

у2018-4-4. Математика, криптография

А. Массовая проверка простоты

ограничение по времени на тест: 1.5 секунд
 ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
 ввод: стандартный ввод
 вывод: стандартный вывод

Целое число $p \geq 2$ является простым, если у него нет делителей кроме 1 и p . Необходимо для всех чисел во входном файле проверить простые они или нет.

Входные данные

В первой строке задано число n ($2 \leq n \leq 500\,000$). В следующих n строках заданы числа a_i ($2 \leq a_i \leq 2 \cdot 10^7$), которые нужно проверить на простоту

Выходные данные

Для каждого числа во входном файле выведите на отдельной строке «YES» или «NO» в зависимости от того, простое оно или нет.

Пример

входные данные	Скопировать
4 60 14 3 55	
выходные данные	Скопировать
NO NO YES NO	

В. Массовое разложение на множители

ограничение по времени на тест: 2 секунды
 ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
 ввод: стандартный ввод
 вывод: стандартный вывод

Дано много чисел. Требуется разложить их все на простые множители.

Входные данные

В первой строке задано число n ($2 \leq n \leq 300\,000$). В следующих n строках заданы числа a_i ($2 \leq a_i \leq 10^6$), которые нужно разложить на множители.

Выходные данные

Для каждого числа выведите в отдельной строке разложение на простые множители в порядке возрастания множителей.

Пример

входные данные	Скопировать
4 60 14 3 55	
выходные данные	Скопировать
2 2 3 5 2 7 3 5 11	

C. Большая проверка на простоту

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 64 мегабайта
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Дано n натуральных чисел a_i . Определите для каждого числа, является ли оно простым.

Входные данные

Программа получает на вход число n , $1 \leq n \leq 1000$ и далее n чисел a_i , $1 \leq a_i \leq 10^{18}$.

Выходные данные

Если число a_i простое, программа должна вывести YES, для составного числа программа должна вывести NO.

Пример

входные данные	Скопировать
4 1 5 10 239	
выходные данные	Скопировать
NO YES NO YES	

D. Китайская теорема

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 64 мегабайта
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Решите в целых числах систему уравнений

$$\begin{cases} x \equiv a \pmod{n} \\ x \equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

Гарантируется, что n и m взаимно просты. Среди решений следует выбрать наименьшее неотрицательное число.

Входные данные

Входной файл содержит четыре целых числа a, b, n и m ($1 \leq n, m \leq 10^6$, $0 \leq a < n$, $0 \leq b < m$).

Выходные данные

В выходной файл выведите искомое наименьшее неотрицательное число x .

Примеры

входные данные	Скопировать
1 0 2 3	
выходные данные	Скопировать
3	

входные данные	Скопировать
3 2 5 9	
выходные данные	Скопировать
38	

E. Взлом RSA

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 64 мегабайта

ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

В 1977 году Ronald Linn Rivest, Adi Shamir и Leonard Adleman предложили новую криптографическую схему RSA, используемую до сих пор. RSA является криптосистемой с открытым ключом: зашифровать сообщение может кто угодно, знающий общеизвестный открытый ключ, а расшифровать сообщение — только тот, кто знает специальный секретный ключ.

Желающий использовать систему RSA для получения сообщений должен сгенерировать два простых числа p и q , вычислить $n = pq$ и сгенерировать два числа e и d такие, что $\{ed \equiv 1 \pmod{(p-1)(q-1)}\}$ (заметим, что $\{(p-1)(q-1) = \phi(n)\}$). Числа n и e составляют открытый ключ и являются общеизвестными. Число d является секретным ключом, также необходимо хранить в тайне и разложение числа n на простые множители, так как это позволяет вычислить секретный ключ d .

Сообщениями в системе RSA являются числа из \mathbb{Z}_n . Пусть M — исходное сообщение. Для его шифрования вычисляется значение $C = M^e \bmod n$ (для этого необходимо только знание открытого ключа). Полученное зашифрованное сообщение C передается по каналу связи. Для его расшифровки необходимо вычислить значение $M = C^d \bmod n$, а для этого необходимо знание секретного ключа.

Вы перехватили зашифрованное сообщение C и знаете только открытый ключ: числа n и e . "Взломайте" RSA — расшифруйте сообщение на основе только этих данных.

Входные данные

Программа получает на вход три натуральных числа: $n, e, C, n \leq 10^9, e \leq 10^9, C < n$. Числа n и e являются частью какой-то реальной схемы RSA, т.е. n является произведением двух простых и e взаимно просто с $\phi(n)$. Число C является результатом шифрования некоторого сообщения M .

Выходные данные

Выведите одно число M ($0 \leq M < n$), которое было зашифровано такой криптосхемой.

Примеры

входные данные	Скопировать
143 113 41	
выходные данные	Скопировать
123	

входные данные	Скопировать
9173503 3 4051753	
выходные данные	Скопировать
111111	

Г. Задача для второклассника

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Вам даны два числа. Необходимо найти их произведение.

Входные данные

Входные данные состоят из двух строк, на каждой из которых находится целое одно **целое** число, длина которого не превосходит двухсот пятидесяти тысяч символов.

Выходные данные

Выведите произведение данных чисел.

Примеры

входные данные	Скопировать
2 2	
выходные данные	Скопировать
Processing math: 100%	

входные данные	Скопировать
1 -1	
выходные данные	Скопировать
-1	

G. Дуэль

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Двое дуэлянтов решили выбрать в качестве места проведения поединка тёмную аллею. Вдоль этой аллеи растёт n деревьев и кустов. Расстояние между соседними объектами равно одному метру. Дуэль решили проводить по следующим правилам. Некоторое дерево выбирается в качестве стартовой точки. Затем два дерева, находящихся на одинаковом расстоянии от исходного, отмечаются как места для стрельбы. Дуэлянты начинают движение от стартовой точки в противоположных направлениях. Когда соперники достигают отмеченных деревьев, они разворачиваются и начинают стрелять друг в друга.

Дана схема расположения деревьев вдоль аллеи. Требуется определить количество способов выбрать стартовую точку и места для стрельбы согласно правилам дуэли.

Входные данные

Во входном файле содержится одна строка, состоящая из символов '0' и '1' — схема аллеи. Деревья обозначаются символом '1', кусты — символом '0'. Длина строки не превосходит 100000 символов.

Выходные данные

Выведите количество способов выбрать стартовую точку и места для стрельбы согласно правилам дуэли.

Примеры

входные данные	Скопировать
101010101	
выходные данные	Скопировать
4	

входные данные	Скопировать
101001	
выходные данные	Скопировать
0	

Примечание

В первом примере возможны следующие конфигурации дуэли (стартовое дерево и деревья для стрельбы выделены жирным шрифтом):
101010101, 101010101, 101010101 и 101010101.