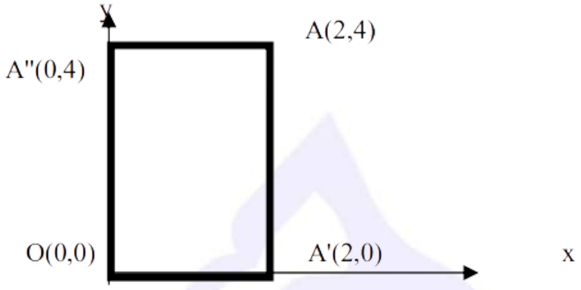
TD étude énergétique d'un point matériel

Ex 1



On considère une particule qui se déplace dans le champ de forces F :

$$F = (x - ay)\vec{i} + (3y - 2x)\vec{j}$$

Ou $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires du repère cartésien Oxy

1. Calculer le travail reçu par la particule en fonction de a :

a. Si elle se déplace en ligne droite du point O(0,0) au point A(2, 4).

b. Si elle se déplace de O en A suivant le trajet OA'A (A' projection de A sur Oy).

c. Si elle se déplace de O en A suivant le trajet OA"A (A" projection de A sur Ox). Conclure?

2. Calculer, en fonction de a, le travail reçu par la particule qui effectue un tour le long du cercle centré en O et de rayon 2, dans le sens trigonométrique.

3. Pour quelle valeur de a le champ de force F dérive t-il d' une énergie potentielle V(x,y).

4. Déterminer V(x,y).

Ex 2

Une particule est soumise à une force définie par ses coordonnées cartésiennes :

$$F = (x + 2y + \alpha z)\vec{i} + (\beta x - 3y - z)\vec{j} + (4x + \gamma y + 2z)\vec{k}$$

Où , β , γ sont des constantes. x, y, z sont en mètre et F en newton.

1. Trouver les valeurs de α , β , γ pour que F dérive d'un potentiel.

2. Trouver l'expression du potentiel Ep (x, y, z) dont dérive la force sachant que Ep (0, 0, 0) = 2

Ex 3

Soit $\mathfrak{R}(O, xyz)$ un référentiel orthonormé direct et Galiléen, muni de la base (i , j , k) .

Soit M un point matériel de masse m.

Le point M glisse sans frottement le long de la tige (T) qui tourne dans le plan horizontal (xoy) autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ω ($\varphi = \omega t$ et $\omega > 0$).

M est soumis, en plus de son poids P et de la réaction de la tige R , à une force $F = Fe_\rho$.

Dans ces conditions, le mouvement de M le long de la tige suit la loi $OM = at\, e_\rho$ (t étant le temps et a une constante positive). (e_ρ , e_φ , k) est la base cylindrique liée à la tige.

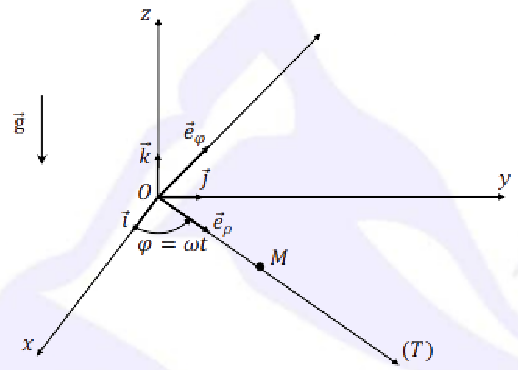
N.B : Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base (e_ρ , e_φ , k).

(voir figure ci-dessous)

1. Calculer la vitesse $V(M/\mathfrak{R})$ et l'accélération $\gamma(M/\mathfrak{R})$ de M dans $\mathfrak{R}$ en fonction de a, t et ω.

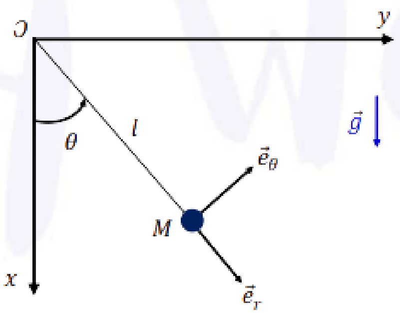
2. Déterminer $\sigma_o(M/\mathfrak{R})$ le moment cinétique en O du point M ainsi que sa dérivée par rapport au temps dans $\mathfrak{R}$.

3. Déterminer les moments dynamiques de chacune des forces agissant sur le point M.
4. En appliquant le théorème du moment cinétique, trouver les expressions des composantes de R .
5. Déterminer $Ec\ (M/\Re)$ l'énergie cinétique du point M dans $\Re$ ainsi que sa dérivée par rapport au temps dans $\Re$.
6. Déterminer les puissances de chacune des forces agissant sur le point M.
7. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, trouver l'expression de F .



Ex 4

On considère un pendule simple constitué d'un objet ponctuel M de masse m, accroché à un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable.
Son mouvement a lieu dans le plan vertical (xOy) du référentiel fixe $\Re(O, xyz)$.
On écarte le pendule d'un angle θ de sa position d'équilibre (θ = 0) et on le lâche sans vitesse initiale.
Les forces de frottement sont supposées inexistantes.
L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre g considéré comme uniforme.



1. Exprimer les forces appliquées au point M dans la base (e_r , e_θ , k).
2. Calculer $V\ (M/\Re)$ et $\gamma\ (M/\Re)$ respectivement les vecteurs vitesse et accélération de M dans $\Re$.
3. En appliquant le PFD dans le référentiel galiléen $\Re$:
a. Établir l'équation différentielle du mouvement dans le cas de faibles oscillations.
b. Résoudre cette équation différentielle.
4. Etablir l'expression de la tension T du fil.
5. Retrouver l'équation différentielle du mouvement en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.