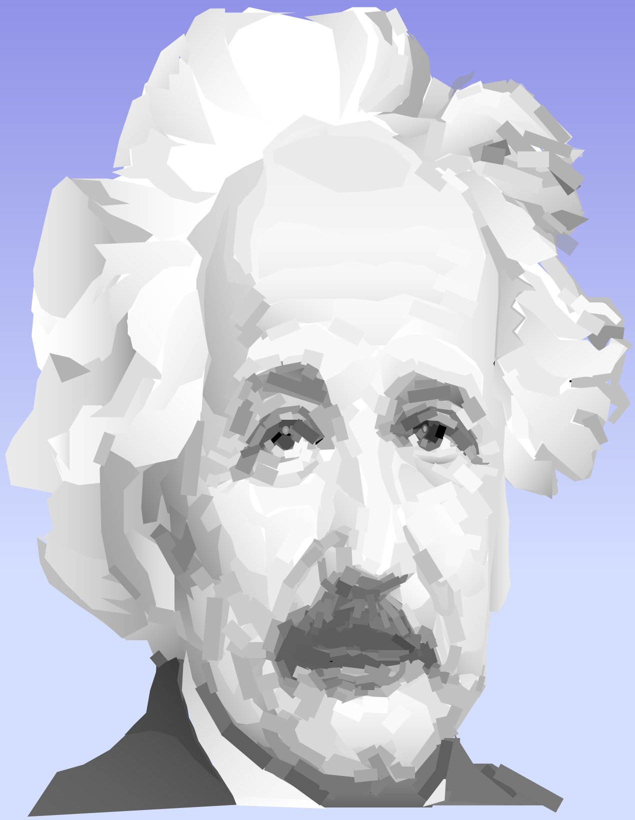


第十六章

狭义相对论基础

chapter 16

theory of relativity

第16章　　狭义相对论基础

- 爱因斯坦的假设和洛伦兹变换
- 相对论时空观
- 相对论速度变换公式
- 狭义相对论中的动量、质量和能量

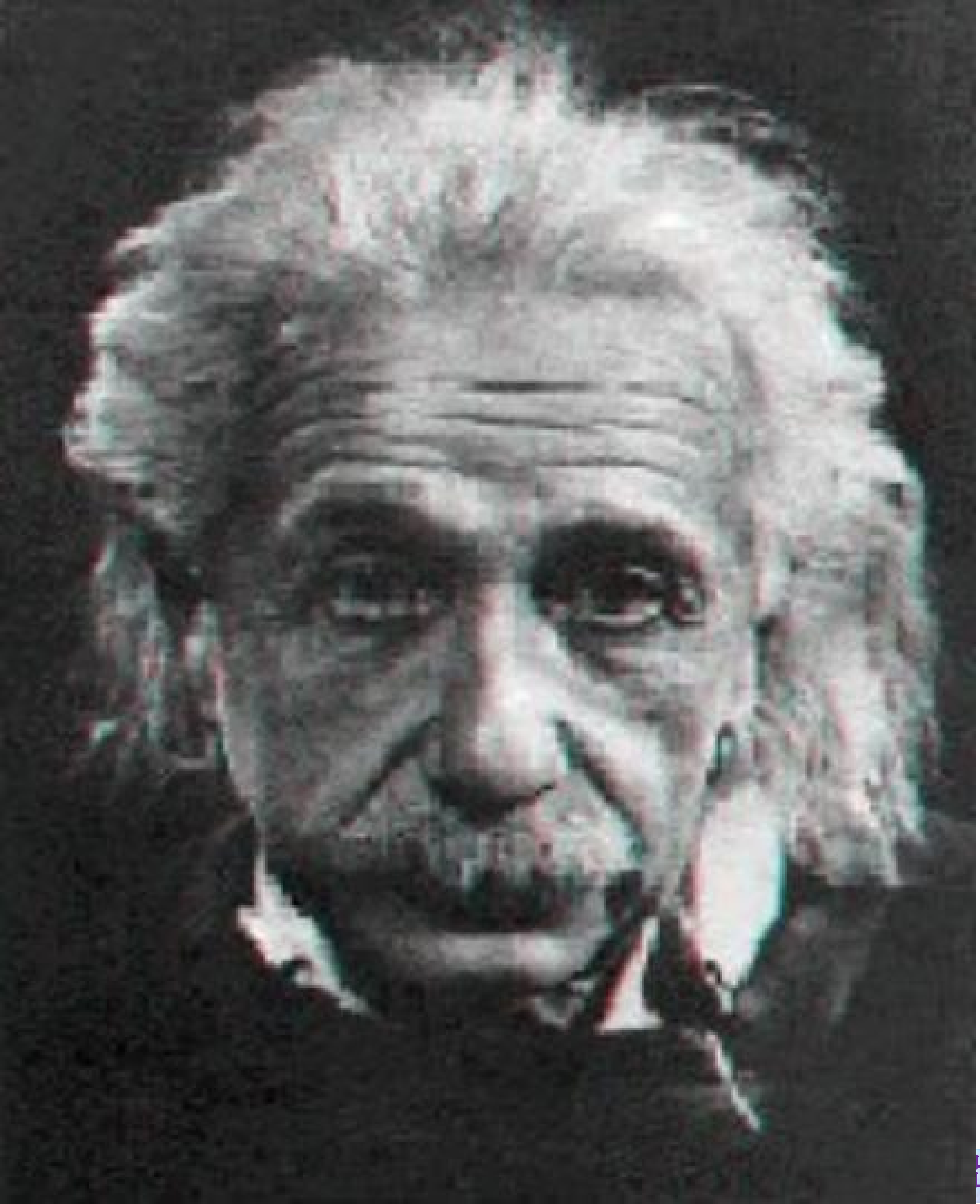
到19世纪末，经典物理学的发展已经相当成熟，“往后无非在已知规律的小数点后面加上几个数字而已”。但这时看似晴朗的物理学的天空却出现了“两朵乌云”。

◆ 第一朵乌云：测量地球相对“以太”运动的否定结果与存在绝对静止的“以太”参考系相矛盾。

◆ 第二朵乌云：黑体辐射规律与能量均分定理相矛盾。

这导致相对论和量子力学的诞生。

相对论和量子力学是近代物理学的两个基础理论，它们深刻改变人们对物质世界的认识。



Albert Einstein

1879 –1955

16.1 爱因斯坦的假设与洛伦兹变换

狭义相对论的建立

时空变换

绝对时空观和伽利略变换

狭义相对论的基本假设

洛伦兹变换

时间和空间，简称时空。物质的运动与时空的性质紧密相关，因此对时空性质的研究一直是物理学中的一个基本问题。

物理学对时空的认识可以分为三个阶段：牛顿力学阶段、狭义相对论阶段和广义相对论阶段。

狭义相对论是惯性系中的时空的理论，不能处理涉及引力的问题。广义相对论则把相对论推广到任意参考系，是关于时空和引力的理论。

时空变换

设有一列火车在地面上作匀速直线运动，还有两个结构完全相同的钟和两把完全相同的尺。在同一参考系中，这两个钟走得一样快，这两把尺的长度严格相等。

现把其中的一个钟和一把尺放在火车上（动钟、动尺），另一个钟和另一把尺留在地面（静钟、静尺），并让这两把尺都沿着火车运动的方向放置。问动钟和静钟哪个走得快？动尺和静尺哪个更长？

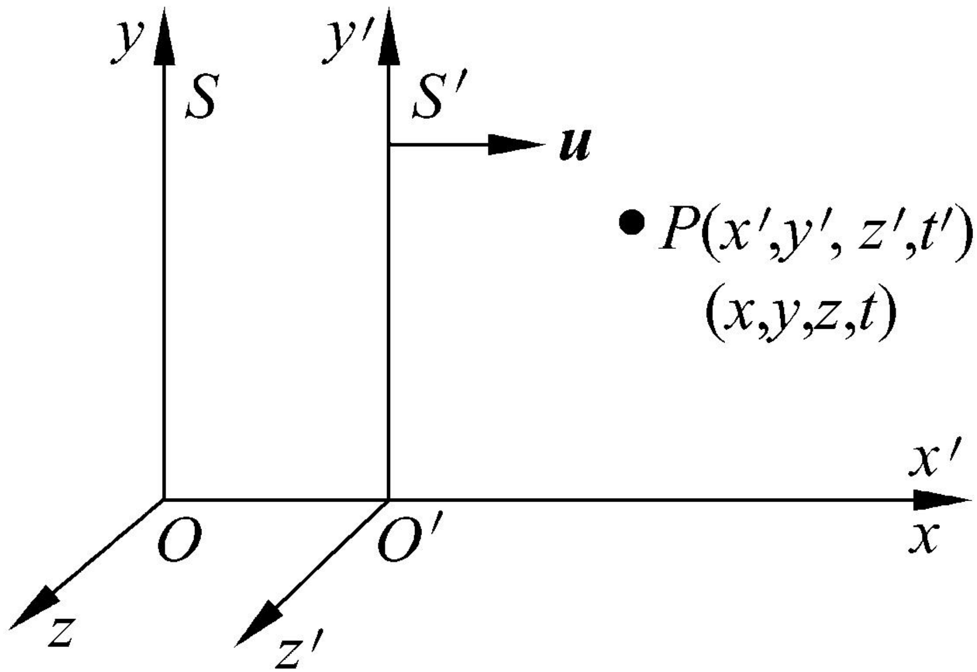
这实际上是时间和空间在两个惯性系之间的变换问题。

事件：具有确定的发生时间和确定的发生地点的物理现象

一个事件发生的时间和地点，称为该事件的**时空坐标**或**时空点**。

例如：一个闪光在某一时刻t，到达某一地点（x,y,z）就是一个事件，其时空坐标是（x,y,z,t）

在讨论时空性质时，我们关心的是时空坐标或时空点，而不必再去关心引入时空概念的事件。



如何表示时间？

时间零点的定义

$$t' = t = 0$$

时空变换：同一事件P在两个惯性系中时空坐标（x', y', z', t'）和（x, y, z, t）间的变换关系。

时空坐标代表时间和长度的测量值，则时空变换反映了时间和空间与参考系选择的关系。

16.1.1 绝对时空观和伽利略变换

绝对时空观：牛顿力学认为，时间与空间互相独立，在两个作相对运动的惯性系中测量，时间间隔和长度都是相同的（动钟和静钟走得一样快，动尺和静尺的长度相同），即与参考系的选择无关。

伽利略变换：

$$
\begin{aligned}
x' &= x - ut \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= t
\end{aligned}
$$

伽利略速度变换：

$$
\begin{aligned}
v'_x &= v_x - u \\
v'_y &= v_y \\
v'_z &= v_z
\end{aligned}
$$

16.1.2 迈克耳孙-莫雷实验

1. 历史背景

1864年麦克斯韦预言光是电磁波。根据电磁学理论，光在真空中的传播速率

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

其中ε_0和μ_0分别为真空介电常量和真空磁导率，与参考系无关。　　因此在任何惯性系中，光沿各个方向的传播速率都等于c。或者说，对于描述电磁波的传播来说，所有的惯性系都是平等的。

光速不变与伽利略相对性原理矛盾：按伽利略速度变换，如果在某一惯性系 S 中沿各个方向的光速都是 c，则在以速度 u 运动的惯性系S'中观测，沿运动方向的光速为 $c-u$，沿反方向的光速为 $c+u$。**对于描述电磁波的传播来说，S 系和 S' 系不平等。**

解决这一矛盾有三种可能的选择：

（1）**修改电磁学理论，让它服从伽利略相对性原理。**

电磁学理论正确性已被实验验证，涉及电磁波的传播等高速运动，伽利略变换是否适用，没被实验验证。没有理由修改电磁学理论。

（2）认为伽利略相对性原理和电磁学理论都正确，但电磁学定律只是在绝对静止的惯性系中成立。

这一绝对静止的惯性系就是所谓的“以太”参考系。

按照光的“以太”假说，光在真空中传播也需要介质，这种介质称为“以太”；“以太”充满整个宇宙空间，并且是绝对静止的；在“以太”参考系中，沿各个方向的光速都是c。

如果“以太”真的存在，地球就要相对“以太”运动，在地面上沿不同方向的光速就应该有差别。

迈克耳孙–莫雷实验

寻找 “以太” 失败实例

$\vec{u}$ 光对地球　$\vec{v}$ 地球对以太　$\vec{c}$ 光对以太

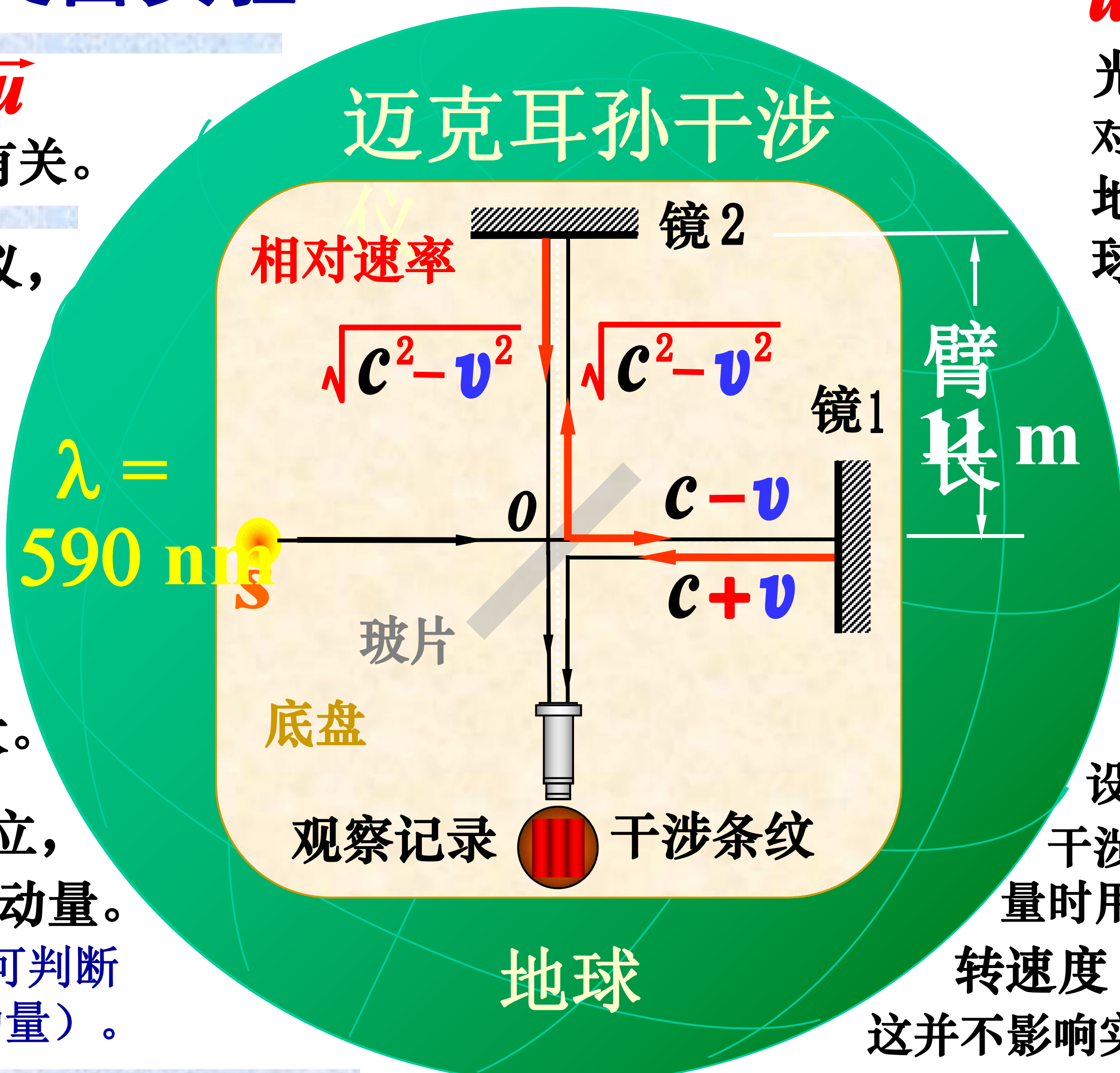
假如存在“以太”，$\vec{u}$ 的大小必与传播方向有关。

绕中心 O 转动干涉仪，两臂光程差必改变，干涉条纹必有移动。

干涉仪转过 90°，两臂位置取向互换，光程差改变达极大，条纹移动量亦达极大。

若 “以太” 观点成立，预期有 0.4 根条纹移动量。

（仪器的灵敏度，可判断 0.01 根条纹的移动量）。



地球绝对速度属假设。在估算干涉条纹移动量时用地球的公转速度 30 km / s 。这并不影响实验原理。

实测结果　经过不同季节、不同时间的反复仔细观测记录，没有发现预期的条纹移动。在历史上曾被称为有关寻找 “以太” 著名的 “零结果”。

1881年到1887年期间，迈克耳孙和莫雷使用由迈克耳孙发明的干涉仪，试图通过测量不同方向光速的差别来测量地球相对“以太”的运动，得到的是否定结果：在地面上沿不同方向的光速相等，因此“以太”不存在。

（3）爱因斯坦的作法：把伽利略相对性原理加以推广，让电磁学理论服从推广后的相对性原理。爱因斯坦坚信相对性原理是自然界普遍规律的表现，揭示了同时性具有相对性，在1905年发表的题为《论动体的电动力学》的论文中，提出狭义相对论所依据的两条基本假设，创建了狭义相对论。

16.1.3 爱因斯坦的假设

1. 爱因斯坦相对性原理

对于描述物理定律（包括力学定律）来说，所有的惯性参考系都是平等的，不存在特殊的绝对惯性系。

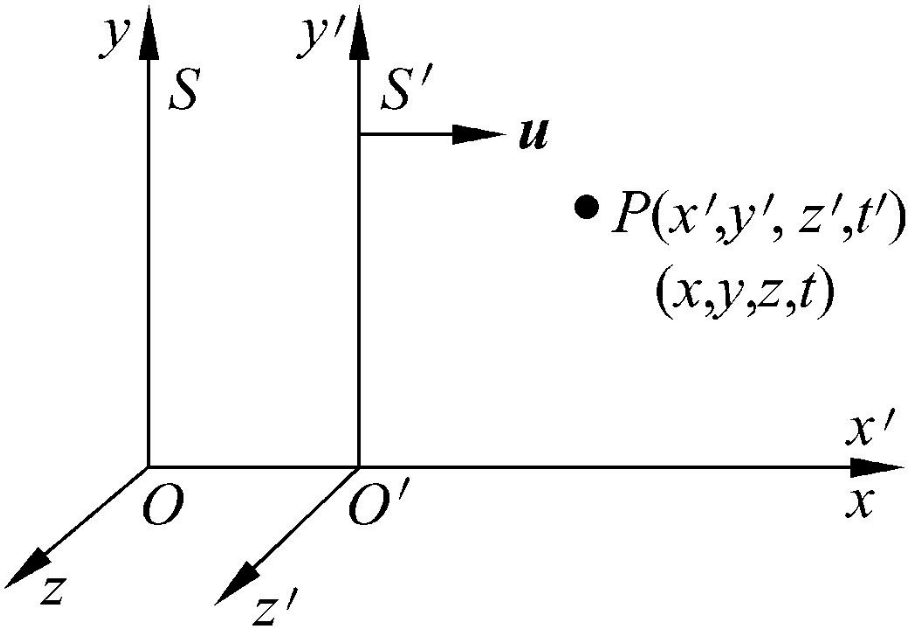
2. 光速不变原理

在所有惯性系中，光在真空中的传播速率都等于c。或者说，无论光源和观察者如何运动，观察者测得的光速都等于c。

例如，1964年对速度为0.99975c的π介子（光源）衰变发射的γ射线进行了测量，验证光速不变。

引导爱因斯坦提出光速不变原理和创建狭义相对论的基本线索是电磁学，而迈克耳孙–莫雷实验的否定结果不占据主导地位。但是爱因斯坦还在学生时代就在思考光速与物体运动之间的关系，并高度评价迈克耳孙–莫雷实验的科学意义。

16.1.4 洛伦兹变换



$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

1

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t-\dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

0

$u/c \rightarrow 0$，回到伽利略变换。

从爱因斯坦提出的两条基本原理出发，简单导出洛伦兹变换：

伽利略变换：

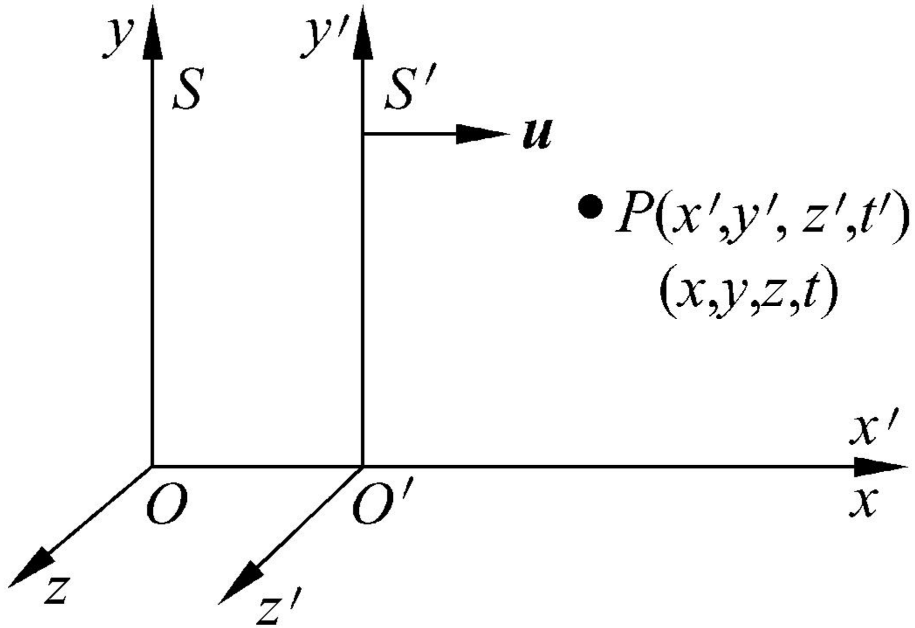
$$x' = x - ut \ ?$$

$$y' = y \quad \surd$$

$$z' = z \quad \surd$$

$$t' = t \ ?$$

时空的均匀性：在同一个惯性系中任意两个时空点都是等价的。这要求新变换只能是线性变换，在变换关系式中只包含坐标和时间的一次项。



新变换可以表示为

$$x' = \gamma'(x - ut)$$

$$x = \gamma(x' + ut')$$

按爱因斯坦相对性原理 $\gamma' = \gamma$

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$x = \gamma(x' + ut')$$

参数γ可用光速不变原理确定：

设想当原点 O' 和 O 重合时，由原点发出一个闪光。光速与参考系的运动无关，无论在 O' 系还是在 O 系中观察

$$x' = ct',\ \ x = ct$$

$$\left.\begin{aligned} ct' &= \gamma(c - u)t \\ ct &= \gamma(c + u)t' \end{aligned}\right\} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

推导 t' 和 t 之间的变换关系：

$$x = \gamma(x' + ut') \rightarrow t' = \frac{1}{u}\left(\frac{x}{\gamma} - x'\right)$$

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$t' = \frac{1}{u}\left(\frac{x}{\gamma} - \gamma(x - ut)\right) = \frac{\gamma}{u}\left(\left(\frac{1}{\gamma^2} - 1\right)x + ut\right)$$

$$1/\gamma^2 = (1 - u^2/c^2)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

洛伦兹变换 $u \rightarrow -u$ 逆变换

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

$$z' = z \qquad z = z'$$

$$t' = \frac{t - \dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + \dfrac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

两个事件的空间间隔、时间间隔的变换：

$$x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1) - u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$y_2' - y_1' = y_2 - y_1$$

$$z_2' - z_1' = z_2 - z_1$$

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - \dfrac{u}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + u(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$y_2 - y_1 = y_2' - y_1'$$

$$z_2 - z_1 = z_2' - z_1'$$

$$t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1') + \dfrac{u}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

【例】 一宇宙飞船相对地面以 $0.8c$ 的速度飞行，飞船上的观察者测得飞船的长度为100m。一光脉冲从船尾传到船头，求地面上的观察者测量，光脉冲从船尾发出和到达船头这两个事件的空间间隔是多少？

解 只涉及时空变换的问题称为运动学问题，一般按以下步骤求解：

（1）设定参考系

飞船：S' 系，地面：S 系。

S' 系相对 S 系以 $u=0.8c$ 作匀速直线运动。

（2）定义事件及其时空坐标

事件1： 光脉冲从船尾发出。在S'系、S系中时空坐标记为 (x_1', t_1')、(x_1, t_1) 。

事件2： 光脉冲到达船头。在S'系、S系中时空坐标记为 (x_2', t_2')、(x_2, t_2)。

（3）通过洛伦兹变换，求这两个事件在S系中的空间间隔。

已知 $x_2' - x_1' = 100\text{m}$, $t_2' - t_1' = (x_2' - x_1')/c$

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + u(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{100 + 0.8 \times 100}{\sqrt{1 - 0.8^2}}\text{m} = 300\text{m}$$

（4）讨论

按伽利略变换，这两个事件的空间间隔

$$u = 0.8c\text{：}\quad x_2 - x_1 = 100 + 0.8c \times \frac{100}{c} = 180\text{m}$$

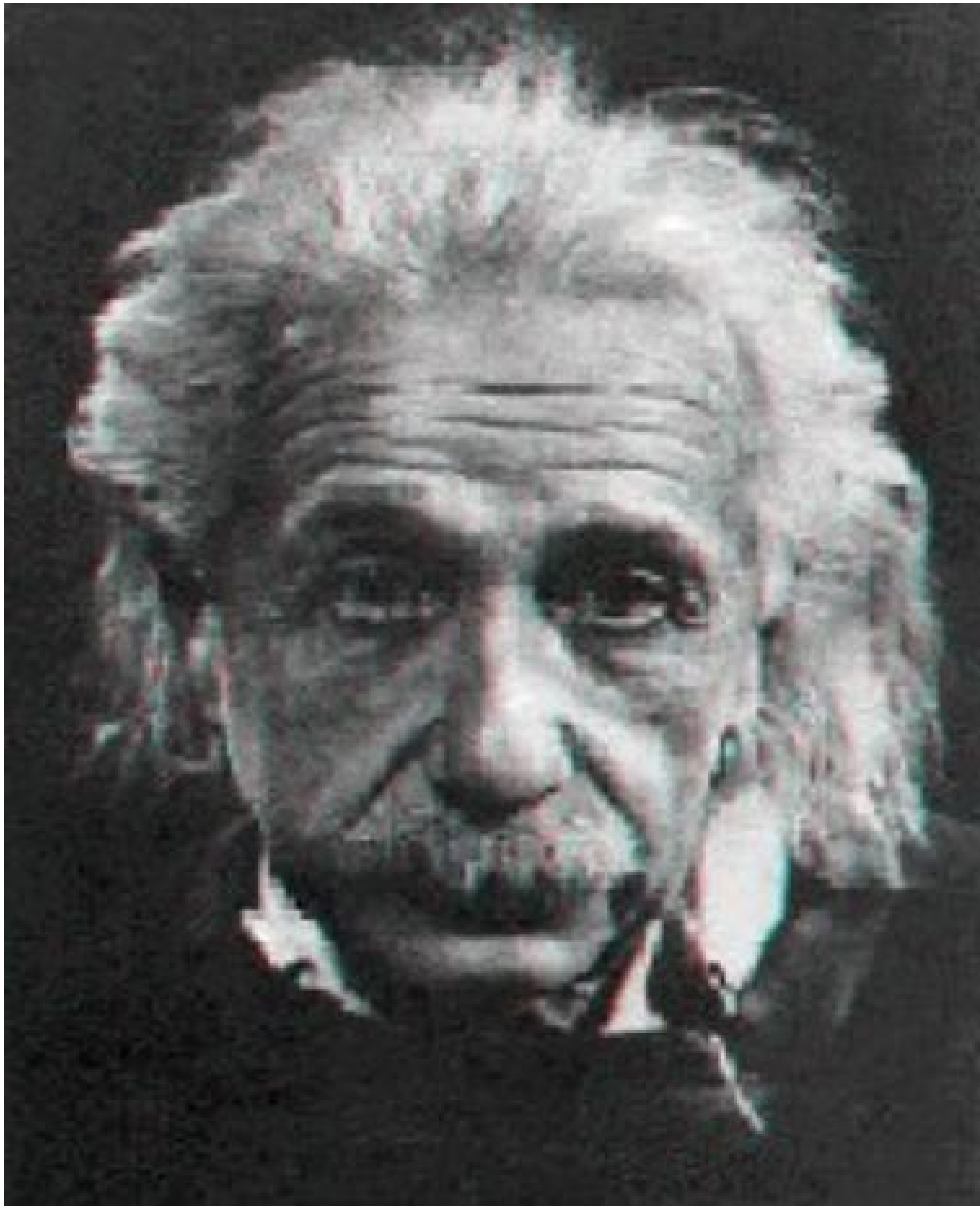
洛伦兹变换：300m　　相差甚远

$$u = 0.08c\text{：}\quad x_2 - x_1 = 100 + 0.08c \times \frac{100}{c} = 108\text{m}$$

洛伦兹变换：108.3m　结果接近

$u << c$：**洛伦兹变换回到伽利略变换**

16.2 狭义相对论的时空观



同时性的相对性

时间延缓

长度收缩

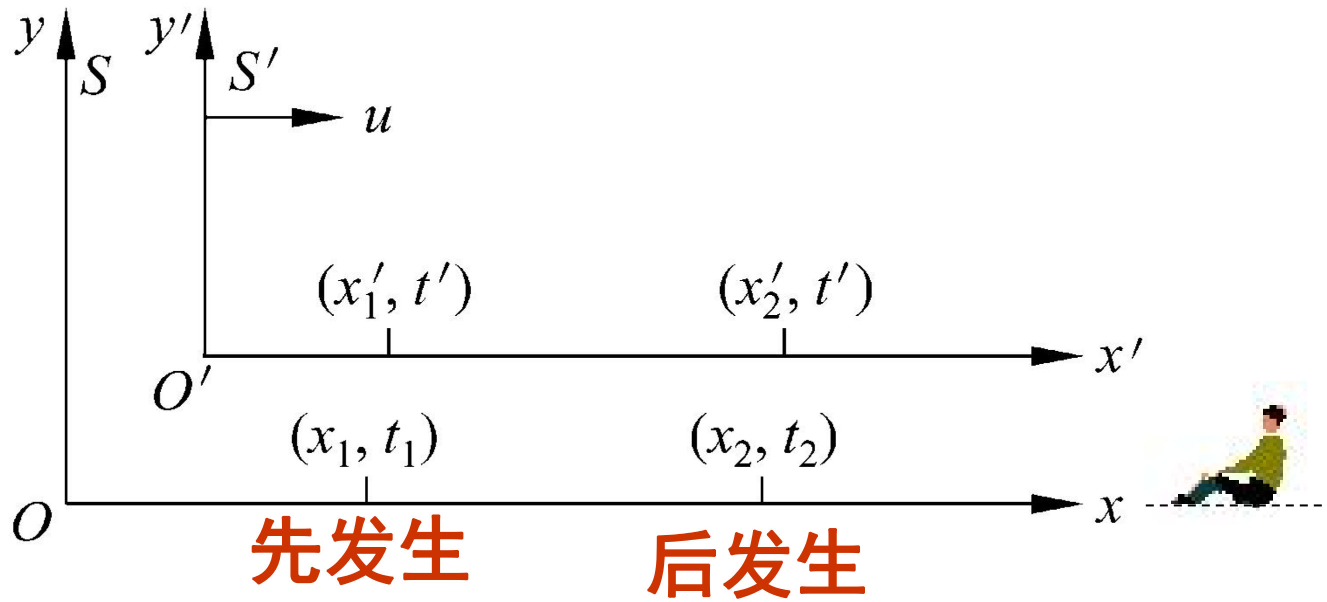
16.2.1 同时性的相对性

爱因斯坦指明了时间的测量与同时性之间的密切关系：凡是时间在里面起作用的我们的一切判断，总是关于同时的事件的判断。比如我说，“那列火车7点钟到达这里”，这大概是说：“我的表的短针指到7同火车的到达这里是同时的事件。”

绝对时空观：如果两个事件在某一惯性系中同时发生，则在任何其他惯性系中观测，这两个事件也一定同时发生

—同时性的绝对性

由洛伦兹变换可知，**同时性是相对的**：在某一惯性系中同时发生的两个事件，在其他作相对运动的惯性系中观测就不一定同时发生了。



$$t_2 - t_1 = \frac{(t' - t') + \dfrac{u}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{\dfrac{u}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > 0$$

由此得出同时性的相对性：在两个惯性系相对运动的方向上发生的两个事件，若在一个惯性系中这两个事件同时发生，则在另一惯性系中观测，总是处于前一个惯性系运动后方的事件先发生。

洛伦兹首先导出洛伦兹变换，相对性原理也是由庞加莱首先提出的，但是他们都没有抓住同时性的相对性这一关键性、革命性的思想。洛伦兹和庞加莱都走近了相对论，却没能创立相对论。只有26岁的爱因斯坦敢于质疑人们关于时间的原始观念，坚持同时性是相对的，才完成了这一历史的重任。

16.2.2 长度的相对性——长度收缩

静止物体长度的测量： 测出物体两端的坐标，差值 $\Delta x'$ 就是物体的长度，对测量的先后次序没有要求，可以不同时测量物体两端的坐标，t_1' 可以不等于 t_2'。

运动物体长度的测量： 只有同时测定物体两端的坐标，$t_1=t_2$，差值 Δx 才是物体的长度。

按照洛伦兹变换

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \quad \rightarrow \quad \Delta x < \Delta x'$$

长度收缩

长度收缩效应：在惯性系中观测，运动物体在其运动方向上的长度要缩短。（**动尺变短**）

测长：在某一参考系中沿运动方向同时发生的两个事件的空间间隔，称为测长，记为 Δl。

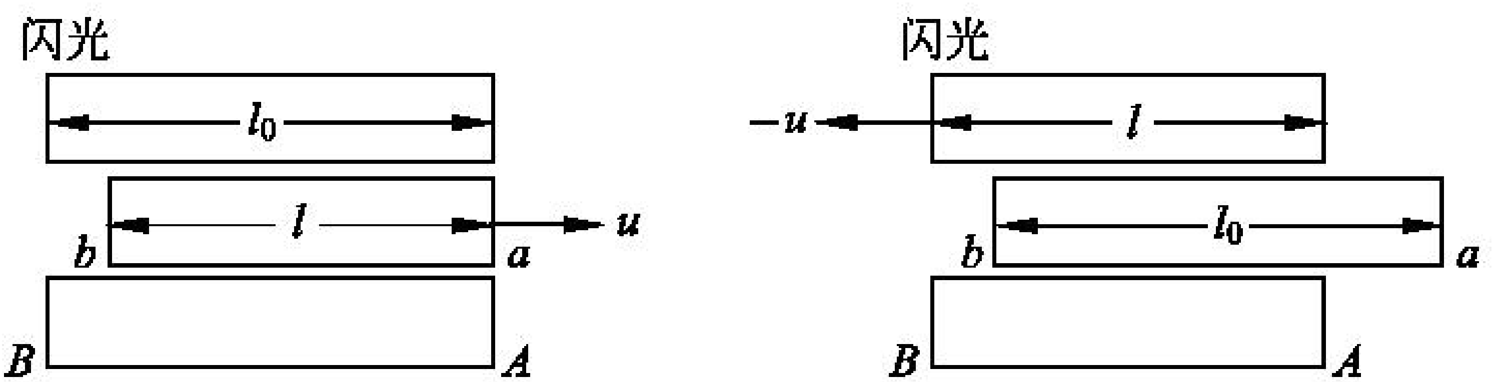
按照同时性的相对性，在其他任何运动参考系中，这两个事件一定不同时发生，它们的空间间隔称为**原长（固有长度），记为 $\Delta l'$**。

$$\Delta l = \Delta l' \sqrt{1 - u^2 / c^2}$$

长度收缩效应：测长比原长短

长度收缩效应只发生在物体运动的方向上，在垂直方向上不收缩。这常说成是纵向收缩，横向不收缩。

长度收缩效应纯属时空的性质，与在热胀冷缩现象中所发生的那种实在的收缩和膨胀是完全不同的。



(a) 在地面上看　　(b) 在火车上看

16.2.3 时间的相对性——时间膨胀（延缓）

由于同时性具有相对性，所以对不同参考系而言，沿相对速度方向发生的同样的两个事件之间的时间间隔是不同的，即时间的量度是相对的。

设在S'系中的同一地点x'处，先、后发生两个事件 (x',t_1') 和 (x',t_2')，时间间隔 $\Delta t'=t_2'-t_1'>0$ 。

在S系中这两个事件的时间间隔

$$\Delta t=\frac{\Delta t'+\dfrac{u^2}{c^2}(x'-x')}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}>\Delta t'$$

时间膨胀

时间膨胀效应：在一个惯性系中观测，在另一个作匀速直线运动的惯性系中**同地发生**的两个事件的时间间隔变大。（**动钟变慢**）

原时（固有时）：在某一参考系中同一地点发生的两个事件的时间间隔。

用$\Delta\tau$代表原时

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

时间膨胀效应：原时最短

【例】设有许多已经校准的静止的同步钟（静钟），它们的指针走一个格所用时间都为1s。如果让其中的一个钟以 u=0.8c 的速度相对静止观察者运动，那么在观察者看来这个运动的钟（动钟）的指针走一个格用多少时间？

解　事件1：这个钟的指针刚开始转一个格

事件2：指针转完一个格

在相对钟静止的参考系中，事件1、2同地发生，时间间隔 1s 为原时。

在静止观察者看来，时间间隔

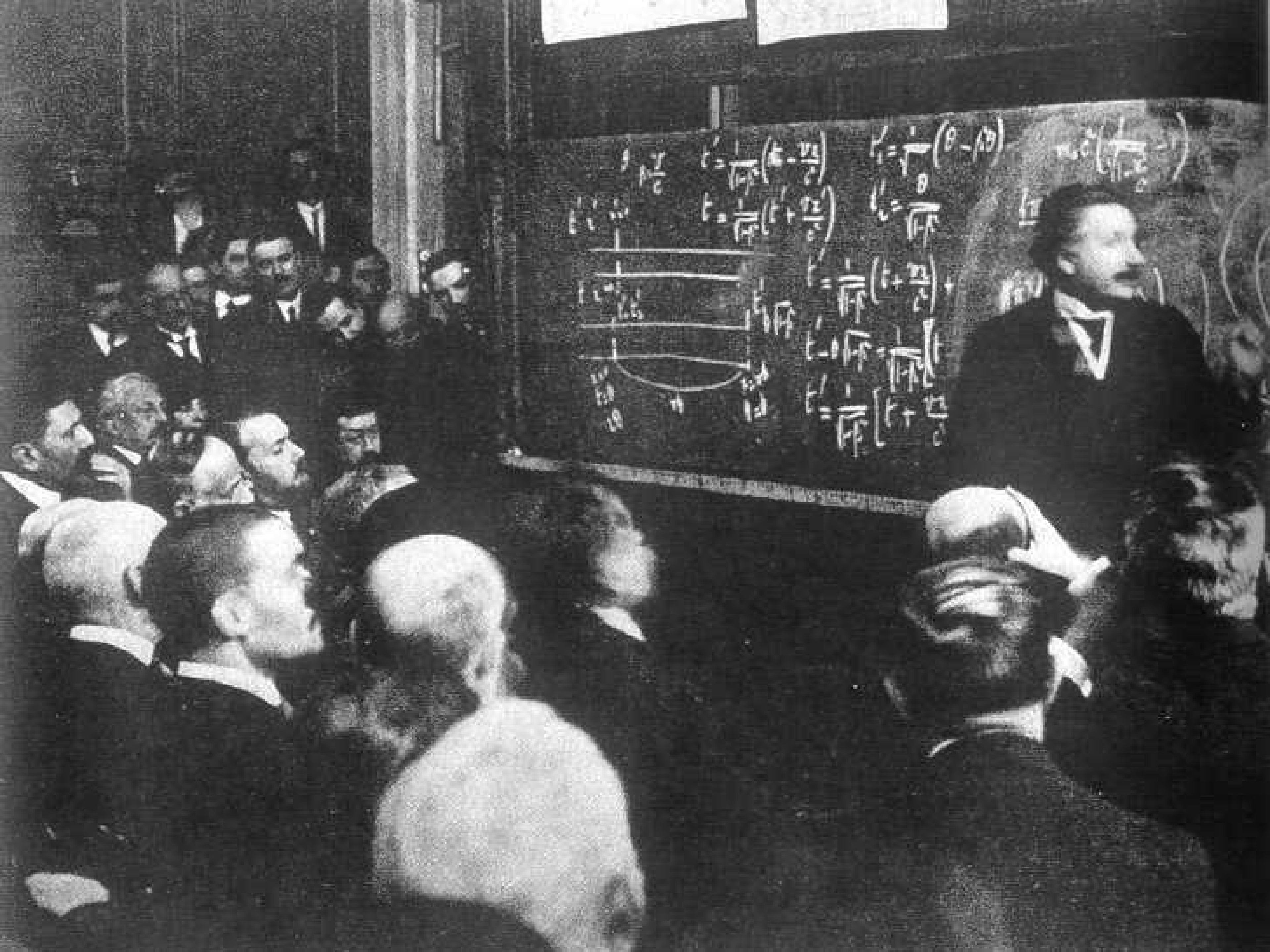
$$\Delta t = 1\mathrm{s} \Big/ \sqrt{1-0.8^2} = 1.67\mathrm{s}$$

在观察者看来，动钟的指针转一个格所用的时间，比本参考系中静钟指针转一个格所用的时间要长 0.67s。或者说，动钟比静钟走得慢。

这纯属时空的性质，而不是钟的结构发生了变化。动钟和静钟的结构完全相同，放在一起时它们走得一样快。

在一个惯性系中观测，在另一个运动惯性系中同一地点发生的任何过程（包括物理、化学和生命过程）的节奏要变慢。

孪生子佯谬、效应，地面可检测到μ子



16.3 相对论速度变换公式

速度的定义：

$$v'_x = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'},\quad v'_y = \frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'},\quad v'_z = \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'}$$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

由洛仑兹变换，得

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \dfrac{uv_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \dfrac{uv_x}{c^2}}\sqrt{1-u^2/c^2}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \dfrac{uv_x}{c^2}}\sqrt{1-u^2/c^2}$$

【思考】横向长度不收缩，但横向速度为什么发生变化？

如果在 S 系中物体的横向速度为零，沿 x 轴方向的速度为 v，则在 S' 系中观测，物体的横向速度也为零，而沿 x 轴方向的速度

$$v' = \frac{v-u}{1-\frac{uv}{c^2}}$$

逆变换为

$$v = \frac{v'+u}{1+\frac{uv'}{c^2}}$$

【例】设想做“追光实验”，即乘一列以速度 u 运动的火车追赶一个向前运动的闪光。在火车上观测，闪光的速度多大?

解　以火车为 S' 系，地面为 S 系

在火车上观测，闪光的速度

$$v' = \frac{v-u}{1-\frac{uv}{c^2}} = \frac{c-u}{1-\frac{uc}{c^2}} = c$$

仍等于光速c，与参考系的运动无关。