<교과서 4-2번 솔루션보다 쉬운방법!>

Note that

$$H = U + PV = U + \frac{2}{3}U = \frac{5}{3}U \quad \text{Since, } U = \frac{3}{2}k_B T,\ PV = Nk_B T$$

따라서, 내부에너지 U를 S, V, N에 대한 함수에서 S, P, N에 대한 함수로 고치는 것이 관건이다.
교과서 (4-54) 식을 보면,

$$S(T,P) - S_0(T_0,P_0) = Nk_B \ln\left[\left(\frac{T}{T_0}\right)^{5/2}\left(\frac{P_0}{P}\right)\right]$$

이로부터 나온 일반적인 표현은 (4-55)식이다.

$$S = Nk_B\left\{s_0 + \ln\left[\left(\frac{T}{T_0}\right)^{5/2}\left(\frac{P_0}{P}\right)\right]\right\}$$

(4-55)식 으로부터,

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{5/2} = \left(\frac{P}{P_0}\right)\exp\left[\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right]$$

$$\left(\frac{T}{T_0}\right) = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/5}\exp\left[\frac{2}{5}\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right]$$

$$\left(\frac{2U}{3Nk_B}\frac{3N_0k_B}{2U_0}\right) = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/5}\exp\left[\frac{2}{5}\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right]$$

$$\left(\frac{U}{U_0}\right) = \left(\frac{N}{N_0}\right)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/5}\exp\left[\frac{2}{5}\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right]$$

Finally,

$$U = U_0\left(\frac{N}{N_0}\right)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/5}\exp\left[\frac{2}{5}\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right]$$

맨 위의 노트에서 $H = 5/3U$ 이라고 밝혔으므로,

$$H(S,P,N) = \frac{5}{3}U_0\left(\frac{N}{N_0}\right)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/5}\exp\left[\frac{2}{5}\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right]$$

이제 위에서 구한 이상기체의 엔탈피를 이용해서 상태방정식(P,V,T 사이의 관계식)을 구하자.
(note that $dH = TdS + VdP + \mu dN$)

$$\left|\frac{\partial H}{\partial P}\right|_{S,N} = V = \frac{5}{3}U_0\left(\frac{N}{N_0}\right)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/5}\frac{2}{5}P^{-1}\exp\left[\frac{2}{5}\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right] = \frac{2}{5P}H$$

$$\left|\frac{\partial H}{\partial S}\right|_{P,N} = T = \frac{5}{3}U_0\left(\frac{N}{N_0}\right)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/5}\exp\left[\frac{2}{5}\left(\frac{S}{Nk_B} - s_0\right)\right]\frac{2}{5Nk_B} = \frac{2}{5Nk_B}H$$

$$T = \frac{2}{5Nk_B}H = \frac{2}{5Nk_B}\frac{5PV}{2} = \frac{PV}{Nk_B}$$

note that

$$H = \frac{5}{2}Nk_BT$$