



## TD Arithmétique

### Exercice1:

Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$

- 1 – 17 divise  $7^{8n+1} + 10(-1)^n$
- 2- 9 divise  $7^n - 1 - 3n$

### Exercice2 :

1. Soit  $a, b, d \in \mathbb{Z}$ . Montrer l'équivalence:

$$(\exists u, v \in \mathbb{Z}, au + bv = d) \iff \text{pgcd}(a, b) \text{ divise } d.$$

2. Déterminer  $\text{pgcd}(462, 3960)$  puis déterminer des coefficients de Bezout pour 462 et 3960.

3. Résoudre alors, dans  $\mathbb{Z}^2$ , les équations suivantes

$$3960x + 462y = 25 \quad \text{et} \quad 3960x + 462y = -132.$$

### Exercice 3 :

soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , en utilisant l'algorithme d'euclide, montrer que  $n^4 + 3n^2 + 1$  et  $n^3 + 2n$  sont premiers entre eux

### Exercice 4:

Resoudre dans  $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}$

- 1/  $\text{pgcd}(x, y) + \text{ppcm}(x, y) = x + y$
- 2/  $\begin{cases} \text{pgcd}(x, y) = 5 \\ \text{ppcm}(x, y) = 60 \end{cases}$