Energie et actions électrostatiques

1- Energie potentielle électrostatique

a- Energie électrostatique d'une charge ponctuelle

Définition :

l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique est égale au travail qu'il faut fournir pour amener de façon quasi- statique cette particule de l'infini à sa position actuelle.

Prenons une particule de charge q placée dans un champ $\vec{E}$. Pour la déplacer de l'infini vers un point M, un opérateur doit fournir une force qui s'oppose à la force de Coulomb. Si ce déplacement est fait suffisamment lentement, la particule n'acquiert aucune énergie cinétique. Cela n'est possible que si, à tout instant , $\overrightarrow{F_{ext}} = -\vec{F} = -q\vec{E}$,Le travail fourni par l'opérateur sera donc

$$W(M) = \int_{\infty}^{M} dW = \int_{\infty}^{M} \overrightarrow{F_{ext}} \cdot \overrightarrow{dr} = -\int_{\infty}^{M} q\vec{E} \cdot \overrightarrow{dr} = q\left[V(M) - V(\infty)\right]$$

Puisqu'on peut toujours définir le potentiel nul à l'infini, on obtient l'expression suivante pour l'énergie électrostatique d'une charge ponctuelle située en M

$$W_e = q*V$$

On voit donc que le potentiel électrostatique est une mesure (à un facteur q près) de l'énergie électrostatique : c'est dû au fait que V est lié à la circulation du champ. Autre remarque importante : l'énergie est indépendante du chemin suivi.

b Energie électrostatique d'un ensemble de charges ponctuelles

Dans la section précédente, nous avons considéré une charge q placée dans un champ $\vec{E}$ extérieur et nous avons ainsi négligé le champ créé par la charge elle-même. Mais lorsqu'on a affaire à un ensemble de N charges ponctuelles q_i , chacune d'entre elles va créer sur les autres un champ électrostatique et ainsi mettre en jeu une énergie d'interaction électrostatique.

Quel sera alors l'énergie potentielle électrostatique de cet ensemble de charges ?
Soit la charge ponctuelle q_1 placée en P_1. On amène alors une charge q_2 de l'infini jusqu'en P_2.
c'est à dire que l'on fournit un travail $W_2 = q_2 V_1(P_2) = q_1 V_2(P_1) = W_1$ identique à celui qu'il aurait fallu fournir pour amener q_1 de l'infini en P_1 en présence de q_2 déjà située en P_2. Cela signifie que ce système constitué de 2 charges possède une énergie électrostatique

$$W_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r_{12}} = W_1 = W_2 = \frac{1}{2}\left(W_1 + W_2\right)$$

où $r_{12} = P_1P_2$.

Remarque : Dans cette approche, nous avons considéré q2 immobile alors que l'on rapprochait q_1. En pratique évidemment, c'est la distance entre les deux charges qui diminue du fait de l'action de l'opérateur extérieur à la fois sur q_1 et q_2 (avec $\overrightarrow{F_{ext/1}} = -\overrightarrow{F_{ext/2}}$ puisque $\overrightarrow{F_{1/2}} = -\overrightarrow{F_{2/1}}$)

On aurait aussi bien pu calculer le travail total fourni par l'opérateur en évaluant le déplacement de q_1 et de q_2 de l'infini à la distance intermédiaire (« M/2 »). Une autre façon de comprendre cela, c'est de réaliser que nous avons évalué le travail fourni par l'opérateur dans le référentiel lié à q_2 (immobile). Celui-ci est identique au travail évalué dans un référentiel fixe (où q_1 et q_2 se déplacent) car le déplacement des charges s'effectue de manière quasi-statique (aucune énergie n'a été communiquée au centre de masse).

Si maintenant on amène une 3ème charge q3 de l'infini jusqu'en P3 (q1 et q2 fixes), il faut fournir un travail supplémentaire

$$W_3 = q_3 V_{1+2}(P_3) = q_3\left(V_1(P_3) + V_2(P_3)\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_3 q_2}{r_{23}}\right)$$

correspondant à une énergie électrostatique de ce système de 3 charges

$$W_e = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_3 q_2}{r_{23}}\right)$$

Ainsi, on voit qu'à chaque <u>couple</u> $q_i q_j$ est associée une énergie potentielle d'interaction. Pour un système de N charges on aura alors

$$W_e = \sum_{couples} q_i V_j = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \sum_{j\neq i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i V_i$$

où le facteur 1/2 apparaît parce que chaque couple est compté deux fois. L'énergie électrostatique d'un ensemble de N charges ponctuelles est donc

$$\boxed{\begin{array}{l} W_e = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} q_i V_i(\mathrm{P}_i) \\ \text{où } \; V_i(\mathrm{P}_i) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\sum_{j\neq i}\dfrac{q_j}{r_{ij}} \end{array}}$$

est le potentiel créé en P_i par toutes <u>les autres</u> charges.

Pour une distribution continue de charges, la généralisation de la formule précédente est évidente. Soit dq la charge située autour d'un point P quelconque de la distribution. L'énergie électrostatique de cette distribution s'écrit

$$\boxed{\begin{array}{l} W_e = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{distribution} dq V(\mathrm{P}) \\ \text{où } \; V(\mathrm{P}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_{distribution}\dfrac{dq(P')}{PP'} \end{array}}$$

Exemple 2 : Le dipôle

Soit un dipôle électrostatique placé dans un champ électrostatique $\overrightarrow{E_{ext}}$ On s'intéresse à l'énergie potentielle d'interaction électrostatique entre ce dipôle et le champ et non pas à celle qui existe entre la charge +q et –q du dipôle lui-même. On considère donc le dipôle comme un système de deux charges, -q placée en un point A et +q en B, <u>n'interagissant pas entre elles</u>. L'énergie électrostatique de ce système de charges est simplement

$$W_e = -qV_{ext}(A) + qV_{ext}(B) = -q\int_A^B \overrightarrow{E_{ext}}\cdot\overrightarrow{dr} \approx -q\,\overrightarrow{E_{ext}}\cdot\overrightarrow{AB}$$

ce qui donne

$$\boxed{W_e = -\vec{p}\cdot\overrightarrow{E_{ext}}}$$

où $\vec{p} = q\,\overrightarrow{AB}$ est le moment dipolaire électrique.

Remarque : L'énergie électrostatique entre la charge +q et –q du dipôle lui-même est $W_e = \dfrac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 AB} = \vec{p}\cdot\overrightarrow{E(B)}$.

Si le champ extérieur est bien supérieur au champ créé par la charge –q en B, alors cela signifie que le dipôle est profondément modifié (voire brisé) par le champ : l'énergie d'interaction est supérieure à l'énergie interne de liaison. Cependant, la distance AB étant en général très petite, cela ne se produit pas et le dipôle se comporte comme un système lié, sans modification de son énergie interne (ceci n'est pas tout à fait exact : un champ extérieur peut faire osciller les deux charges autour de leur position d'équilibre, induisant ainsi une variation de leur énergie de liaison).