$$P = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

$$\frac{N!}{1!(N-1)!}q = Nq$$

2017 열 및 통계물리 I 중간고사

1. 다음에 대하여 답하여라.

   (1) 탄도미사일을 요격하는 요격 미사일의 성공 확률을 요격 미사일 당 q라 하자. 1발의 대륙간탄도 미사일이 발사되었을 때, N대의 요격 미사일을 발사하여 요격에 성공 할 확률을 구하라. [5점]

   (2) 1개의 탄도 미사일이 요격될 확률을 p라 하자. N개의 탄도 미사일이 발사 되었을 때, 이 중 n개의 탄도 미사일이 요격될 확률을 구하라. [5점]

   (3) (2)에서 구한 확률의 특성함수 $Q(k)$를 구하여라.[n이 불연속적인데 주의할 것: 10점]

   (4) (3)에서 구한 $Q(k)$를 이용하여 $\langle n\rangle$, $\langle n^2\rangle$, $\langle n^2\rangle - \langle n\rangle^2$을 구하여라 [(2)의 결과로 부터 바로 구하는 경우 점수 인정 안함: 10점]

2. 1차원 조화 진동자의 에너지는

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \quad \Rightarrow \quad 1 = \frac{p^2}{2mE} + \frac{x^2}{2E/m\omega^2}$$

$$= \frac{p^2}{(\sqrt{2mE})^2} + \frac{x^2}{(\sqrt{2E/m\omega^2})^2}$$

   이다.

   (1) 진동자 에너지가 보존되는 고립상태라면 위상공간에서 가능한 상태들의 궤적을 구하여라.[5점]

   (2) 이 계의 상태수를 구하여라.[5점] $\quad \Sigma = \frac{1}{h}\pi ab$

   (3) 이 계의 온도를 구하여라. [10점]

3. 스핀이 $s = 1/2$, 자기모먼트가 μ인 입자 N개가 외부자기장 $\vec{B} = B\hat{z}$안에 놓여있다. 입자끼리는 상호작용하지 않으며, 자기장과의 상호작용으로 계의 에너지가 $E = -(n_1 - n_2)\mu B$로 주어진다. 여기서 n_1은 자기장과 나란한 입자수이며, n_2는 자기장과 반대방향을 갖는 입자수로서 이다. 이 계의 엔트로피를 구하고 온도를 구하라. [20점]

4. 이상기체의 상태방정식과 내부에너지를 구하라.[30점]

$N = n_1 + n_2 \qquad n_2 = N - n_1$

$E = \mu B$

나란

$$E = -(n_1 - N + n_2)\mu B$$
$$= (-2n_1 + N)\mu B$$
$$= -2n_1\mu B + N\mu B$$

$\frac{dn_1}{dE}dE$

$$\frac{P}{T} = \frac{\partial S}{\partial V} = k_B\frac{\partial \ln\Omega}{\partial V}$$

$2n_1\mu B = N\mu B - E$

$S = k_B \ln\Omega$

$$n_1 = \frac{N}{2} - \frac{E}{2\mu B}$$

$$\frac{dn_1}{dE} = -\frac{1}{2\mu B}$$

$$\frac{\partial \ln\Omega}{\partial E} = \beta = \frac{1}{k_B T}$$

$$\Omega = {}_N C_{n_1} dn_1 = \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}dn_1$$

$$= \frac{N!}{\left(\frac{N}{2} - \frac{E}{2\mu B}\right)!\left(\frac{N}{2} + \frac{E}{2\mu B}\right)!}\frac{dn_1}{dE}dE$$

$$-\frac{1}{2\mu B}\left(\qquad \right)dE$$

$x = \frac{E}{\mu B N} \quad \frac{E}{2\mu B} = \frac{xN}{2}$

$\ln\Omega$

전자기학1 중간고사 2017. 10. 26.

1. Using the formula $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\sigma(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} da'$, find the electric field inside and outside a uniformly charged spherical shell of total charge q and radius R.
Useful formulas:

$$\int_{-1}^{1} \frac{dt}{(r^2-2rRt+R^2)^{3/2}} = \frac{1}{rR}\left[\frac{1}{\sqrt{(r-R)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(r+R)^2}}\right],$$

$$\int_{-1}^{1} \frac{t\,dt}{(r^2-2rRt+R^2)^{3/2}} = \frac{1}{r^2R^2}\left[\frac{r^2-rR+R^2}{\sqrt{(r-R)^2}} - \frac{r^2+rR+R^2}{\sqrt{(r+R)^2}}\right].$$

2. Using Gauss's law, find the electric field inside and outside a uniformly charged spherical shell of total charge q and radius R.

3. Using the formula $V(\vec{r}) - V(\vec{r}_0) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}')\cdot d\vec{r}'$ and the electric field $\vec{E}(\vec{r})$ obtained in problem #1 or #2, calculate the potential inside and outside a uniformly charged spherical shell of total charge q and radius R. [You can put the potential at infinity zero.]

4. Using the formula $V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} da'$, calculate the potential inside and outside a uniformly charged spherical shell of total charge q and radius R.
A useful formula: $\int_0^{\pi} \frac{\sin\theta' d\theta'}{\sqrt{R^2+z^2-2Rz\cos\theta'}} = \left[\frac{1}{Rz}\sqrt{R^2+z^2-2Rz\cos\theta'}\right]_0^{\pi}$

5. Find the energy of a uniformly charged spherical shell of total charge q and radius R.

6. An uncharged metal sphere of radius R is placed in an otherwise uniform electric field $\vec{E} = E_0\hat{z}$. Find (i) the potential in the region outside the sphere and (ii) the induced charge density.

$E = -\nabla V$

Useful formulas: $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$, $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\hat{\phi}$.

7. Write down (1) the fundamental theorem for gradients, (ii) the fundamental theorem for divergences, and (iii) the fundamental theorem for curls.

$\int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{\nabla}T\, d\vec{l} = T(\vec{b}) - T(\vec{a})$

r^{-2} $-r^{-1}$.

$\int(\vec{\nabla}\cdot\vec{v})d\tau = \oint \vec{v}\cdot d\vec{a}$

$\int(\vec{\nabla}\times\vec{v})\cdot d\vec{a} = \oint \vec{v}\cdot d\vec{l}$