第十三章

光的干涉

chapter 13

interference of light

主要内容

§ 1　光波
§ 2　相干光波的产生
§ 3　光程　光程差
§ 4　分波前干涉——杨氏干涉实验
§ 5　分振幅干涉——薄膜干涉
§ 6　迈克耳孙干涉仪

§ 13.1

光　　波

一、光是一种电磁波

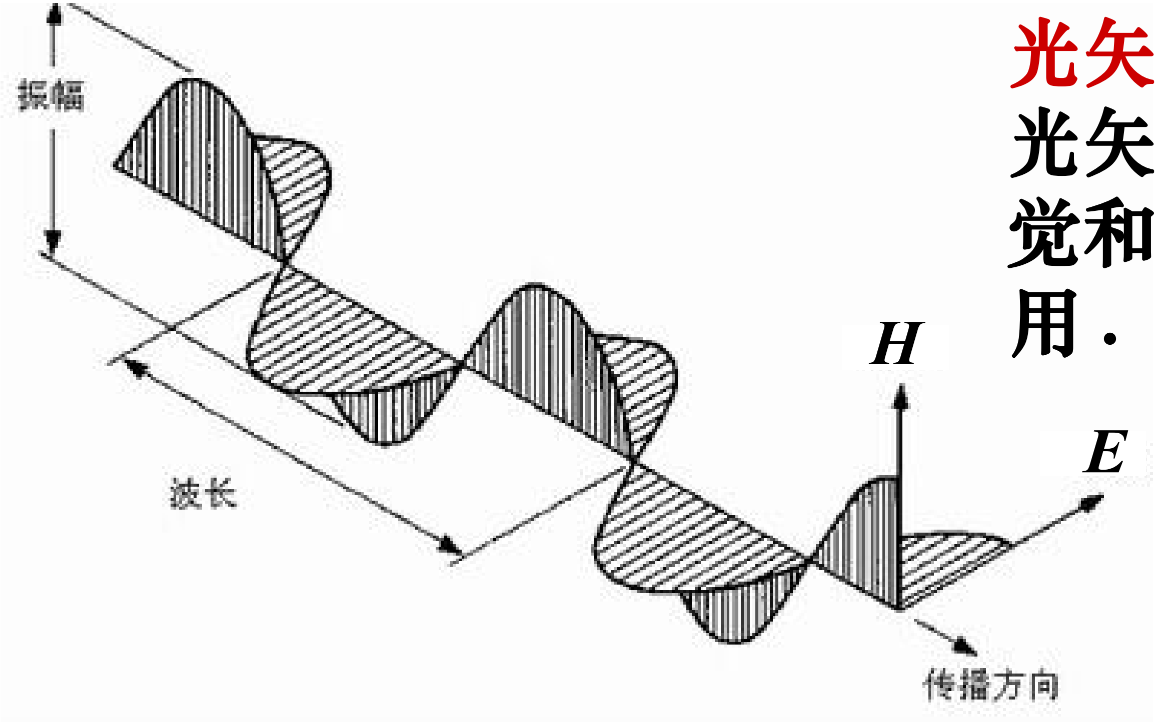
可见光的范围
$$\begin{cases} \lambda: 390 \sim 760\text{nm} \\ \nu: 7.7\times10^{14} \sim 3.9\times10^{14}\,\text{Hz} \end{cases}$$

- 真空中的光速 $\boxed{c=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}$

- 介质中的光速 $\boxed{v=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r}}}$

介质中的折射率

$$\boxed{n=\frac{c}{v}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$



光矢量　用 $\vec{E}$ 矢量表示光矢量，它在引起人眼视觉和底片感光上起主要作用．

二、光强

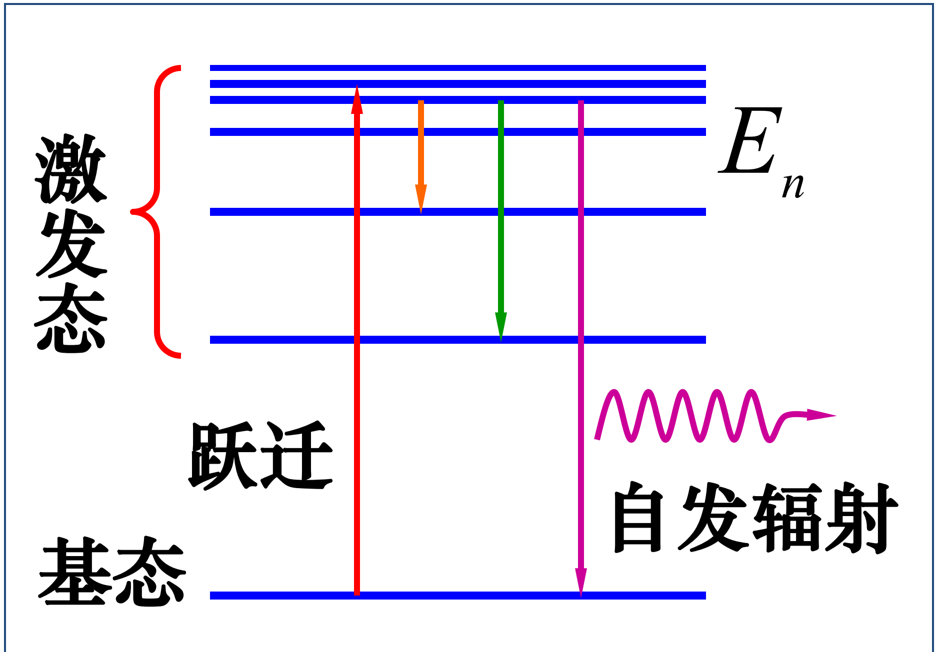
在同一介质中的相对光强

$$I = A^2$$

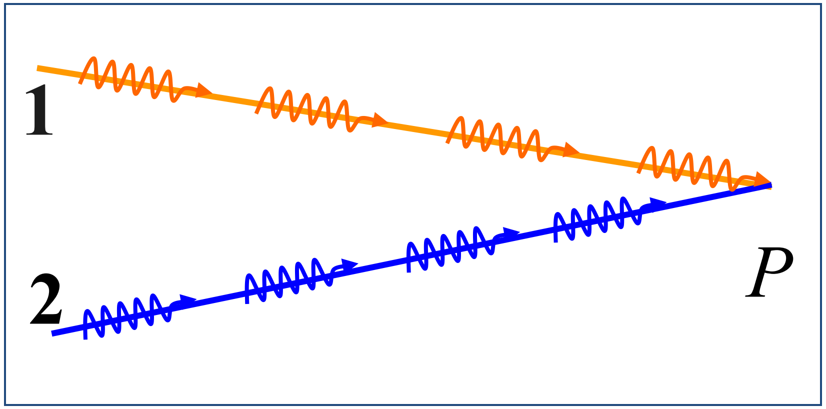
§ 13.2

相干光波的产生

一、普通光源的发光机制



原子能级及发光跃迁



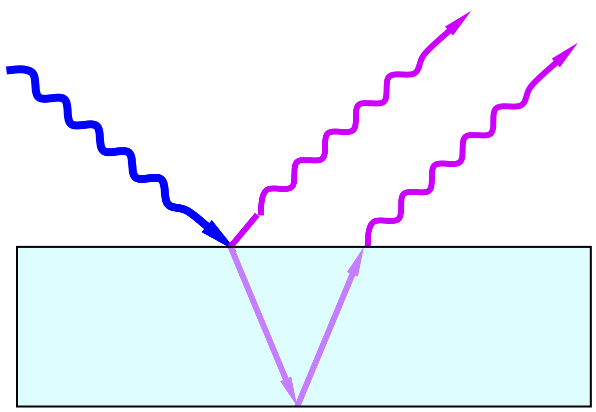
$$\Delta E = h\nu \qquad \Delta t \sim 10^{-8}\,\mathrm{s}$$

普通光源发光**特点**：原子发光是断续的，每次发光形成一长度有限的波列，各原子各次发光相互独立，各波列互不相干.

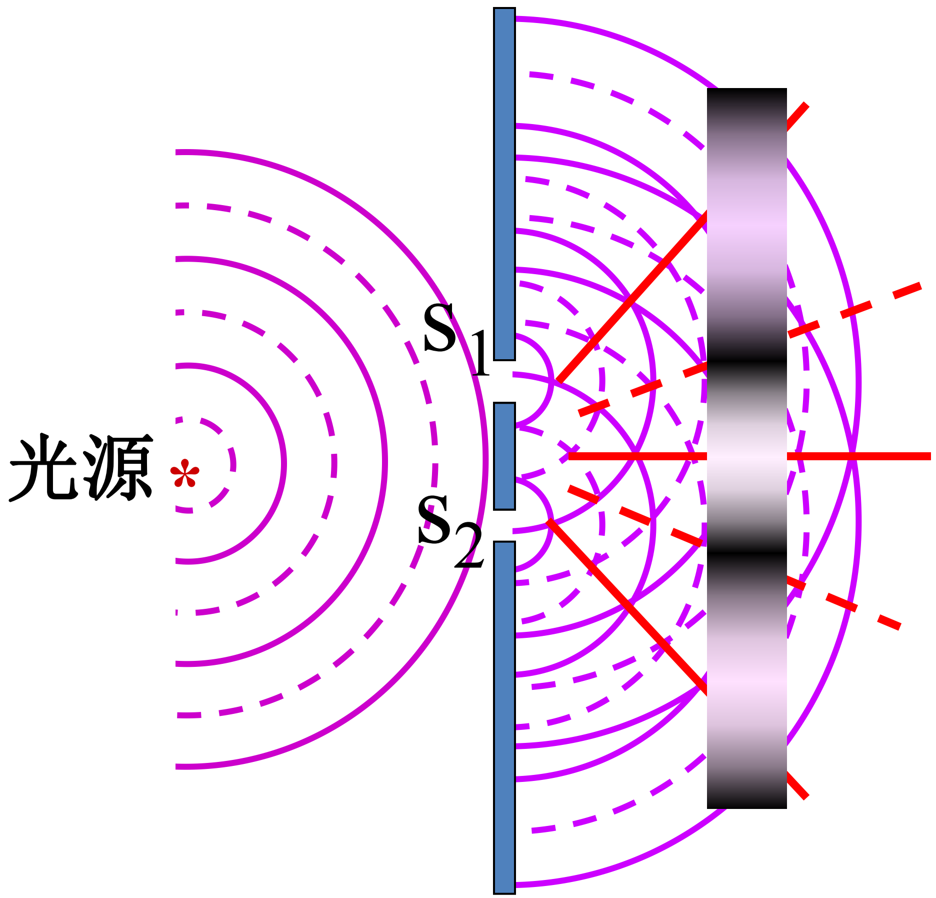
二、相干光的产生

方法：将一个波列一分为二

分振幅法



分波前法



§ 13.3

光程 光程差

13.3.1 光程

光在真空中的速度与在介质中的速度满足 $\dfrac{v}{c}=\dfrac{1}{n}$ 介质的折射率

$$v=\lambda'\nu \qquad c=\lambda\nu$$

介质中的波长 $\boxed{\lambda'=\dfrac{\lambda}{n}}$

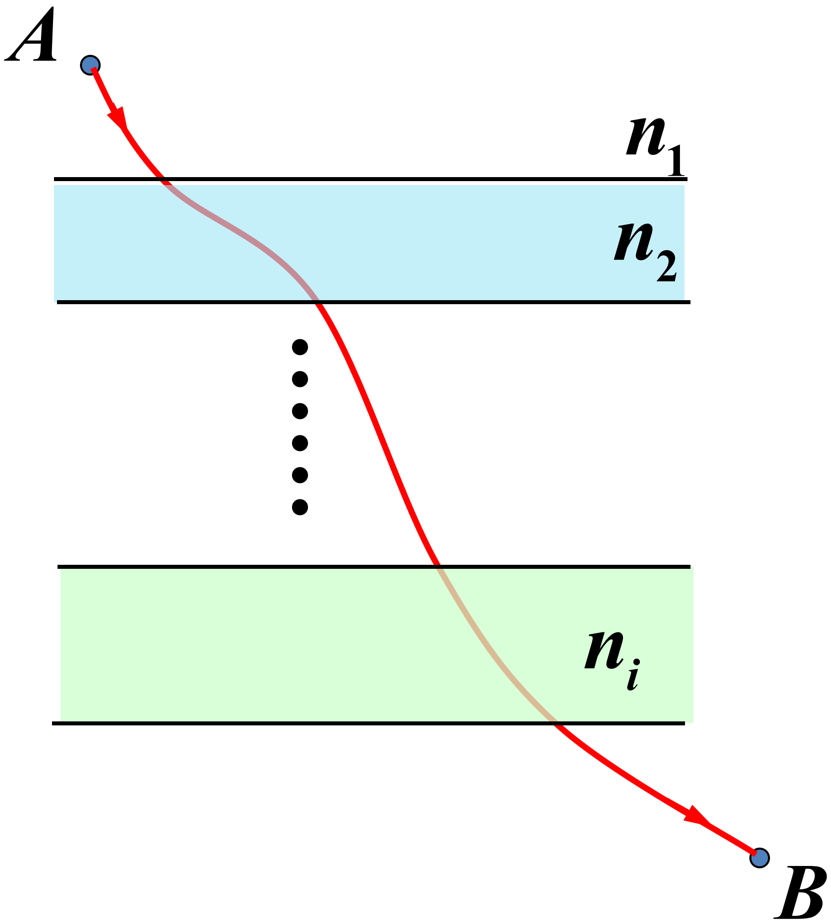
光在介质中走过 l 的路径，则在相同的时间间隔内，光在真空中传播的距离为

$$L=\Delta t\, c=\frac{l}{v}c=nl$$

光程

物理意义：光程就是光在介质中通过真实路径所需时间内，在真空中所能传播的路程.

$$\frac{L}{c}=\frac{l}{v}$$



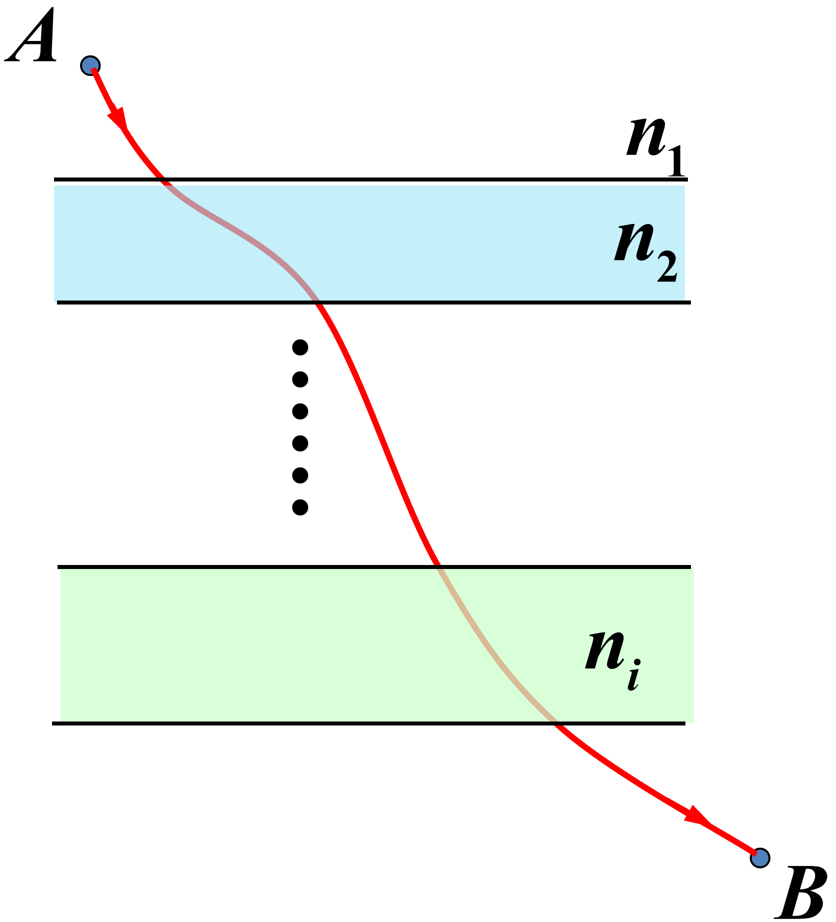
A、B 两点之间的光程为

$$L=\sum_i n_i l_i$$

若介质折射率连续变化，则A、B 两点之间的光程为

$$L=\int_A^B n\,\mathrm{d}l$$

13.3.2 光程差与相位差的关系



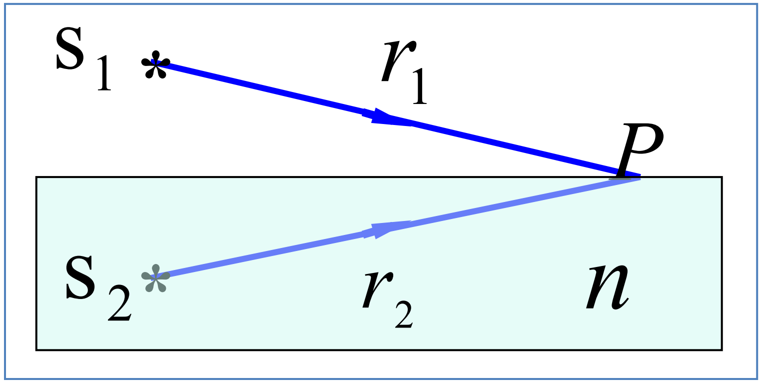
A、B两点之间的相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\sum_i n_i l_i = \frac{2\pi}{\lambda}L$$

$$\varphi = \varphi_0 - \Delta\varphi = \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda}L$$

$$\varphi_1 = \varphi_{01} - \frac{2\pi}{\lambda} L_1 = \varphi_{01} - \frac{2\pi}{\lambda} n_1 r_1$$

$$\varphi_2 = \varphi_{02} - \frac{2\pi}{\lambda} L_2 = \varphi_{02} - \frac{2\pi}{\lambda} n_2 r_2$$

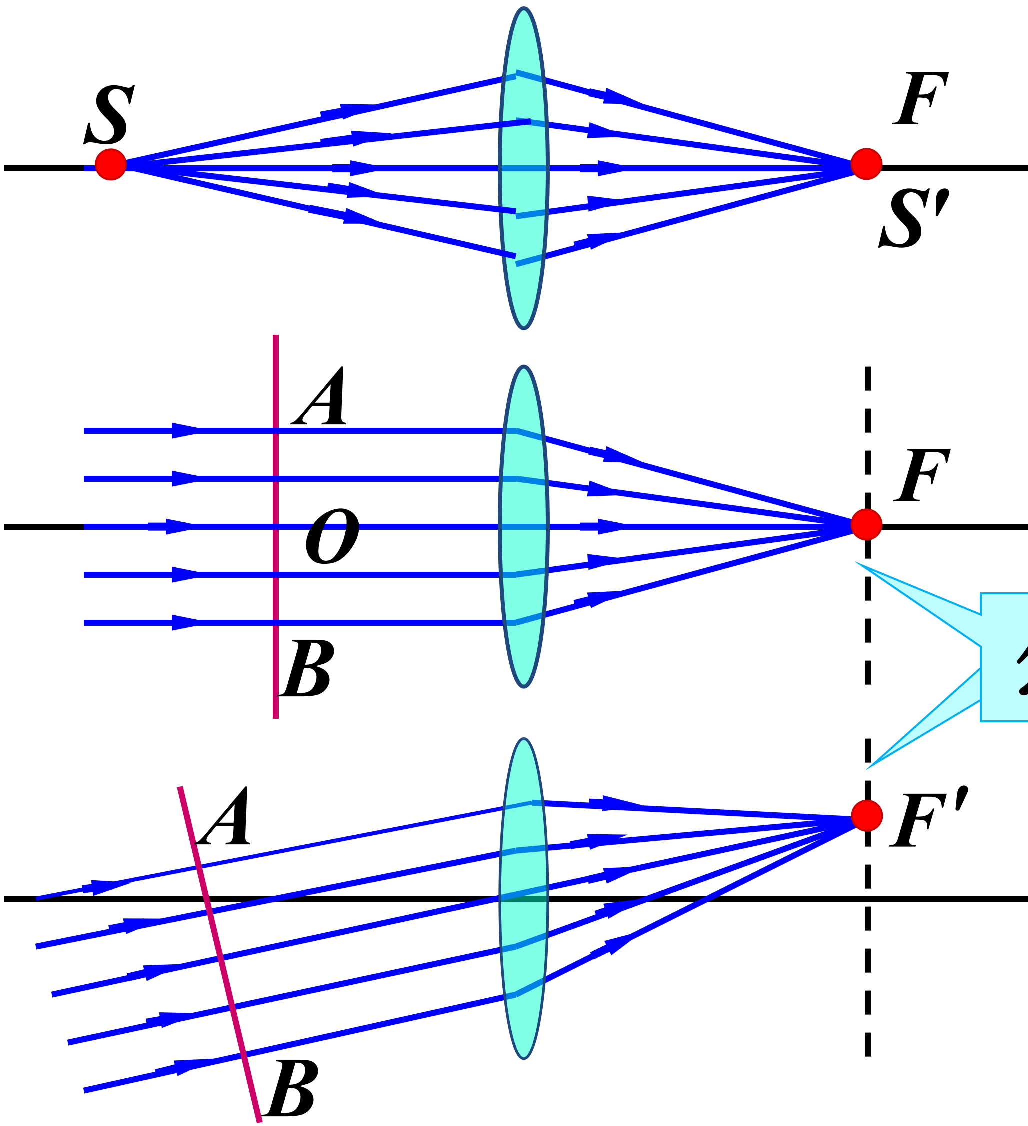


◆ 相位差 $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_{01} - \varphi_{02}) + \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$

基本关系式

$$\boxed{\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L}$$

13.3.3 理想透镜物像的等光程性



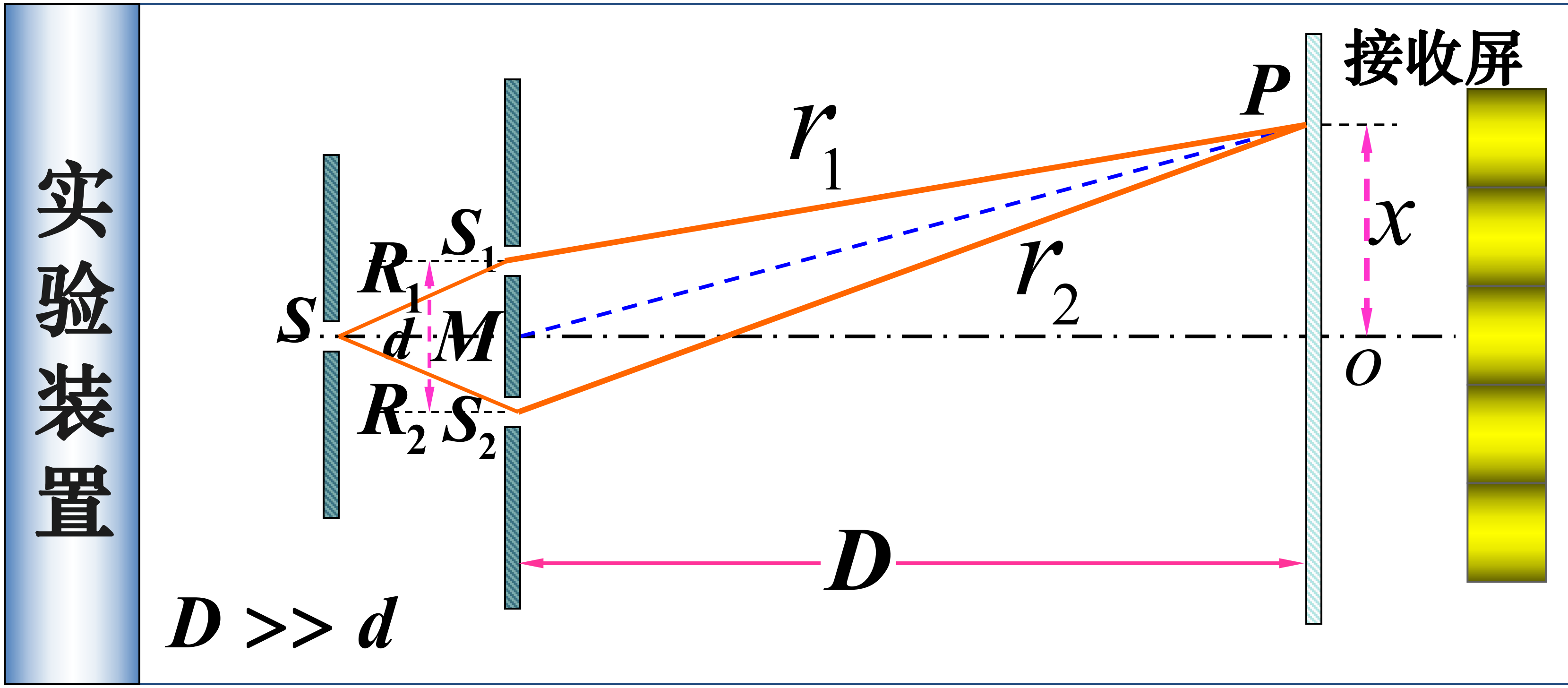
物点到像点各光线的**光程相等**

透镜可以改变光线的传播方向，但不会给两个等相面之间的光路带来附加的光程差

§ 13.4

分波前干涉——杨氏干涉实验

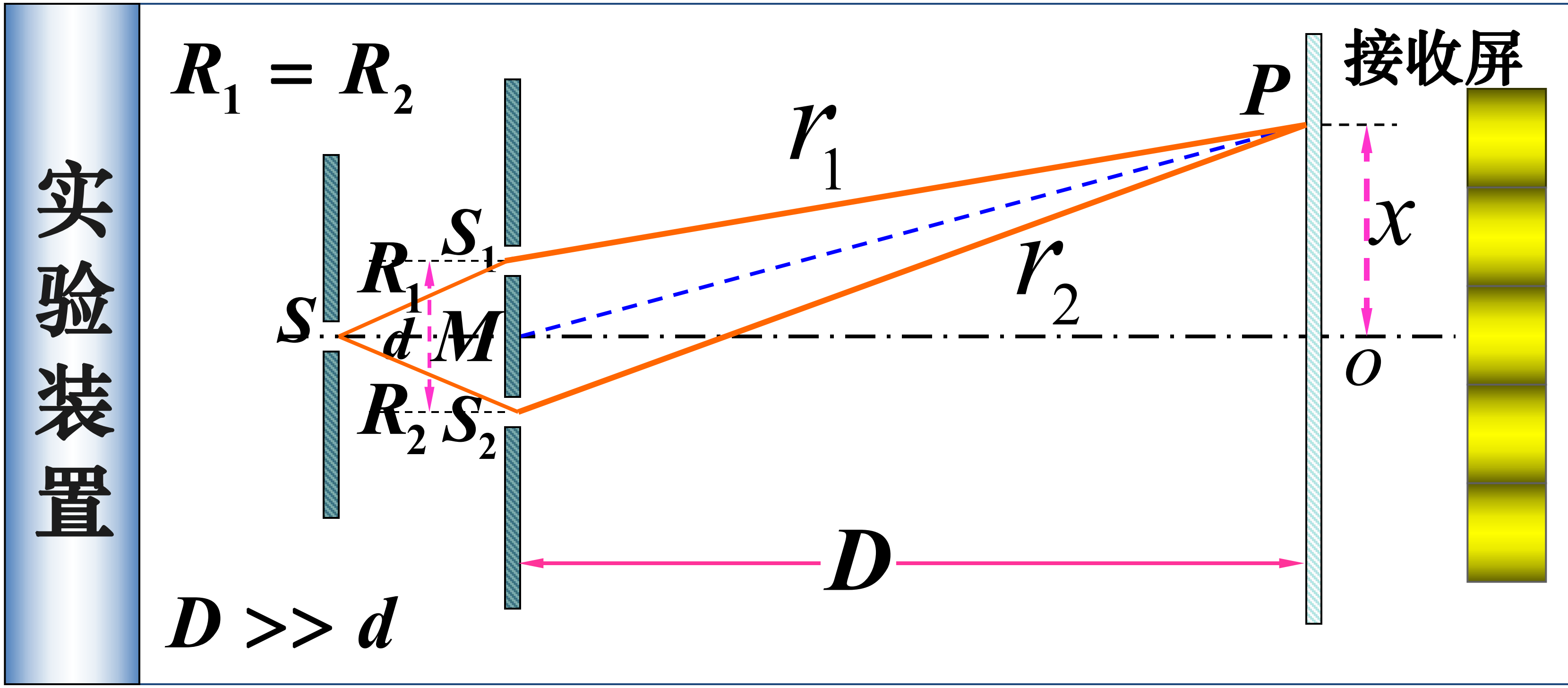
13.4.1 理想杨氏干涉实验装置



初相 $\varphi_{01} = \varphi_0(t) - \frac{2\pi}{\lambda} R_1, \quad \varphi_{02} = \varphi_0(t) - \frac{2\pi}{\lambda} R_2$

初相差 $\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}(R_2 - R_1)$

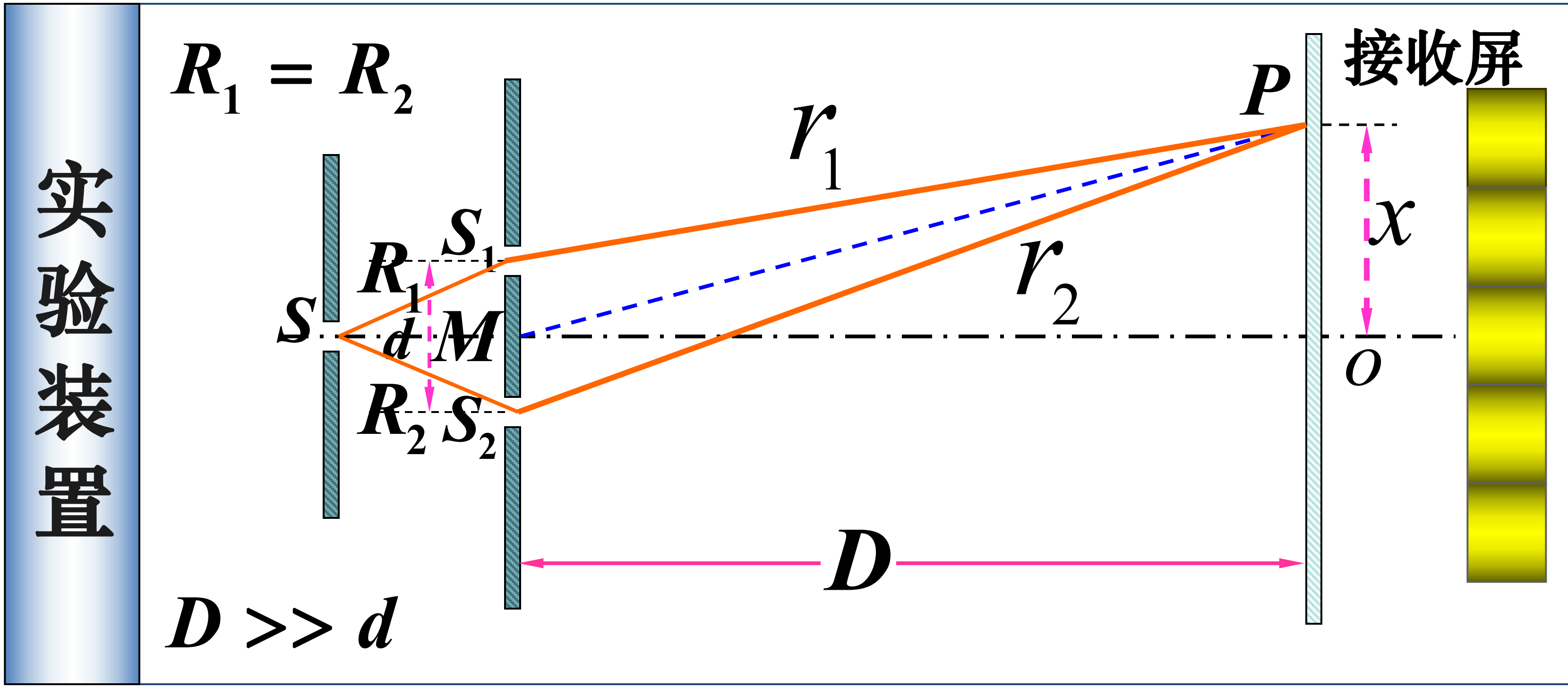
13.4.1 理想杨氏干涉实验装置



相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L, \qquad \Delta L = r_2 - r_1$$

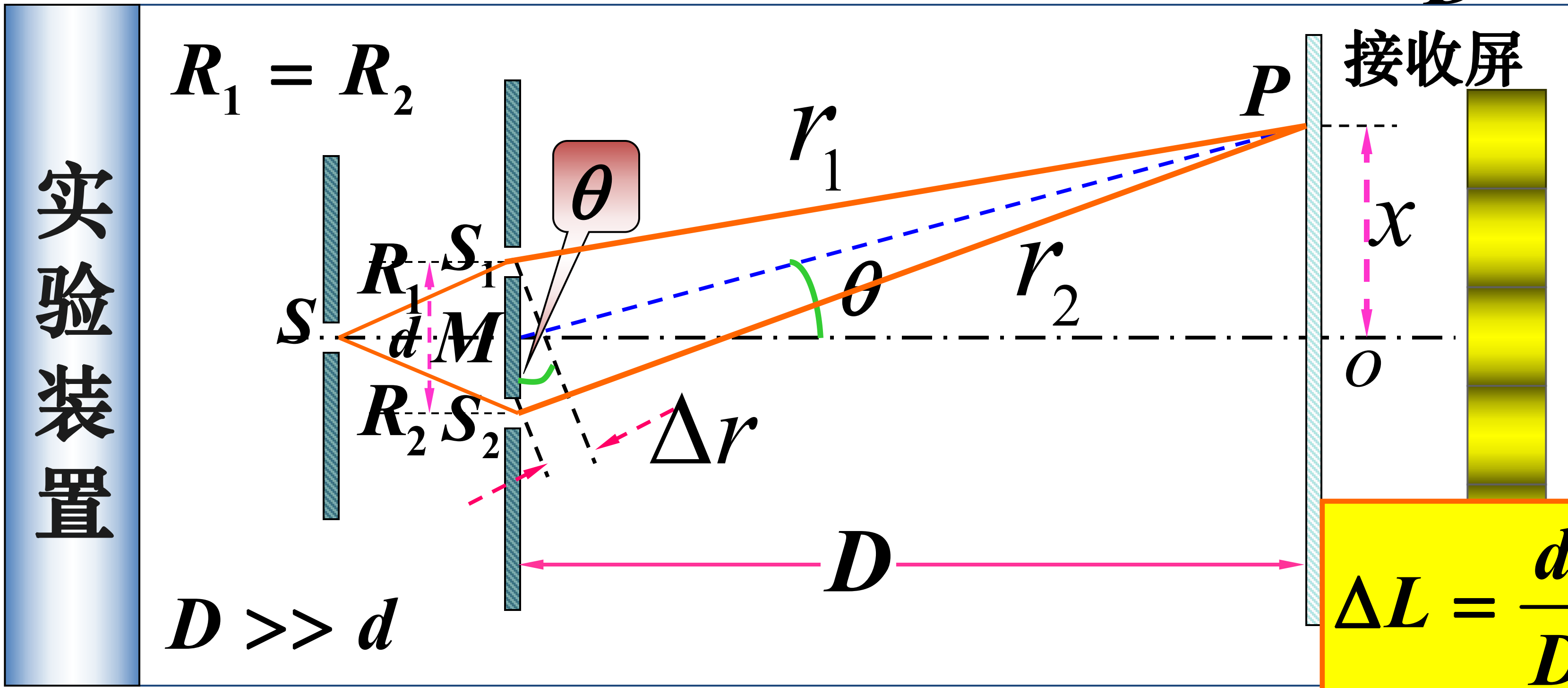
13.4.2 杨氏实验干涉条纹的分布



明纹条件： $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$， $\Delta L = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$

暗纹条件： $\Delta\varphi = \pm(2k-1)\pi$， $\Delta L = \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \cdots)$

$$\Delta L = r_2 - r_1 \approx \Delta r = d\sin\theta \qquad \sin\theta \approx \tan\theta = \frac{x}{D}$$



$$\Delta L = \frac{d}{D}x$$

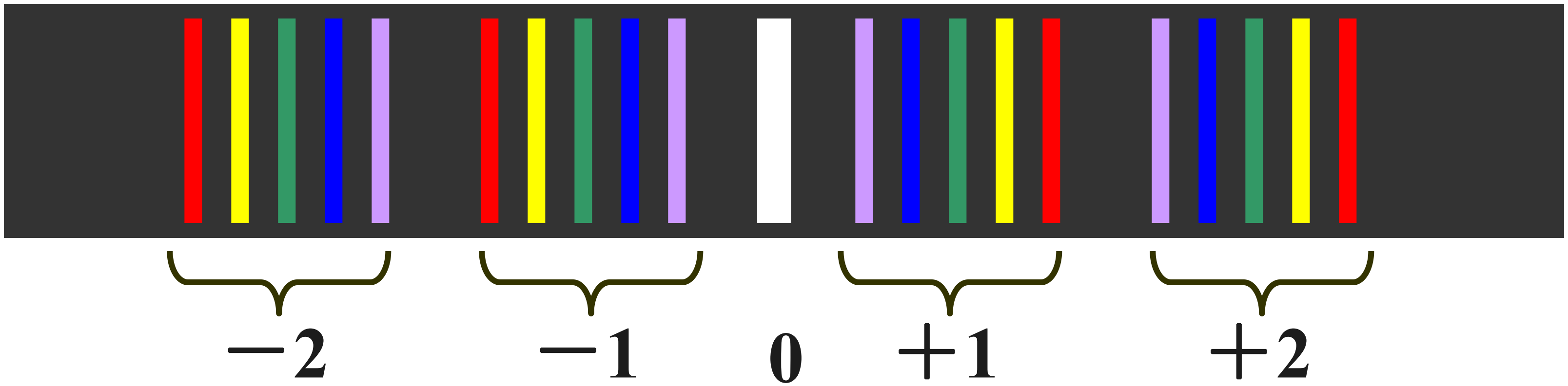
明纹位置: $x = \pm k\frac{D}{d}\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$

暗纹位置: $x = \pm(2k-1)\frac{D}{d}\lambda \quad (k = 1, 2, \cdots)$

讨论

$$x = \pm k\frac{D}{d}\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

1. 白光照射时，出现彩色条纹



当用白光照明时，除中央明纹的中部是白色以外，其它各级条纹，由于波长不同，使得同级明纹的位置错开，从而出现彩色条纹。

2. 条纹间距 $\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$

◆ 双缝干涉光强分布

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

干涉项

合光强 $I=I_1+I_2+\boxed{2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi}$

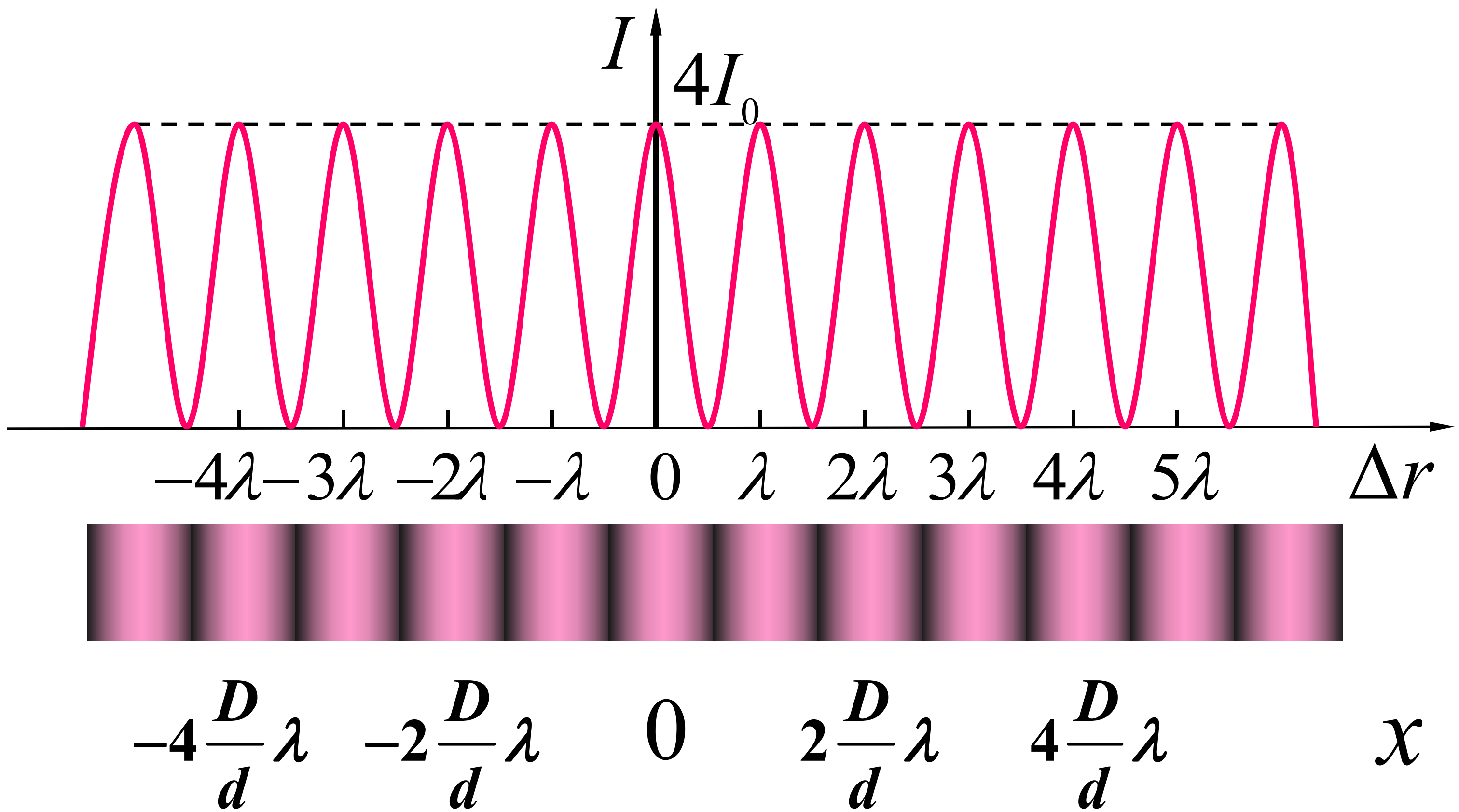
明纹中心的光强 $I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}=(A_1+A_2)^2$

暗纹中心的光强 $I_{\min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}=(A_1-A_2)^2$

若 $I_1=I_2=I_0$

则 $I=4I_0\cos^2(\dfrac{\pi d}{\lambda D}x)=\begin{cases}4I_0 & \text{明纹中心的光强}\\ 0 & \text{暗纹中心的光强}\end{cases}$

光强分布图


I
$4I_0$
-4λ -3λ -2λ $-\lambda$ 0 λ 2λ 3λ 4λ 5λ
Δr
$-4\frac{D}{d}\lambda$ $-2\frac{D}{d}\lambda$ 0 $2\frac{D}{d}\lambda$ $4\frac{D}{d}\lambda$
x

13.4.3 干涉条纹的可见度

定量描述干涉条纹的清晰度，引入条纹的可见度

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \qquad 0 < \gamma \le 1$$

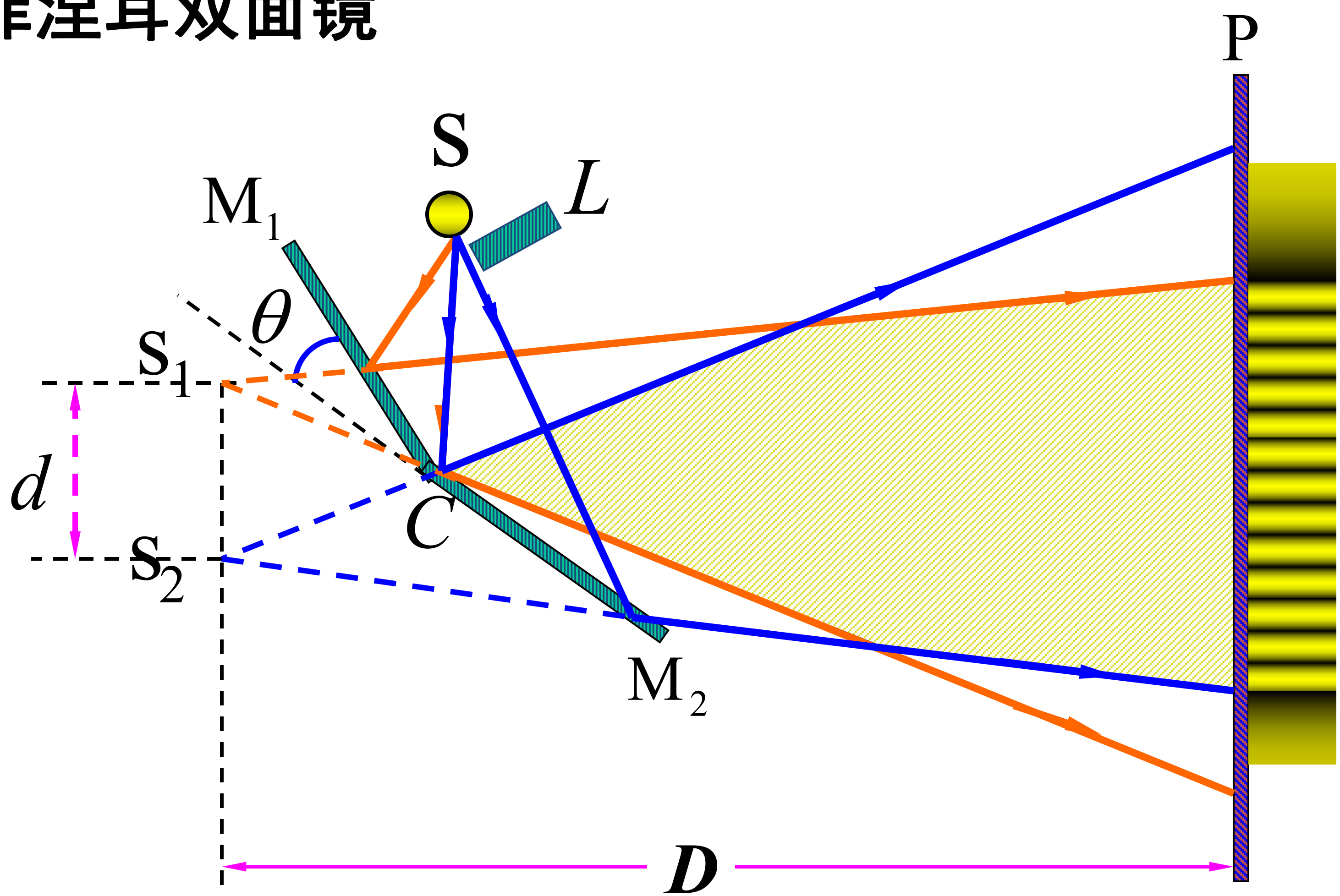
$$\gamma = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = \frac{2\sqrt{I_2/I_1}}{1 + I_2/I_1} = \frac{2\dfrac{A_2}{A_1}}{1 + \left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}$$

1. 若 $A_1 = A_2$ ，则 $\gamma = 1$，可见度最大，条纹清晰；

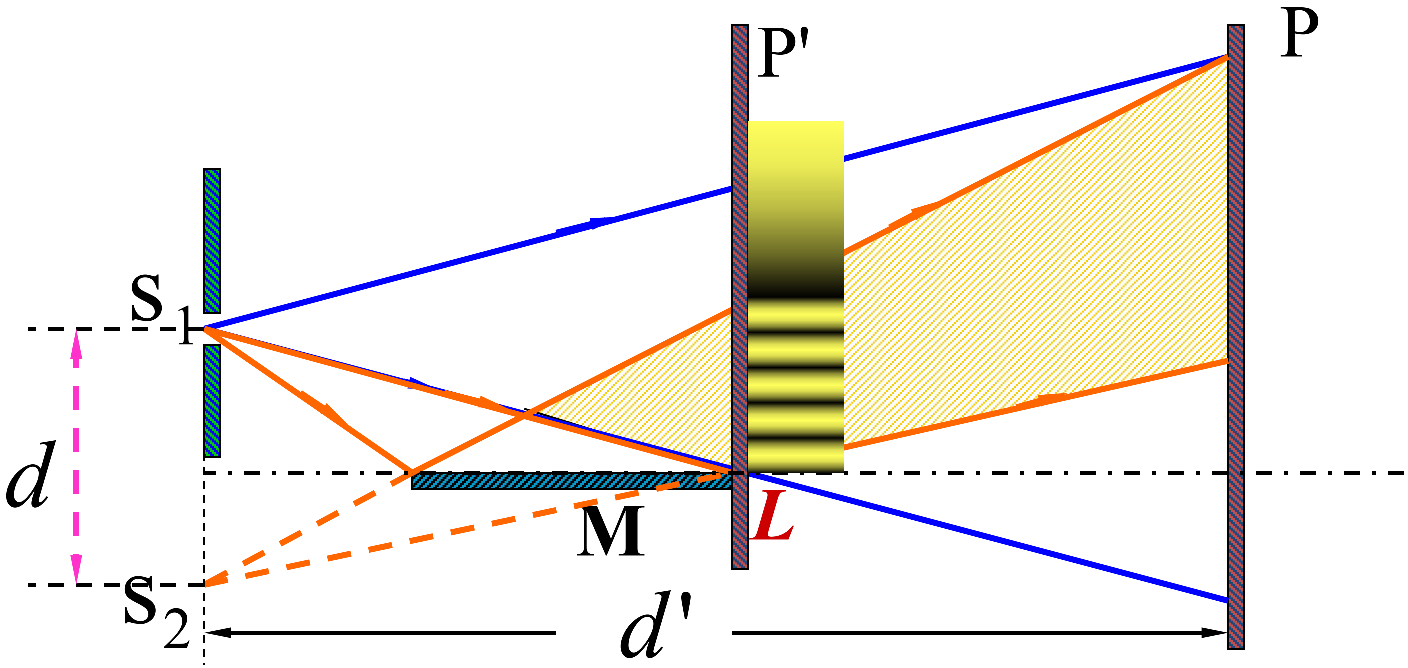
1. 若 $A_1 >> A_2$，则 $\gamma \to 0$，条纹不能分辨。

13.4.6 其他几种两光束分波前干涉装置

一、菲涅耳双面镜



二、劳埃德镜



半波损失 ：光从光速较大的介质射向光速较小的介质时反射光的相位较之入射光的相位跃变了 π，相当于反射光与入射光之间附加了半个波长的波程差，称为半波损失.

例1 以单色光照射到相距为0.2mm的双缝上，双缝与屏幕的垂直距离为1m.

(1) 从第一级明纹到同侧的第四级明 纹的距离为7.5mm，求单色光的波长;

(2) 若入射光的波长为600nm，求相邻两明纹间的距离.

解 （1） $x_k = \pm \dfrac{D}{d} k\lambda, \quad k = 0, \quad 1, \quad 2, \cdots$

$$\Delta x_{14} = x_4 - x_1 = \frac{D}{d} \cdot 3\lambda \qquad \lambda = \frac{d}{D}\frac{\Delta x_{14}}{3} = 500\text{nm}$$

（2） $\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda = 3.0\text{mm}$

§ 13.5

分振幅干涉——薄膜干涉

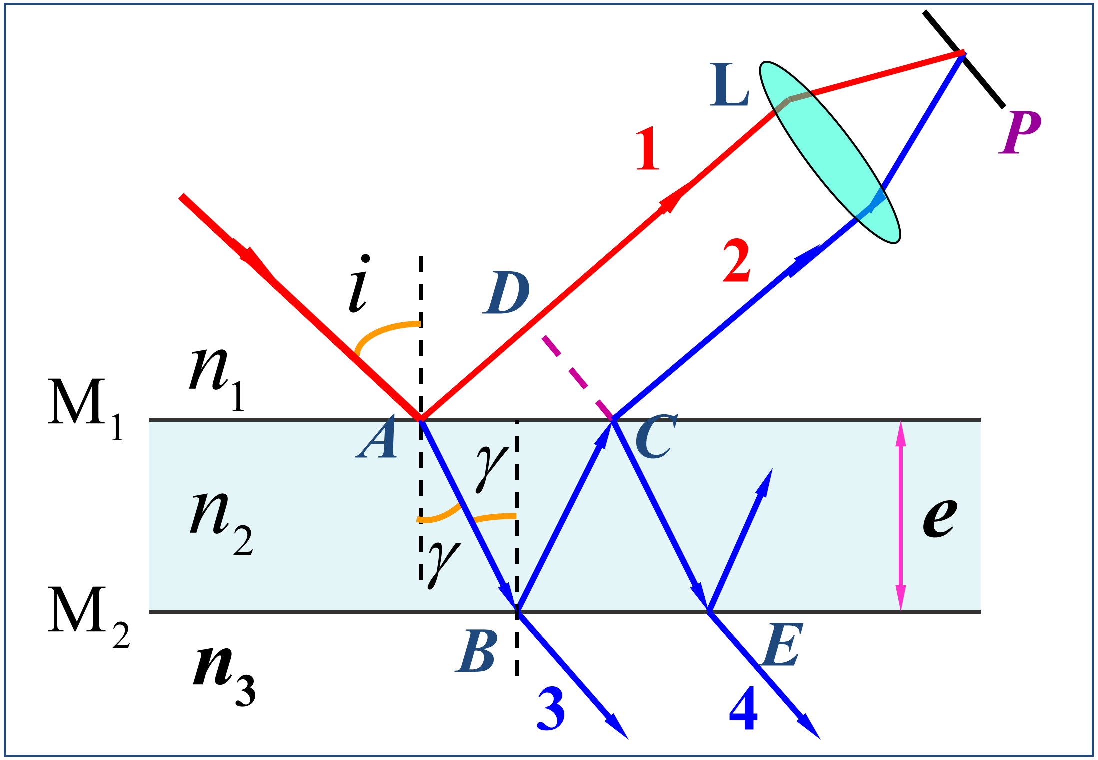
13.5.1 等倾干涉

$$\frac{\sin i}{\sin\gamma}=\frac{n_2}{n_1}$$

$$\overline{AB}=\overline{BC}=e/\cos\gamma$$

$$\overline{AD}=\overline{AC}\sin i$$

$$=2e\cdot\tan\gamma\cdot\sin i$$

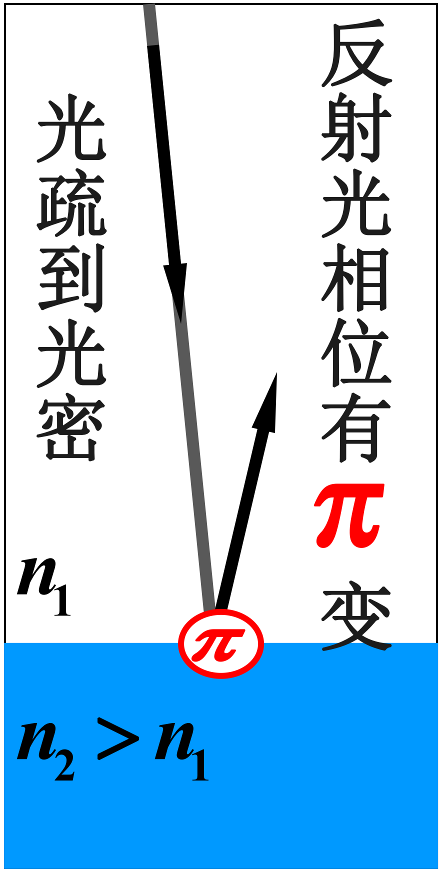


传播光程差

$$\Delta L_0=n_2(\overline{AB}+\overline{BC})-n_1\overline{AD}$$

$$=2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}$$

反射界面条件与附加光程差



特别对正入射和掠入射情况

1. 当 $n_1 < n_2 < n_3$ 或 $n_1 > n_2 > n_3$ 时，薄膜上下表面处的反射情况**相同**，1、2 反射线之间**无附加光程差**，故

$$\Delta L = \Delta L_0 = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

2. 当 $n_1 < n_2 > n_3$ 或 $n_1 > n_2 < n_3$ 时，薄膜上下表面处的反射情况**不同**，1、2 反射线之间**存在附加光程差**，故

$$\Delta L = \Delta L_0 + \Delta L' = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \boxed{\frac{\lambda}{2}}$$

平行平面薄膜总的光程差

$$\Delta L = \Delta L_0 + \Delta L'$$

$$= 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \begin{cases} 0 & \text{反射条件相同} \\ \dfrac{\lambda}{2} & \text{反射条件不同} \end{cases}$$

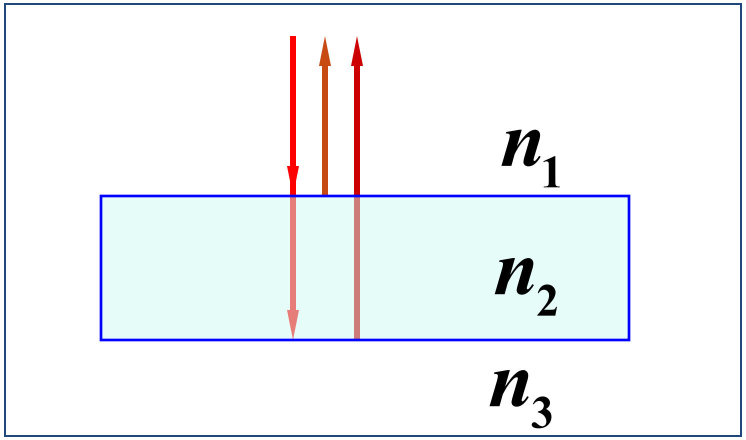
对于平行平面薄膜，光程差依赖于入射角 i；入射角 i 相同的光所对应的反射光线形成同一级次的干涉条纹——**等倾干涉**

$$\Delta L = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \cdots) & \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, 2, \cdots) & \text{暗纹} \end{cases}$$

◆ 当光线垂直入射时 $i = 0^\circ$

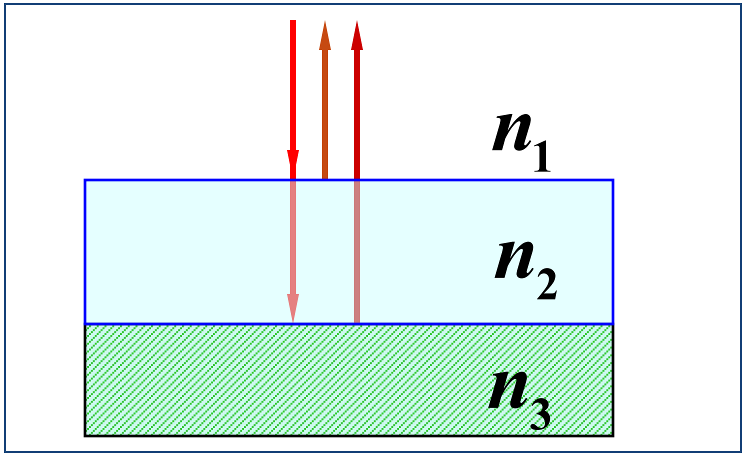
当 $n_1 < n_2 > n_3$ 时

$$\Delta L = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2}$$



当 $n_1 < n_2 < n_3$ 时

$$\Delta L = 2n_2 e$$



若 $\Delta L = 2n_2 e = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

反射光相干相消，减弱

——**增透膜**

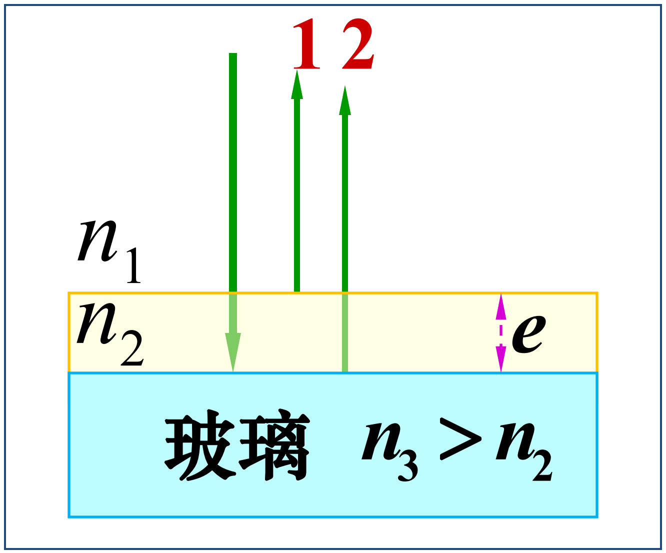
$$e_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}$$

◆ 增透膜和增反膜

利用薄膜干涉可以提高光学器件的透光率 .

例 为了增加透射率， 求 氟化镁膜的最小厚度.

已知 空气 $n_1 = 1.00$，氟化镁 $n_2 = 1.38$，$\lambda = 550\text{nm}$



解 $\Delta L = 2n_2 e = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

取 $k = 0$ $\quad e_{\min} = \dfrac{\lambda}{4n_2} = 99.6\,\text{nm}$

氟化镁为增透膜

若 $e = (2k+1)\dfrac{\lambda}{4n_2}$ 但 $n_3 < n_2$

反射光相干相长，增强

——增反膜

例　一油轮漏出的油(折射率n_1=1.20)污染了某海域，在海水(n_2=1.30)表面形成一层薄薄的油污.

(1) 如果太阳正位于海域上空，一直升飞机的驾驶员从机上向正下方观察，他所正对的油层厚度为460 nm, 则他将观察到油层呈什么颜色?

(2) 如果一潜水员潜入该区域水下，并向正上方观察，又将看到油层呈什么颜色?

已知 n_1=1.20 n_2=1.30 d=460 nm

解 (1) $\Delta_r = 2dn_1 = k\lambda$

$$\lambda = \frac{2n_1 d}{k}, \quad k = 1, 2, \cdots$$

$$k = 1, \qquad \lambda = 2n_1 d = 1104\ \mathbf{nm}$$

$$k = 2, \qquad \lambda = n_1 d = 552\ \mathbf{nm}$$

绿色

$$k = 3, \qquad \lambda = \frac{2}{3} n_1 d = 368\ \mathbf{nm}$$

(2) 透射光的光程差 $\Delta_t = 2dn_1 + \lambda/2$

$$k=1, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{1-1/2} = 2208\ \mathbf{nm}$$

紫红色

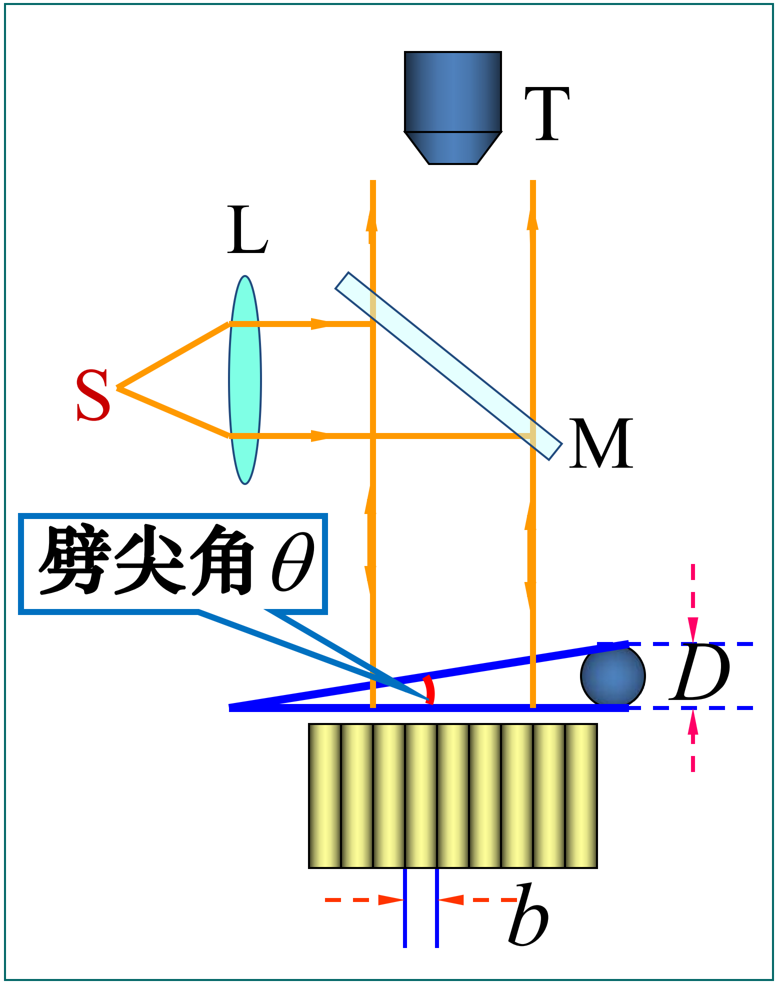
$$k=2, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{2-1/2} = 736\,\mathrm{nm}$$ 红光

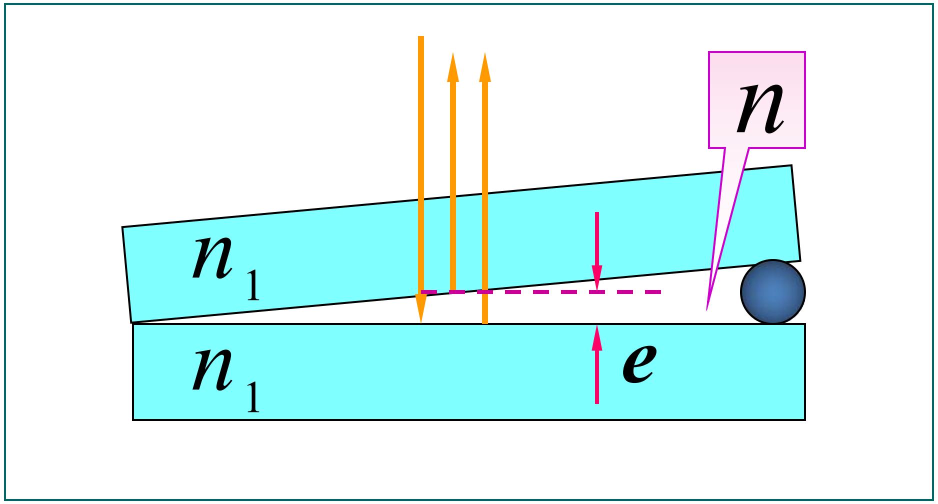
$$k=3, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{3-1/2} = 441.6\mathrm{nm}$$ 紫光

$$k=4, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{4-1/2} = 315.4\ \mathbf{nm}$$

13.5.2 等厚干涉

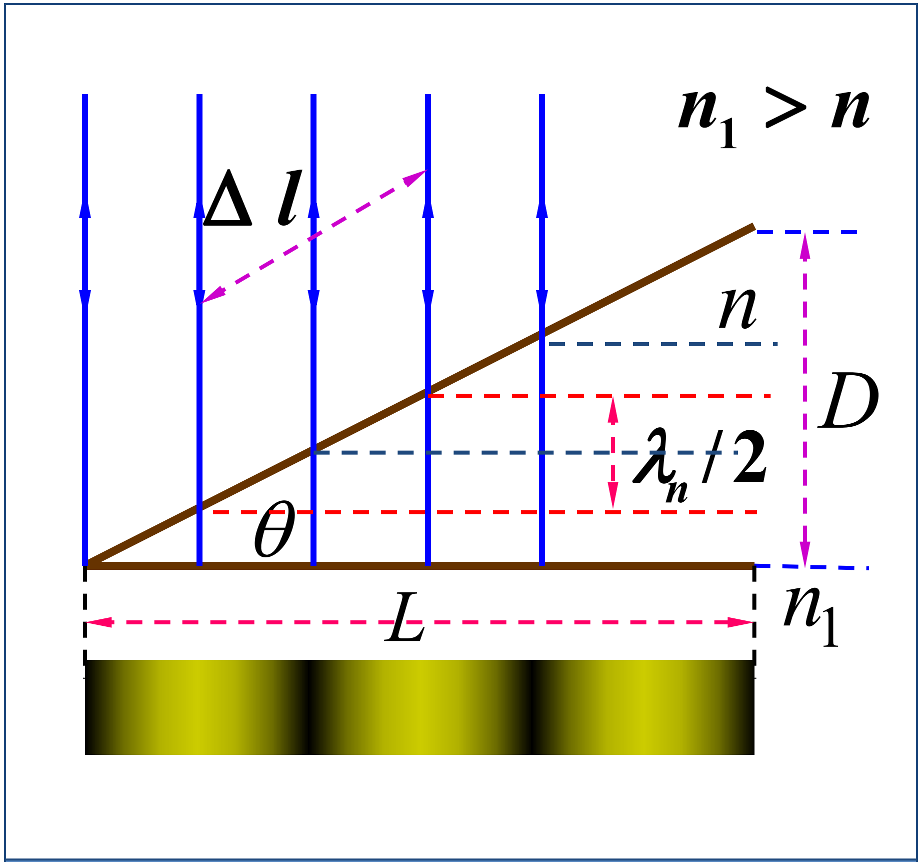
一、劈尖





$$\Delta L = 2ne + \boxed{\frac{\lambda}{2}} \Leftarrow \boxed{n < n_1}$$

$$\Delta L = \begin{cases} k\lambda, & k = 1,2,\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k = 0,1,\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$



劈尖干涉

讨 论

1. 劈棱 $e = 0$

$$\Delta L = \frac{\lambda}{2} \quad \text{为暗纹}$$

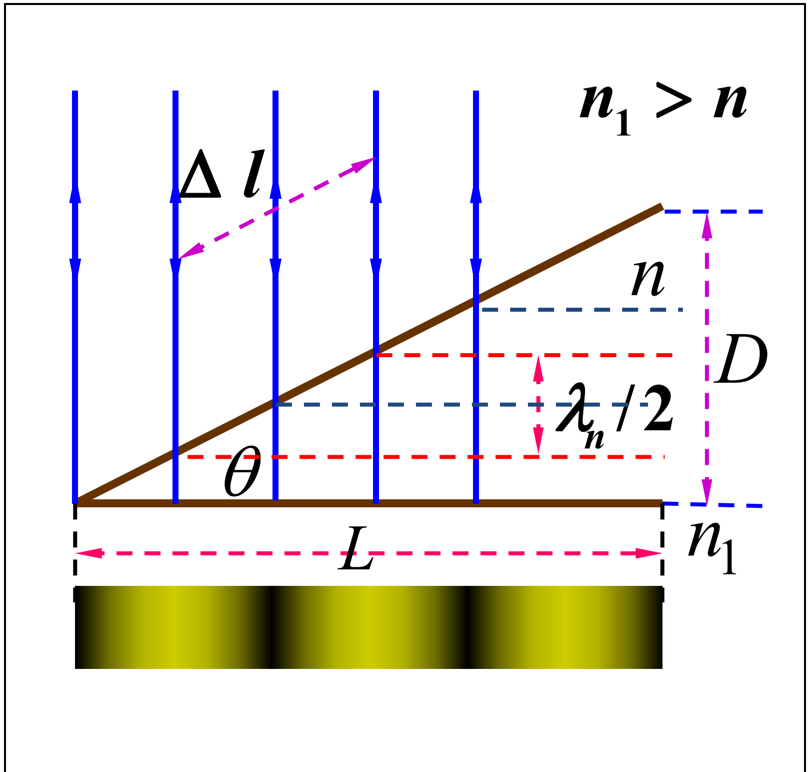
$$e = \begin{cases} (k - \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2n} & \text{明纹} \\ k\frac{\lambda}{2n} & \text{暗纹} \end{cases}$$

2. 相邻明纹（暗纹）间的厚度差

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda_n}{2}$$

3. 条纹间距（明纹或暗纹）

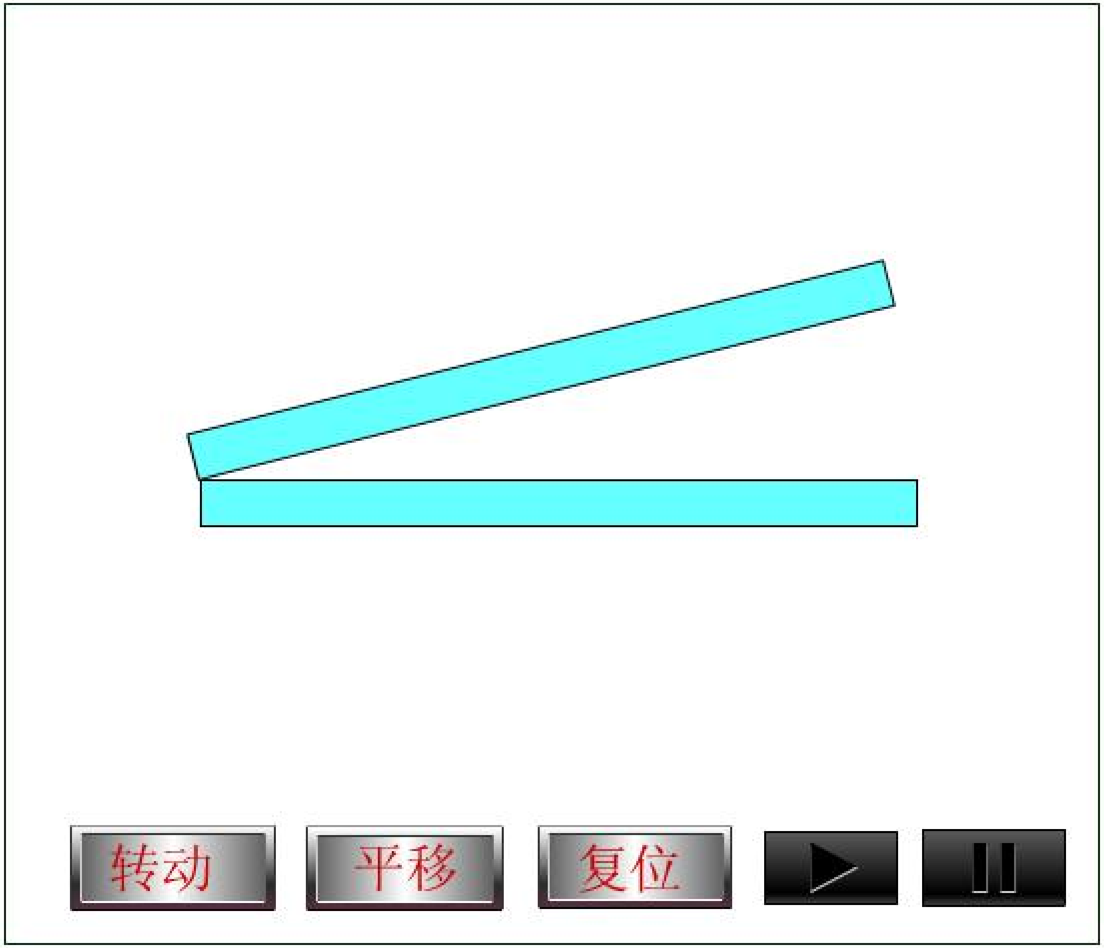
$$\Delta l = \frac{\Delta e}{\sin\theta} \approx \frac{\Delta e}{\theta} = \frac{\lambda}{2n\theta}$$



劈尖干涉

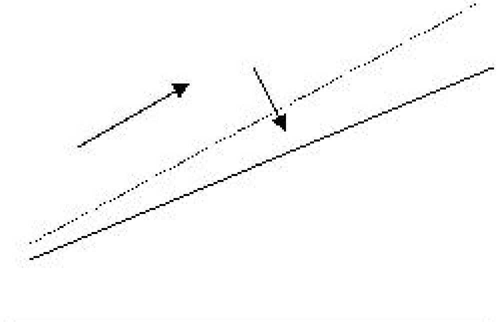
4. 干涉条纹的移动

每一条纹对应劈尖内的一个厚度，当此厚度位置改变时，对应的条纹随之移动.

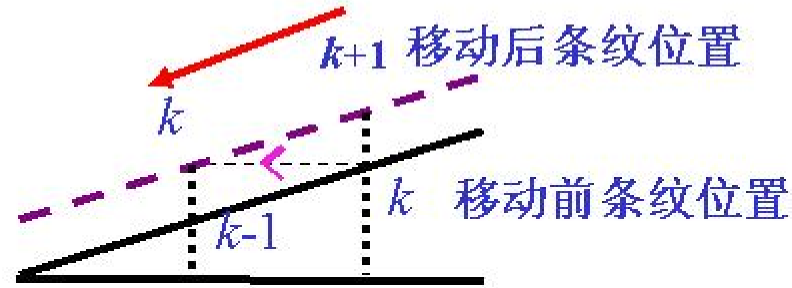


（a）λ、n不变， $\theta\downarrow$，$l\uparrow$

条纹向远离棱边的方向移动。



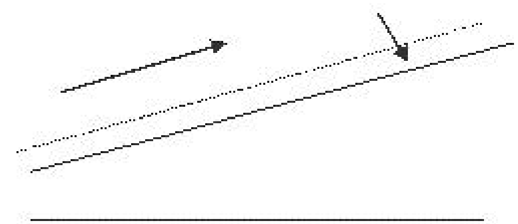
（b） $d\uparrow$， $k\uparrow$



条纹向棱边方向平移。

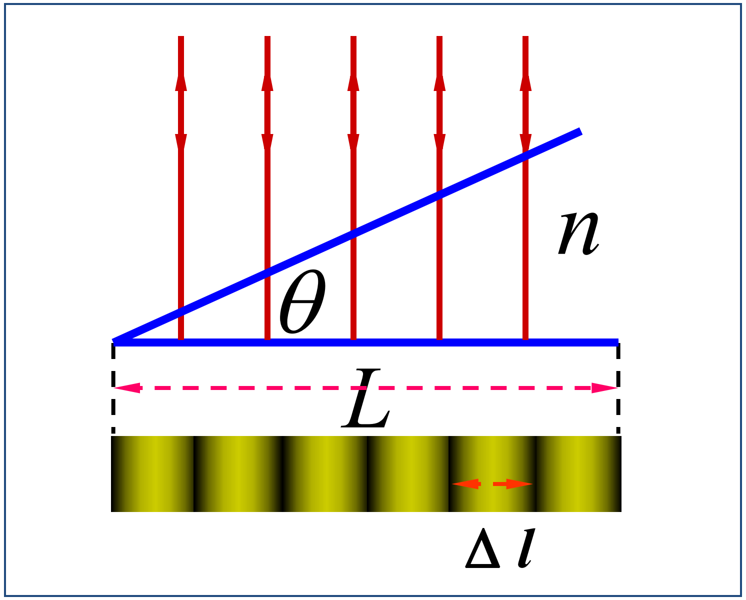
$d\downarrow$， $k\downarrow$

条纹向远离棱边方向平移。



（c）$n\uparrow$，$l\downarrow$

例 1 有一玻璃劈尖，放在空气中，劈尖夹角 $\theta = 8\times10^{-5}\,\text{rad}$，用波长 $\lambda = 589\,\text{nm}$ 的单色光垂直入射时，测得干涉条纹的宽度 $b = 2.4\,\text{mm}$，求这玻璃的折射率.



解

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2n\theta}$$

$$n = \frac{\lambda}{2\theta\Delta l}$$

$$n = \frac{5.89\times10^{-7}\,\text{m}}{2\times8\times10^{-5}\times2.4\times10^{-3}\,\text{m}} = 1.53$$

例 1 波长为680 nm的平行光照射到L=12 cm长的两块玻璃片上，两玻璃片的一边相互接触，另一边被厚度D=0.048 mm的纸片隔开. 试问在这12 cm长度内会呈现多少条暗条纹？

解

$$2d+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$k=0,1,2,\cdots$$

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k = 0,1,2,\cdots$$

$$2D + \frac{\lambda}{2} = (2k_m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

$$k_m = \frac{2D}{\lambda} = 141.1$$

共有142条暗纹

例2

如图所示，两个直径有微小差别的彼此平行的滚柱之间的距离为L，夹在两块平晶的中间，形成空气劈尖，当单色光垂直照射时，产生等厚干涉条纹，如果滚柱之间的距离L变小，则在L范围内干涉条纹的

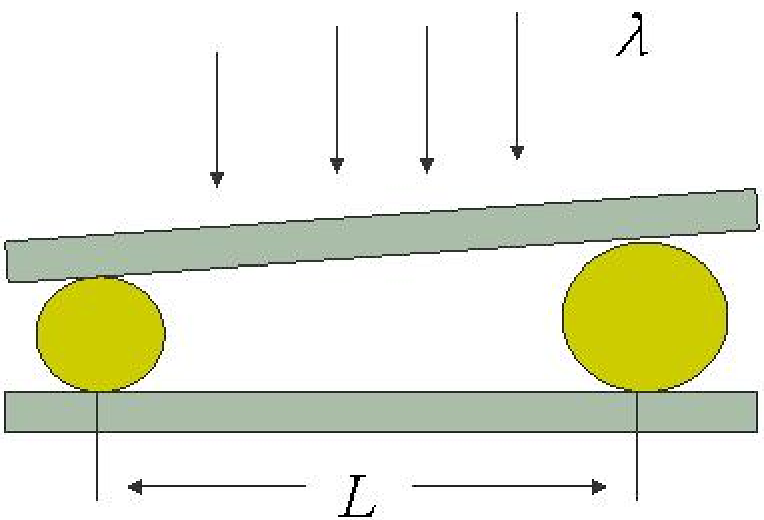
（A）数目减少，间距变大。（B) 数目不变，间距变小。

（C）数目增加，间距变小。（D) 数目减少，间距不变。

$$l=\frac{\lambda}{2n\theta}$$

$L\downarrow,\ \theta\uparrow \Longrightarrow l\downarrow$

$$\Delta=2d+\frac{\lambda}{2}$$



两个滚柱处：若用d_1和d_2分别表示其直径，则

$$2nd_1+\lambda/2=k_1\lambda$$
$$2nd_2+\lambda/2=k_2\lambda$$

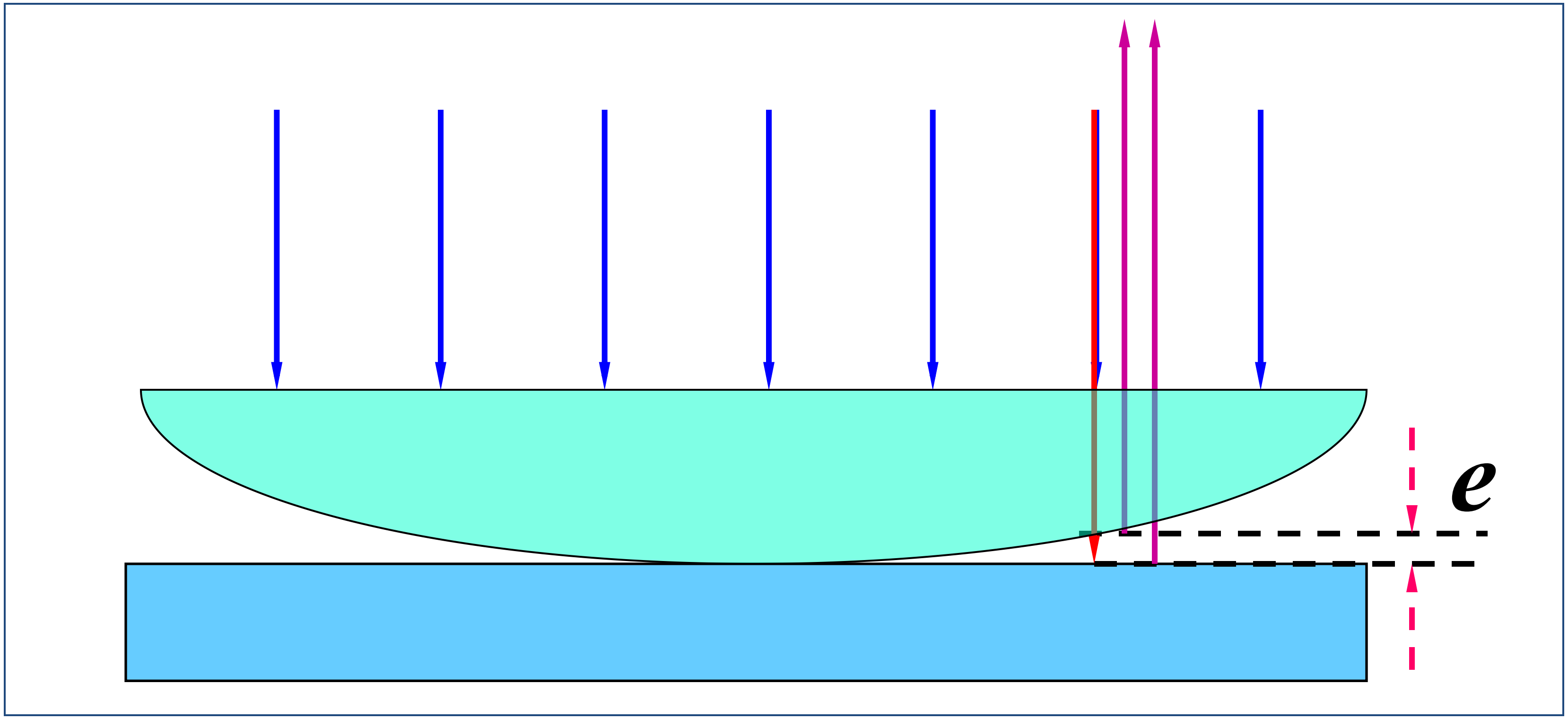
条纹数目$N=K_2-K_1$

L变小时，d_2-d_1不变

因此，条纹数目也不变。

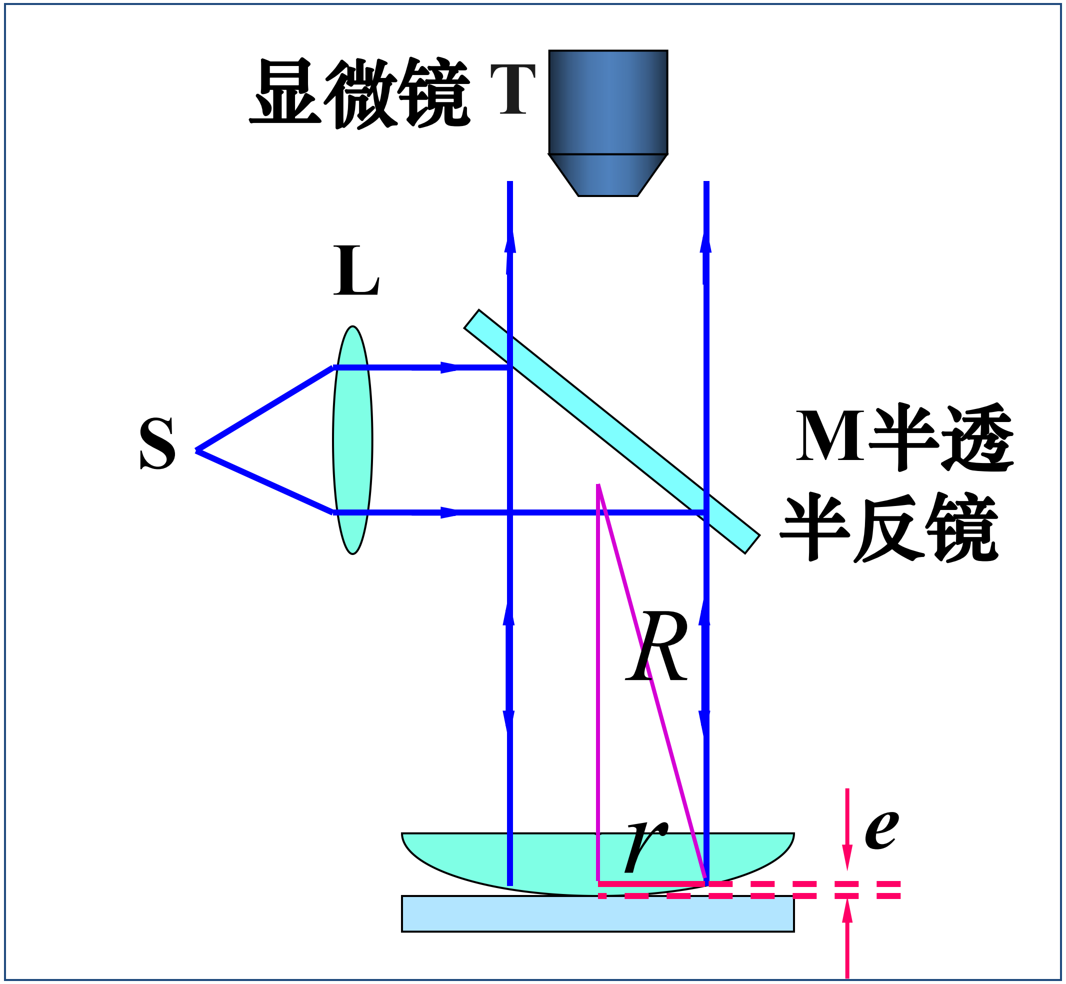
二、牛顿环

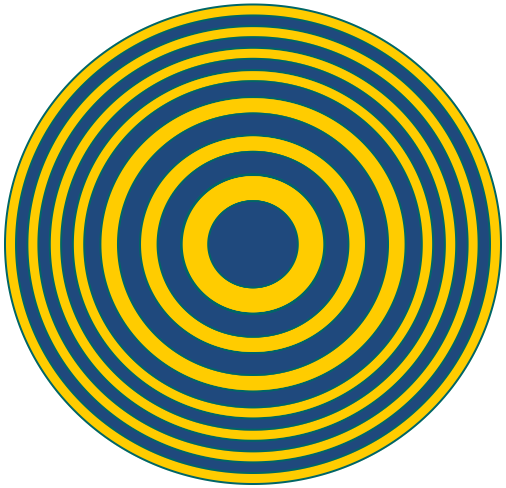
由一块平板玻璃和一平凸透镜组成



光程差 $\Delta L = 2e + \frac{\lambda}{2}$

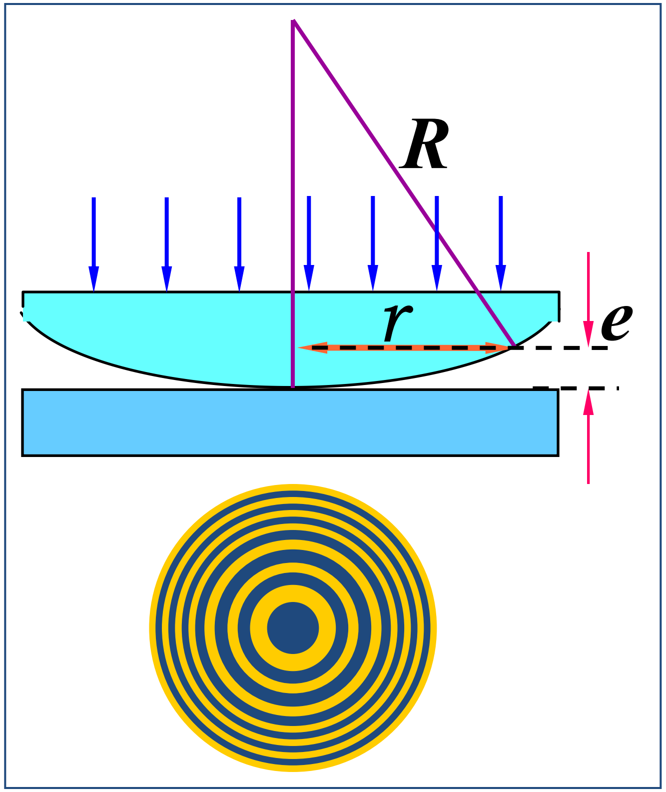
牛顿环实验装置





牛顿环干涉图样

光程差 $\Delta L = 2e + \dfrac{\lambda}{2}$



$$\Delta L = \begin{cases} k\lambda \quad (k = 1, 2, \cdots) & \text{明纹} \\ (k + \dfrac{1}{2})\lambda \quad (k = 0, 1, \cdots) & \text{暗纹} \end{cases}$$

$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 = 2eR - e^2$$

$$\because R >> e \quad \therefore e^2 \approx 0$$

$$r = \sqrt{2eR} = \sqrt{(\Delta L - \frac{\lambda}{2})R} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{(k - \dfrac{1}{2})R\lambda} & \text{明环半径} \\ r = \sqrt{kR\lambda} & \text{暗环半径} \end{cases}$$

讨论

明环半径 $r=\sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda}\quad (k=1,2,3,\cdots)$

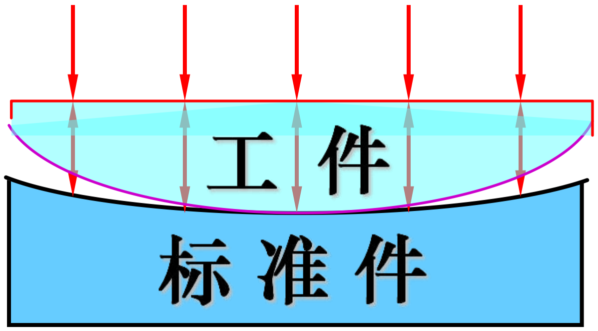
暗环半径 $r=\sqrt{kR\lambda}\quad (k=0,1,2,\cdots)$

1. 从反射光中观测，中心点是暗点还是亮点？从透射光中观测，中心点是暗点还是亮点？

2. 属于等厚干涉，条纹间距不等，为什么？

3. 将牛顿环置于 $n>1$ 的液体中，条纹如何变？

4. 应用例子:可以用来测量光波波长，用于检测透镜质量，曲率半径等.

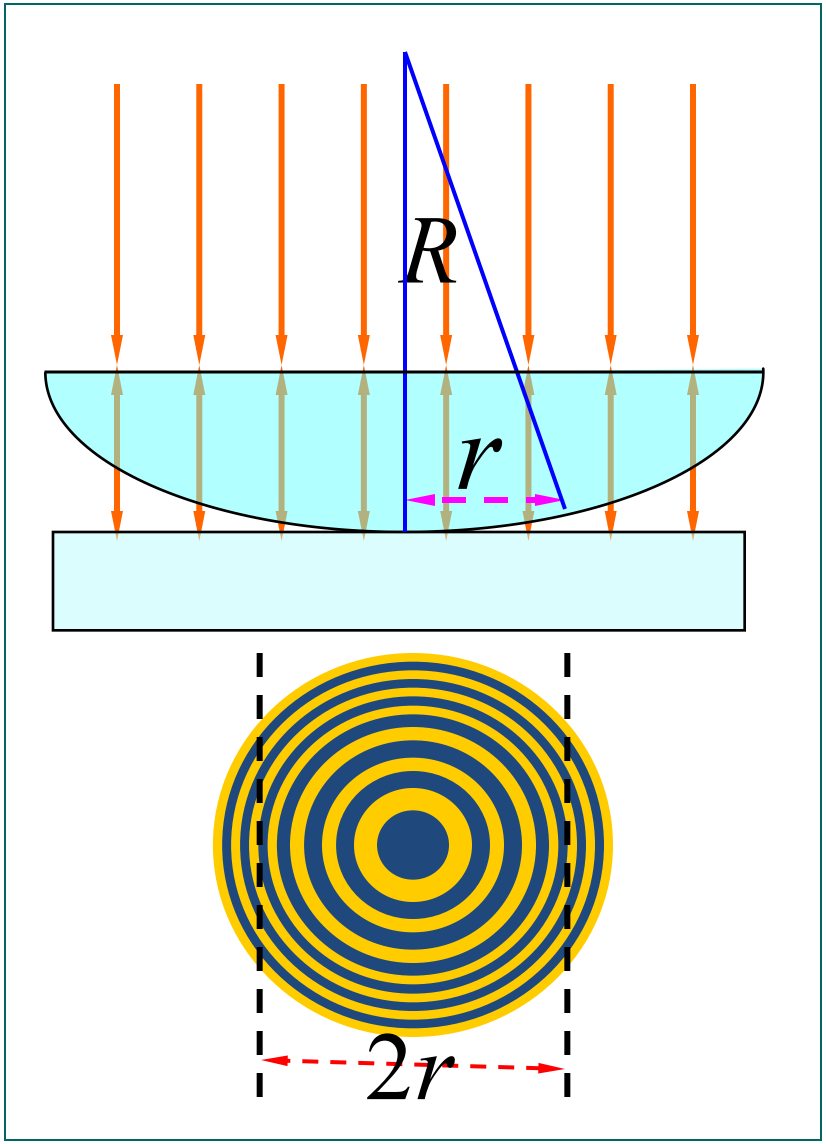


测量透镜的曲率半径

$$r_k^2 = kR\lambda$$

$$r_{k+m}^2 = (k+m)R\lambda$$

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$$



例2 用氦氖激光器发出的波长为633nm的单色光做牛顿环实验，测得第个 k 暗环的半径为5.63mm，第 k+5 暗环的半径为7.96mm，求平凸透镜的曲率半径R.

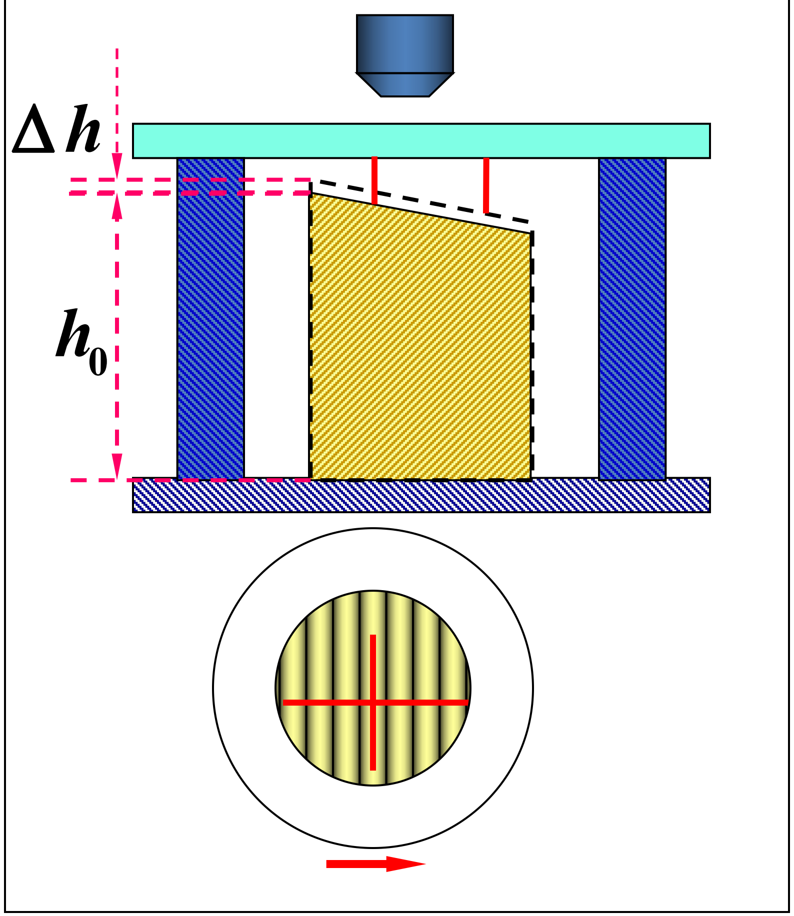
解 $r_k = \sqrt{kR\lambda}$ $\qquad r_{k+5} = \sqrt{(k+5)R\lambda}$

$$5R\lambda = \left(r_{k+5}^2 - r_k^2\right)$$

$$R = \frac{r_{k+5}^2 - r_k^2}{5\lambda} = \frac{(7.96\text{mm})^2 - (5.63\text{mm})^2}{5\times 633\text{nm}} = 10.0\text{m}$$

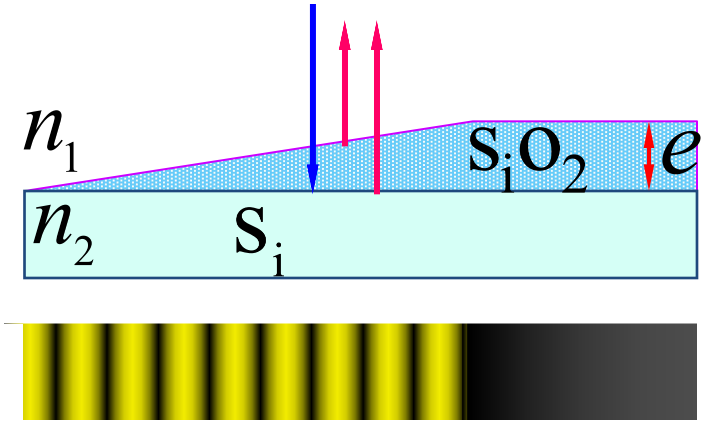
13.5.3 薄膜干涉应用举例

1. 干涉膨胀仪



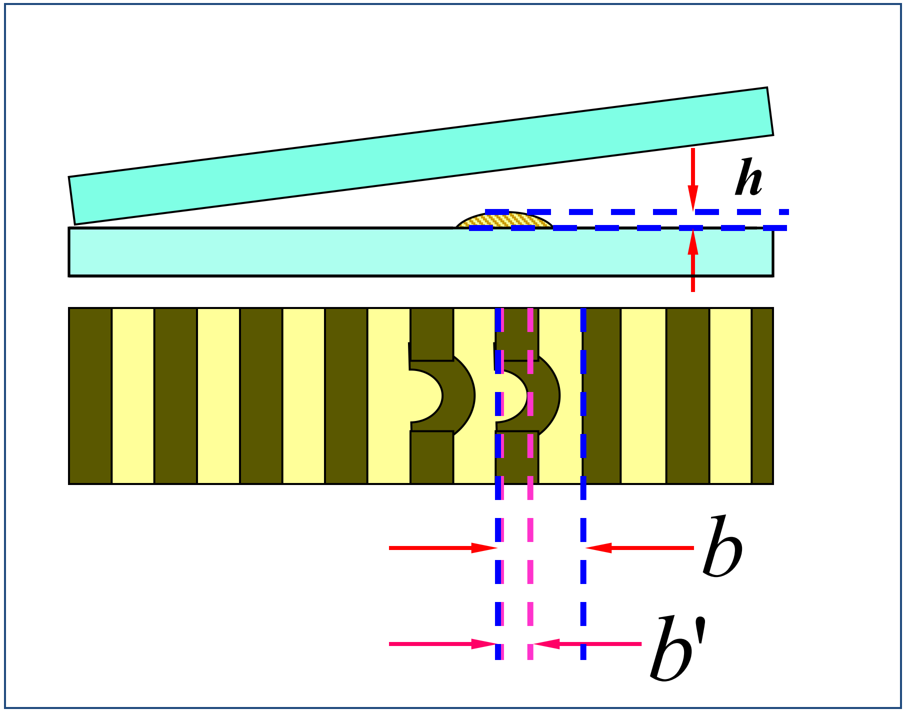
$$\Delta h = N\frac{\lambda}{2}$$

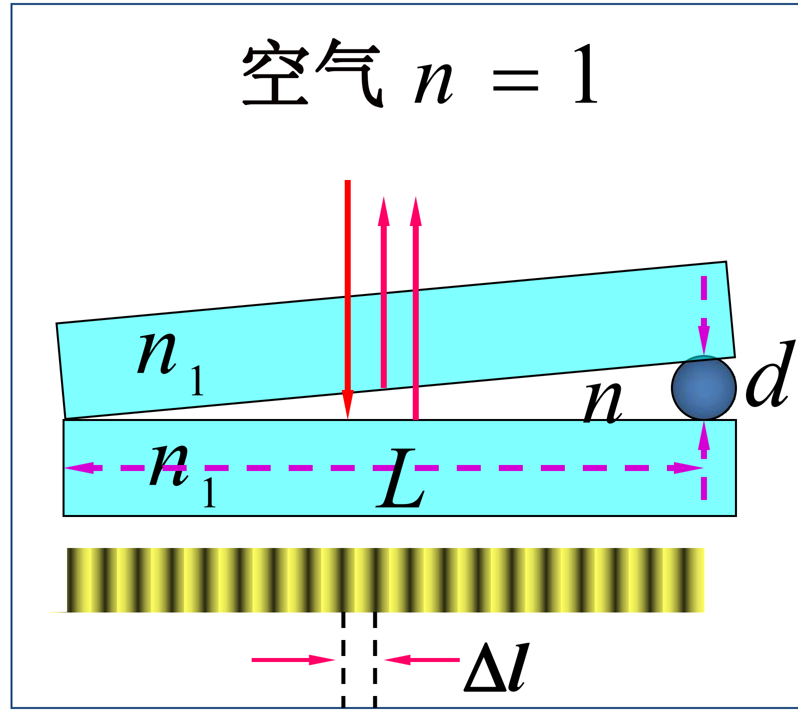
2. 测膜厚



$$h = N\frac{\lambda}{2n_1}$$

3. 检验光学元件表面的平整度　　4. 测细丝的直径





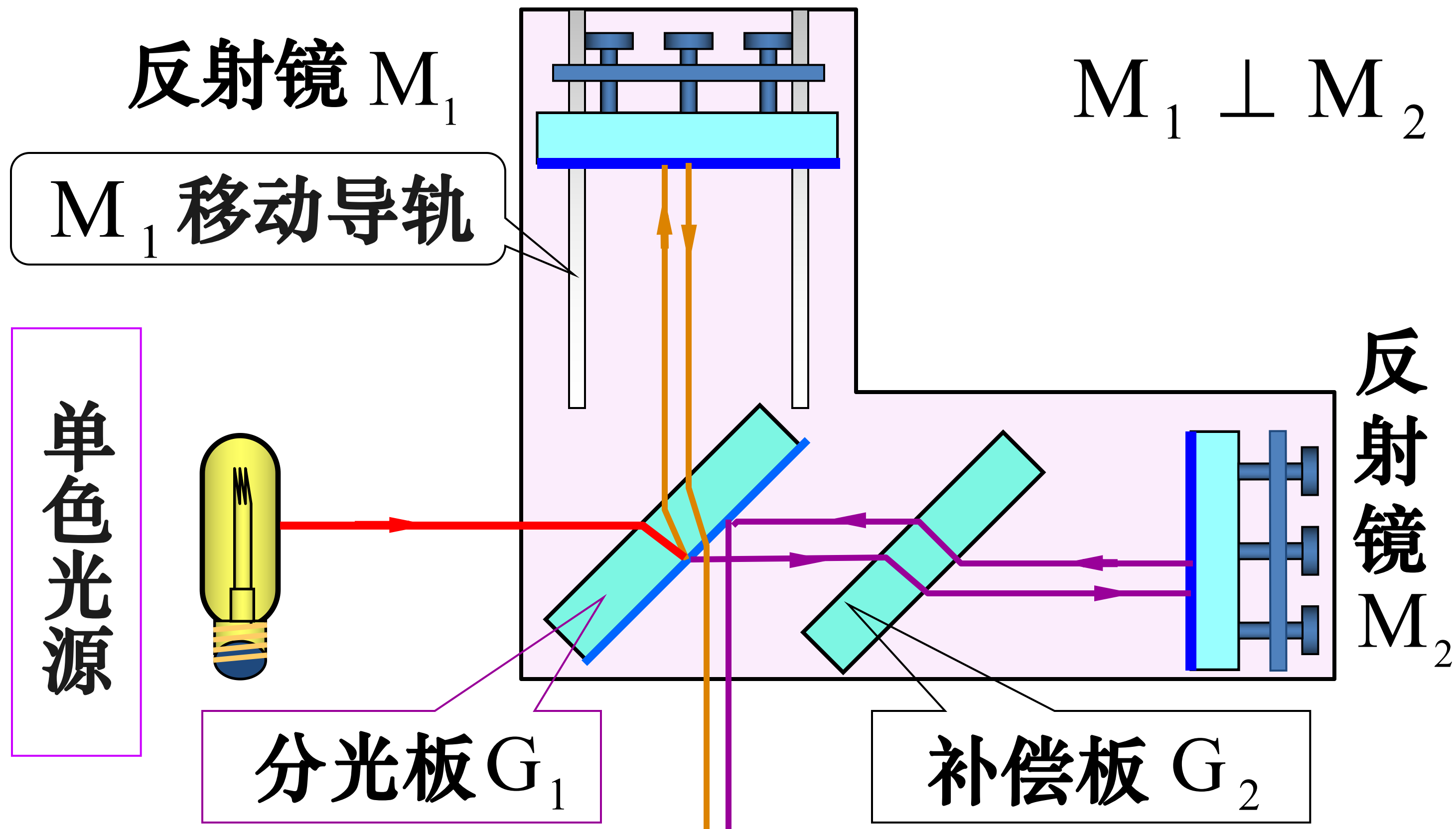
$$h=\frac{b'}{b}\frac{\lambda}{2}\approx\frac{1}{3}\cdot\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{6}$$

$$d=\frac{\lambda}{2n}\cdot\frac{L}{\Delta l}$$

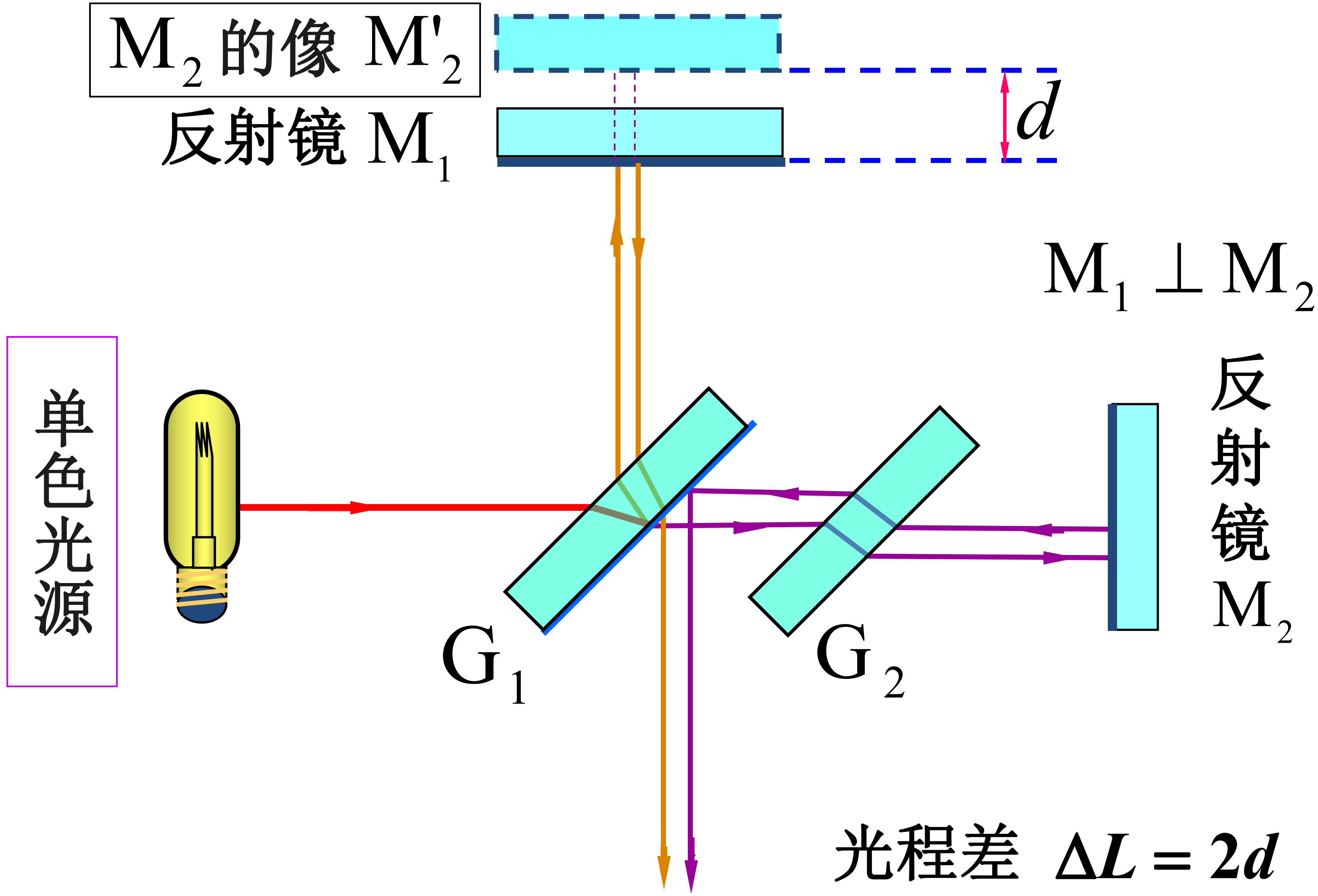
§ 13.6

迈克耳孙干涉仪

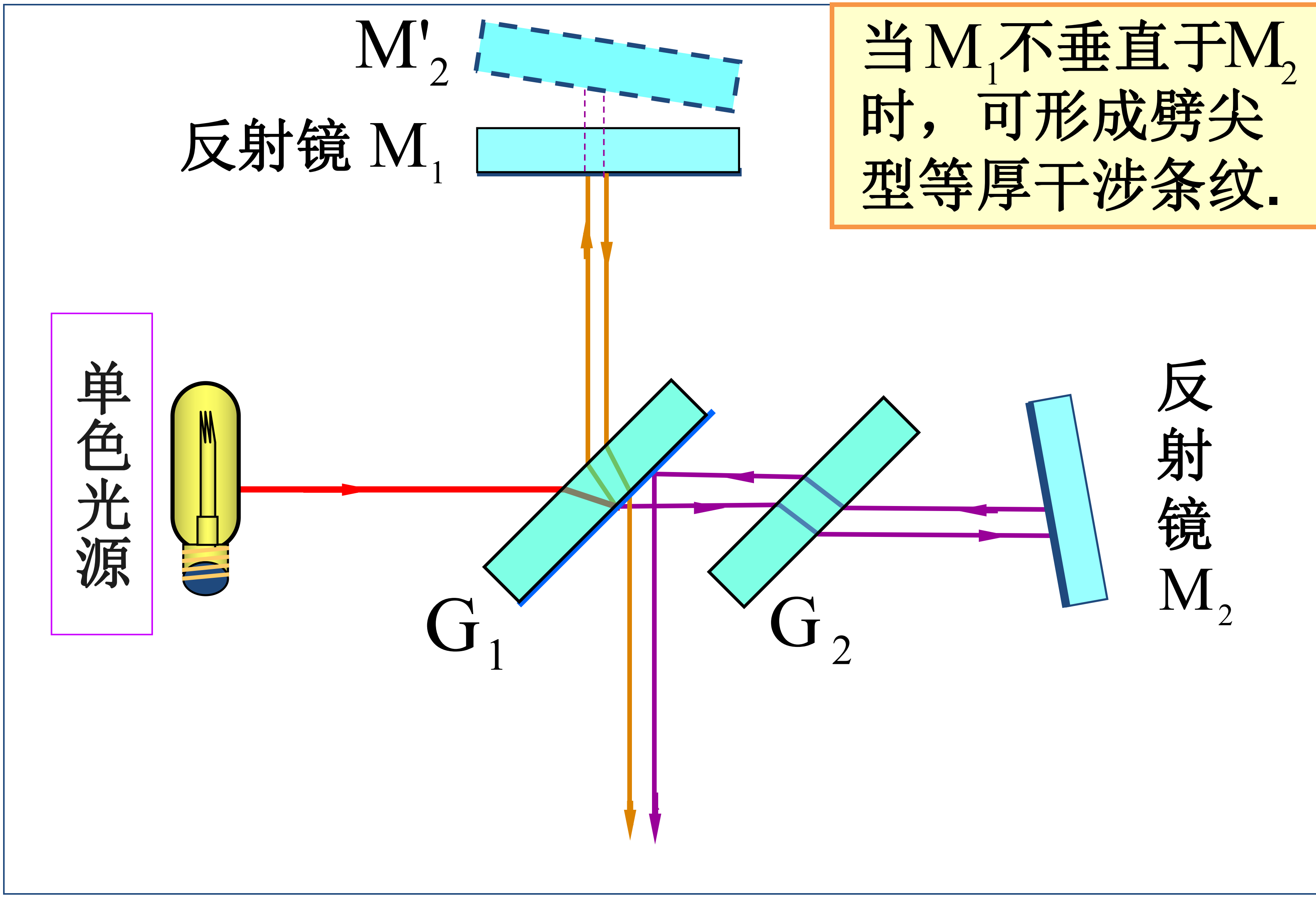
一、迈克耳孙干涉仪



$G_1 // G_2$ 与 M_1, M_2 成 45^0角



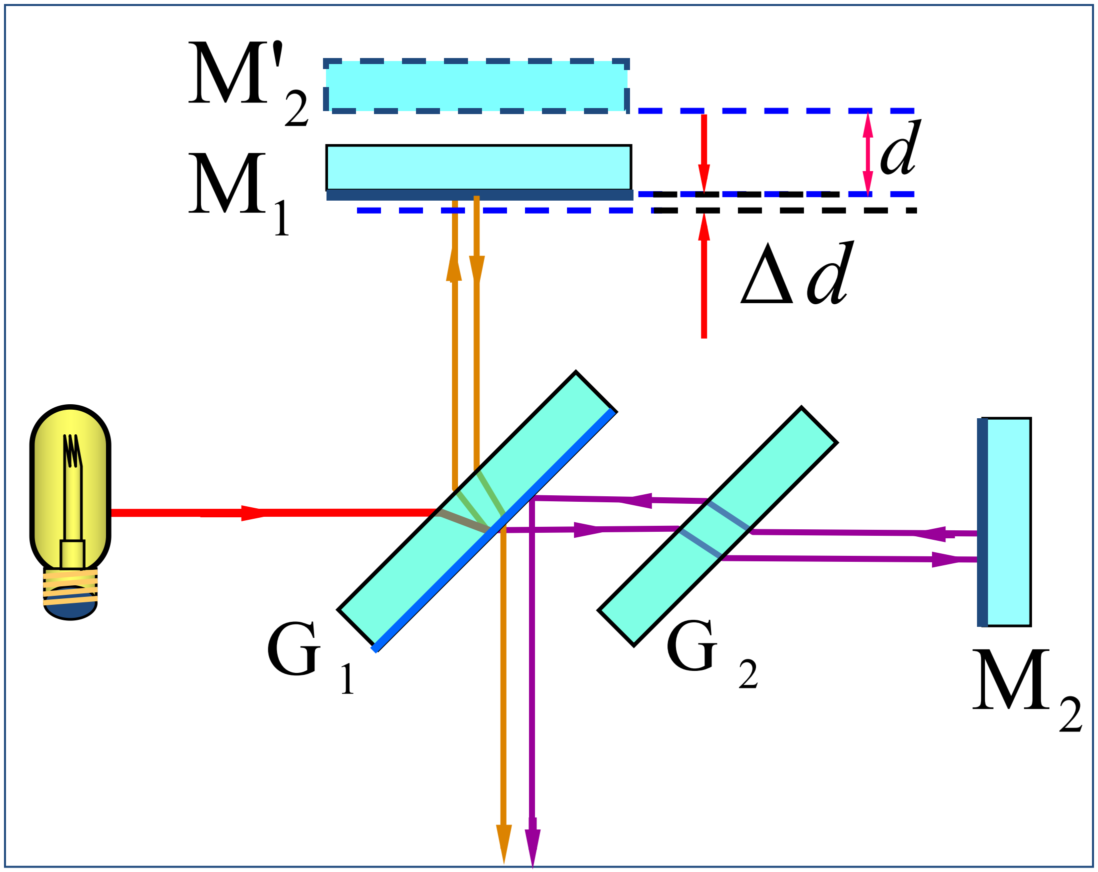
光程差 $\Delta L = 2d$



当 M_1 不垂直于 M_2 时，可形成劈尖型等厚干涉条纹.

迈克尔孙干涉仪的主要特性

两相干光束在空间完全分开，并可用移动反射镜或在光路中加入介质片的方法改变两光束的光程差.



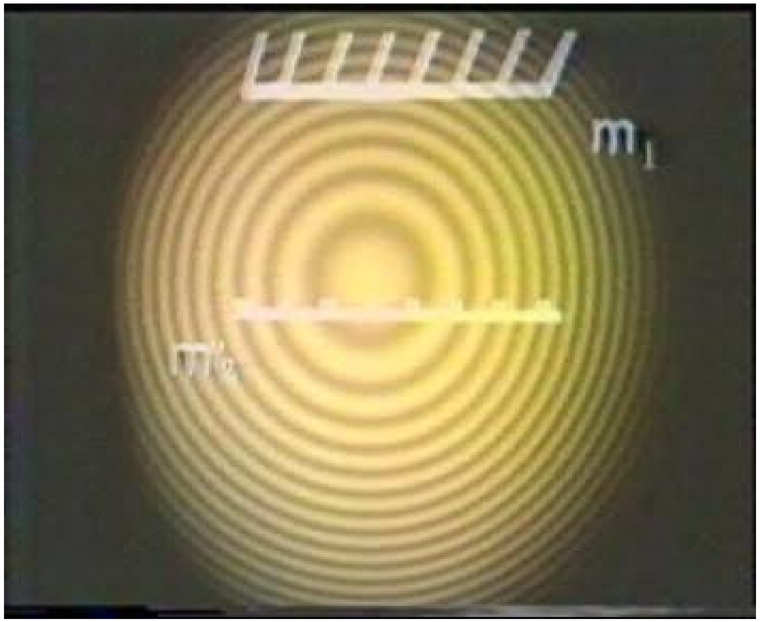
移动反射镜

$$\Delta d = \Delta k \frac{\lambda}{2}$$

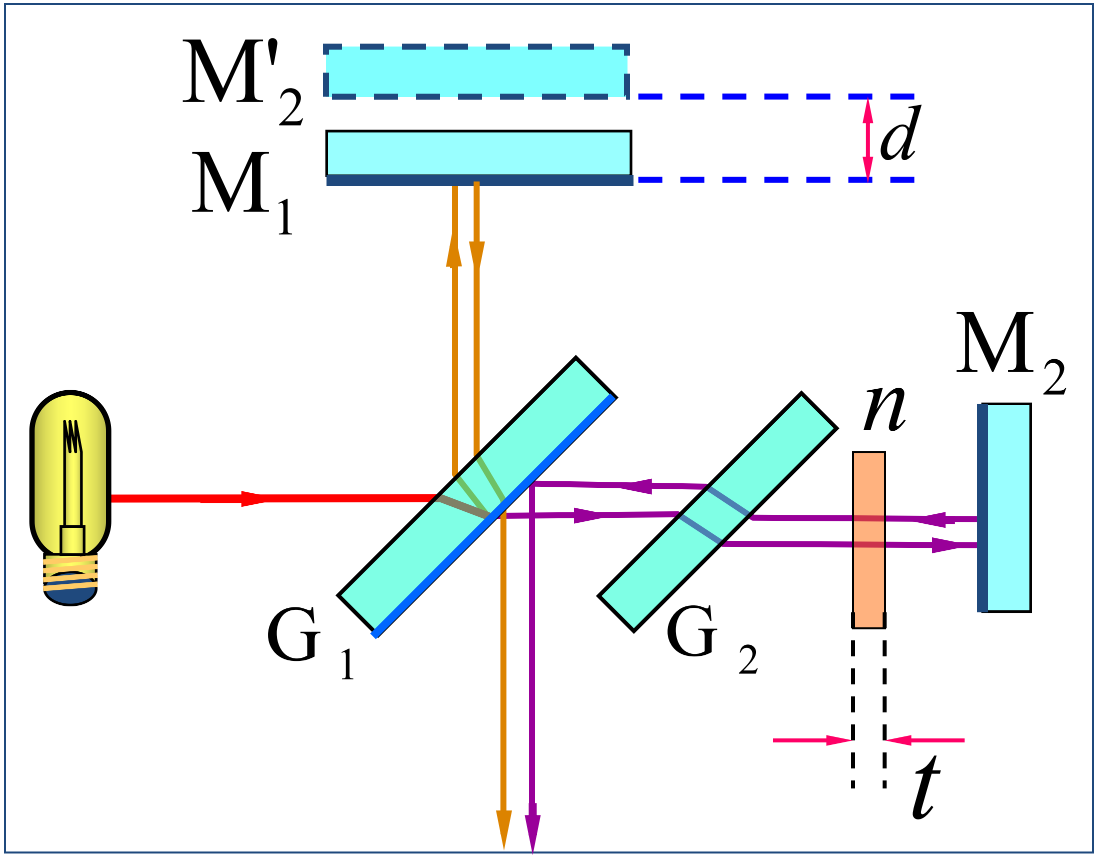
M1移动距离

干涉条纹移动数目

干涉条纹的移动



当 M_1 与 M_2' 之间距离变大时，圆形干涉条纹从中心一个个长出，并向外扩张，干涉条纹变密；距离变小时，圆形干涉条纹一个个向中心缩进，干涉条纹变稀．



光程差 $\Delta L = 2d$

插入介质片后光程差

$$\Delta L' = 2d + 2(n-1)t$$

光程差变化

$$\Delta L' - \Delta L = 2(n-1)t$$

$$2(n-1)t = \Delta k \lambda$$

干涉条纹移动数目

介质片厚度

$$\boxed{t = \frac{\Delta k}{n-1} \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

例　在迈克耳孙干涉仪的两臂中，分别插入 $l = 10.0\mathrm{cm}$ 长的玻璃管，其中一个抽成真空， 另一个则储有压强为 $1.013\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$ 的空气，用以测量空气的折射率 n. 设所用光波波长为546nm，实验时，向真空玻璃管中逐渐充入空气 ，直至压强达到 $1.013\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$ 为止．在此过程中 ，观察到107.2条干涉条纹的移动，试求空气的折射率 n.

解　$$\Delta L_1 - \Delta L_2 = 2(n-1)l = 107.2\lambda$$

$$n = 1 + \frac{107.2\lambda}{2l} = 1 + \frac{107.2\times546\times10^{-7}\,\mathrm{cm}}{2\times10.0\mathrm{cm}}$$

$$= 1.00029$$