



TD Limite de fonctions - Continuité

Exercice1:

Dire si les fonctions suivantes sont prolongeables par continuité à \mathbb{R} tout entier :

1. $f(x) = \sin(x) \sin(1/x)$ si $x \neq 0$;
2. $g(x) = \cos(x) \cos(1/x)$ si $x \neq 0$;
3. $h(x) = \sin(x+1) \ln|1+x|$ si $x \neq -1$.

Exercice2:

Étudier les limites suivantes :

1. $\frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}$ en 1
2. $\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ en 1
3. $\frac{x^3+x+5}{5x^3+7x^2+8}$ en $+\infty$
4. $\sqrt{x^2+2x}-x$ en $+\infty$
5. $x^5 e^{-x^2}$ en $+\infty$
6. $\frac{x+\cos x}{x+\sin x}$ en $+\infty$
7. $\frac{x \ln x + 7}{x^2 + 4}$ en $+\infty$
8. $\frac{4 \sin^2 x + 3 \cos(5x)}{x}$ en $+\infty$.

Exercice 3 :

Étudier les limites suivantes :

1. $\frac{e^{3x} + 2x + 7}{e^x + e^{-x}}$ en $+\infty$
2. $\frac{\sqrt{1+x} - \left(1 + \frac{x}{2}\right)}{x^2}$ en 0
3. $\frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$ en $+\infty$
4. $\frac{\sqrt{2x^2 + 5x + 9} - 3}{x}$ en 0
5. $\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$ en $+\infty$



Exercice 4:

En utilisant la définition du nombre dérivé, déterminer les limites suivantes :

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x+2} - e^2}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{x-1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\exp(\cos x) - 1}{x - \frac{\pi}{2}}.$$

Exercice 5:

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Montrer que f est discontinue en tout point.

easy ways