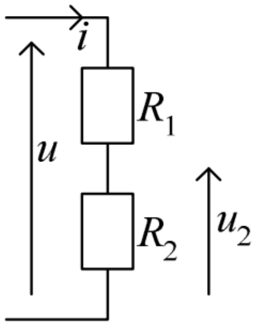
Régime transitoire linéaire

Rappel :

Diviseur de tension

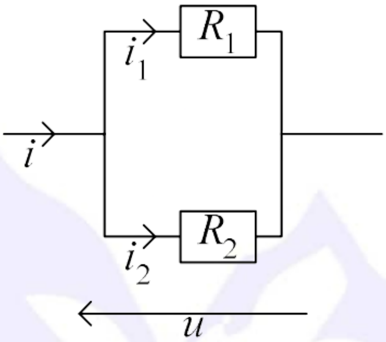


$u_2 = R_2 i$

$u = (R_1 + R_2)i$

donc $u_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}u$

Diviseur de courant



$i_2 = G_2 u$

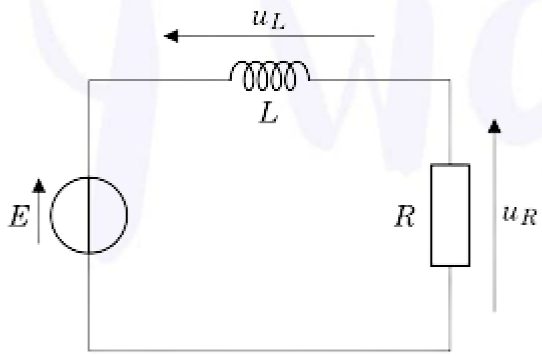
$i = (G_1 + G_2)u$

donc $i_2 = \frac{G_2}{G_1+G_2}u$

1. Définition

Le régime transitoire (temporaire) est défini lorsqu'il existe un intervalle de temps où les courants et tensions évoluent pour atteindre leur valeur finale.

2. Etude du circuit RL



A la fermeture de l'interrupteur K, l'application de la loi des mailles permet d'établir l'équation suivante :

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E$$

C'est une équation différentielle de 1 er ordre admettant comme solution générale :

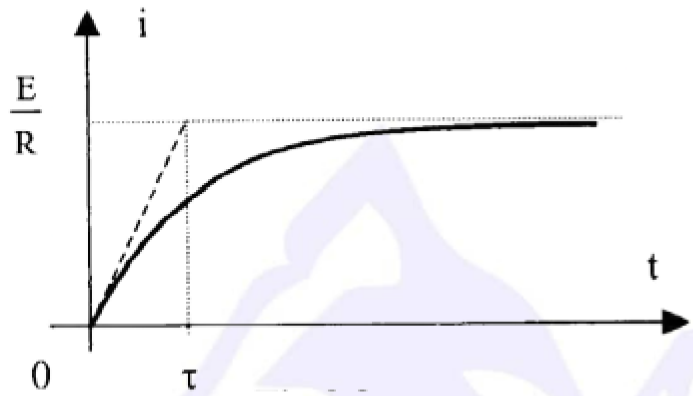
$$i(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

Tel que A est une constante à déterminer par les conditions initiales .

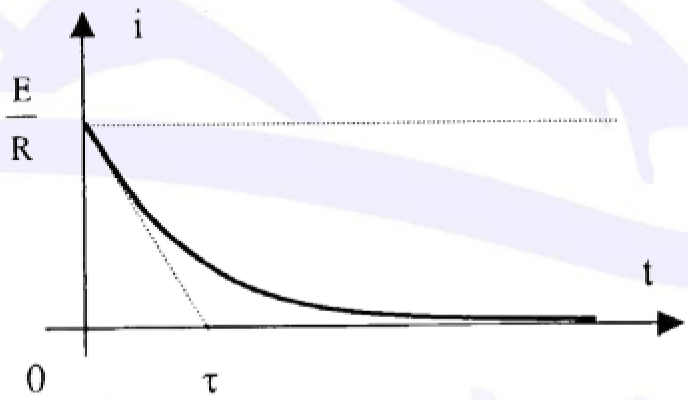
Si $i = 0$ à $t = 0$, A = $-\frac{E}{R}$ et par suite $i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$

La constante de temps τ du circuit est définie par : $\tau = \frac{L}{R}$

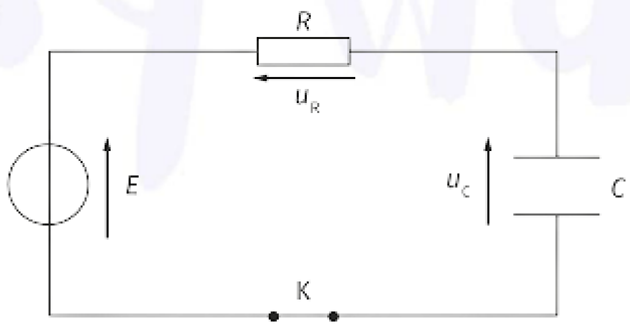
Le comportement du courant lors de l'établissement du régime est comme suit :



Si on ouvre l'interrupteur K à nouveau, le courant suit l'évolution suivante :



3. Etude du circuit RC



Il en résulte d'après la loi des mailles :

$$U_C + Ri = E$$

$$\Leftrightarrow \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = E$$

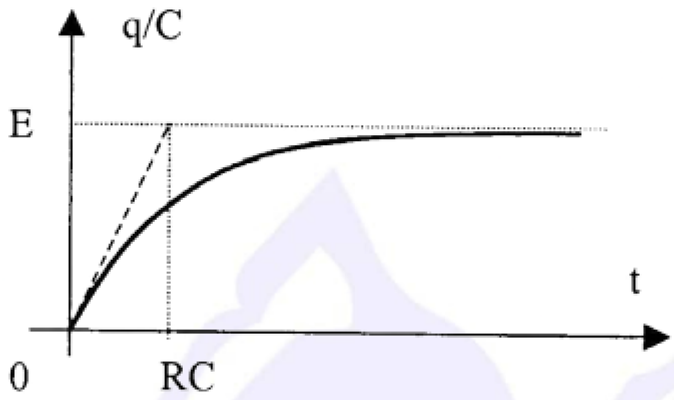
C'est une équation différentielle de 1er ordre dont la solution est :

$$q(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + CE$$

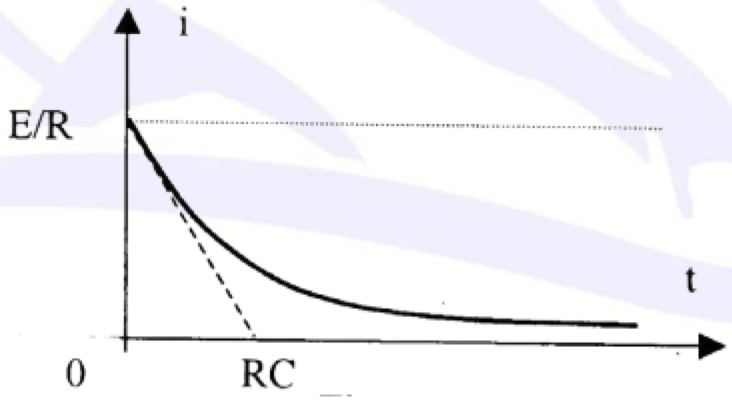
Tel que la constante A est déterminée par la condition initiale .

Si $q(t) = 0$ à $t = 0$, A = $- CE$ et par suite $q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

L'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur est donnée par :



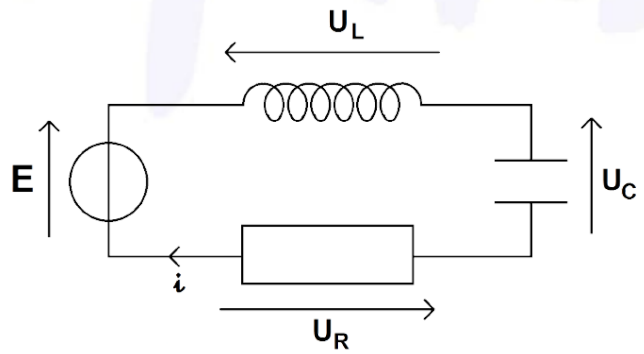
Cependant le courant est de la forme :



L'énergie stockée par le condensateur est :

$U_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CE^2$

4. Etude du circuit RLC



On suppose que le condensateur est initialement chargé et i (à t=0) = 0 .
Fermons l'interrupteur K, les charges vont s'écouler à travers la résistance R et la self L créant un courant i.

L'application de la loi des mailles permet d'établir l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

On calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = R^2 - 4\frac{L}{C}$

Suivant la valeur de Δ, nous pouvons distinguer trois cas :

1er cas : Δ > 0

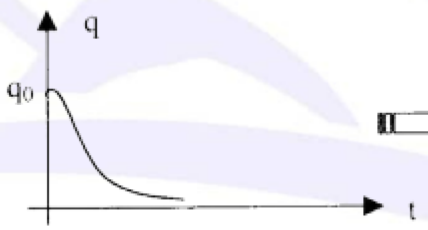
La solution de cette équation se présente sous la forme :

$$q(t) = Ae^{-r_1 t} + Be^{-r_2 t}$$

Tel que $r_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^4} - \frac{1}{LC}}$

$$r_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^4} - \frac{1}{LC}}$$

Avec A et B sont des constantes à déterminer à partir des conditions initiales .



C'est le régime apériodique

2ème cas : Δ < 0

L'équation caractéristique a deux racines complexes conjuguées :

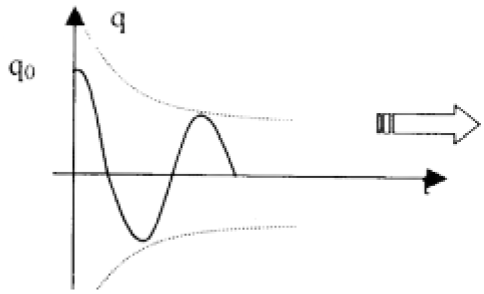
$$r_1 = -\frac{R}{2L} + j\sqrt{-\frac{R^2}{4L^4} + \frac{1}{LC}} = -\alpha + j\omega$$

$$r_2 = -\frac{R}{2L} - j\sqrt{-\frac{R^2}{4L^4} + \frac{1}{LC}} = -\alpha - j\omega$$

La solution de cette équation se présente alors sous la forme

$$q(t) = Ke^{-\alpha t}\cos(\omega t + \varphi)$$

Tel que $q_0 = K\cos(\varphi)$ et $\alpha = -\omega\tan(\varphi)$

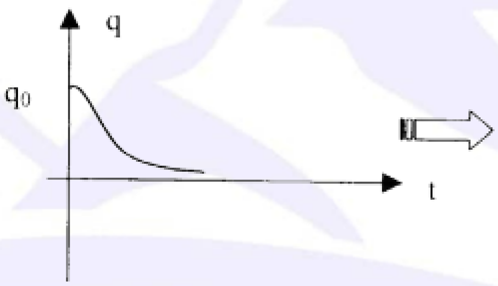


C'est le régime pseudo-périodique ou oscillatoire amorti

3ème cas : Δ = 0

La solution de cette équation se présente sous la forme :

$$q(t) = (A + B.t)e^{-\alpha t}$$



C'est le régime critique