

2장 주요 개념 정리

이 장의 목적

- 통계 역학을 배우려는 이유
- 고전통계역학의 한계를 어떻게 극복하는가?(by 상태수와 위상공간)
- 거시 상태와 미시 상태를 연결해주는 통계 역학을 살펴본다.

통계역학을 배우는 이유

과제1. 아보가드로 수 세기

- 푸앙카레의 3-body problem. (p19)
- 이를 해결할 방법?
- = 컴퓨터로 오지게 계산한다? No 너무 오래걸림.

- 이러한 역학적인 계에 통계적인 기법을 가미하여 이 집단적인 성질이 입자 개별적인 성질과 어떻게 관련되어 있는지를 알아내는 물리학의 영역을 **통계역학**이라 한다.

상태수

- number of microstates?
- 가장 간단히 말하면, 경우의 수
- Let's think about "Coin flip"
- 10회, 동전 앞면 5번이 나올 경우의 수 $\Omega = \binom{10}{5}$

- 우리는 본 교재에서 주로 계에 대해 다루고 있으므로,
- 상태수 = 모든 가능한 위치와 모든 가능한 운동량의 수 = 이 계가 가질수 있는 상태의 수
- 대강 생각하면 이게 무한대가 될 것 같지만, 불확정성의 원리 때문에 위치 곱하기 운동량에 최소 단위가 있어서 유한한 값이 된다.

- 고전통계학에서의 상태수는 입자들이 선택할 수 있는 위치-운동량 조합의 수를 의미한다. (18p)
- 주의할 점은, 양자역학에서는 입자가 질점이 아닌 파동의 형태로 퍼져 있는 것으로 본다는 것이다. -> 파동의 모양은 어떻게 구하는가?(=상태수는 어떻게 구하는가)
- -> Pb 2-4.

위상공간(18p,21p)

- 위상 공간
- 고전 역학에 의하면 N 개의 입자로 이루어진 집단의 상태는 그들의 위치를 나타내는 $3N$ 개의 좌표와 그들의 운동 상태를 나타내는 $3N$ 개의 운동량으로 정해지는 $6N$ 차원 공간의 점으로 표시된다. (식 2-6)

- 자주 통계적 고찰의 편의 때문에 $6N$ 차원의 위상 공간(Γ 공간)은 각 입자당의 부분 공간(μ 공간)으로 조립되어 있다고 생각한다.
- 즉, 하나의 상태라고 볼 수 있는 위치-운동량 부피를 설정하고 그 조각 수를 센다.

(식 2-7)

- 통계역학의 원리
- 특정한 거시상태로 있을 확률은 이에 해당하는 미시상태들의 수에 비례한다.
- 많은 입자로 이루어진 계의 온도, 부피, 압력 등 여러 가지 열역학적인 물리량들이 주어져 있다고 하자. 이 거시적인 물리량에 대응되는 미시적인 상태의 수는 이루 헤아릴 수 없을 정도로 많이 있을 것이다. 이 상태수(Ω) (Ω)는 계의 입자의 수가 많으면 많을수록 기하급수적으로 커지게 된다. 예를 들어 0, 1의 에너지 값을 가질 수 있는 입자 10개가 모여서 평균에너지 0.5를 가지고 있다고 했을 때 이에 해당하는 상태의 수는 252개이나 100개가 모여 있을 때에는 10^{29} 정도 된다.
- 만일에 미시적인 상태에 대한 정보를 가질 수 없다면 각각의 미시적인 상태에 있을 확률을 모두 동등하다고 가정하여 거시적인 두 상태에 해당하는 상대적인 확률은 이에 해당하는 미시상태의 수에 비례하다고 보는 것이 통계역학의 기본 발상이다.
- $\text{Probability} \propto \text{Number of State} = \Omega$
- 열역학에서의 특정한 한 상태에 대한 상대적인 확률을 구하기 위해서는 이에 해당하는 모든 미시상태를 나열할 수 있어야 한다. 물론 이 상태는 매우 많으므로 이를 하나하나 직접 열거한다는 것은 불가능할지라도 이의 존재를 인정하고 이에 대해 통계적인 처리를 하는 것은 언제나 가능하다. 이 모든 미시상태의 집합을 **앙상블**(ensemble)이라 한다

상태 밀도

- 에너지의 단위 크기당 상태의 수. 양자역학적인 물리계의 여러 성질은 그 계의 고유상태에 따라 규정되고 고유상태는 고유 에너지를 가진다.
- 자유도가 큰 계에서는 고유상태의 총수가 매우 크고, 고유 에너지는 거의 연속적으로 분포하기 때문에 상태 밀도도 에너지의 연속함수로 보인다.(식 2-15)
- 상태 밀도는 거시적인 크기를 가진 계의 성질을 양자역학적으로 기술하는 데 매우 중요한 개념이다.
- Q. 고체 속의 전자의 상태 밀도가 0 이면 무엇을 의미할까?

앙상블

- 계에 허용된 상태들의 모임.
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Statistical_ensemble_\(mathematical_physics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Statistical_ensemble_(mathematical_physics))

- 상태수, 즉 이 앙상블의 수 Ω
- Ω 에 로그를 취한 것이 열역학에서의 엔트로피(entropy)와 대응된다. 즉
- $S \equiv k \ln \Omega$ $S \equiv k \ln \Omega$
- 계가 특정한 상태에 있다는 것을 고전역학에서는 받아들이기가 어렵다. 즉 고전역학에서 한 입자는 연속적인 에너지 값을 가질 수 있기 때문이다. 그러나 양자론의 발상을 도입한다면 상태라는 개념이나, 상태수를 계산하는 문제가 명쾌해진다.

자유도

- 추정해야 할 미지수의 개수를 내가 가진 정보의 수에서 뺀 값