Champ et Potentiel électrostatiques

On dit que dans un point M de l'espace règne un champ électrique $\vec{E}(M)$, si toute charge ponctuelle fixe en ce point subit la force électrostatique :

$$\vec{F}(M) = q_M \vec{E}(M)$$

1. Loi de coulomb

"L'intensité de la force électrostatique entre deux charges électriques est proportionnelle au produit des deux charges et est inversement proportionnelle au carré de la distance entre les deux charges. La force est portée par la droite passant par les deux charges"

2. Champ électrostatique

Le champ électrique est une grandeur vectorielle. Son unité dans le système international est le N/C ou le V/m ;

Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle q(P) en un point de l'espace :

$$\vec{E}(M) = K\frac{q}{r^2}\vec{u}\,; r = PM\,;\, \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$$

Champ électrostatique créé par une distribution discrète en un point de l'espace (Principe de superposition) :

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i(M) = \sum_{i=1}^{n} K\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u}_i \;\; ; r_i = P_iM\,;\, \vec{u}_i = \frac{\vec{r}_i}{r_i}$$

Champ électrostatique créé par une distribution continue en un point de l'espace (Principe de superposition) :

$$\vec{E}(M) = \int_{(D)} d\vec{E}(M) = \int_{(D)} K\frac{dq}{r^2}\vec{u} \;; r = PM\,;\, \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$$

Distribution linéique : $dq = \lambda dl$

$$\vec{E}(M) = \int_{(L)} K\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u}$$

Distribution surfacique : $dq = \sigma\, dS$

$$\vec{E}(M) = \int_{(S)} K \frac{\sigma dS}{r^2} \vec{u}$$

Distribution volumique : $dq = \rho \, dV$

$$\vec{E}(M) = \int_{(V)} K \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}$$

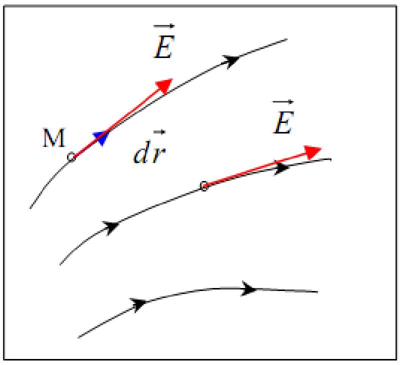
3. Topographie d'un champ électrique

3.1. Lignes de champ

Soit M un point d'une ligne de champ et $d\vec{r}$ le vecteur déplacement élémentaire sur une ligne de champ

Puisque $\vec{E}$ et $d\vec{r}$ sont colinéaires, on a :

$$d\vec{r} \wedge \vec{E} = \vec{0}$$



Cette relation permet d'obtenir les équations des lignes de champ. Dans le système de coordonnées cartésiennes, posons :

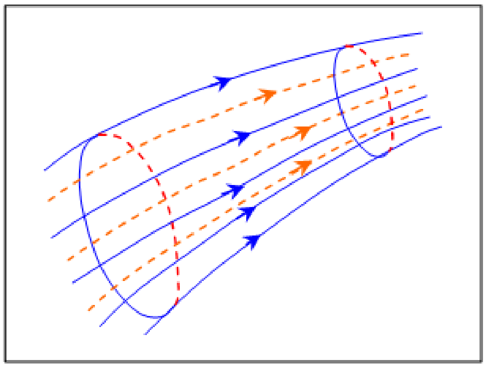
$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} \text{ et } d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

La relation conduit à :

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}$$

3.2 Tube de champ

L'ensemble des lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé constitue un tube de champ .



3.3. Surface équipotentielles

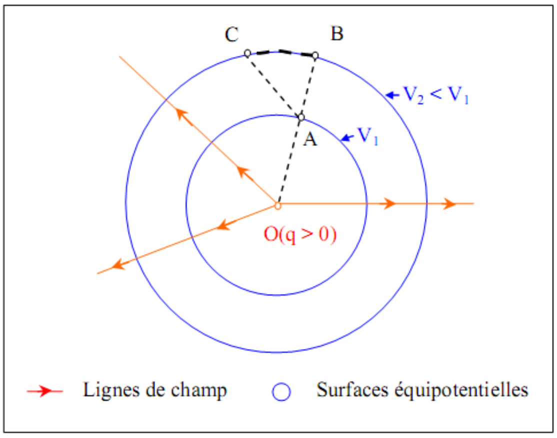
Ce sont des surfaces d'équation V = cste, c'est à dire d'égal potentiel .

$$\{M \in \mathcal{R}^2 / V(M) = cste\}$$

D'après la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{gradV}$, le champ $\vec{E}$ est normal aux surfaces équipotentielles et dirigé vers les potentiels décroissants (sans le signe moins dans cette relation, $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels croissants).

Dans cette figure , les surfaces équipotentielles et les lignes du champ $\vec{E}$ crée par une charge ponctuelle positive.
Les surfaces équipotentielles sont des sphères centrées en O, point où se trouve la charge.

La direction de $\vec{E}$, c'est à dire du gradient de V est la direction de la normale aux surfaces équipotentielles, celle où V varie le plus rapidement ; il est clair que pour passer de la valeur V1 à la valeur V2, le chemin le plus court est le segment AB.



4. Potentiel électrostatique

Le potentiel électrostatique est une grandeur scalaire. Son unité dans le système international est le Volt (V) ;

Potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle q(P) en un point de l'espace :

$$V(M) = K\frac{q}{r} + C \ ; \ r = PM$$

Potentiel électrostatique créé par une distribution discrète en un point de l'espace (Principe de superposition) :

$$V(M) = \sum_{i=1}^{n} V_i(M) = \sum_{i=1}^{n} K\frac{q_i}{r_i} + C \ ; \ r_i = P_iM$$

Potentiel électrostatique créé par une distribution continue en un point de l'espace (Principe de superposition) :

$$V(M) = \int_{(D)} dV(M) = \int_{(D)} K\frac{dq}{r} + C \, ; r = PM$$

Distribution linéique : $dq = \lambda dl$

$$V(M) = \int_{(L)} K\frac{\lambda dl}{r} + C$$

Distribution surfacique : $dq = \sigma\, dS$

$$V(M) = \int_{(S)} K\frac{\sigma dS}{r} + C$$

Distribution volumique : $dq = \rho\, dV$

$$V(M) = \int_{(\mathcal{V})} K\frac{\lambda dl}{r} + C$$

Relations entre champ et potentiel électrostatiques :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \, ; V = -\int \vec{E}.\vec{dl} + C$$

Remarque :

La constante d'intégration est calculée en utilisant les conditions à limites appropriées :

- Distribution infinies : $\lim_{r \to +\infty} V(r) = 0$
- Distributions finies : $V(N) = V_0$ (est un point interne ou externe à la distribution)