

第一次作业题



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

1.1节

13.

令 p 、 q 为如下命题：

p ：气温在零度以下。

q ：正在下雪。

用 p 、 q 和逻辑联结词(包括否定)写出下列各命题：

a) 气温在零度以下且正下着雪。

b) 气温在零度以下，但没有下雪。

c) 气温不在零度以下，并且没有下雪。

d) 要么正下着雪，要么在零度以下(也许两者兼有)。

e) 如果气温在零度以下，则也下着雪。

f) 要么气温在零度以下，要么下着雪；但如果气温在零度以下，就没有下雪。

g) 气温在零度以下是下雪的充分必要条件。

解答: a) $p \wedge q$ b) $p \wedge \neg q$ c) $\neg p \wedge \neg q$ d) $p \vee q$
e) $p \rightarrow q$ f) $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$ g) $q \leftrightarrow p$



1.1节

19. 判断下列各条件语句是真是假：

a) 如果 $1+1=2$ ，则 $2+2=5$ 。

b) 如果 $1+1=3$ ，则 $2+2=4$ 。

c) 如果 $1+1=3$ ，则 $2+2=5$ 。

d) 如果猴子会飞，则 $1+1=3$ 。

解答： a) 假
b) 真
c) 真
d) 真



1.1节

35. 构造下列各复合命题的真值表。

a) $(p \vee q) \rightarrow (p \oplus q)$

b) $(p \oplus q) \rightarrow (p \wedge q)$

c) $(p \vee q) \oplus (p \wedge q)$

d) $(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow q)$

e) $(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow \neg r)$

f) $(p \oplus q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

解答:

对于a) b) c) d) f)有:

p	q	$(p \vee q) \rightarrow (p \oplus q)$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \wedge q)$	$(p \vee q) \oplus (p \wedge q)$	$(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow q)$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
T	T	F	T	F	T	T
T	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	T	F	T	T



1.1节

对于e)有:

p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$p \leftrightarrow q$	$\neg p \leftrightarrow \neg r$	$(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow \neg r)$
T	T	T	F	F	T	T	F
T	T	F	F	T	T	F	T
T	F	T	F	F	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	F	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T	F



1.1节

43. 不借助于真值表，试解释为什么在 p 、 q 和 r 至少有一个为真并且至少有一个为假时 $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$ 为真，而当三个变量具有相同真值时为假。

解答： $p \vee q \vee r$ 为真时当且仅当 p, q, r 当中至少有一个为真， $\neg p \vee \neg q \vee \neg r$ 为真时当且仅当 p, q, r 当中至少有一个为假，这也就意味着要想二者同时为真，则 p, q, r 不能同时为真也不能同时为假。说明 p, q, r 至少有一个为真并且至少有一个为假。



1.2节

11. 下列系统规范说明一致吗？“路由器能向边缘系统发送分组仅当它支持新的地址空间。路由器要能支持新的地址空间，就必须安装最新版本的软件。如果安装了最新版本的软件，路由器就能向边缘系统发送分组。路由器不支持新的地址空间。”

解答：是一致的。



1.2节

29.

练习 28~35 是关于一个居住着三种人的岛民的：只讲真话的骑士、只讲假话的无赖和可能讲真话也可能讲假话的间谍(斯马亚在[Sm78]中称之为正常人)。你遇见三个人 A 、 B 和 C 。你知道其中一人是骑士、一人是无赖，还有一人是间谍。三人都知道其他两人是哪种类型的人。对于下列每种情况，可能的话请确定是否有唯一解并确定谁是骑士、无赖和间谍。当没有唯一解时，请列出所有可能的解或者说明无解。

28. A 说“ C 是无赖”， B 说“ A 是骑士”，而 C 说“我是间谍”。

29. A 说“我是骑士”， B 说“我是无赖”，而 C 说“ B 是骑士”。

解答： A 是骑士， B 是间谍， C 是无赖。



1.2节

39.

一位侦探访谈了罪案的四位证人。从证人的话中侦探得出的结论是：如果男管家说的是真话，那么厨师说的也是真话；厨师和园丁说的不可能都是真话；园丁和杂役不可能都在说谎；如果杂役说真话，那么厨师就在说谎。侦探能分别判定这四位证人是在说真话还是撒谎？解释你的推理过程。

解答：侦探可以确定厨师和管家在撒谎，但是无法判断园丁和杂役说的是不是真的。

1.3节

19. 判断 $(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$ 是否为永真式。

解答：是一个永真式。

可以通过列真值表证明，也可以直接证明。

下面给出直接证明过程：

$$\neg q \wedge (p \rightarrow q) = \neg q \wedge (\neg p \vee q) = (\neg q \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge q) = \neg q \wedge \neg p$$

则原式 $= (\neg q \wedge \neg p) \rightarrow \neg p = \neg(\neg q \wedge \neg p) \vee \neg p = q \vee p \vee \neg p = 1$ 为永真式

上面红色步骤用到德摩根律



1.3节

29. 证明 $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ 和 $(p \wedge q) \rightarrow r$ 逻辑等价。

解答：可以采用真值表来证明。但按照题目提示，我们的考虑如下：
当左边命题为假时则 $p \rightarrow r$ 和 $q \rightarrow r$ 均为假，也就是 p, q 为真 r 为假，所以 $p \wedge q$ 为真，所以右边命题为假。由于两个命题在变量相同的真值组合下均为假，故二者逻辑等价。

1.3节

33. 证明 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$ 是永真式。

解答：

解法1：真值表

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T



1.3节

解法2：直接运算

$$\begin{aligned}(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) &= \neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)) \vee (\neg p \vee r) = \\(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r) \vee (\neg p \vee r) &= \neg p \vee (p \wedge \neg q) \vee (r \vee (q \wedge \neg r)) = (\neg p \vee \neg q) \vee (r \vee q) \\&= T \quad \text{证完}\end{aligned}$$



1.3节

• 45.

试找出一个含命题变量 p 、 q 和 r 的复合命题，在 p 、 q 和 r 中恰有两个为真时该命题为真，否则为假。[提示：构造合取式的析取。将使命题为真的每一种真值组合构成一个合取式。每个合取式都应包含三个命题变量或它们的否定。]

答： $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$



1.3节

• 55.

下面几道练习用到逻辑运算符 NAND(与非)和 NOR(或非)。命题 $p \text{ NAND } q$ 在 p 或 q 或两者均为假时为真，而当 p 和 q 均为真时为假。命题 $p \text{ NOR } q$ 只在 p 和 q 均为假时为真，否则为假。命题 $p \text{ NAND } q$ 和 $p \text{ NOR } q$ 分别表示为 $p \mid q$ 和 $p \downarrow q$ 。(运算符 \mid 和 \downarrow 分别以 H. M. Sheffer 和 C. S. Peirce 的名字命名为 **Sheffer 竖线**(Sheffer stroke)和 **Peirce 箭头**。)

55. 只用运算符 \downarrow 构造一个等价于 $p \rightarrow q$ 的命题。

答: $((p \downarrow p) \downarrow q) \downarrow ((p \downarrow p) \downarrow q)$



谢谢!



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China