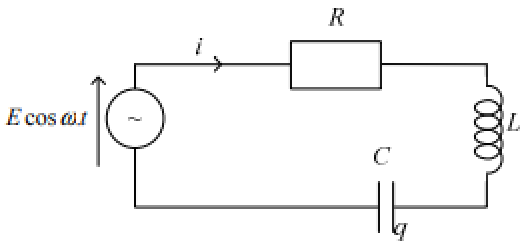
Régime sinusoïdale forcée

1. Circuit RLC en série

Le circuit RLC est alimenté par une tension sinusoïdale $E_g(t) =$ Ecosωt



Loi des mailles :

Ri + L $\frac{di}{dt}$ + $\frac{q}{C}$ = E_g(t) = Ecosωt

$\Leftrightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = \frac{E}{L}$cosωt

Le générateur sinusoïdale impose une solution sinusoïdale , c'est le régime sinusoïdale forcée

Notations

$\underline{E} = E_{max}e^{j\omega t}$

E_g = Ecosωt ⇒ E_g = E$e^{j\omega t}$

$\underline{q}(t) = Q_{max}e^{j(\omega t+\varphi)}$

$\underline{I} = I_{max}e^{j(\omega t-\varphi)} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = j\omega\, I_{max}e^{j(\omega t-\varphi)}$

$\Rightarrow \int i\,dt = \frac{1}{j\omega}\underline{I}$

Or Ri + L $\frac{di}{dt}$ + $\frac{q}{C}$ = E_g(t) = Ecosωt ⇔ Ri + L $\frac{di}{dt}$ + $\frac{1}{C}\int$ i dt = E_g(t) = Ecosωt

$\Leftrightarrow R\underline{I} + jL\omega\underline{I} + \frac{1}{jC\omega}\underline{I} = E_{max}e^{j\omega t} = \underline{E}$

$\Leftrightarrow (R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega})\,\underline{I} = \underline{E}$

$\Rightarrow \underline{Z}\,.\,\underline{I} = \underline{E}$

Tel que $\underline{Z}$ est l'impédance complexe du circuit RLC série .

Avec : $\underline{Z}_R = R$

$\underline{Z}_L = jL\omega$

$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$

Remarque : L'admittance est définie par $Y = \frac{1}{Z}$.

Si on a une association en série : $\underline{Z}_{éq} = \sum_i \underline{Z}_i$

en parallèle : $\underline{Y}_{éq} = \sum_i \underline{Y}_i$

$\underline{U}_R = R\underline{I}$

$\underline{U}_L = jL\omega\underline{I}$

$\underline{U}_C = \frac{1}{jC\omega}\underline{I}$

$\underline{E} = E_{max} e^{j\omega t}$

$\underline{Z} \cdot \underline{I} = \underline{E} \Rightarrow \underline{Z} = \underline{E} / \underline{I} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$

$|\underline{Z}| = \frac{E}{I} = [R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2]^2$ (tel que $E_{max} \Leftrightarrow$ E et $I_{max} \Leftrightarrow I$)

Arg($\underline{Z}$) = φ = Arctg ($\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$)

Cas ou le condensateur est résistif ($\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\varphi = 0$)

$\underline{Z}$ = R et $I = I_{max} = \frac{E}{R}$

tel que ω_0 est la pulsation de résonance de courant .

Remarque : E = $U_L + U_c + U_R$ (E,U_L,U_c,U_R sont les amplitudes)

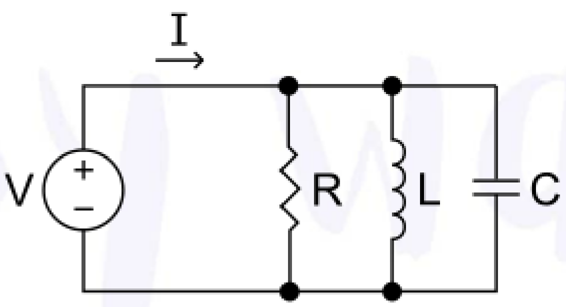
Valeur moyenne : $<f(t)> = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)dt$

Valeur efficace : $F_{eff}^2 = <f^2(t)> = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t)dt$

Remarque : en régime sinusoïdale : $<f(t)> = 0$

$<f^2(t)> = \frac{F^2}{2} \Rightarrow F_{eff} = \frac{F}{\sqrt{2}}$

2. Circuit RLC en parallèle



$\underline{Y} = 1/\underline{Z} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C$

$= \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega$

On appliquant le diviseur de courant : $\underline{I}_R = (\underline{Y}_R / \underline{Y}) \cdot \underline{I}$

$\underline{I}_L = (\underline{Y}_L / \underline{Y}) \cdot \underline{I}$

$\underline{I}_C = (\underline{Y}_C / \underline{Y}) \cdot \underline{I}$

3. Puissances en régime sinusoïdale

3.1. Puissance instantanée

$p(t) = u(t).i(t)$=U.cos(ωt).I.cos(ωt-φ)

=UI.cos(ωt).cos(ωt-φ)

=$\frac{UI}{2}$[cos(ωt-φ)+cos(φ)]

3.2. Puissance moyenne

$<p(t)> = \mathrm{P} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{UI}{2}\cos(\varphi) = U_{eff}.I_{eff}.\cos(\varphi)$

P est appelé aussi la puissance active ; dissipée par effet Joule dans le dipôle

3.3. Puissance complexe

$\underline{\mathrm{P}} = \frac{1}{2}\underline{\mathrm{U}}.\underline{\mathrm{I}}^*$

$= \frac{1}{2}\mathrm{UI}\cos(\varphi) + j.\frac{1}{2}\mathrm{UI}\sin(\varphi)$

$= \quad \mathrm{P} \quad + j.Q$, Tel que Q est la puissance réactive (en VAR)

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{1}{2}\mathrm{U.I}$; $\underline{S} = \underline{\mathrm{P}}$, Tel que S est la puissance apparente (en VA)

4. Facteur de puissance

$F_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} \leq 1$

en régime sinusoïdale $F_p = \cos(\varphi)$

Relèvement du F_p

Après avoir fait une expérience avec deux circuits ; l'un contient un charge et l'autre contient une charge et un condensateur en parallèle , on constate que le condensateur n'absorbe pas de puissance active .