



TD primitives et intégrales

Ex 1

Déterminer une primitive des fonctions suivantes sur l'intervalle considéré

1. $f(x) = (3x - 1)(3x^2 - 2x + 3)^3, I = \mathbb{R}$

2. $f(x) = \frac{1-x^2}{(x^3-3x+1)^3}, I =]-\infty, -2[$

3. $f(x) = \frac{(x-1)}{\sqrt{x(x-2)}}, I =]-\infty, 0[$

4. $f(x) = \frac{1}{x \ln(x^2)}, I =]1, +\infty[$

Ex 2

On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$

1. Déterminer deux réels a et b tels que , pour tout $x \in [1, 2]$, on a :

$$f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$$

2. Dédurre de la question précédente la valeur de l'intégrale $J = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$

3. Calculer l'intégrale $I = \int_1^2 \frac{\ln(1+t)}{t^2} dt$

Ex 3

En effectuant le changement de variables indiqué, calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^1 \frac{dt}{1+e^t}$ en posant $x = e^t$

2. $\int_1^3 \frac{\sqrt{t}}{t+1} dt$ en posant $x = \sqrt{t}$

3. $\int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} dt$ en posant $t = \sin \theta$

Ex 4 (Quelques primitives à savoir calculer)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{1}{x^2+4}$

2. $f(x) = \frac{1}{x^2+4x+5}$

3. $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

4. $f(x) = e^x(2x^3 + 3x^2 - x + 1)$

5. $f(x) = \sin^3 x$

6. $f(x) = \arctan x$