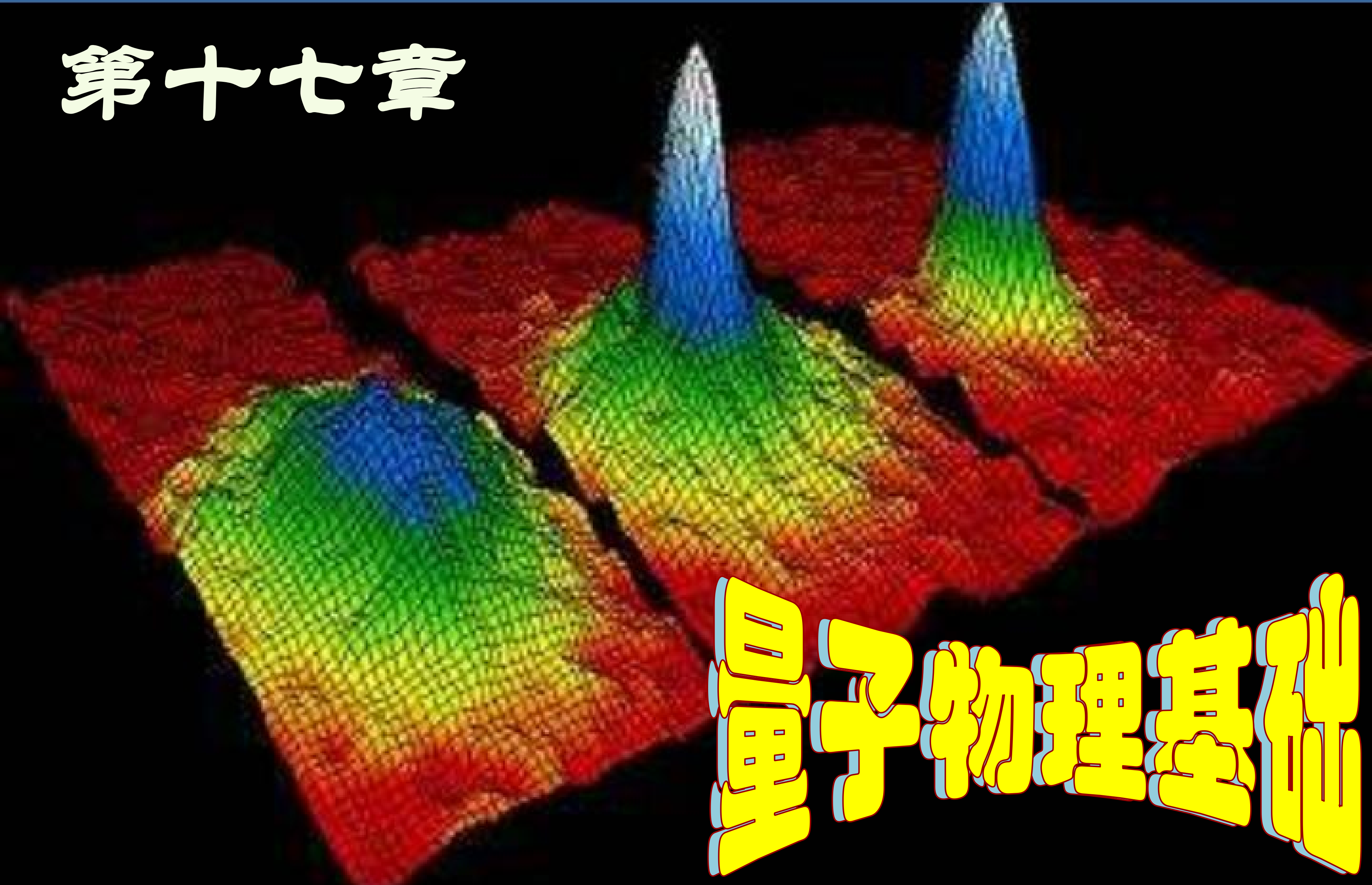
第十七章

量子物理基础



主要内容

§ 1　量子概念的提出

§ 2　玻尔的氢原子模型

§ 3　物质波　波粒二象性

§17.1

量子概念的提出

17.1.1 普朗克的量子假设

一、黑体辐射

1. 热辐射：实验证明不同温度下物体能发出不同的电磁波，这种能量按波长（频率）的分布随温度而不同的电磁辐射叫做热辐射.

2. 单色辐出度（辐射本领）：单位时间内从物体单位表面积发出的波长在 λ 附近单位波长区间的电磁波的能量.

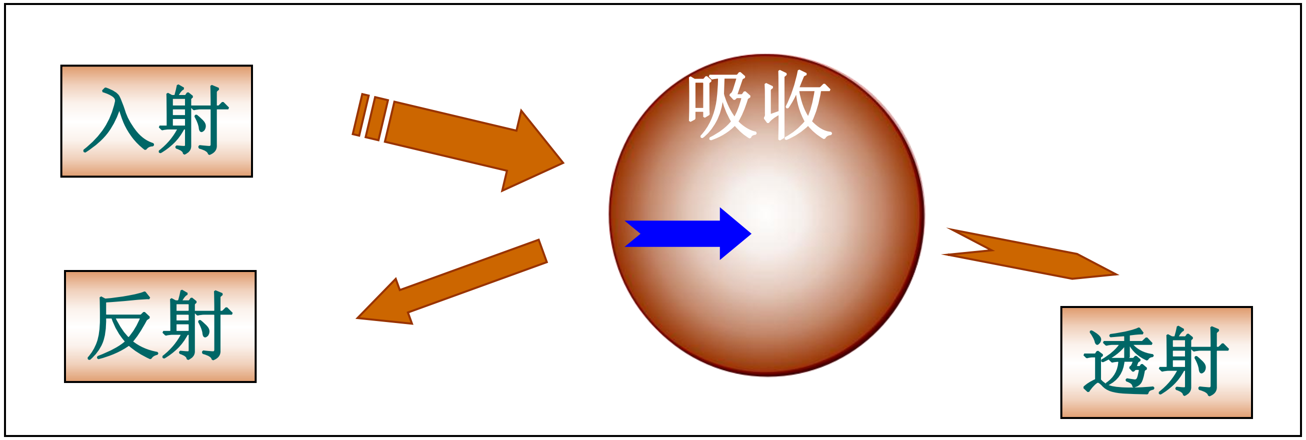
单色辐射出射度 $M_\lambda(T)$ 单位： $\mathrm{W/m^3}$

3. 辐出度（总辐射本领）

$$M(T)=\int_0^\infty M_\lambda(T)\,\mathrm{d}\lambda$$

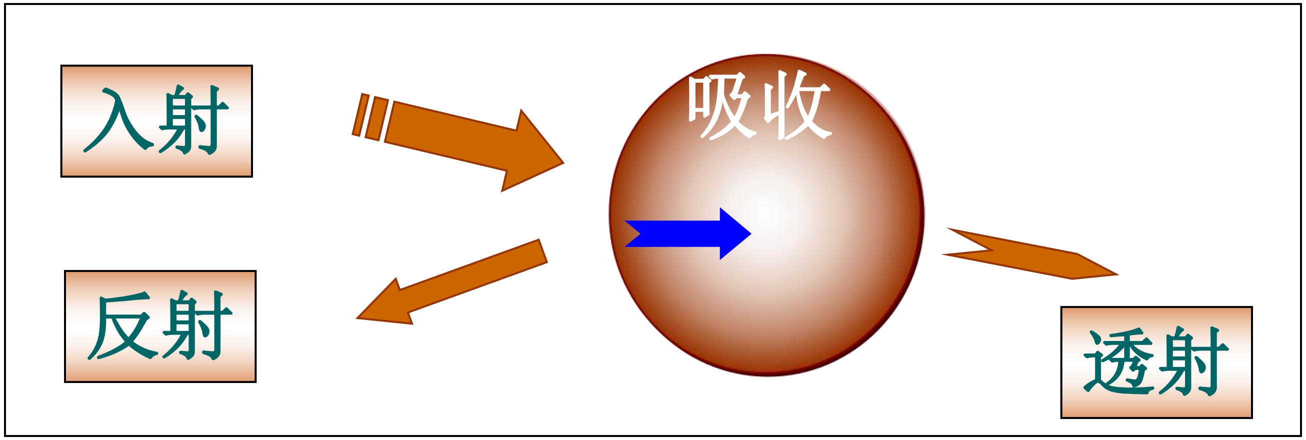
单色吸收比和单色反射比

➢ 单色吸收比$\alpha_\lambda(T)$： 在波长 λ 到 $\lambda + \mathrm{d}\lambda$范围内吸收的能量与入射的能量之比.



➢ **单色反射比$r_\lambda(T)$：** 在波长 λ 到 $\lambda+\mathrm{d}\lambda$ 范围内反射的能量与入射能量之比.

对于不透明物体 $\alpha_\lambda(T)+r_\lambda(T)=1$



基尔霍夫定律

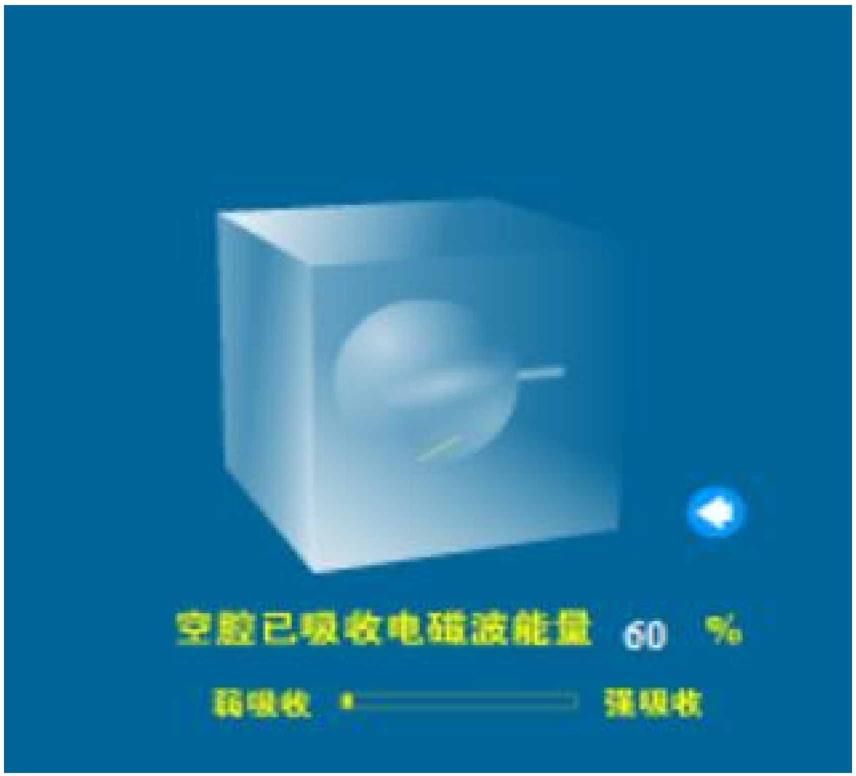
任何物体单色辐出度 $M_{\lambda}(T)$ 和单色吸收比 $\alpha_{\lambda}(T)$ 之比，等于同一温度 T 时的绝对黑体对同一波长的单色辐出度 $M_{\mathrm{B}}(\lambda, T)$，即

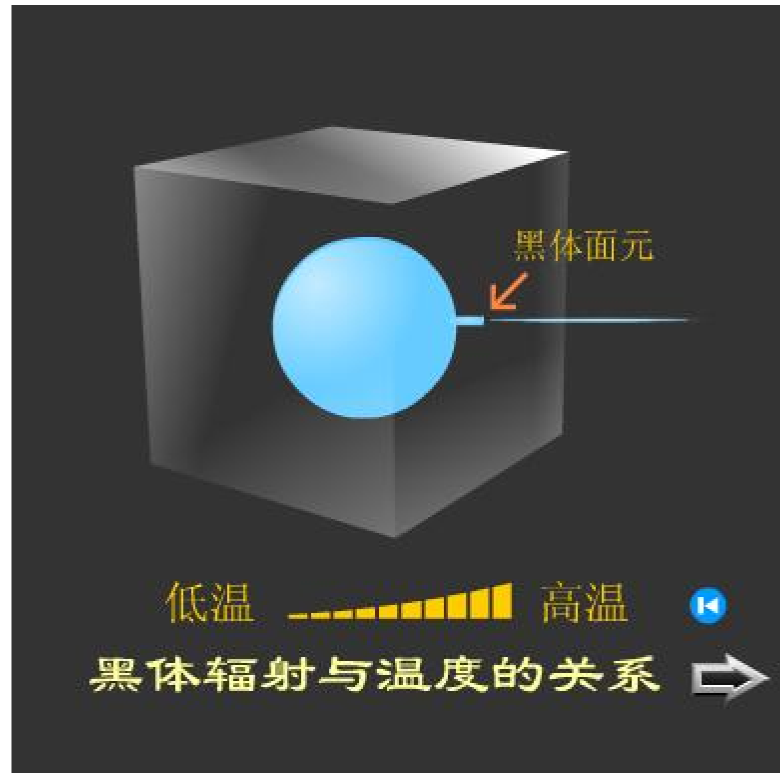
$$\boxed{\frac{M_{\lambda}(T)}{\alpha_{\lambda}(T)} = M_{\mathrm{B}}(\lambda, T)}$$

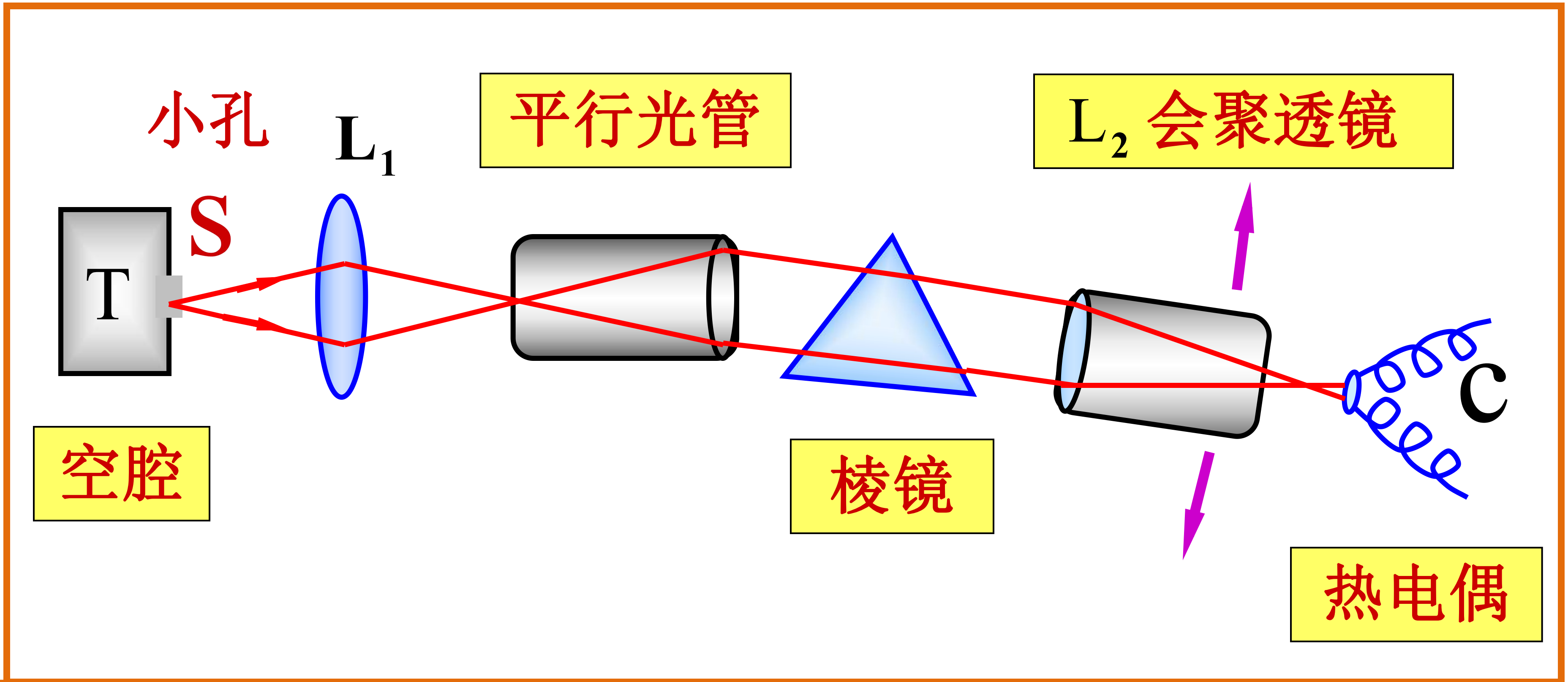
通俗地讲，好的吸收体是好的辐射体.

辐射能力越强的物体，其吸收能力也越强.

4. 黑体：能完全吸收照射到它上面的各种频率的电磁辐射的物体称为黑体 .（黑体是理想模型）







测量黑体辐射出射度实验装置

5. 黑体热辐射的基本定律

（1）斯特藩—玻尔兹曼定律

$$M(T)=\int_0^{\infty} M_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda=\sigma T^4$$

斯特藩—玻尔兹曼常量

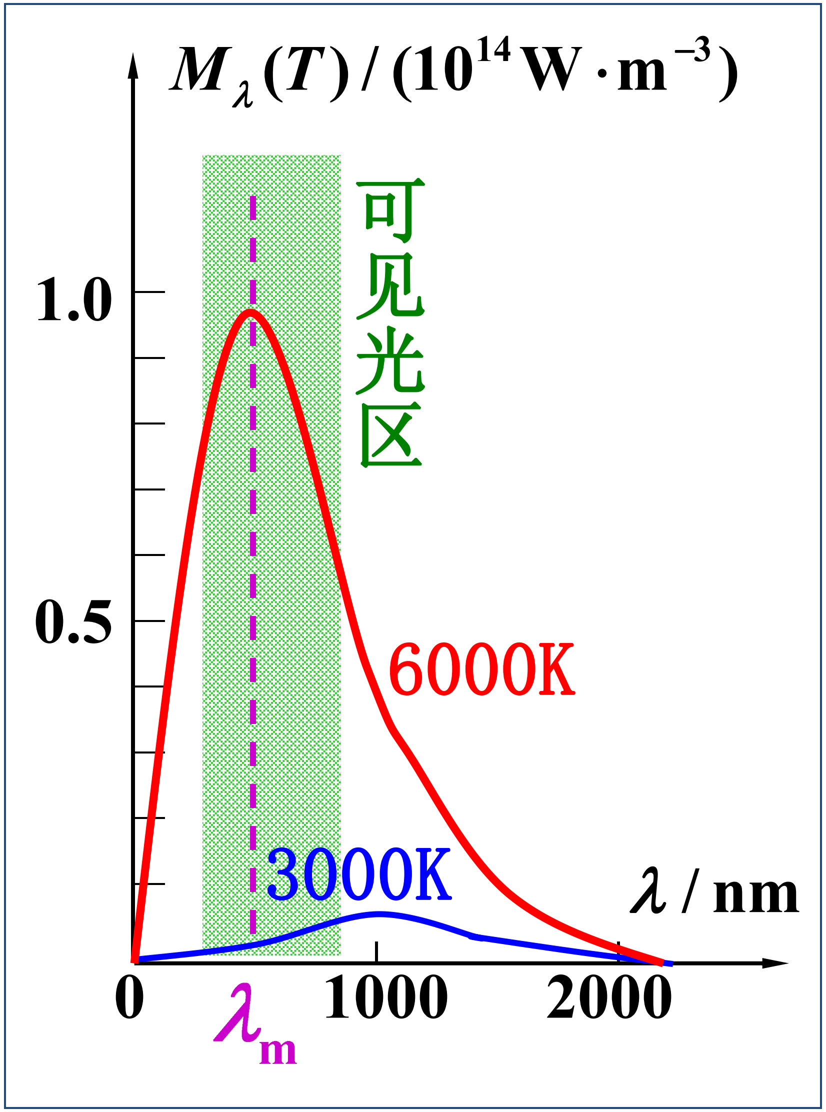
$$\sigma=5.670\times10^{-8}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}$$

（2）维恩位移定律

$$\lambda_{\mathrm{m}}T=b$$

峰值波长

常量 $b=2.898\times10^{-3}\,\mathrm{m\cdot K}$



例1 （1）温度为室温 (20°C)的黑体，其单色辐出度的峰值所对应的波长是多少？（2）若使一黑体单色辐出度的峰值所对应的波长在红色谱线范围内，其温度应为多少？（3）以上两辐出度之比为多少？

解： （1）由维恩位移定律

$$\lambda_{\mathrm{m}} = \frac{b}{T} = \frac{2.898\times10^{-3}}{293}\,\mathrm{nm} = 9890\ \mathrm{nm}$$

（2）取 $\lambda_{\mathrm{m}} = 650\ \mathrm{nm}$

$$T' = \frac{b}{\lambda_{\mathrm{m}}} = \frac{2.898\times10^{-3}}{6.5\times10^{-7}}\,\mathrm{K} = 4.46\times10^{3}\,\mathrm{K}$$

（3）由斯特藩—玻尔兹曼定律

$$M(T')/M(T) = (T'/T)^4 = 5.37\times10^4$$

例2　太阳的单色辐出度的峰值波长 $\lambda_{\mathrm{m}} = 483\ \mathrm{nm}$，试由此估算太阳表面的温度.

解： 由维恩位移定律

$$T = \frac{b}{\lambda_{\mathrm{m}}} = \frac{2.897 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-9}}\mathrm{K} \approx 6000\mathrm{K}$$

对宇宙中其他发光星体的表面温度也可用这种方法进行推测。

二、普朗克能量子假设

从经典物理理论出发推导M(λ, T)函数表达式

1. 瑞利——金斯公式 $M_o(\lambda, T) = CT\lambda^{-4}$

长波与实验曲线吻合

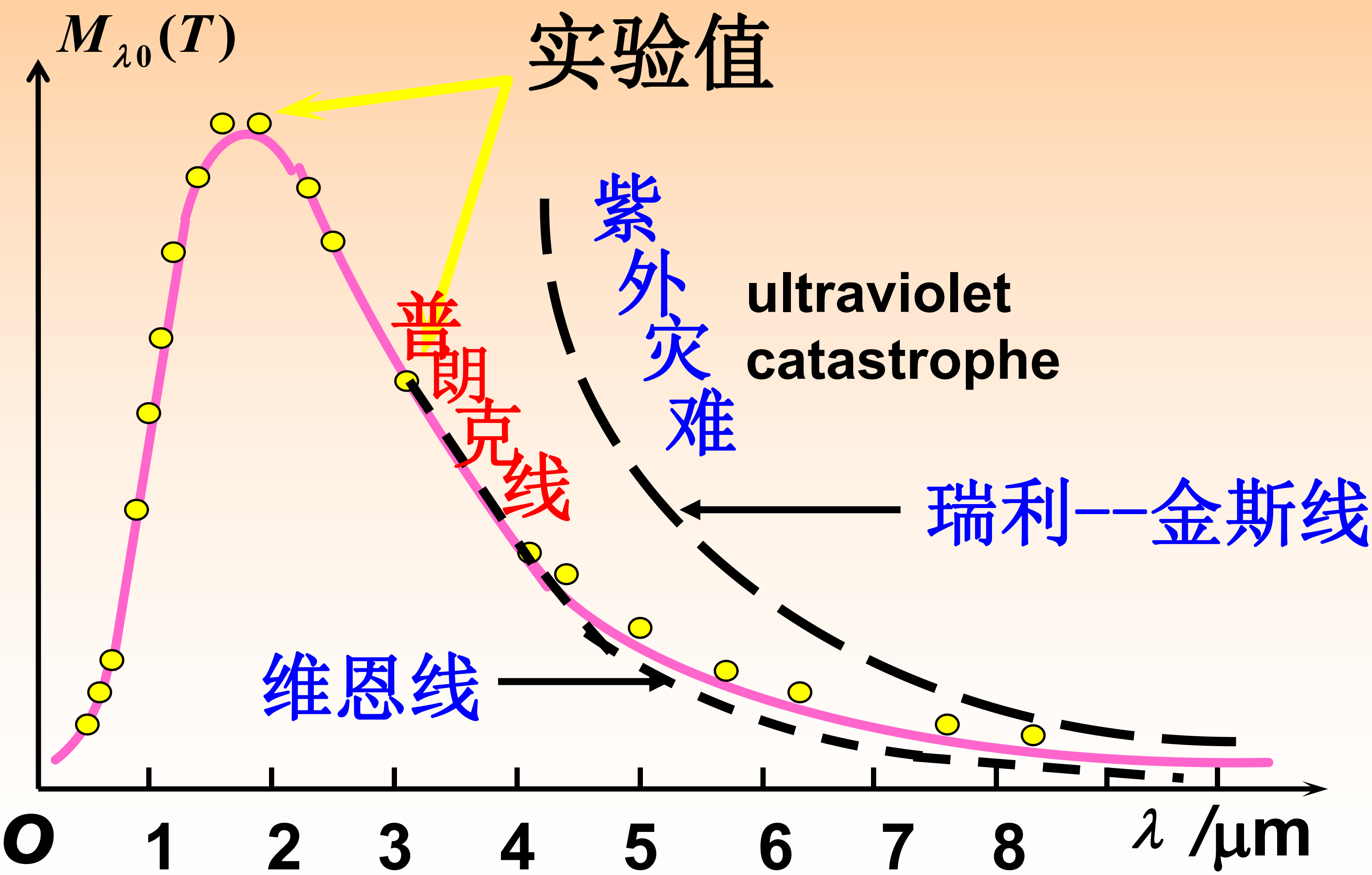
短波相差很大——紫外灾难

2. 维恩公式 $M_o(\lambda, T) = C_1\lambda^{-5}e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$

短波与实验曲线接近

长波相差很大

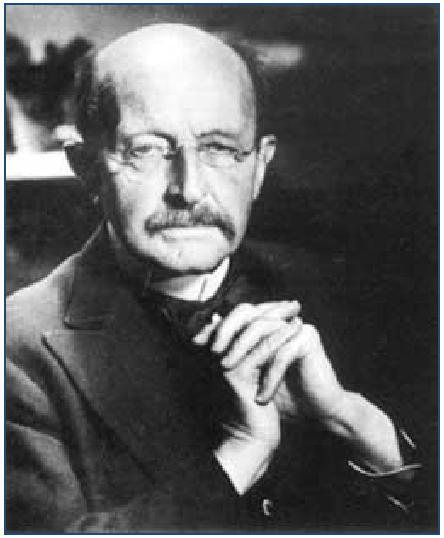
从经典理论出发推$M_o(\lambda, T)$公式的努力均遭失败



$M_{\lambda 0}(T)$
实验值
紫外灾难
ultraviolet catastrophe
普朗克线
瑞利--金斯线
维恩线
O
1 2 3 4 5 6 7 8
λ /μm

普朗克（1858 — 1947）

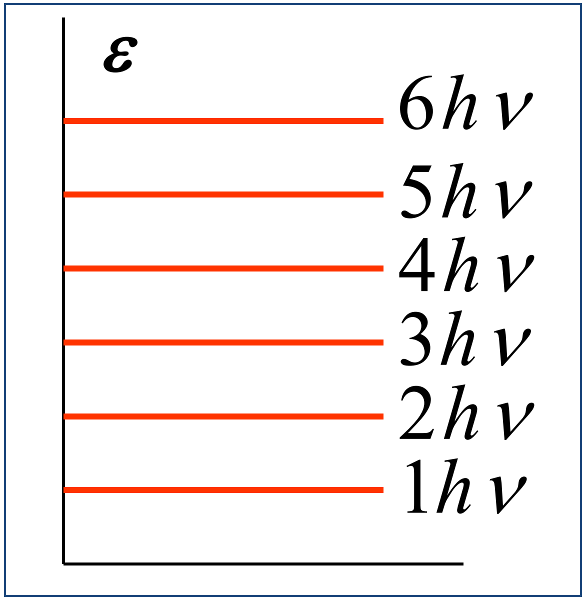
德国理论物理学家，量子论的奠基人． 1900年他在德国物理学会上，宣读了以《关于正常光谱中能量分布定律的理论》为题的论文．



劳厄称这一天是“量子论的诞生日”.量子论和相对论构成了近代物理学的研究基础.

普朗克认为：金属空腔壁中电子的振动可视为一维谐振子，它吸收或者发射电磁辐射能量时，不是过去经典物理认为的那样可以连续的吸收或发射能量，而是以与振子的频率成正比的

能量子 $\varepsilon = h\nu$ 为单元来吸收或发射能量．空腔壁上的带电谐振子吸收或发射能量应为



$$\varepsilon = nh\nu \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

普朗克常量

$$h = 6.6260755 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$$

普朗克黑体辐射公式 $$M_{\lambda 0}(T) = \frac{2\pi hc^2\lambda^{-5}}{\mathrm{e}^{hc/kT\lambda} - 1}$$

例3　设有一音叉尖端的质量为0.050kg，将其频率调到 $\nu = 480\ \mathrm{Hz}$，振幅 $A = 1.0\mathrm{mm}$. 求

（1）尖端振动的量子数;

（2）当量子数由 n 增加到 $n+1$ 时，振幅的变化是多少?

解（1） $$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m(2\pi\nu)^2 A^2 = 0.227\mathrm{J}$$

$$E = nh\nu \qquad n = \frac{E}{h\nu} = 7.13\times10^{29}$$

基元能量 $h\nu = 3.18\times10^{-31}\ \mathrm{J}$

（2）

$$E = nh\nu$$

$$A^2 = \frac{E}{2\pi^2 m\nu^2} = \frac{nh}{2\pi^2 m\nu}$$

$$2A\mathrm{d}A = \frac{h}{2\pi^2 m\nu}\mathrm{d}n$$

$$\Delta A = \frac{\Delta n}{n}\frac{A}{2} \qquad \Delta n = 1$$

$$\Delta A = 7.01\times 10^{-34}\,\mathrm{m}$$

表明：在宏观范围内，能量量子化的效应是极不明显的，即宏观物体的能量完全可视作是连续的.

17.1.2 光电效应

一、爱因斯坦光量子假设

光子的能量为 $E = h\nu$

光子的静质量为 $m_0 = 0$

相对论能量与动量的关系式为 $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

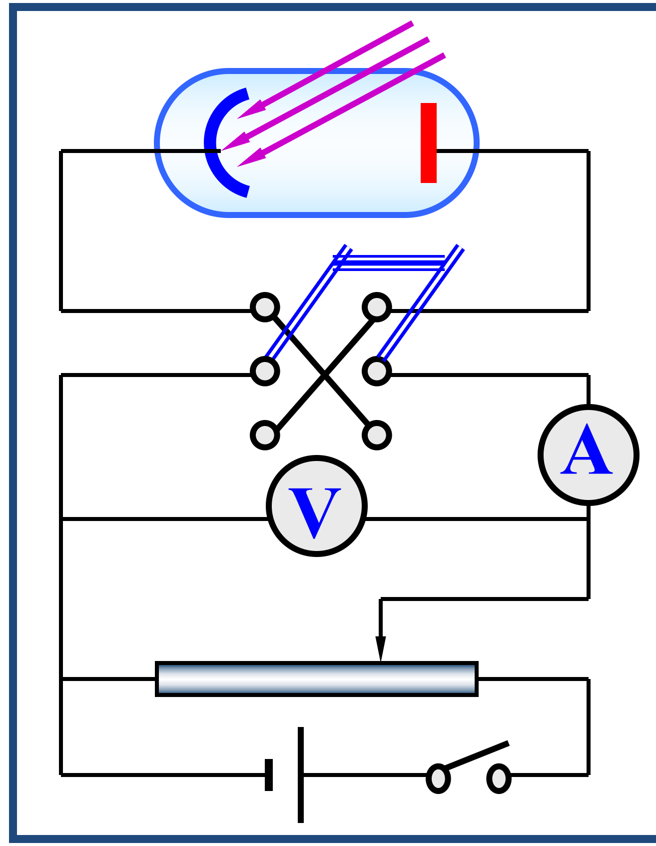
光子的动量为 $p = \dfrac{E}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$

单色光的能流密度为 $S = Nh\nu$

二、光电效应实验的规律

（1）实验装置

光照射至金属表面，电子从金属表面逸出，称其为**光电子**.



（2）实验规律

- 截止频率（红限） ν_0

仅当 $\nu > \nu_0$ 才发生光电效应，截止频率与**材料有关**与**光强无关**．

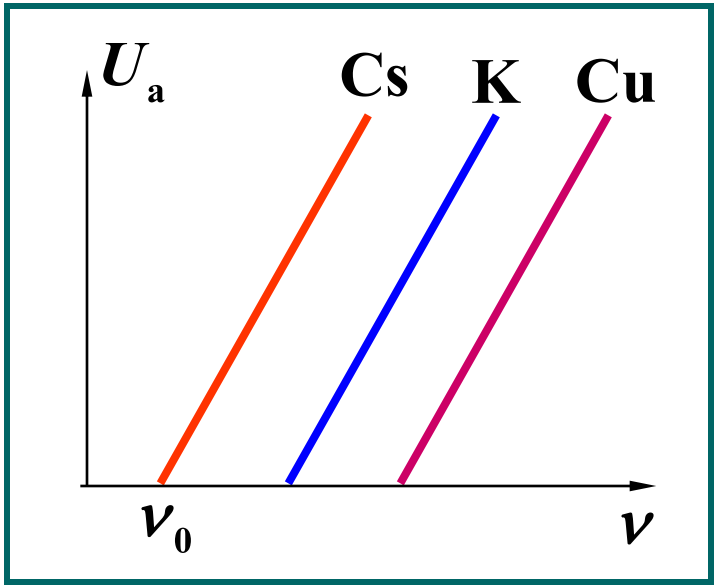
几种金属的截止频率

金属	铯	钠	锌	银	铂
截止频率 $\nu_0\,/\,10^{14}\,\mathrm{Hz}$	4.69	5.53	8.06	11.55	15.28

◆ 遏止电压 U_a

$$eU_a = E_{k,max} = \frac{1}{2} m v_m^2$$

遏止电势差与入射光频率具有线性关系.



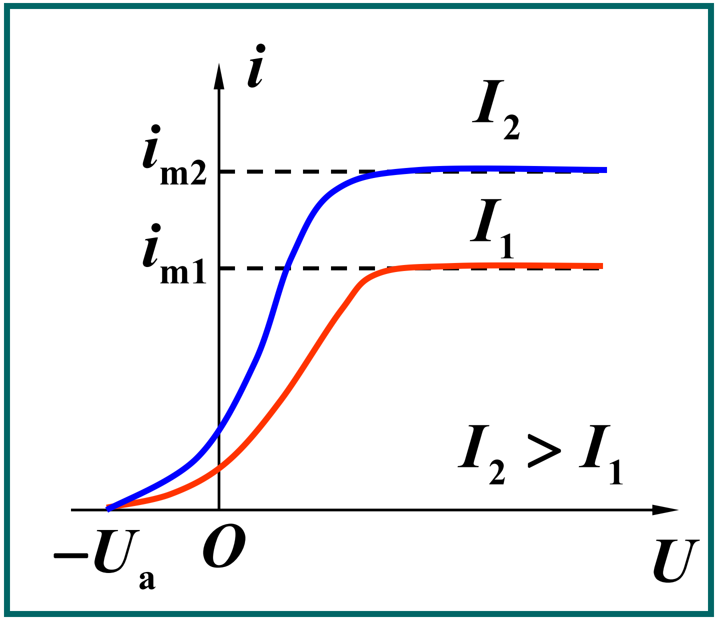
◆ 瞬时性

当光照射到金属表面上时，几乎立即就有光电子逸出

◆ 电流饱和值 i_m

$i_m \propto I$ （光强）

遏止电压 U_a 与光强无关



三、经典理论遇到的困难

- 红限问题

按经典理论, 无论何种频率的入射光, 只要其强度足够大，就能使电子具有足够的能量逸出金属. 与实验结果不符.

- 瞬时性问题

按经典理论，电子逸出金属所需的能量，需要有一定的时间来积累，一直积累到足以使电子逸出金属表面为止. 与实验结果不符 .

四、爱因斯坦方程

$$h\nu = \frac{1}{2} m v_{\mathrm{m}}^{2} + A_0$$

逸出功与材料有关

- 对同一种金属，A_0 一定，$E_{\mathrm{k}} \propto \nu$，与光强无关

几种金属的逸出功

金属	钠	锌	铝	铜	银	铂
A_0 / eV	2.29	3.34	3.74	4.47	4.78	6.33

爱因斯坦方程 $h\nu = \frac{1}{2}mv_{m}^{2} + A_0$

- 逸出功 $A_0 = h\nu_0$

  产生光电效应条件条件 $\nu > \nu_0 = A_0/h$（截止频率）

- 光强越大，光子数目越多，即单位时间内产生光电子数目越多，光电流越大.（ $\nu > \nu_0$ 时）

- 光子射至金属表面，一个光子携带的能量 $h\nu$ 将一次性被一个电子吸收，若 $\nu > \nu_0$，电子立即逸出，无需时间积累（瞬时性）.

例1 波长为450nm的单色光射到纯钠的表面上.

求 （1）这种光的光子能量和动量；

（2）光电子逸出钠表面时的动能；

（3）若光子的能量为2.40eV，其波长为多少？

解 （1） $$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 4.42\times10^{-19}\,\mathrm{J} = 2.76\mathrm{eV}$$

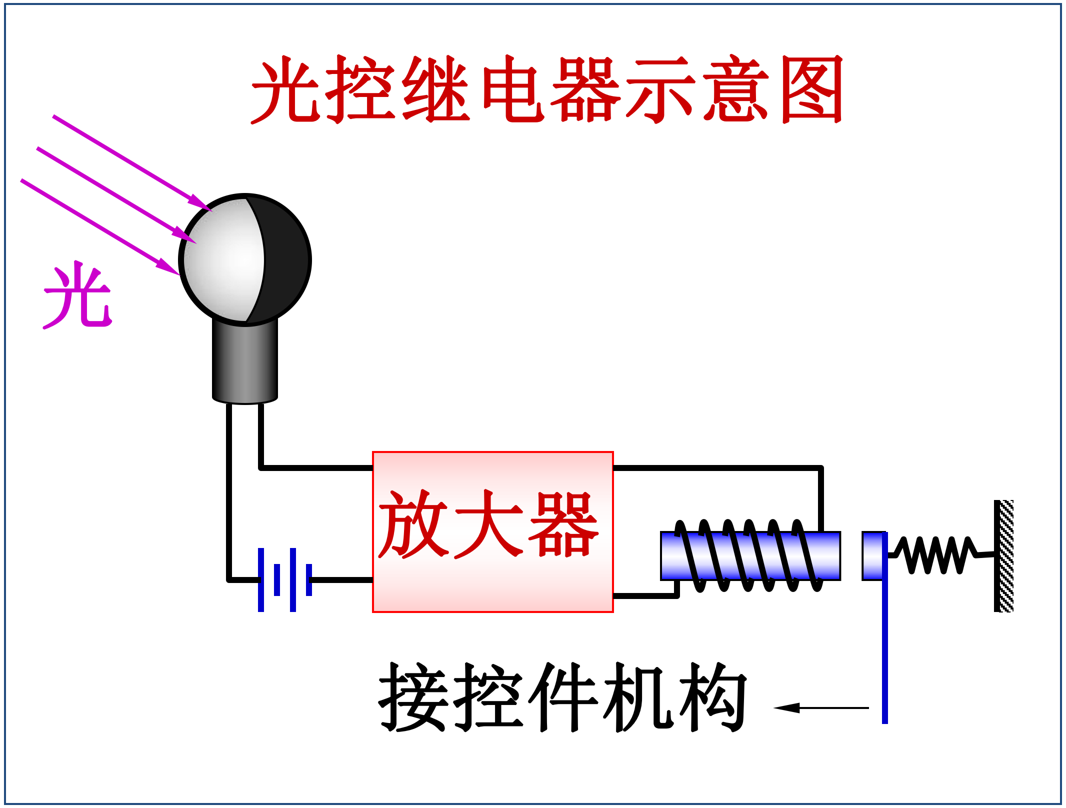
$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c} = 1.47\times10^{-27}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}} = 2.76\,\mathrm{eV}/c$$

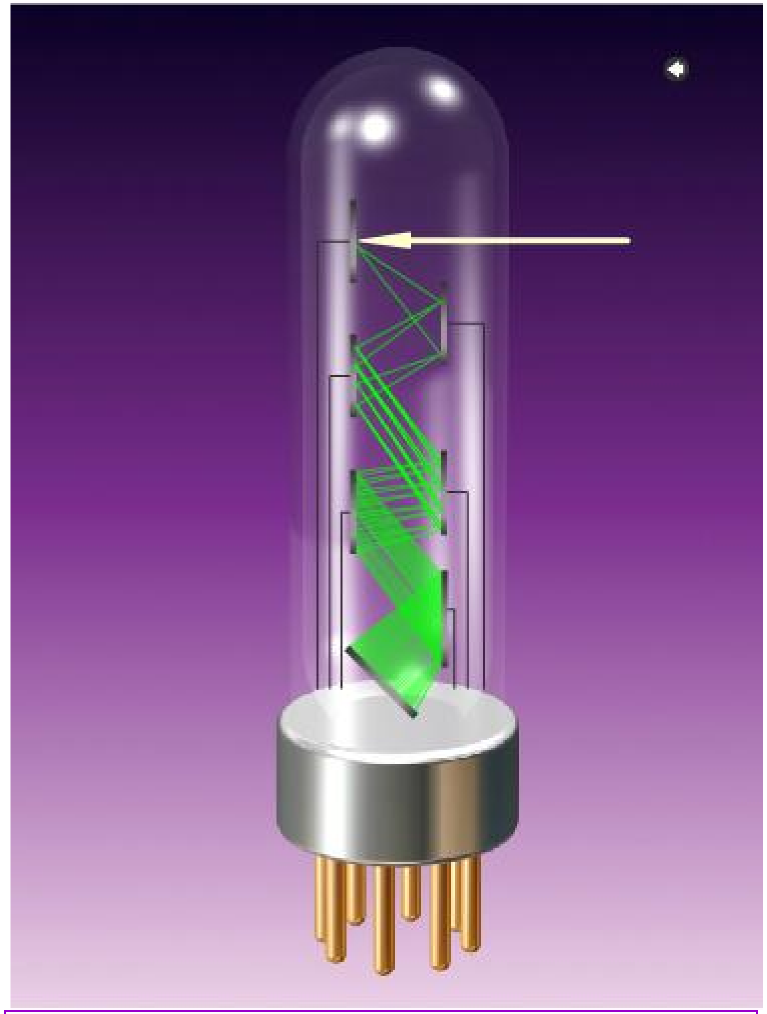
（2） $$E_{\mathrm{k}} = E - A_0 = (2.76-2.29)\mathrm{eV} = 0.47\,\mathrm{eV}$$

（3） $$\lambda = \frac{hc}{E} = 5.18\times10^{-7}\,\mathrm{m} = 518\,\mathrm{nm}$$

三、光电效应在近代技术中的应用

光控继电器、自动控制、
自动计数、自动报警等.





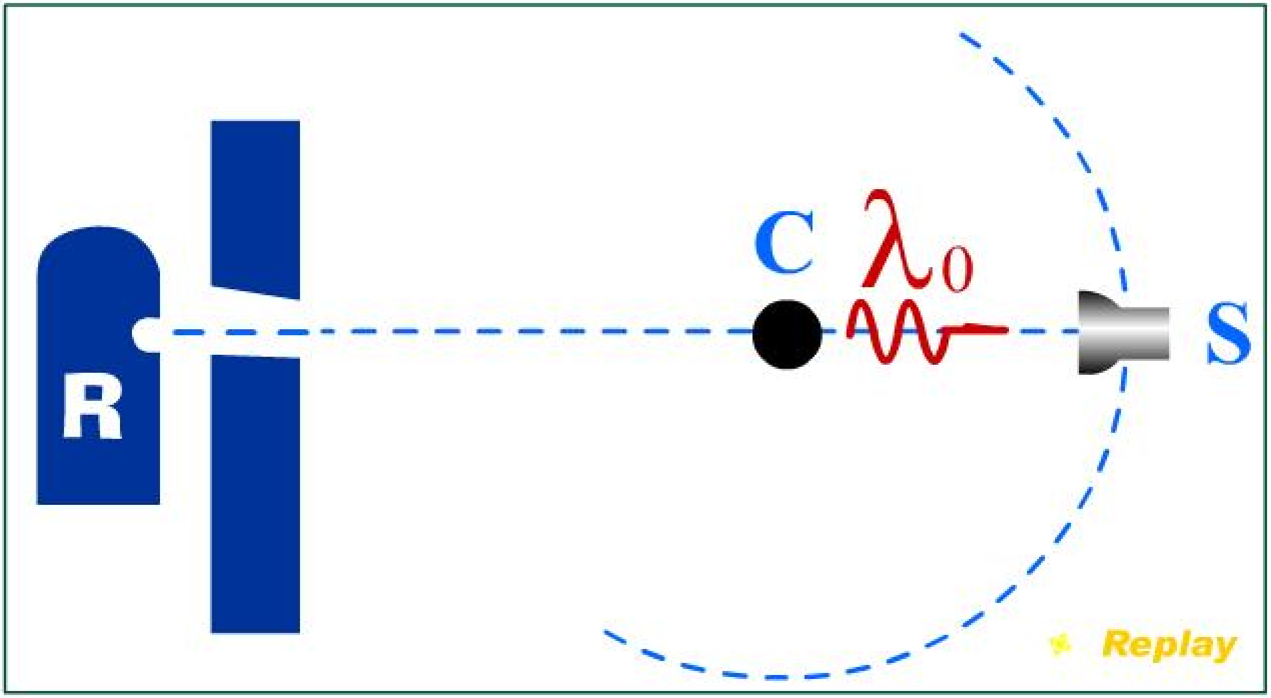
光电倍增管

17.1.3　康普顿效应

1920年，美国物理学家康普顿在观察X射线被物质散射时，发现散射线中含有波长发生变化了的成分.

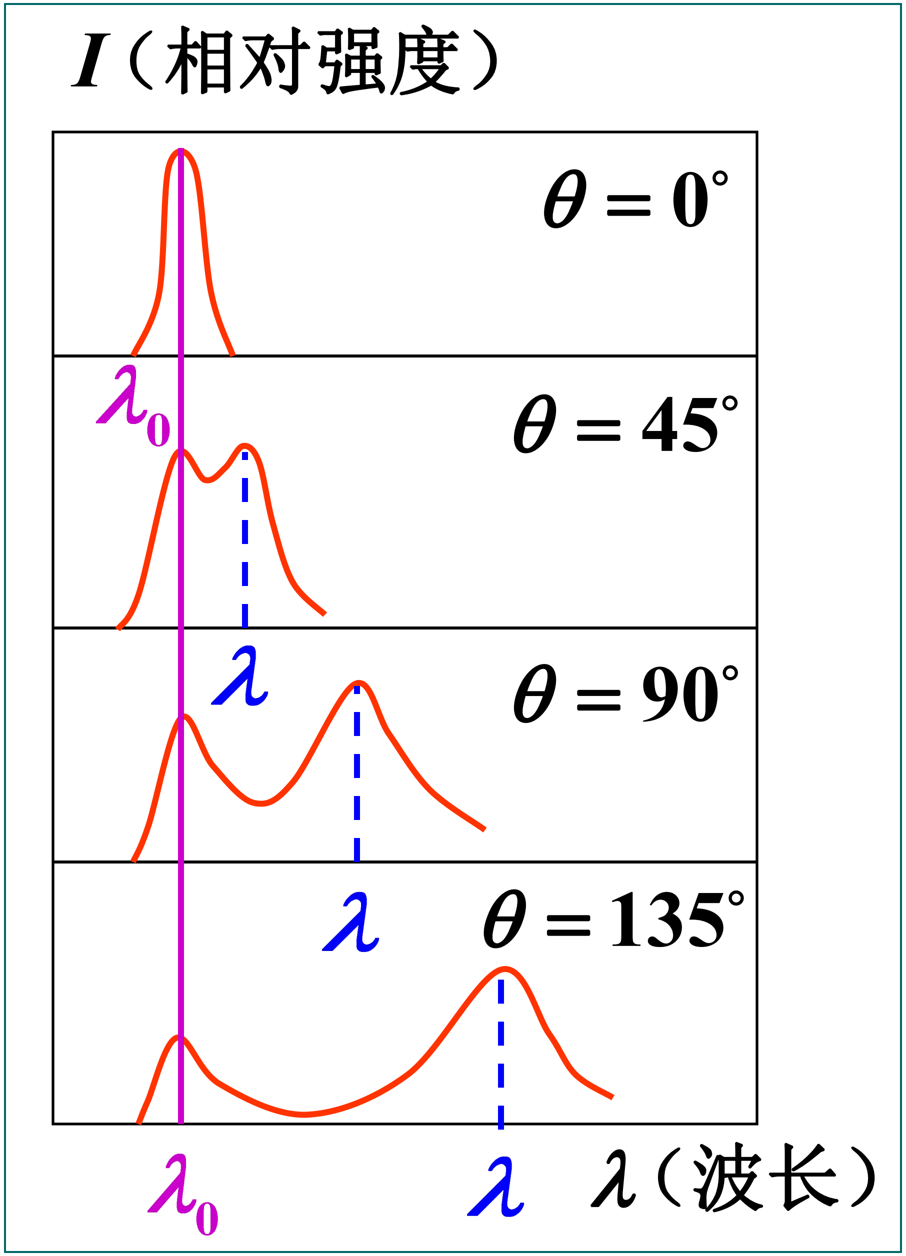
一、康普顿效应的实验规律

1. 实验装置

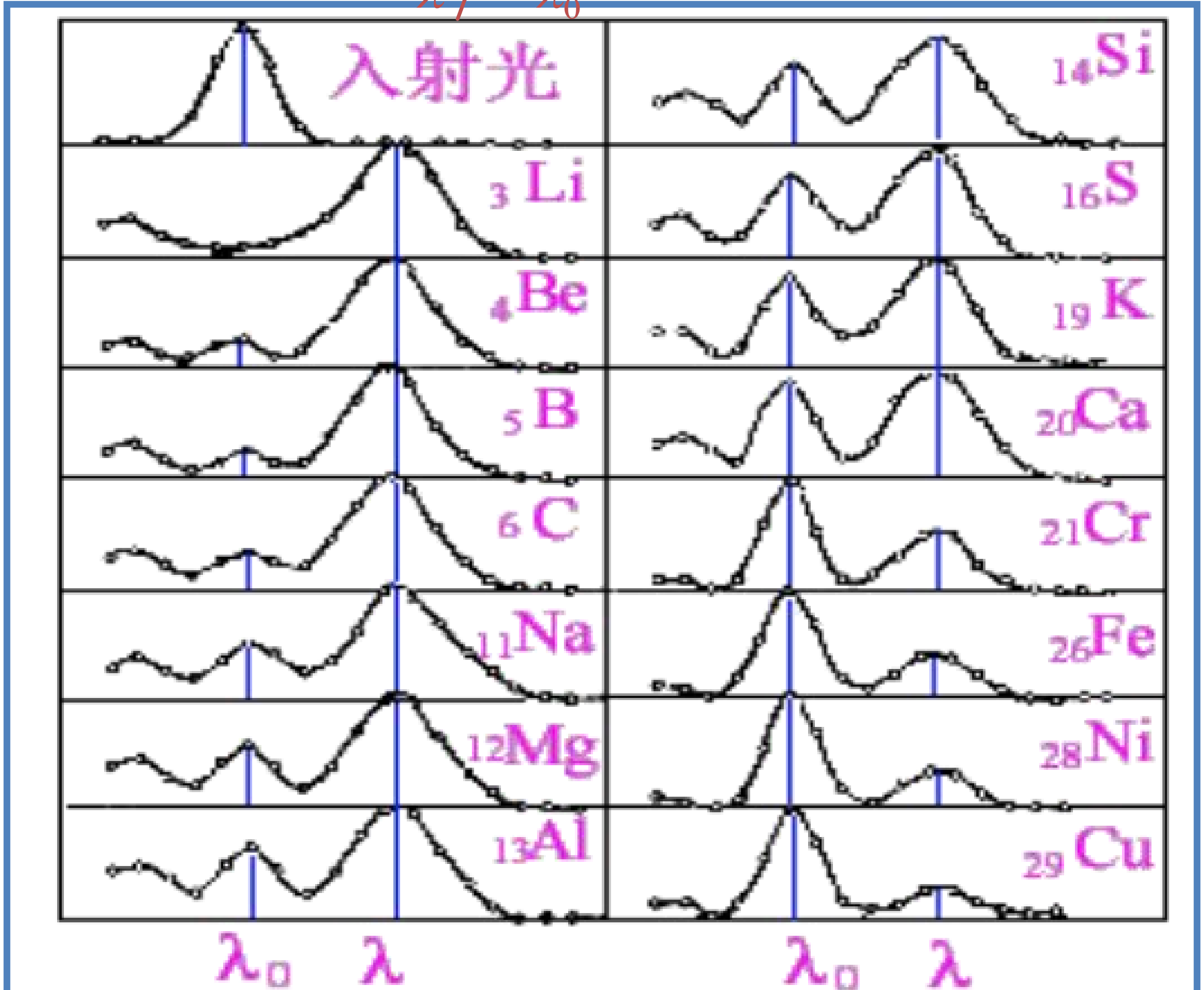


2. 实验结果

在散射X 射线中除有与入射波长相同的射线外，还有波长比入射波长更长的射线 .



同一散射角下 $I_{\lambda}/I_{\lambda_0}$ 随散射物质的变化



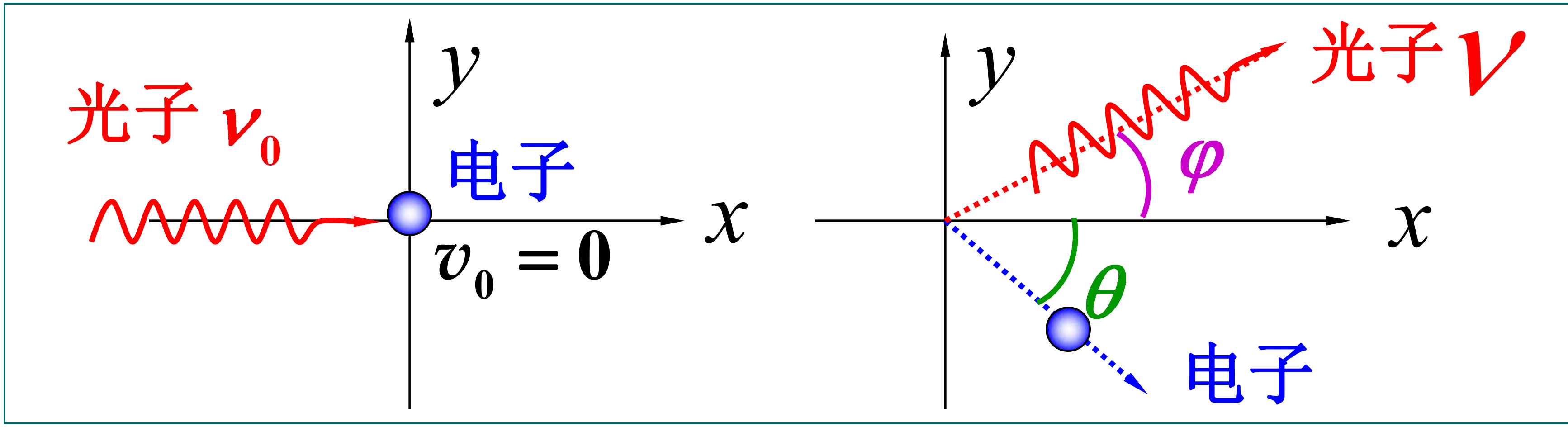
经典理论的困难

按经典电磁理论，带电粒子受到入射电磁波的作用而发生受迫振动，从而向各个方向辐射电磁波，散射束的频率应与入射束频率相同，带电粒子仅起能量传递的作用.

可见，经典理论无法解释波长变长的散射线.

三、光子理论解释康普顿效应

1. 物理模型



- 入射光子（ X 射线或 γ 射线）能量大 .

  $E = h\nu$ 范围为： $10^4 \sim 10^5 \text{eV}$

- 固体表面电子束缚较弱，可视为近自由电子.
- 电子热运动能量 $<< h\nu$，可近似为静止电子.
- 电子反冲速度很大，需用**相对论力学**来处理.

2　定性分析

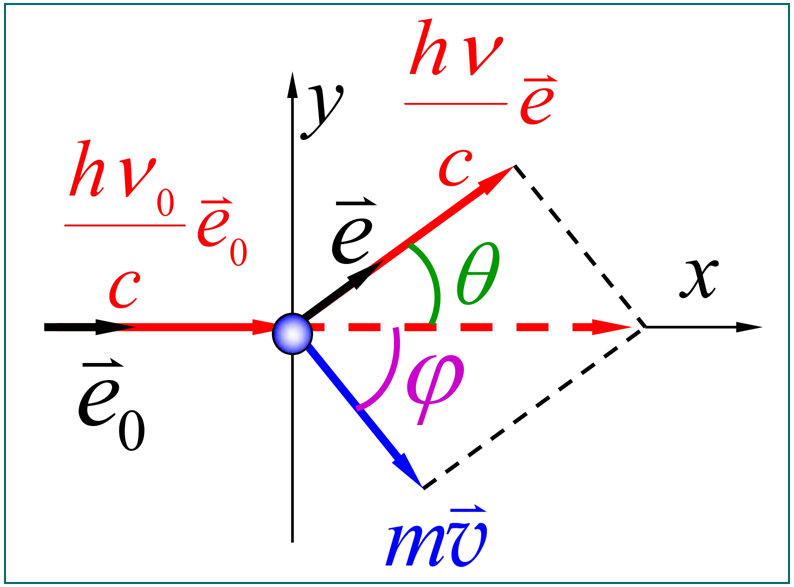
(1) 入射光子与散射物质中束缚微弱的电子弹性碰撞时，一部分能量传给电子，散射光子能量减少，频率下降、波长变大.

(2) 光子与原子中束缚很紧的电子发生碰撞，近似与整个原子发生弹性碰撞时，能量不会显著减小，所以散射束中出现与入射光波长相同的射线.

3 定量计算

能量守恒

$$\begin{cases} h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + mc^2 \\ \text{动量守恒} \\ \dfrac{h\nu_0}{c}\vec{e}_0 = \dfrac{h\nu}{c}\vec{e} + m\vec{v} \end{cases}$$



$$m^2 v^2 = \frac{h^2\nu_0^2}{c^2} + \frac{h^2\nu^2}{c^2} - 2\frac{h^2\nu_0\nu}{c^2}\cos\theta$$

$$m^2 v^2 = \frac{h^2 \nu_0^2}{c^2} + \frac{h^2 \nu^2}{c^2} - 2\frac{h^2 \nu_0 \nu}{c^2}\cos\theta$$

$$m^2 c^4 (1 - \frac{v^2}{c^2}) = m_0^2 c^4 - 2h^2 \nu_0 \nu (1 - \cos\theta) + 2m_0 c^2 h(\nu_0 - \nu)$$

$$m = m_0 (1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$$

$$\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) = \lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

- **康普顿波长** $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 2.43\times10^{-12}\ \text{m}$

- **康普顿公式**

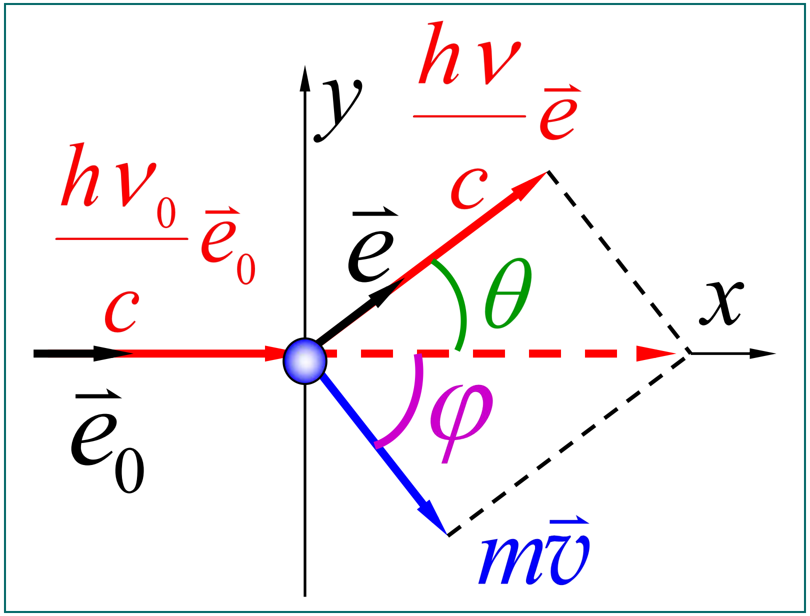
$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \lambda_C(1-\cos\theta)}$$

4 结论

- 散射光波长的改变量 $\Delta\lambda$ 仅与 θ 有关.

$$\theta = 0, \Delta\lambda = 0$$

$$\theta = \pi, \ (\Delta\lambda)_{\max} = 2\lambda_C$$



- 散射光子能量减小

$$\lambda > \lambda_0, \nu < \nu_0$$

5 讨论

- 光具有波粒二象性

一般而言，光在传递过程中，波动性较为显著；光与物质相互作用时，粒子性比较显著.

- 若 $\lambda_0 >> \lambda_C$ 则 $\lambda \approx \lambda_0$，可见光观察不到康普顿效应.

- $\Delta\lambda$ 与 θ 的关系与物质无关， 是光子与近自由电子间的相互作用.

- 散射中 $\Delta\lambda = 0$ 的散射光是因光子与紧束缚电子的作用. 原子量大的物质，其电子束缚较强，因而康普顿效应不明显.

6　物理意义

- 光子假设的正确性，狭义相对论力学的正确性 .
- 微观粒子的相互作用也遵守能量守恒和动量守恒定律.

例　波长 $\lambda_0 = 1.00\times10^{-10}\mathrm{m}$ 的X射线与静止的自由电子作弹性碰撞, 在与入射角成 90° 角的方向上观察, 问

（1）散射波长的改变量 $\Delta\lambda$ 为多少?

（2）反冲电子得到多少动能?

（3）在碰撞中，光子的能量损失了多少?

解（1）$\Delta\lambda = \lambda_C(1-\cos\varphi) = \lambda_C(1-\cos 90^\circ) = \lambda_C$

$$= 2.43\times10^{-12}\,\mathrm{m}$$

（2）反冲电子的动能

$$E_\mathrm{k} = mc^2 - m_\mathrm{e}c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0}\left(1-\frac{\lambda_0}{\lambda}\right) = 295\,\mathrm{eV}$$

（3）光子损失的能量＝反冲电子的动能

§ 17.2

玻尔的氢原子模型

17.2.1 氢原子光谱　里德伯方程

一、氢原子光谱的规律性

- 1885 年瑞士数学家巴耳末发现氢原子光谱可见光部分的规律

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{4}{B}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 3, 4, 5, \cdots$$

- 1890 年瑞典物理学家里德伯给出氢原子光谱公式

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)}$$

$$\left(\begin{array}{l} m = 1, 2, 3, \cdots, \quad n = m+1, m+2, m+3, \cdots \\ \text{里德伯常量} \quad R = 1.097 \times 10^7\ \mathrm{m^{-1}} \end{array}\right)$$

紫外 莱曼系 $\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=R(\dfrac{1}{1^2}-\dfrac{1}{n^2}),\quad n=2,3,\cdots$

可见光 巴耳末系 $\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=R(\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{n^2}),\quad n=3,4,\cdots$

红外

帕邢系 $\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=R(\dfrac{1}{3^2}-\dfrac{1}{n^2}),\quad n=4,5,\cdots$

布拉开系 $\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=R(\dfrac{1}{4^2}-\dfrac{1}{n^2}),\quad n=5,6,\cdots$

普丰德系 $\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=R(\dfrac{1}{5^2}-\dfrac{1}{n^2}),\quad n=6,7,\cdots$

汉弗莱系 $\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=R(\dfrac{1}{6^2}-\dfrac{1}{n^2}),\quad n=7,8,\cdots$

里兹组合原理

$$\boxed{\sigma = T(m) - T(n)}$$

$T(m)$、$T(n)$ 称为光谱项

实验表明，组合原理也适用于其它元素（如碱金属元素）的原子光谱，只是光谱项的表示形式更复杂。

17.2.2　卢瑟福的原子行星模型

- 1897年， J.J.汤姆孙发现电子.
- 1903年，汤姆孙提出原子的“葡萄干蛋糕模型”.

原子中的正电荷和原子的质量均匀地分布在半径为 10^{-10}m 的球体范围内，电子浸于其中.

卢瑟福（E.Rufherford， 1871—1937）

英国物理学家. 1899年发现铀盐放射出α、β射线，提出天然放射性元素的衰变理论和定律.

根据 α粒子散射实验，提出了原子的有核模型，把原子结构的研究引上了正确的轨道，因而被誉为原子物理之父.

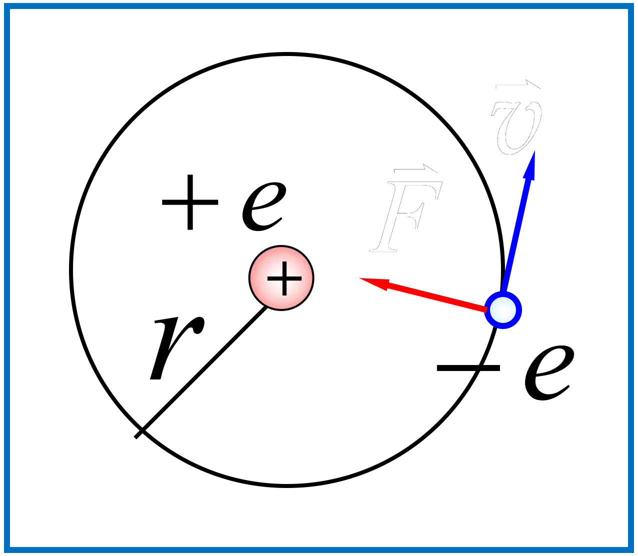
◆ 卢瑟福的原子有核模型（行星模型）

原子的中心有一带正电的原子核，它几乎集中了原子的全部质量，电子围绕这个核旋转，核的尺寸与整个原子相比是很小的.

17.2.3 玻尔的氢原子理论

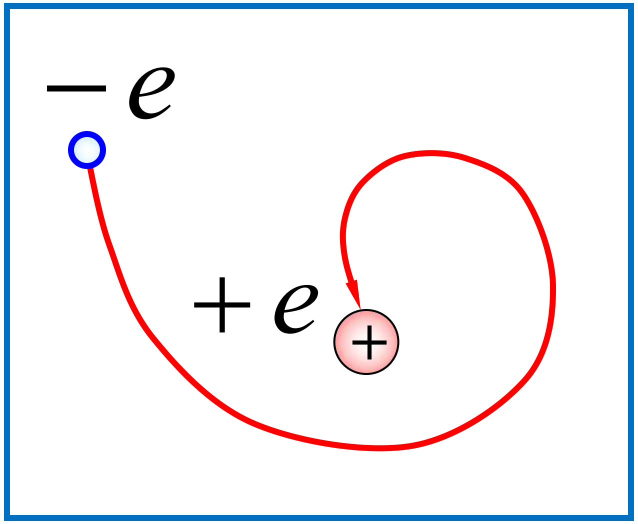
1. 行星模型的困难

根据经典电磁理论，电子绕核作匀速圆周运动，作加速运动的电子将不断向外辐射电磁波 .

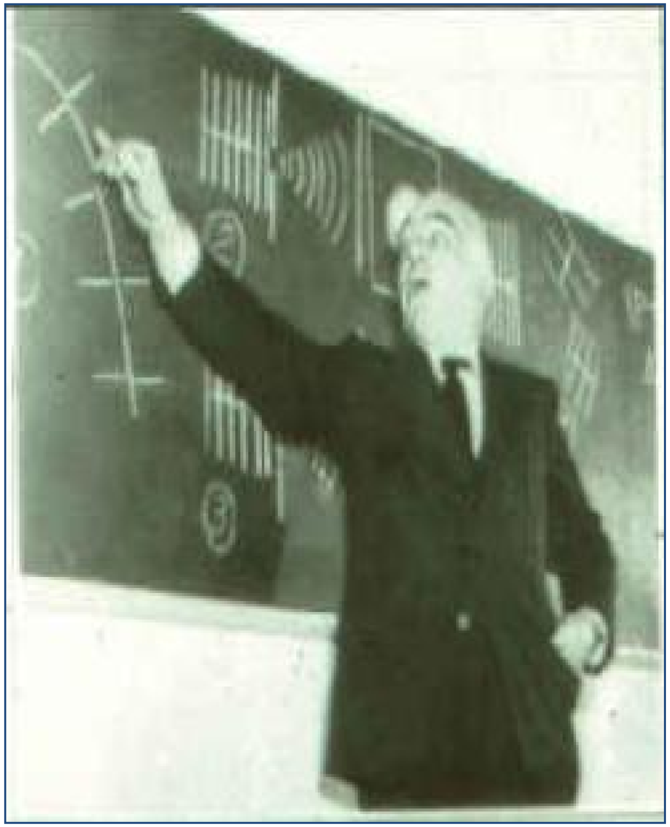


- 原子不断地向外辐射能量，能量逐渐减小，电子绕核旋转的频率也逐渐改变，发射光谱应是连续谱；

- 由于原子总能量减小，电子将逐渐的接近原子核而后相遇，原子不稳定 .



玻 尔 （Bohr . Niels 1885—1962）



丹麦理论物理学家，现代物理学的创始人之一.

在卢瑟福原子有核模型基础上提出了关于原子稳定性和量子跃迁理论的三条假设，从而完满地解释了氢原子光谱的规律.

1922年玻尔获诺贝尔物理学奖.

2. 玻尔的三个假设

假设一 电子在原子中，只能在一些特定的轨道上运动而不辐射电磁波，这时原子处于稳定状态（定态），并具有一定的能量. （原子的定态条件）

假设二 电子以速度 v 在半径为 r 的定态轨道上绕核运动时，电子的角动量 L 等于 $h/2\pi$ 的整数倍. （电子的角动量量子化条件）

$$L = mvr_n = n\frac{h}{2\pi}$$

主量子数 $n = 1, 2, 3, \cdots$

假设三 当原子从高能量 E_n 的定态跃迁到低能量 E_m 的定态时，要发射频率为 ν 的光子.

$$h\nu = E_n - E_m$$

（光子频率条件）

◆ 氢原子能级公式

由牛顿定律 $\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}=m\dfrac{v_n^2}{r_n}$

由假设 2 量子化条件 $mv_n r_n=n\dfrac{h}{2\pi}$

$$\boxed{r_n=\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}n^2=r_1 n^2 \qquad (n=1,2,3,\cdots)}$$

$n=1$ ，玻尔半径 $r_1=\dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}=0.529\times10^{-10}\,\mathrm{m}=a$

第 n 轨道原子总能量 $E_n=\dfrac{1}{2}mv_n^2-\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$

$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 r_n}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

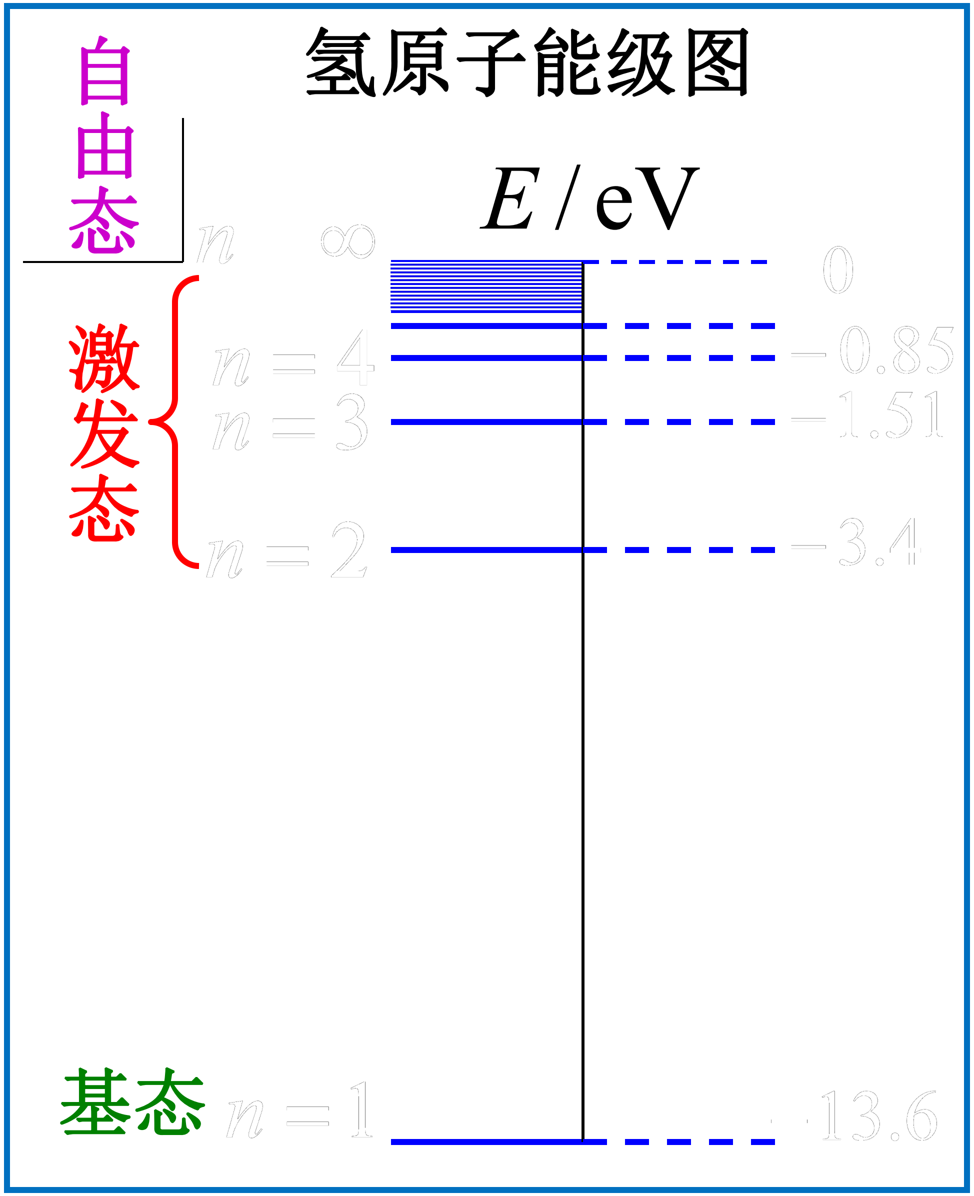
基态能量 $(n = 1)$

$$E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13.6\mathrm{eV}$$

（电离能）

激发态能量 $(n > 1)$

$$E_n = E_1 / n^2$$



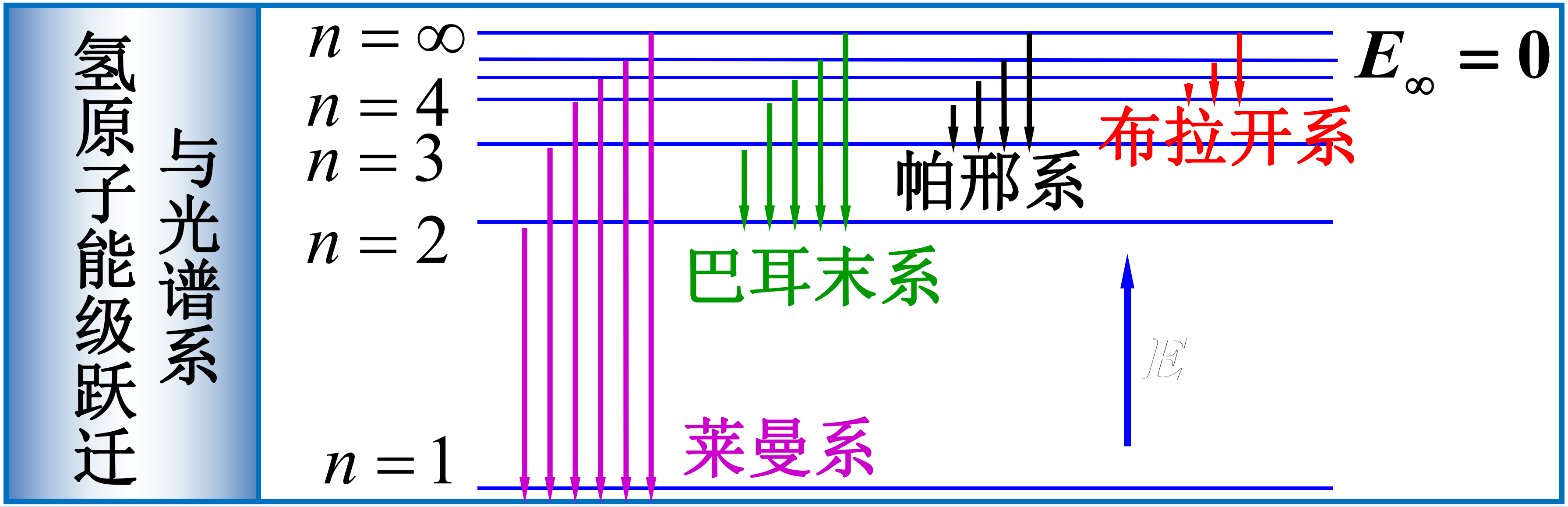
◈ 玻尔理论对氢原子光谱的解释

$$\boxed{h\nu = E_n - E_m}$$

$$\boxed{E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2}}$$

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n > m$$

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097\times10^7\,\mathrm{m}^{-1} \approx R \quad \text{（里德伯常量）}$$



3. 氢原子玻尔理论的意义和困难

（1）正确地指出原子能级的存在（原子能量量子化）；

（2）正确地指出定态和角动量量子化的概念；

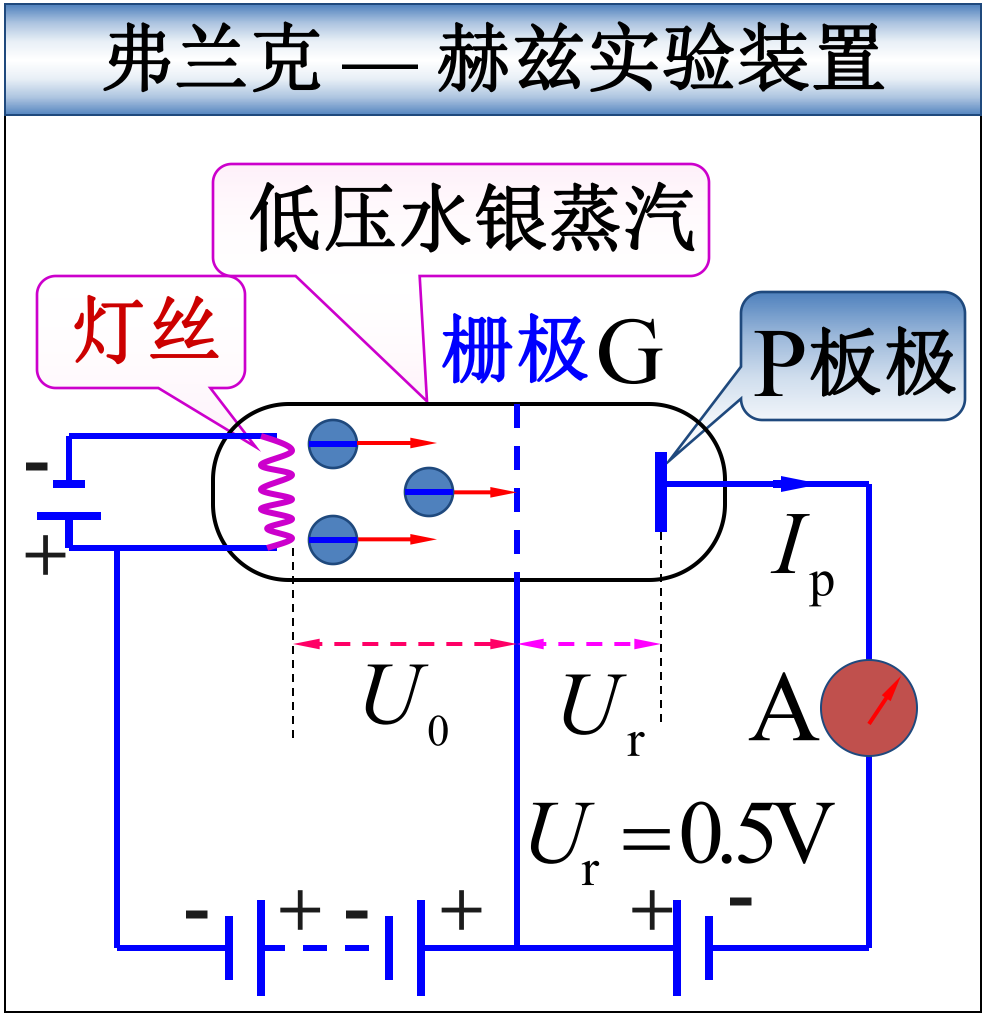
（3）正确的解释了氢原子及类氢离子光谱；

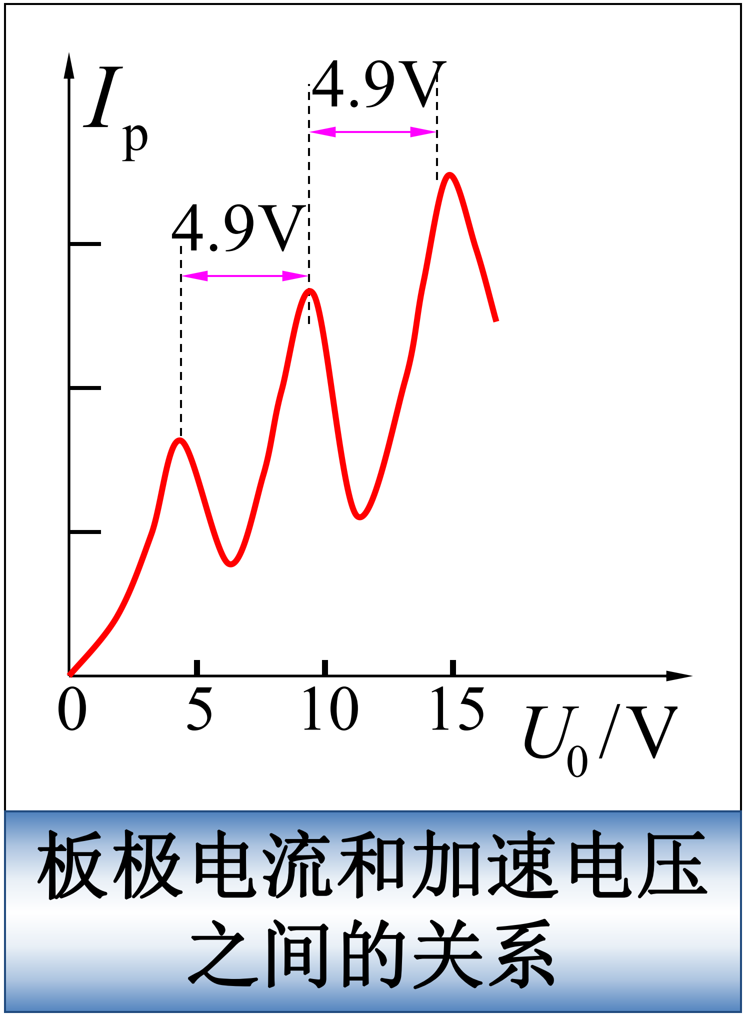
（4）无法解释比氢原子更复杂的原子；

（5）把微观粒子的运动视为有确定的轨道是不正确的；

（6）是半经典半量子理论，存在逻辑上的缺点，即把微观粒子看成是遵守经典力学的质点，同时，又赋予它们量子化的特征 .

1914 年弗兰克 — 赫兹从实验上证实了原子存在分立的能级，1925 年他们因此而获物理学诺贝尔奖 .





§ 17.3

物质波 波粒二象性

17.3.1　光的波粒二象性

1. 波动性：　光的干涉和衍射

2. 粒子性：　$E = h\nu$（光电效应和康普顿效应等）

描述光的粒子性

$$\boxed{\begin{aligned} E &= h\nu \\ p &= \frac{h}{\lambda} \end{aligned}}$$

描述光的波动性

17.3.2　物质波

法国物理学家德布罗意

（Louis Victor de Broglie 1892 – 1987)

思想方法　自然界在许多方面都是明显地对称的，他采用类比的方法提出物质波的假设 .

“整个世纪以来，在辐射理论上，比起波动的研究方法来，是过于忽略了粒子的研究方法；　在实物理论上，是否发生了相反的错误呢 ？ 是不是我们关于‘粒子’的图象想得太多 ，而过分地忽略了波的图象呢？ ”

一、德布罗意波（1924年）

德布罗意假设：实物粒子具有波粒二象性．

$$\boxed{E = h\nu} \qquad \boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$$

◆ 德布罗意公式 $\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$ $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

注 意

1）若 $v \ll c$ 则 $m = m_0$

若 $v \to c$ 则 $m = \gamma m_0$

2）宏观物体的德布罗意波长小到实验难以测量的程度，因此宏观物体仅表现出粒子性．

例 在一束电子中，电子的动能为 200eV，求此电子的德布罗意波长 λ？

解 $v << c$，$E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2$ $\quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_0}}$

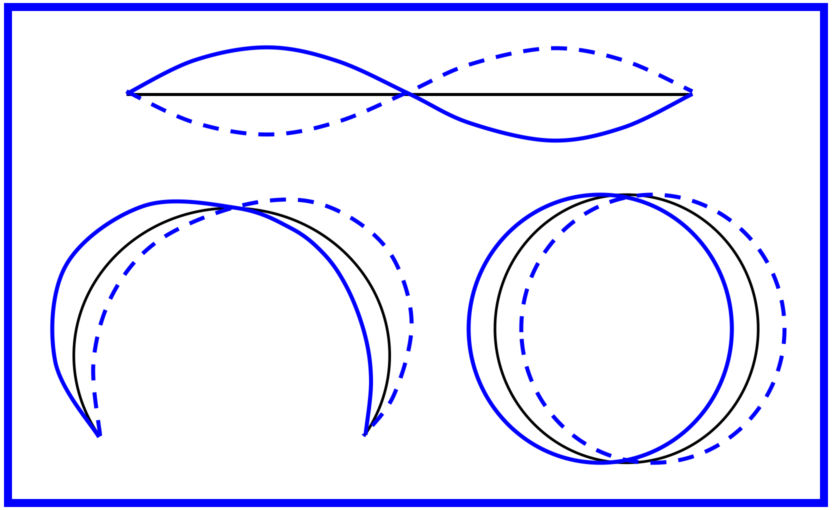
$$v = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 8.4 \times 10^6 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\because v << c \qquad \therefore \lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 8.4 \times 10^6} \mathrm{nm}$$

$$\lambda = 8.67 \times 10^{-2} \mathrm{nm}$$

此波长的数量级与 X 射线波长的数量级相当.

例2 从德布罗意波导出氢原子波尔理论中角动量量子化条件.



解 两端固定的弦，若其长度等于波长则可形成稳定的驻波.

将弦弯曲成圆时

$$2\pi r = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, 4, \cdots$$

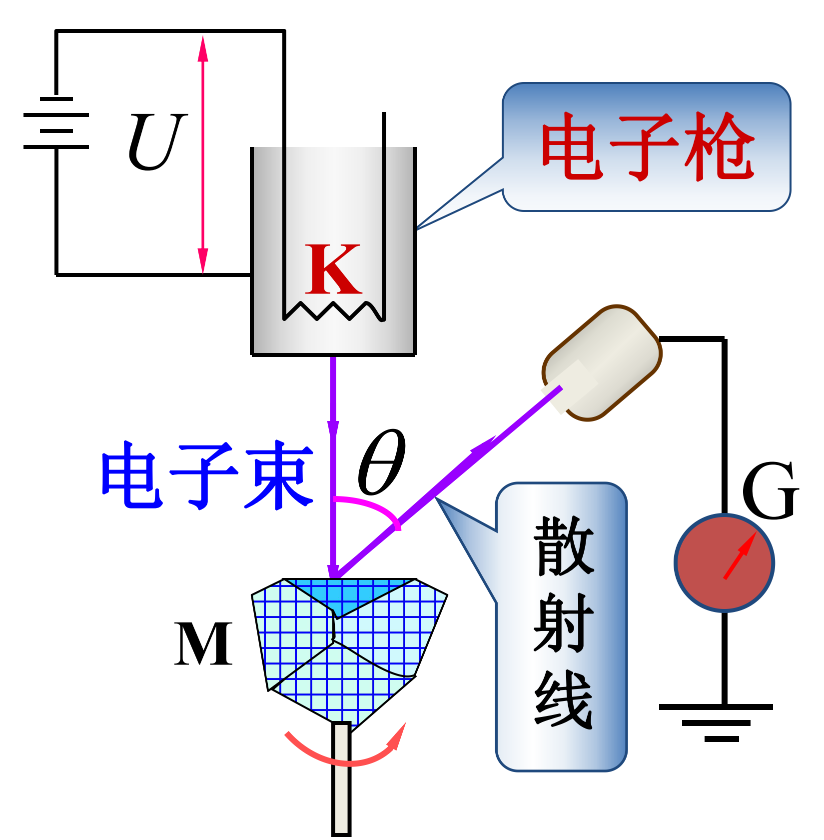
电子绕核运动其德布罗意波长为 $\lambda = \dfrac{h}{mv}$

$$2\pi rmv = nh$$

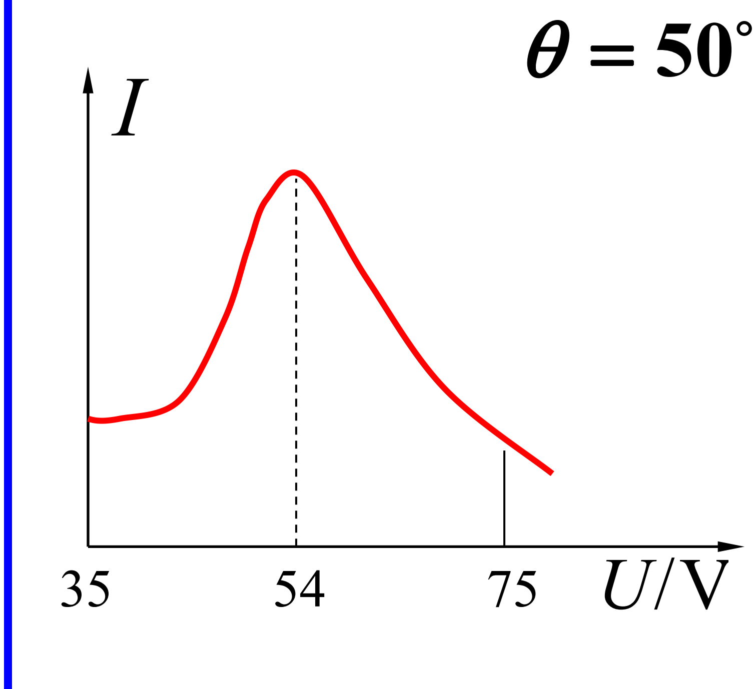
角动量量子化条件 $L = mvr = n\dfrac{h}{2\pi}$

二、电子衍射实验

1. 戴维孙 — 革末电子衍射实验（1927年）



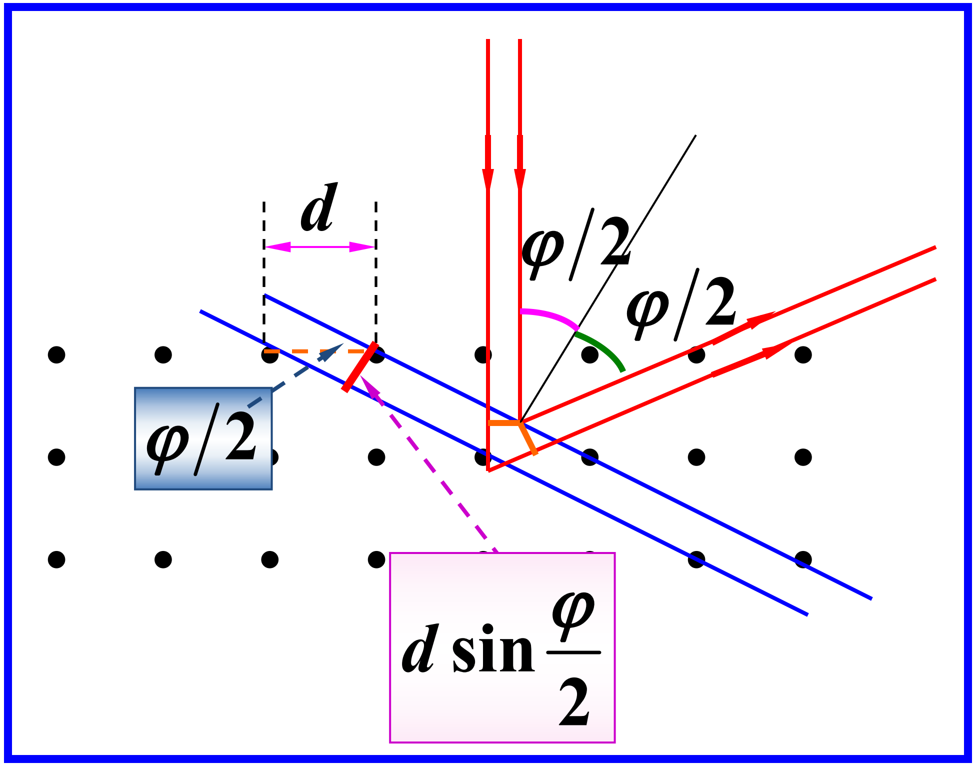
电子被镍晶体衍射实验



当散射角 $\theta = 50^\circ$ 时

电流与加速电压曲线

两相邻晶面电子束反射射线干涉加强条件



$$2d\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}=k\lambda$$

$$d\sin\varphi=k\lambda$$

$$k=1,\quad \varphi=50^{\circ}$$

镍晶体

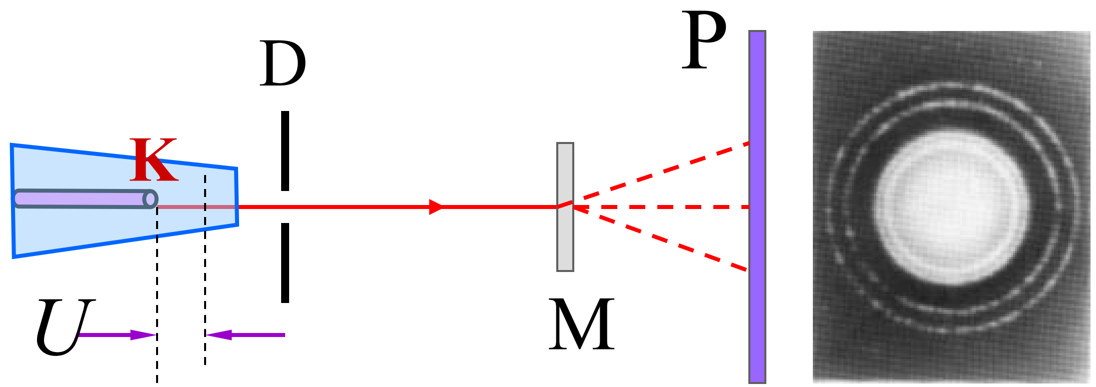
$$d=0.215\text{nm}=0.125\times10^{-9}\text{m}$$

$$\lambda=d\sin\varphi=1.65\times10^{-10}\text{m}$$

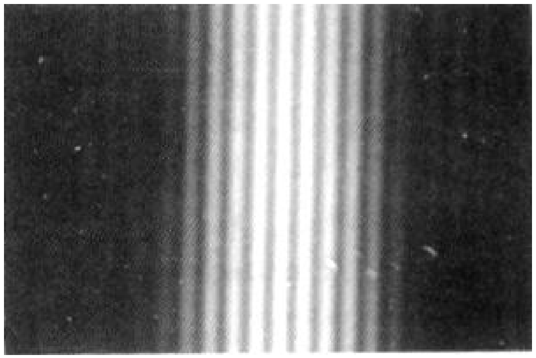
电子波的波长 $\lambda=\dfrac{h}{m_{\mathrm{e}}v}=\dfrac{h}{\sqrt{2m_{\mathrm{e}}E_{\mathrm{k}}}}=1.67\times10^{-10}\text{m}$

2. G . P . 汤姆孙电子衍射实验（1927年）

电子束透过多晶铝箔的衍射



双缝衍射图



三、应用举例

1932年德国人鲁斯卡成功研制了电子显微镜；1981年德国人宾尼希和瑞士人罗雷尔制成了扫瞄隧道显微镜.

例3 试计算温度为 25°C 时慢中子的德布罗意波长.

解 在热平衡状态时， 按照能均分定理慢中子的平均平动动能可表示为

$T = 298\mathrm{K}$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT = 3.85\times10^{-2}\,\mathrm{eV} \qquad m_{\mathrm{n}} = 1.67\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$$

$$p = \sqrt{2m_{\mathrm{n}}\bar{\varepsilon}} = 4.54\times10^{-24}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

慢中子的德布罗意波长 $\lambda = \dfrac{h}{p} = 0.146\mathrm{nm}$

17.3.3 波粒二象性的统计解释 概率波

一、粒子的波粒二象性

经典粒子——不被分割的整体，有确定位置和运动轨道；

经典的波——某种实际的物理量的空间分布作周期性的变化，波具有相干叠加性 .

二象性——要求将波和粒子两种对立的属性统一到同一物体上 .

二、德布罗意波的统计解释

- 1926 年玻恩提出——德布罗意波是**概率**波 .

统计解释： 在某处德布罗意波的强度是与粒子在该处邻近出现的概率成正比的 .

概率概念的哲学意义： 在已知给定条件下，不可能精确地预知结果，只能预言某些可能的结果的概率 .

三、物质波的波函数　概率密度

在某一时刻 t，在空间某一位置 (x, y, z) 附近单位体积内，粒子出现的概率为

$$P(x, y, z, t) = \left|\Psi(x, y, z, t)\right|^2 = \Psi\Psi^*$$

在全空间找到粒子的概率为1，故

归一化条件 $$\int_{全空间} \left|\Psi(x,y,z,t)\right|^2 \mathrm{d}V = 1$$

标准条件 波函数 Ψ 必须单值、有限和连续

17.3.4 不确定关系

- 海森伯于 1927 年提出不确定原理

对于微观粒子不能同时用确定的位置和确定的动量来描述 .

$$\boxed{\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}}$$

物理意义

1. 微观粒子同一方向上的坐标与动量不可同时准确测量,它们的精度存在一个终极的不可逾越的限制 .

2. 不确定的根源是“波粒二象性” 这是自然界的根本属性 .

用电子衍射说明不确定关系

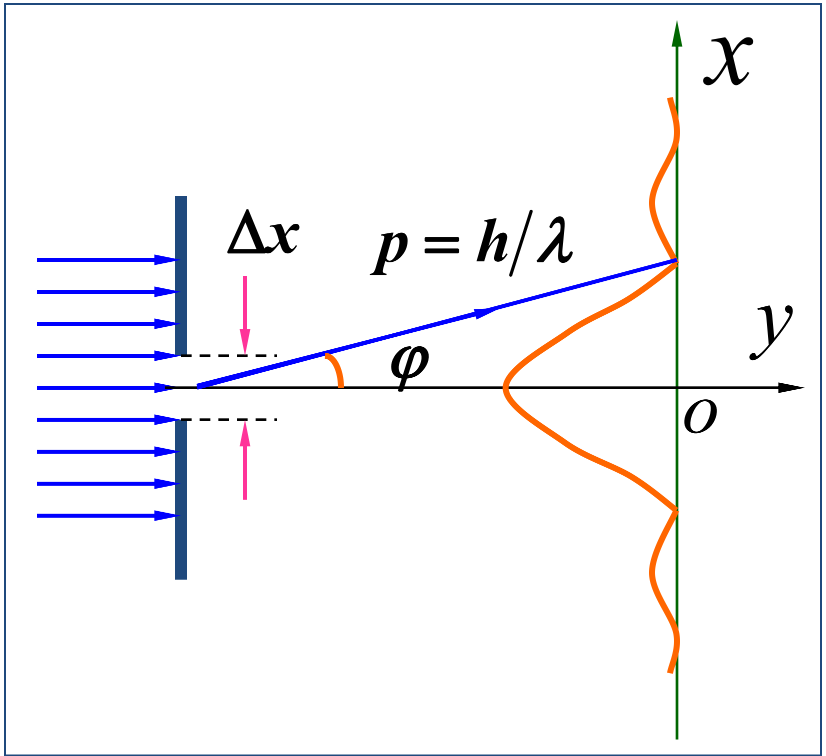
电子经过缝时的位置不确定为缝宽 Δx.

一级衍射角 $\sin\varphi = \lambda/\Delta x$

电子经过缝后 x 方向动量不确定

$$\Delta p_x = p\sin\varphi = p\frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \Delta p_x = \frac{h}{\Delta x}$$



电子的单缝衍射实验

$$\Delta x \Delta p_x = h$$

考虑衍射次级有 $\boxed{\Delta x \Delta p_x \geq h}$

3. 对宏观粒子，因 h 很小，所以 $\Delta x \Delta p_x \to 0$ 可视为位置和动量能同时准确测量．

例 1　一颗质量为10 g 的子弹，具有 $200\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 的速率．若其动量的不确定范围为动量的 0.01% (这在宏观范围是十分精确的)，则该子弹位置的不确定量范围为多大?

解　子弹的动量　$p = mv = 2\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\% \times p = 2\times10^{-4}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

位置的不确定量范围

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times10^{-4}}\,\mathrm{m} = 3.3\times10^{-30}\,\mathrm{m}$$

例2 一电子具有 $200\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率，动量的不确范围为动量的 0.01% (这也是足够精确的了)，则该电子的位置不确定范围有多大?

解 电子的动量

$$p = mv = 9.1\times10^{-31}\times200\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

$$p = 1.8\times10^{-28}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\%\times p = 1.8\times10^{-32}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

位置的不确定量范围

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{1.8\times10^{-32}}\,\mathrm{m} = 3.7\times10^{-2}\,\mathrm{m}$$