Le dipôle électrostatique

1) Potentiel créé par le dipôle en un point éloigné:

Définition:

Un dipôle électrostatique est un doublet électrique constitué de deux charges ponctuelles opposées, q en P el -q en N (q > O) dont la dimension L=NP est supposée petite devant les autres dimensions mises en jeu.

Moment dipolaire (électrique):

On appelle moment dipolaire (électrique) d'un dipôle le vecteur (polaire)

$$\overline{p}=q\overline{NP}$$

L'unité S.I. de moment électrique est le coulomb-mètre(symbole C.m).

Pour les moments dipolaires des molécules, on utilise une unité plus adaptée: le debye (D).

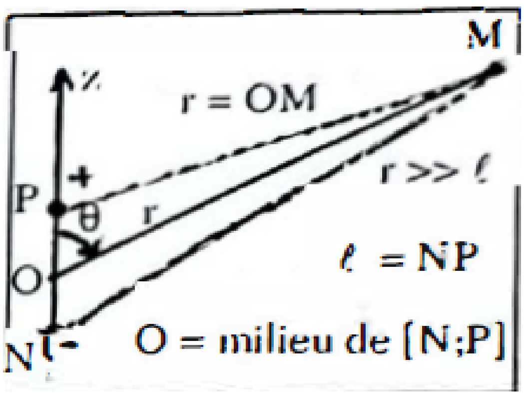
$$\textbf{1 Debye} = \frac{1}{3}\times 10^{-29}\,\textbf{C.m}$$

Expression du potentiel électrique en un point éloigné du dipôle:

Le potentiel V(M) créé par le dipôle en un point M s'écrit :

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{PM} - \frac{1}{NM}\right] \text{ avec } \frac{1}{PM} = \frac{1}{r}\left(1 - 2\frac{L}{2r}\cos(\theta) + \frac{L^2}{4r^2}\right)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\text{et } \frac{1}{NM} = \frac{1}{r}\left(1 + 2\frac{L}{2r}\cos(\theta) + \frac{L^2}{4r^2}\right)^{\frac{-1}{2}}$$



Un développement limité de $\frac{1}{PM}$ et $\frac{1}{NM}$ suivant les puissances croissantes de $\frac{1}{r}$ donne : $\frac{1}{PM} \simeq \frac{1}{r} + \frac{L}{2r^2}\cos(\theta) + o(\frac{1}{r^2})$ et $\frac{1}{NM} = \frac{1}{r} - \frac{L}{2r^2}\cos(\theta) + o(\frac{1}{r^2})$

Ainsi le potentiel V(M) en un point M éloigné du dipôle admet pour partie principale l'expression : $V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p.\cos(\theta)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overline{p}.\overline{e_r}}{r^2}$

Le potentiel d'un dipôle électrique varie comme 1/r² alors que celui d'une seule charge ponctuelle varie comme 1/r.

2) Champ du dipôle en un point éloigné:

Le champ électrostatique eu M s'écrit $\overline{E(M)} = -\overline{grad_M}$ (V) et a pour composantes en coordonnées sphériques en un point éloigné du dipôle :

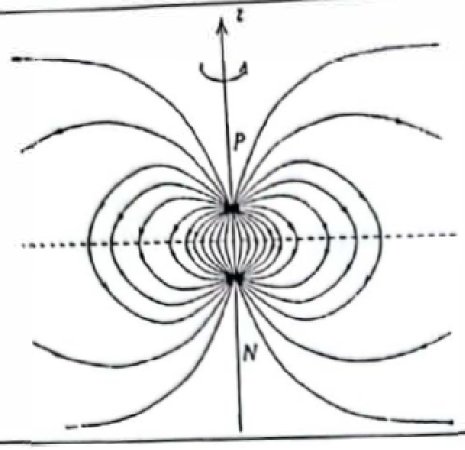
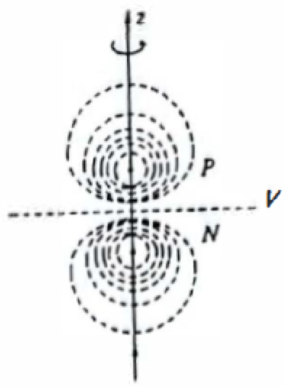
$$\overline{E} = \{ E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p.\cos(\theta)}{r^3} \quad E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p.\sin(\theta)}{r^3} \quad E_\varphi = 0 \}$$

Le champ du dipôle varie comme $1/r^3$ alors que celui d'une charge ponctuelle varie comme 1/r².

Lignes de champ et surfaces équipotentielles:

Surfaces équipotentielles: elles vérifient l'équation: $r = r_0\sqrt{|\cos(\theta)|}$

Lignes de champ: elles vérifient l'équation $r = r_0\sin^2(\theta)$

Allure des lignes de champ	Allure des surfaces équipotentielles.
	

3) Actions subies par un dipôle passif dans un champ appliqué:

a)Action d'un champ extérieur uniforme:

Placé dans un champ extérieur uniforme $\overline{E_\theta}$ un dipôle électrostatique de moment dipolaire $\overline{p}$ est soumis à des actions mécaniques qui se réduisent à un couple de moment $\overline{\Gamma}$ = $\overline{p} \wedge \overline{E_0}$
Ce couple tend à orienter le dipôle dans la direction et le sens du champ extérieur appliqué.

b) Action d'un champ extérieur non uniforme:

En présence d'un champ appliqué non uniforme $\overline{E_{ext}}$ et en supposant les dimensions du dipôle très petites devant l'échelle des variations spatiales de $\overline{E_{ext}}$, le dipôle est soumis:

- D'une part à l'ordre zéro comme précédemment au moment des forces : $\overline{\Gamma}$o = $\overline{p} \wedge \overline{E_{ext}}$(O) , oû $\overline{E_{ext}}$(O) est le champ au centre O du dipôle.
- D'autre part à l'ordre 1 de la résultante non nulle des forces électrostatiques, donnée par: $\overline{F}$ = $(\overline{p}.\ \overline{grad})\ \overline{E_{ext}}$(O)

⇒Celle résultante des forces appliquées au dipôle tend à entraîner le dipôle électrostatique vers les régions de champ intense.

c) Etude énergétique:

L'énergie du dipôle:

C'est l'énergie mutuelle U des 2 charges (énergie interne car associée à des forces internes au dipôle). De façon générale, l'énergie mutuelle d'interaction électrostatiques entre charges ponctuelles q_i placées en des points où existe le potentiel V_i (potentiel sur q_i dû à toutes les autres charges) est donnée par la relation: U = $\frac{1}{2}\sum q_i V_i$

Pour un dipôle constitué des charges -q et +q on a U = $\frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 L}$

Généralisation:

On cherche à déterminer l'énergie ε d'un système de N charges ponctuelles. Considérons un système de trois charges q_1,$q_2$et q_3. Pour déterminer l'énergie de ce système, on ajoute à celle du système de deux charges le travail fourni par l'opérateur pour amener la charge q_3 de l'infini en M_3. Ce travail est:

$$W_{op}(q_3) = q_3[V_2(M_3) + V_1(M_3)]$$

On obtient donc :

$$\varepsilon_p = \frac{1}{2}[q_1[V_2(M_1) + V_3(M_1)] + q_2[V_1(M_2) + V_3(M_2)] + q_3[V_1(M_3) + V_2(M_3)]$$

Le facteur $\frac{1}{2}$ permet de ne pas prendre en compte 2 fois le travail de l'opérateur pour chaque couple de charge. En notant V(M_i) le potentiel créé par les autres charges au point M_i occupé par la charge q_i , on obtient :

$$\varepsilon_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} q_i \mathrm{V}(M_i)$$

Cette expression peut être généralisée à un ensemble de N charges ponctuelles en interaction:

$$\varepsilon_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i \mathrm{V}(M_i)$$

Nous pouvons à présent généraliser cette expression à des distributions de charges volumiques ou surfaciques.

- distribution de charges volumique caractérisée par une densité volumique de charges p($\bar{r}$) : $\varepsilon_p = \frac{1}{2}\int\int\int_{\tau} \mathrm{p}(\bar{r}).\mathrm{V}(\bar{r})\, \mathrm{d}\tau$
- distribution de charges surfacique caractérisée par une densité surfacique de charges σ($\bar{r}$) : $\varepsilon_p = \frac{1}{2}\int\int\int_{S} \sigma(\bar{r}).\mathrm{V}(\bar{r})\, \mathrm{d}S$

Énergie d'un dipôle:

Énergie interne d'un dipôle rigide:

Le dipôle, constitué de deux charges opposées, est un système lié d'énergie propre négative : cela signifie qu'il faut fournir de l'énergie pour séparer les charges +q et -q et les éloigner infiniment l'une de l'autre. L'énergie électrostatique du doublet de charge a pour expression:

$$\varepsilon_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{NP}$$

Énergie d'interaction d'un dipôle avec un camp:

On considère un dipôle rigide constitué de deux charges +q et -q et situé dans un champ électrique extérieur $\overline{E}$ dont les variations sont faibles à l'échelle du dipôle. On recherche l'énergie que doit fournir un opérateur pour amener le dipôle considéré comme indéformable d'une position située à l'infini à sa position finale : cette énergie serait nécessaire pour arracher le dipôle à un champ électrique , nous l'appellerons « énergie d'interaction du dipôle avec un champ».

Ce travail à pour expression : $W_{op} = q\ (V\ (P) - V\ (N))$

Dans l'approximation dipolaire, la variation du champ électrique sur un espace de la dimension du dipôle est infime et peut être assimilée à une différentielle. La différence de potentiel opposée de la circulation du champ électrique, est donnée par le produit du champ par la longueur du dipôle. Nous pouvons donc écrire :

$$W_{op} = q\ (V\ (P) - V\ (N)) = -q\overline{NP}.\overline{E} = -\overline{p}.\overline{E}$$

Nous retiendrons cette expression de l'énergie d'interaction du dipôle avec le champ:

$$\varepsilon_p = -\overline{p}.\overline{E}$$

Nous retrouvons bien ce résultat déjà démontré : en présence d'un champ électrique, le dipôle sera dans une position stable lorsque son énergie d'interaction avec le champ électrique sera minimale, c'est-à-dire lorsque le moment dipolaire et le champ sont colinéaires et orientés dans le même sens.