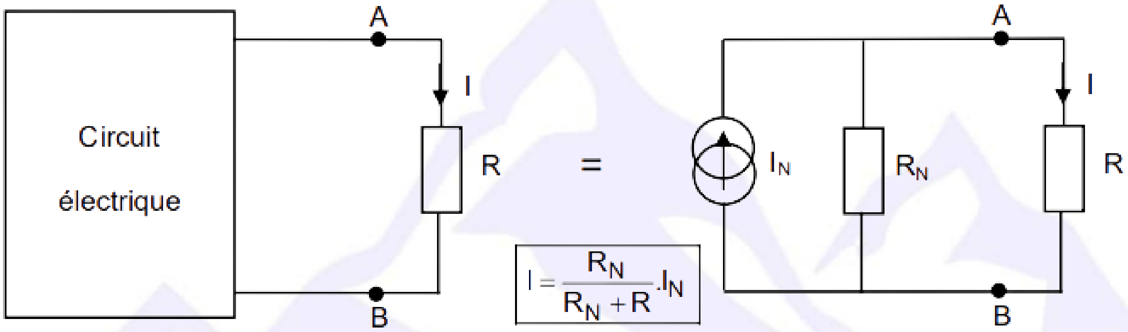
Méthodes théorèmes généraux

1.Théorème de Norton :

Le théorème de Norton va nous permettre de réduire un circuit complexe en générateur de courant réel. Ce générateur possède une source de courant (I_N) en parallèle avec une résistance (R_N),

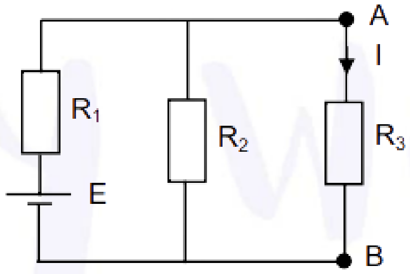


Principe

Le courant de Norton I_N est obtenu par calcul ou par une mesure après avoir court-circuité les bornes A et B, La résistance interne R_N s'obtient de la même façon que celle du théorème de Thévenin ($R_N = R_{Th}$),

Application

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



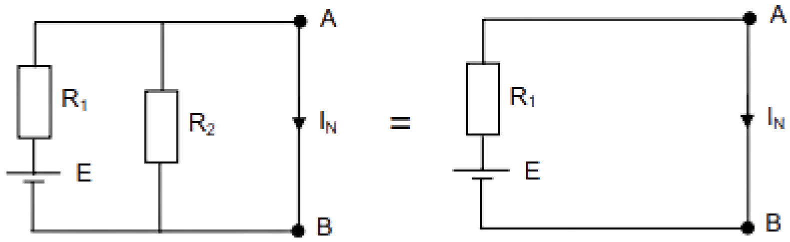
On donne : E = 8 V ; R_1 = 4 Ω ; R_2 = 12Ω ; R_3 = 9 Ω

Calculer le courant I qui traverse la résistance R3 en appliquant le théorème de Norton.

Solution :

Calcul de I_N

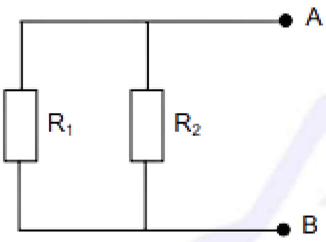
On débranche la résistance R_3 et on court-circuite les bornes A et B, la configuration sera donc :



$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{8}{4} = 2\,A$$

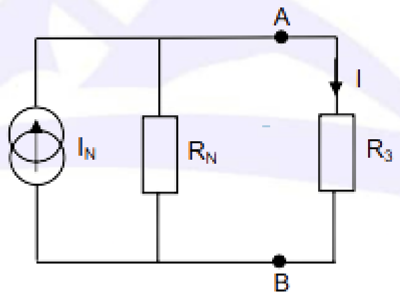
Calcul de R_N

R_3 étant toujours débranchée, on court-circuite E, la configuration sera donc :



$$R_{Th} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\,\Omega$$

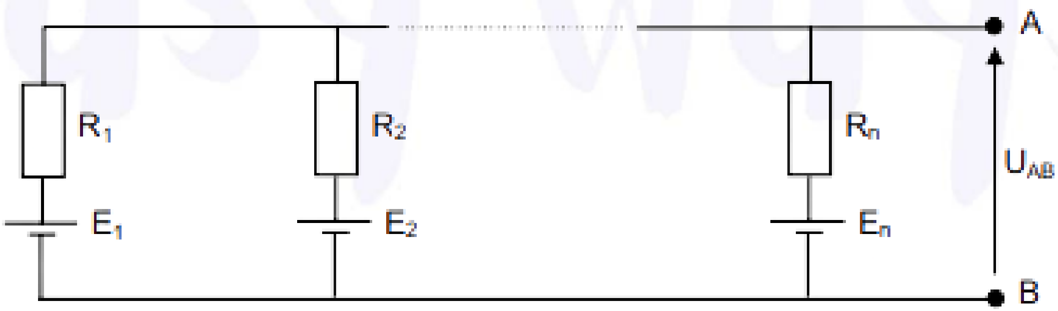
Calcul de I



$$I = \frac{R_N}{R_N + R_3} I_N = \frac{3}{3+9} 2 = 0{,}5\,A$$

2.Théorème de Millmann :

Ce théorème très pratique permet de déterminer la différence de potentiel aux bornes de plusieurs branches en parallèle (U_{AB})



Principe

$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i.Y_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i}$$

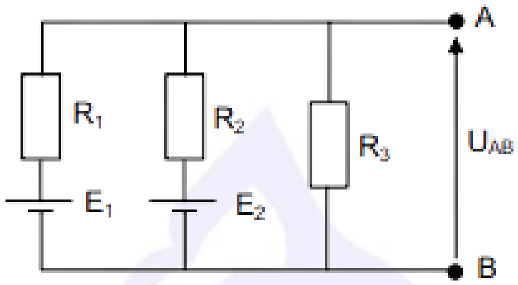
Tel que : i est le numéro du branche

Y est l'admittance du branche

Remarque : Si dans une branche, il n'y a pas de générateur, on considère que la f.e.m correspondante est nulle,

Application

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



On donne : E_1 = 5 v ; E_2 = 20 v ; R_1 = 5 Ω ; R_2 = R_3 = 10 Ω

Calculer U_{AB}

Solution :

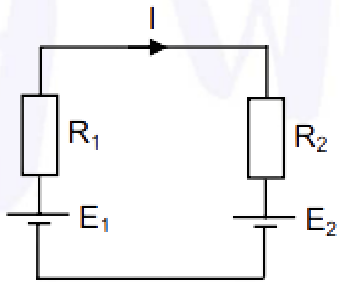
$$U_{AB} = \frac{-\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}-\frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{-2+\frac{5}{1}-\frac{4}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}} = 0,75V$$

3.Théorème de Superposition :

Dans un circuit électrique linéaire comprenant plusieurs sources indépendantes, l'intensité de courant électrique dans une branche est égale à la somme algébrique des intensités produites dans cette branche par chacune des sources considérées isolement, les autres sources étant court-circuités.

Principe

Soit le circuit électrique ci-contre, on se propose de déterminer le courant I qui circule.



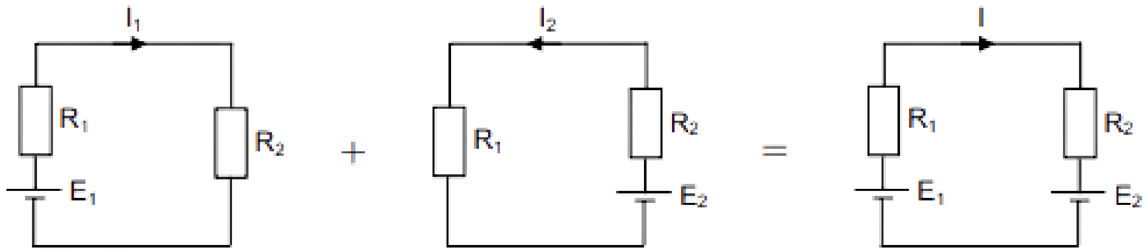
D'après la loi d'ohm généralisé :

$$I = \frac{E_1-E_2}{R_1+R_2} = \frac{E_1}{R_1+R_2} - \frac{E_2}{R_1+R_2}$$

On peut alors imaginer deux circuits indépendants tel que :

I_1 correspond au courant qui circule dans un circuit (1),

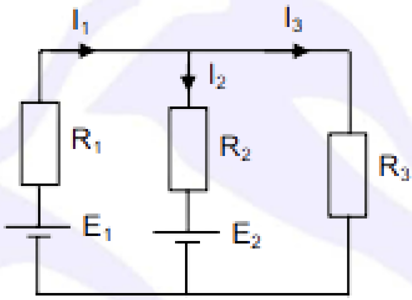
I_2 correspond au courant qui circule dans un circuit (2),



Application

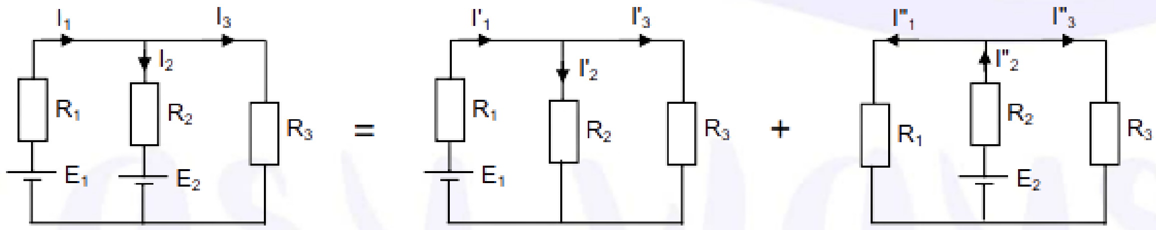
Soit le circuit suivant, on se propose de déterminer les intensités des courants dans les trois branches par la méthode de superposition.

Avec : R_1 = 2 Ω ; R_2 = 5 Ω ; R_3 = 10 Ω E_1 = 20 V ; E_2 = 70 V



Solution :

D'après le théorème de superposition, l'état initial est équivalent à la superposition des états distincts (1) et (2),



Les courants réels I_1 ; I_2 et I_3 sont données par :

$$\begin{cases} I_1 = I_1' - I_1'' \\ I_2 = I_2'' - I_2' \\ I_3 = I_3' + I_3'' \end{cases} \Rightarrow \quad \text{Il faut donc calculer : } I_1' ; I_2' ; I_3' \text{ et } I_1'' ; I_2'' ; I_3''$$

a) Calcul de I'_1 ; I'_2 et I'_3 dans le premier cas :

$$\begin{cases} I_1' = \dfrac{E_1}{R_1 + \dfrac{R_2 . R_3}{R_2 + R_3}} = \dfrac{20}{2 + \dfrac{5 \times 10}{15}} = 3{,}75 \text{ A} \\ I_2' = \dfrac{R_3}{R_1 + R_2} . I_1' = 3{,}75 . \dfrac{10}{15} = 2{,}5 \text{ A} \\ I_3' = \dfrac{R_2}{R_2 + R_3} . I_1' = 3{,}75 . \dfrac{5}{15} = 1{,}25 \text{ A} \end{cases}$$

b) Calcul de I''$_1$; I''$_2$ et I''$_3$ dans le deuxième état :

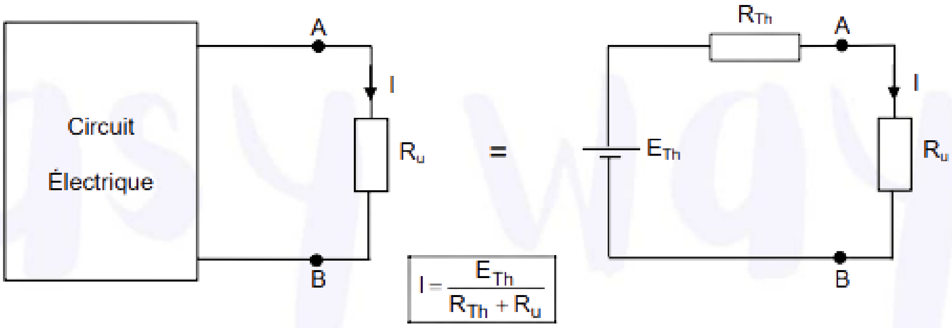
$$\begin{cases} I''_2 = \dfrac{E_2}{R_2 + \dfrac{R_1.R_3}{R_1+R_3}} = \dfrac{70}{5+\dfrac{2\times 10}{12}} = 10{,}5\ A \\ I''_1 = \dfrac{R_3}{R_1+R_2}.I''_2 = 10{,}5.\dfrac{10}{12} = 8{,}75\ A \\ I''_3 = \dfrac{R_1}{R_1+R_3}.I''_2 = 10{,}5.\dfrac{2}{12} = 1{,}75\ A \end{cases}$$

c) Calcul de I$_1$; I$_2$ et I$_3$ dans l'état réel

$$\begin{cases} I_1 = I'_1 - I''_1 = 3{,}75 - 8{,}75 = -5\ A \\ I_2 = I''_2 - I'_2 = 10{,}5 - 2{,}5 = 8\ A \\ I3 = I'_3 + I''_3 = 1{,}25 + 1{,}75 = 3\ A \end{cases}$$

4.Théorème de Thévenin :

Les deux méthodes précédentes permettent de calculer tous les courants dans le réseau alors que ceci n'est pas toujours indispensable,
Souvent on est appelé à connaître le courant dans une seule branche, pour cette raison on se propose de chercher une méthode pratique,
Considérons un circuit complexe qui comporte des générateurs ou des récepteurs réels. Le problème consiste à remplacer ce circuit complexe (dipôle actif), vues de ces deux bornes A et B par un générateur équivalent dit générateur de Thévenin,
Ce générateur possède une source de Thévenin (E_{Th}) en série avec une résistance (R_{Th}),



Principe

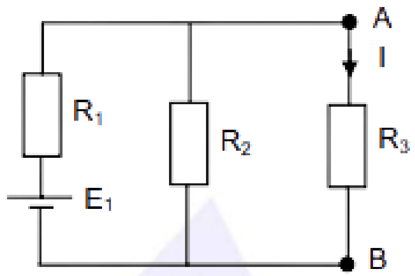
Le théorème de Thévenin permet de transformer un circuit complexe en un générateur de Thévenin dont :
La valeur de la source de Thévenin E_{Th} (U_{AB}) est donnée par la mesure ou le calcul de la tension de sortie à vide (la charge étant débranchée),
La valeur de la résistance interne R_{Th} est mesurée ou calculée vues des bornes de sorties A et B, avec les conditions suivantes ;
- La résistance de la charge est débranchée,
- Court-circuiter les générateurs de tension, en gardant les résistances internes,
- Débrancher les sources de courants,

Application

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :

On donne : E = 8 V ; R_1 = 4 Ω ; R_2 = 12Ω ; R_3 = 9 Ω

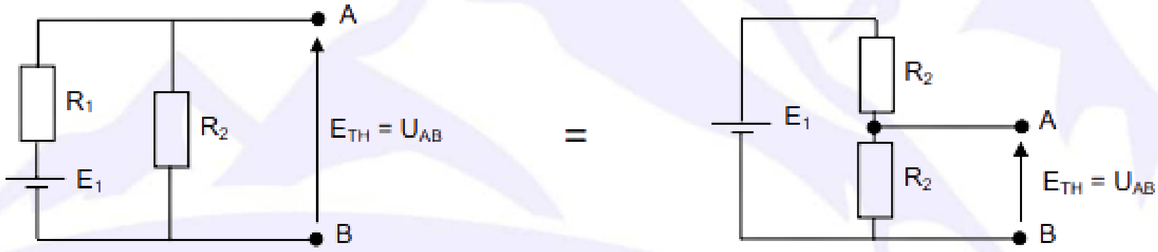
Calculer le courant I qui traverse la résistance R_3 en appliquant le théorème de Thévenin,



Solution :

Calcul de E_{Th}

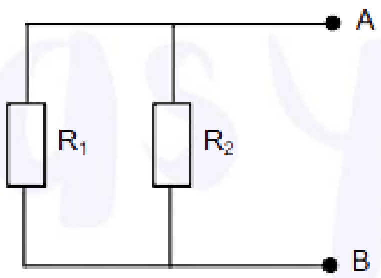
On débranche la résistance R_3, la configuration sera donc :



$$E_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{12}{4+12} = 6\ V$$

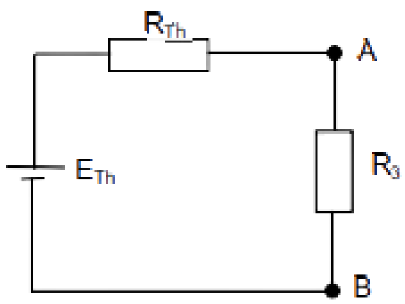
Calcul de R_{Th}

R_3 étant toujours débranchée, on court-circuite E, la configuration sera donc :



$$R_{Th} = \frac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4+12} = 3\ \Omega$$

Calcul de I



$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_3} = \frac{6}{3+9} = 0{,}5\ A$$