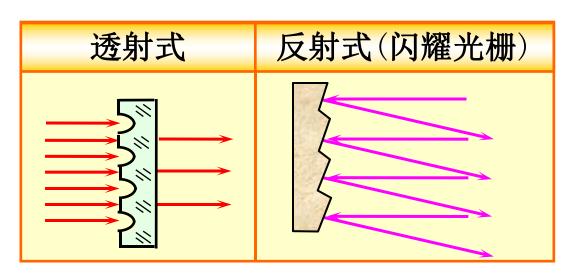


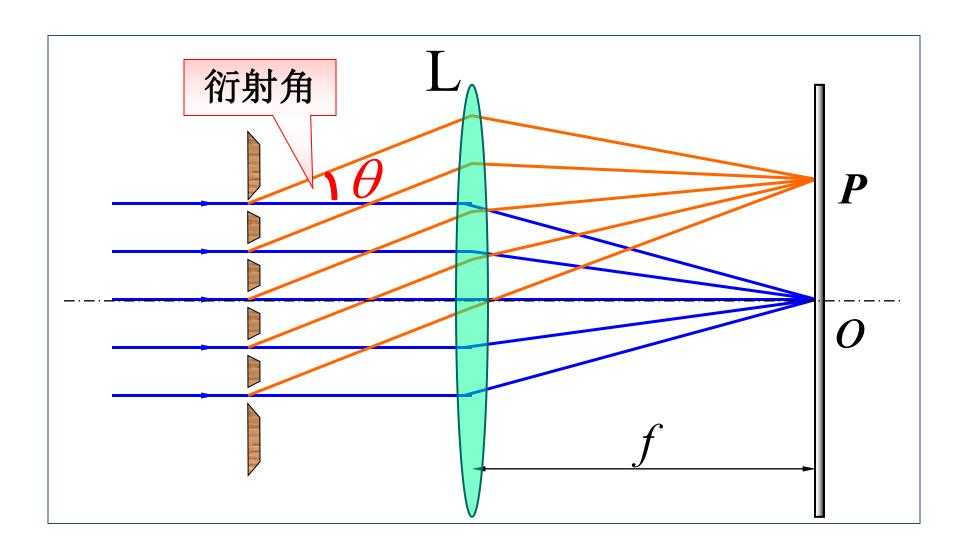
§ 14.5 衍射光栅

一、光栅

许多等宽度的狭缝等间距的排列起来形成的具有周期性结构的光学元件.

- 1. 透射光栅:在玻璃片上刻划出一系列平行等距的划痕,刻过的地方不透光 (漫反射),未刻地方透光 (相当于通光狭缝)。
- 2. 反射光栅: 在光洁度很高的金属表面刻出一系列等间距的平行细槽,刻槽为锯齿形。





二、光栅衍射条纹的形成

光栅的衍射条纹是单缝衍射和多缝干涉的总效果。

相邻两缝间的光程差:

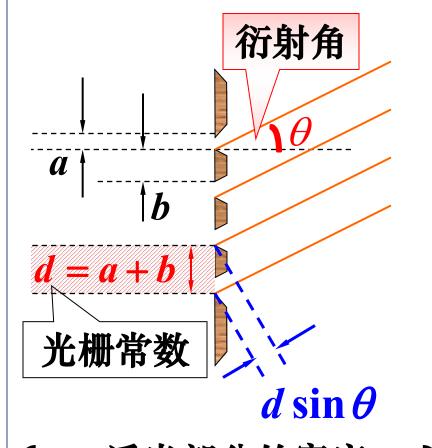
$$\Delta L = (a+b)\sin\theta = d\sin\theta$$

光栅方程

干涉明纹位置

$$d \sin \theta = \pm k\lambda$$

$$(k=0,1,2,\cdots)$$



(a:透光部分的宽度

b: 不透光部分的宽度

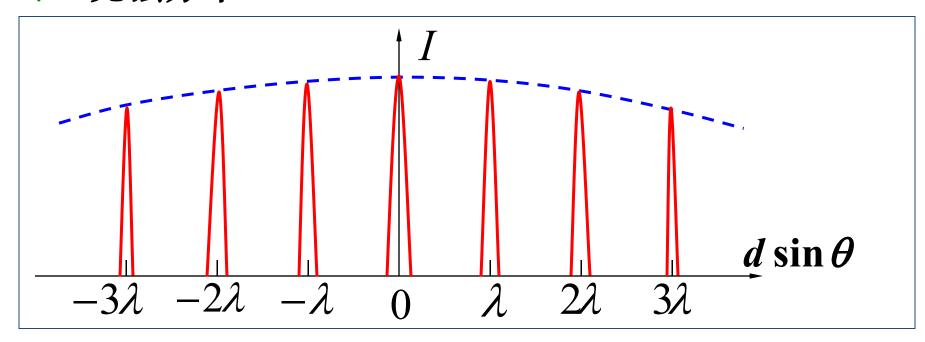
光栅常数: 10⁻⁵~10⁻⁶m



光栅方程

$$d \sin \theta = \pm k\lambda$$
 $(k = 0, 1, 2, \cdots)$

◆ 光强分布



◆ 条纹最高级数

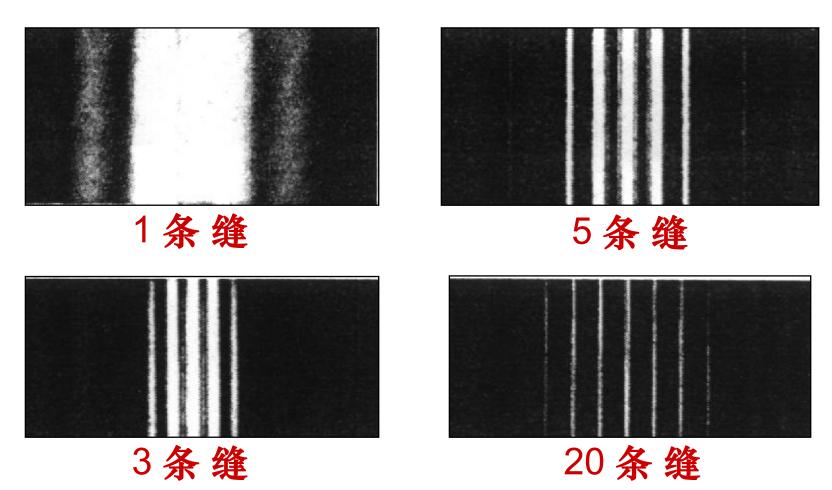
$$\sin \theta_k = \pm \frac{k\lambda}{d}$$

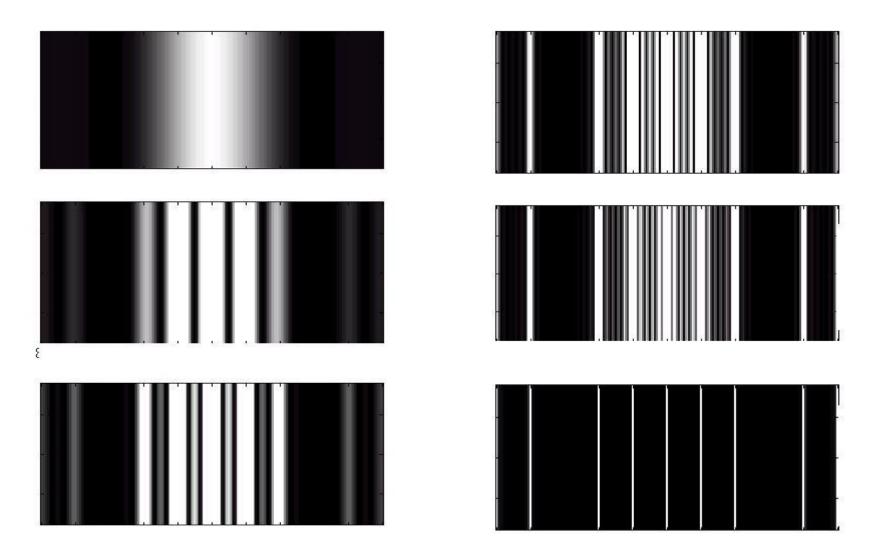
$$\theta = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$k_{\text{max}} = \frac{d}{\lambda}$$

◆ 光栅中狭缝条数越多,明纹越亮.

亮纹的光强 $I=N^2I_0$ (N: 狭缝数, I_0 : 单缝光强)





◆ 明纹间距

$$d\sin\theta = \pm k\lambda$$
 $(k = 0, 1, 2, \cdots)$

$$\Delta k = 1$$
, $\sin \theta_{k+1} - \sin \theta_k = \frac{\lambda}{d}$

(1) 光栅常数越小,明纹越窄,明纹间相隔越远

$$\lambda$$
一定, d 减少, $\theta_{k+1} - \theta_k$ 增大.

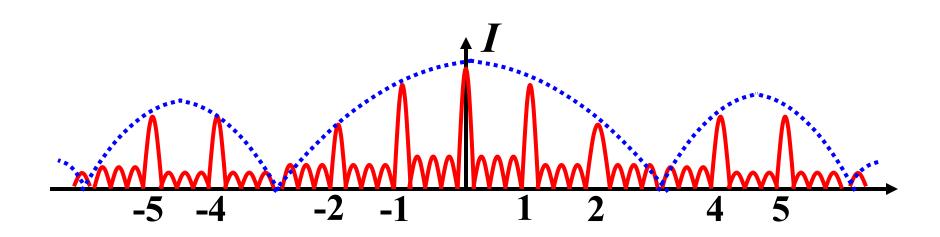
(2) 入射光波长越大,明纹间相隔越远

$$d$$
一定, λ 增大, $\theta_{k+1} - \theta_k$ 增大.



◆ 暗纹与次级明纹

在相邻两个干涉明纹之间有 N-1 个暗纹;在相邻两个暗纹之间有一个明纹作间隔,由于其亮度较干涉明纹小很多,称为次级明纹,故相邻两个干涉明纹(亦称主明纹)就会出现 N-2 个次级明纹.



◆ 缺级现象

多缝干涉明纹条件

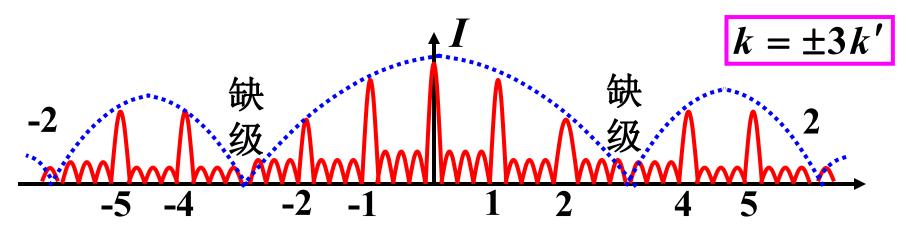
$$d \sin \theta = \pm k\lambda$$
$$(k = 0, 1, 2, \cdots)$$

单缝衍射暗纹条件

$$a \sin \theta = \pm k' \lambda$$

 $(k' = 1, 2, 3, \cdots)$

$$k = \pm \frac{d}{a}k' \qquad (k' = 1, 2, 3, \cdots)$$



例1 用白光垂直照射在每厘米有6500条刻痕的平面光栅上, 求第三级光谱的张角.

解
$$\lambda = 400 \sim 760 \text{ nm}$$
 $d = \frac{1}{6500} \text{ cm}$
紫光 $\sin \theta_1 = \frac{k\lambda_1}{d} = \frac{3 \times 4 \times 10^{-5} \text{ cm}}{1/6500 \text{ cm}} = 0.78$ $\theta_1 = 51.26^\circ$

红光
$$\sin \theta_2 = \frac{k\lambda_2}{d} = \frac{3 \times 7.6 \times 10^{-5} \text{ cm}}{1/6500 \text{ cm}} = 1.48 > 1$$
 不可见

第三级光谱的张角 $\Delta\theta = 90.00^{\circ} - 51.26^{\circ} = 38.74^{\circ}$

第三级光谱所能出现的最大波长

$$\lambda' = \frac{d\sin 90^{\circ}}{k} = \frac{d}{3} = 513 \text{ nm} \qquad \text{\sharp £}$$

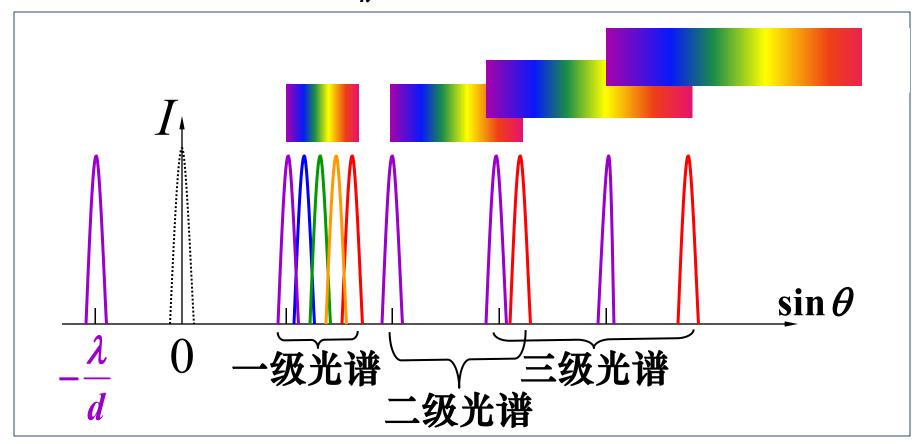


§ 14.6 光栅光谱

14.6.1 光栅的分光原理

光栅方程 $d \sin \theta = \pm k\lambda$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$

白光入射时, λ 不同, θ_k 不同,按波长顺序排列形成光谱.



例如 二级光谱重叠部分光谱范围

$$\begin{cases} (b+b')\sin\theta = 3\lambda_{\frac{\alpha}{2}} \\ (b+b')\sin\theta = 2\lambda \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{3}{2} \lambda_{\sharp} = 600 \, \mathbf{nm}$$

$$\lambda = 400 \sim 760 \, \mathrm{nm}$$

二级光谱重叠部分:

 $600 \sim 760 \, \text{nm}$

◆ 衍射光谱分类

连续光谱: 炽热物体光谱

线状光谱: 放电管中气体放电

带状光谱: 分子光谱

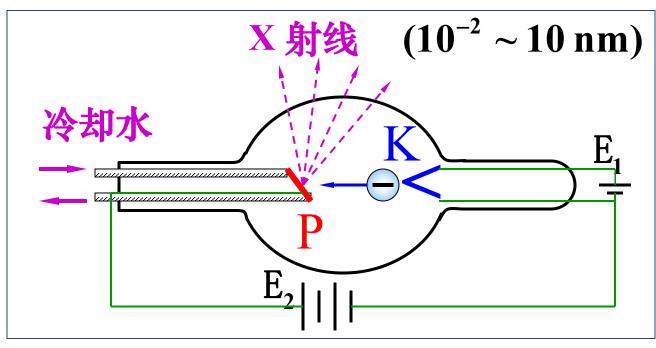
◆ 光谱分析

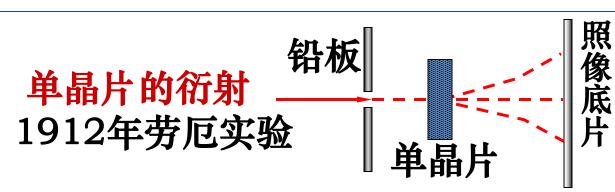
由于不同元素(或化合物)各有自己特定的光谱,所以由谱线的成分,可分析出发光物质所含的元素或化合物;还可从谱线的强度定量分析出元素的含量.

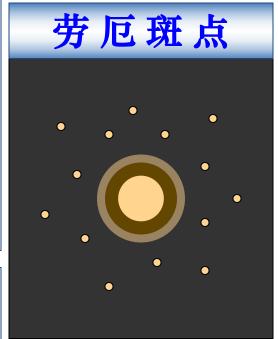
§ 14.7

X射线衍射

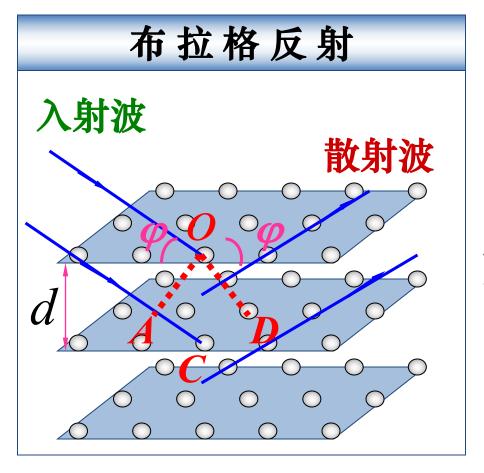
1. 1885年伦琴发现,受高速电子撞击的金属会发射一种穿透性很强的射线,称X射线.







2. 1913年英国布拉格父子提出了一种解释 X 射线衍射的方法,并于1915年荣获物理学诺贝尔奖.



晶格常数 d 掠射角 θ

$$\Delta L = AC + CD$$
$$= 2d \sin \varphi$$

相邻两个晶面反射的两X射 线干涉加强的条件

布拉格公式

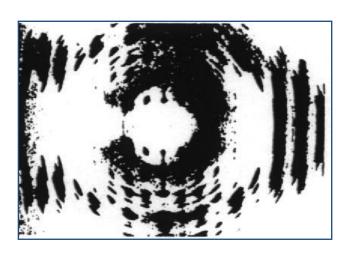
$$2d \sin \varphi = k\lambda$$
$$k = 0, 1, 2, \cdots$$

布拉格公式

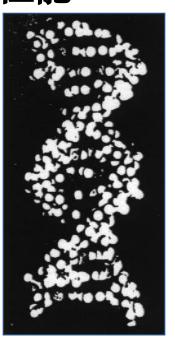
 $2d\sin\varphi=k\lambda$ $k=0,1,2,\cdots$

用途:

- 1. 测量射线的波长研究X射线谱,进而研究原子结构;
- 2. 研究晶体的结构,进一步研究材料性能.



DNA 晶体的X衍射照片



DNA 分子的双螺旋结构

