Méthodes : Ensembles, applications, relations

Egalité d'ensembles

Pour démontrer que $A = B$, on démontre que $A \subset B$ et que $B \subset A$.

Applications injectives

Pour démontrer qu'une application $f : E \to F$ est injective, on peut démontrer :

- que pour tout $y \in F$, l'équation $y = f(x)$, d'inconnue $x \in E$, admet au plus une solution;
- que pour tous $x, x' \in E$, l'équation $f(x) = f(x')$ entraine que $x = x'$;

Applications surjectives

Pour démontrer qu'une application $f : E \to F$ est surjective, on démontre que, pour tout $y \in F$, l'équation $y = f(x)$ admet toujours au moins une solution x dans E.

Applications bijectives

Pour démontrer qu'une application $f : E \to F$ est bijective, on peut

- démontrer qu'elle est injective et surjective;
- démontrer que, pour tout $y \in F$, l'équation $y = f(x)$ admet une unique solution;
- démontrer qu'il existe une application $g : F \to E$ telle que $f \circ g = Id_F$ et $g \circ f = Id_E$. Dans ce cas, g est la réciproque de f.

Réciproque

Pour calculer la réciproque d'une application $f : E \to F$ bijective, on résout pour tout y de F l'équation $y = f(x)$, d'inconnue $x \in E$, c'est-à-dire que l'on exprime x en fonction de y.

Relations

Pour démontrer qu'une relation est une relation d'ordre ou une relation d'équivalence, on applique la définition!