Chapitre 1 : Charge électrique et distribution

I.Charge électrique:.

a.définition:

La charge électrique est une propriété fondamentale de la matière qui lui permet d'interagir par le biais de champs électromagnétiques. Il s'agit d'une grandeur scalaire, qui joue pour l' interaction électromagnétique le même rôle que la masse N 1 pour l' interaction gravitationnelle.

b.propriétés:

- Additivité des charges électriques
- Conservation des charges
- Quantification de la charge

Quelques autres propriétés de la charge électrique

- La charge est une quantité scalaire.
- La charge est transférable, ils se transfèrent d'un corps à l'autre.
- Les charges semblables se repoussent et les charges dissemblables s'attirent.
- La charge est toujours associée à la masse.

c. distribution de charges :

. Distribution discrète

A l'échelle microscopique, la matière est constituée de corpuscules. On *décrit* alors la répartition de charge électrique par la donnée de *la position de chacune des particules chargées* se trouvant dans la zone de l'espace considérée. On parle de « distribution discrète » de charge électrique .

.Distribution continue volumique

A l'échelle macroscopique, la matière *apparaît continûment répartie* dans l'espace 3D. Cette répartition n'est pas nécessairement uniforme. Il est donc nécessaire de se placer à l'échelle ***mésoscopique***, grande devant l'échelle microscopique pour adopter une modélisation continue de la matière, petite devant l'échelle macroscopique pour pouvoir considérer la répartition localement uniforme.

On définit une *densité volumique de charge* ρ à l'échelle mésoscopique, fonction des coordonnées d'espace, qui donne la *quantité élémentaire de charge* dQ située dans un *volume élémentaire* $d\tau$:

$$dQ \overset{\text{def}}{=} \rho\, d\tau$$

La fonction $\rho(\vec{r})$ représente la *distribution volumique de charge*.

La charge totale contenue dans un volume *V* de l'espace est la somme des quantités élémentaires de charge :

$$Q = \iiint_V \rho\, d\tau$$

Cette expression se déduit de celle du cas discret par analogie, en remplaçant le symbole « somme discrète» par le symbole « intégrale » (somme continue de quantités infiniment petites).

. Distribution continue surfacique

A l'échelle macroscopique, la distribution volumique est la description la plus précise de la répartition de charge dans l'espace. Lorsqu'un corps électrisé possède une dimension très petite devant les autres (feuille de papier par exemple), on peut décrire la répartition de la charge par une *distribution surfacique*. Dans l'exemple de la feuille de papier, *cela revient à négliger l'épaisseur de la feuille* devant sa longueur et sa largeur.

On définit une *densité surfacique de charge* σ à l'échelle mésoscopique, fonction des coordonnées d'espace, qui donne la quantité élémentaire de charge dQ située sur *la surface élémentaire* dS :

$$dQ \overset{\text{def}}{=} \sigma\, dS$$

La fonction $\sigma(\vec{r})$ représente la *distribution surfacique de charge*.

La charge totale située sur une surface *S* est la somme des quantités élémentaires de charge :

. Distribution continue linéique

Lorsqu'un corps électrisé possède deux dimensions très petites devant une autre (fil par exemple), on peut décrire la répartition de la charge par une *distribution linéique*. Dans l'exemple du fil, *cela revient à négliger l'épaisseur et la largeur du fil* devant sa longueur.

On définit une *densité linéique de charge* λ à l'échelle mésoscopique, fonction des coordonnées d'espace, qui donne la quantité élémentaire de charge dQ située sur *une portion* $d\ell$ *de la courbe* :

$$dQ \overset{\text{def}}{=} \lambda\, d\ell$$

La fonction $\lambda(\vec{r})$ représente la *distribution linéique de charge*.

La charge totale située sur une courbe est la somme des quantités élémentaires de charge :

$$Q = \int_{\Gamma} \lambda\, d\ell$$

3 Moreggia PCSI 2011/2012

Remarque :

Lorsque l'on modélise une répartition de charge électrique dans l'espace, il faut faire un choix entre les quatre distributions possibles. Pour une même zone de l'espace, on ne peut choisir simultanément deux modélisations différentes.

II.Système de coordonnées:

a.Les coordonnées cartésiennes:

Les coordonnées cartésiennes sont les coordonnées les plus faciles à manipuler. Un point M de l'espace est repéré par trois coordonnées: $x_M,\ y_M,\ z_M$. .

Le repère est muni de trois vecteurs unitaires $(\vec{e_x},\ \vec{e_y},\ \vec{e_z})$ qui donnent l'orientation de celui-ci.

- Dans ce système de coordonnées, un déplacement élémentaire est noté :

$$\overrightarrow{dl} = dx\,\vec{e_x} + dy\,\vec{e_y} + dz\,\vec{e_z}$$

On peut aussi définir une surface élémentaire (dans le plan xOy par exemple) :

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}x \times \mathrm{d}y$$

Enfin, on peut définir un volume élémentaire :

$$\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}x \times \mathrm{d}y \times \mathrm{d}z$$

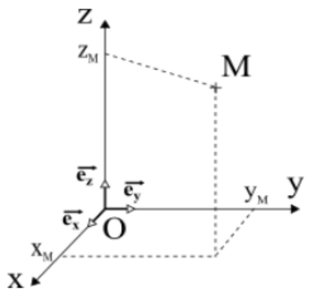


Figure 1-Coordonnées cartésiennes

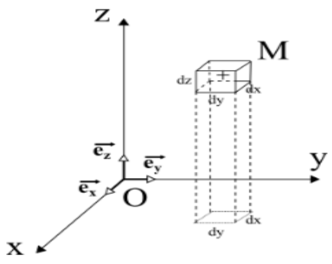


Figure 2-Volume élémentaire en coordonnées cartésiennes

b.Les coordonnées cylindriques:

Dans ce système de coordonnées, un point M de l'espace est repéré par un rayon rM, un angle θ (angle entre l'axe Ox et la projection du rayon OM sur le plan xOy), et une hauteur z (par rapport au plan xOy).

On définit aussi trois vecteurs unitaires $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$ que l'on place généralement au niveau du point M ou de son projeté sur le plan xOy.

- Dans ce système de coordonnées, un déplacement élémentaire s'écrit :

$$\overrightarrow{\mathrm{d}l} = \mathrm{d}r\,\overrightarrow{e_r} + r\mathrm{d}\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + \mathrm{d}z\,\overrightarrow{e_z}$$

Ainsi une surface élémentaire s'écrit :

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}r \times r\mathrm{d}\theta$$

Et un volume élémentaire est défini par :

$$d\tau = \mathrm{d}r \times r\mathrm{d}\theta \times \mathrm{d}z$$

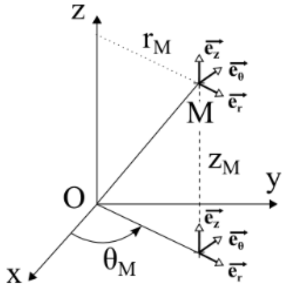


Figure 3-Coordonnées cylindriques

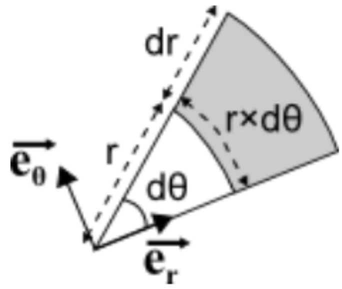


Figure 4-Surface élémentaire en coordonnées cylindriques

c.Les coordonnées sphériques:

Dans ce système de coordonnées, un point M de l'espace est repéré par un rayon r=OM, et deux angles : un angle $\theta\theta$ (angle entre l'axe Oz et le rayon \text{OM}), un angle ϕ (angle entre l'axe Ox et la projection du rayon OM sur le plan xOy).

Trois vecteurs unitaires $(\overrightarrow{e_r},\ \overrightarrow{e_\theta},\ \overrightarrow{e_\phi})$ **donnent l'orientation du repère.**

- **Dans ce système de coordonnées, un déplacement élémentaire s'écrit :**

$$\overrightarrow{\mathrm{d}l} = \mathrm{d}r\,\overrightarrow{e_r} + r\mathrm{d}\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + r\,\sin\theta\mathrm{d}\phi\,\overrightarrow{e_\phi}$$

Une surface élémentaire s'écrit :

$$\mathrm{d}S = r\mathrm{d}\theta \times r sin\theta \mathrm{d}\phi$$

Et un volume élémentaire est défini par :

$$\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}r \times r\mathrm{d}\theta \times r sin\theta \mathrm{d}\phi$$

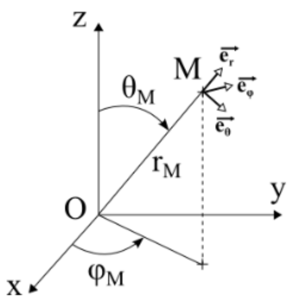


Figure 5-Coordonnées sphériques

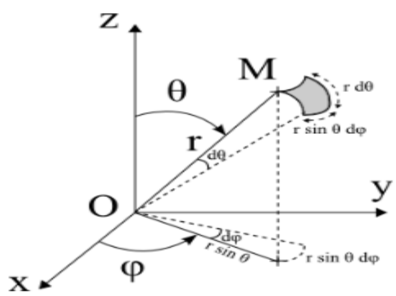


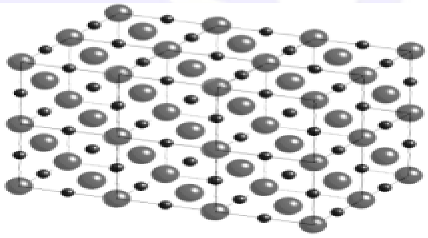
Figure 6-Surface et volume en coordonnées sphériques

III. Invariances, symétries et antisymétries:

a.Invariance:

- **Invariance par translation:**

Il s'agit d'une forme de symétrie particulière : la distribution de charge est invariante par translation dans l'espace. Conformément au *principe de Curie* affirmant qu'une symétrie des causes implique une symétrie au moins égale des effets, le champ électrique sera lui aussi invariant par la même translation. On choisira alors pour traiter ce problème un système de coordonnées ayant un axe coïncidant avec cette direction de la translation



- **Invariance par rotation autour d'un axe:**

Si la distribution de charge est invariante par rotation autour d'un axe, il en sera de même du champ électrique et de toute autre grandeur conséquence de cette distribution de charge. Nous choisirons alors un système de coordonnées comprenant l'angle de rotation autour de l'axe de révolution : selon les autres éléments de symétrie du problème, il s'agira soit des coordonnées cylindriques, soit des coordonnées sphériques.

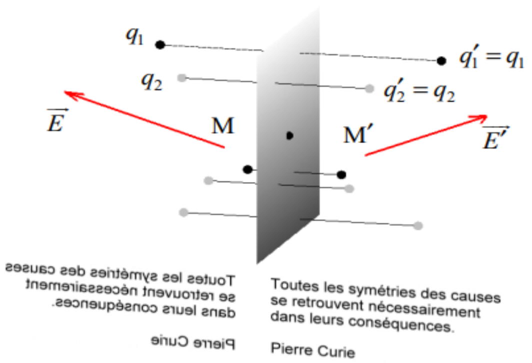
b.symétries et antisymétries:

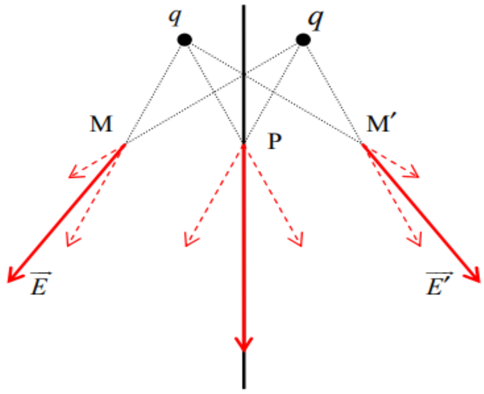
- **Existence d'un plan de symétrie :**

S'il existe un plan de symétrie de la distribution des charges, le champ électrique *E*′ au point M′ symétrique de M est le symétrique par rapport à ce plan du champ électrique *E* en M.

Corollaire 1 : Pour un point P appartenant au plan de symétrie, le champ électrique doit être son propre symétrique par rapport à ce plan, c'est-à-dire qu'il doit être contenu dans ce plan.

Corollaire 2 : s'il existe deux plans de symétries non parallèles, en un point de la droite d'intersection
(∆) de ces plans, le champ appartient à chacun des deux plans. Il est donc nécessairement porté par





- ## Existence d'un plan d'antisymétrie:

S'il existe un plan d'antisymétrie de la distribution des charges, le champ électrique *E*′ au point M′ symétrique du point M est l'opposé du symétrique par rapport à ce plan du champ électrique *E* en M.

Corollaire **: Pour un point P appartenant au plan d'antisymétrie, le champ électrique doit être l'opposé de son propre symétrique par rapport à ce plan, c'est-à-dire qu'il doit être orthogonal à ce plan.**