



## TD : Cinématique d'un point matériel

### EX1:

Un mobile M décrit une hélice circulaire d'axe Oz, définie par les équations en coordonnées cartésiennes:

$$\{x=R\cos\theta \quad y=R\sin\theta \quad z=h\theta$$

R : rayon de l'hélice

h : pas de l'hélice

- 1) Le mouvement est défini par la loi  $\theta(t)=\omega t$ .
  - a) Déterminer la vitesse du mobile M et son module .
  - b) Déterminer l'accélération du mobile M .
- 2) Dans le cas où  $\omega$  constante, que peut-on dire de l'accélération ?
  - a) En déduire l'expression du rayon de courbure  $\rho$  de la trajectoire
  - b) Exprimer la vitesse et l'accélération avec les coordonnées cylindriques ( fonction de R, h, et  $\omega$ )

### EX2:

Un point matériel A se déplace le long d'un cercle, de rayon R, qui tourne uniformément autour d'un diamètre vertical. On notera  $\theta$  l'angle ( OZ , OA) qui situe le point sur le cercle, et  $\alpha'=\omega$  la vitesse angulaire du cercle.

- 1) Exprimer, en fonction du paramètre  $\theta$ , la vitesse et l'accélération de A par rapport à

R1 (O,X1,Y1,Z1), dans la base Serret Frenet

- 2) Écrire, dans la base de R , la vitesse d'entraînement, l'accélération d'entraînement et l'accélération de Coriolis

- 3) en déduire la vitesse et l'accélération de A par rapport à R, exprimées dans la base de R1.

- 4) Retrouver ces résultats directement à partir des composantes de

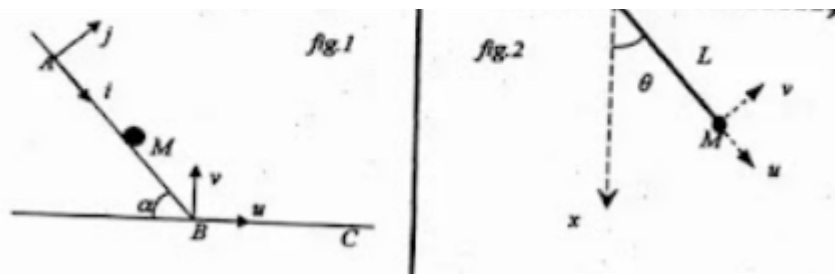
OA dans la base de R.



### EX3:

Un pendule est constitué d'une masse  $m$  accrochée au point  $m$  à un fil de masse négligeable et de longueur  $L$ . Le fil est repéré par rapport à la verticale par l'angle  $\theta$ . Le mouvement s'effectue sans frottement.

- 1) Faire le bilan des forces .
- 2) Calculer les moments des forces par rapport au point O origine du repère fixe R (Oxyz).
- 3) Calculer la vitesse du point M par rapport à R.
- 4) Calculer le moment cinétique de M au point O.
- 5) En utilisant le théorème du moment cinétique, établir l'équation différentielle en  $\theta$ , du mouvement de M par rapport à R.



### EX4:

On considère un ressort de longueur à vide  $l_0$  et de constante de raideur  $k$  attachée solidement à un point fixe S.

L'autre extrémité du ressort est constituée d'une masse  $m$  qui peut glisser sans frottement le long d'une tige horizontale. On repère la position de la masse sur cette tige par l'abscisse  $x$

La tige se trouve à une distance  $d$  du point S telle que  $OS=d$ .

- 1) Calculer l'énergie potentielle du ressort  $E_p(x)$  en fonction de  $k$ ,  $d$ ,  $l_0$  et  $x$ .
- 2) Quelles sont les positions d'équilibre  $x_e$  de la masse  $m$  dans les deux cas suivants :
  - a)  $l > l_0$ .
  - b)  $l < l_0$ .
- 3) Étudier dans chacun des cas précédents la stabilité de l'équilibre

