

General Interaction-(라이프 2.8,2.11절)

In the most general case of interaction between two systems, their external parameters(크기 변수) do not remain fixed and the systems are not thermally insulated. As a result of such a general interaction the mean energy of a system is changed by some amount ΔU

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W + \mu \Delta N$$

$$\Rightarrow dU = \delta Q - \delta W + \mu dN$$

(달힌계에서는 dN 이 0 이니까) $\Rightarrow dU = \delta Q - \delta W$

inexact differential 을 쓴 이유: 처음값과 나중값의 차이보다는 값이 변하는 과정을 살펴보는 것이 중요하기 때문 ("...to emphasize that the work itself is infinitesimal.....the work done is a quantity referring to the interaction *process* itself.")

그럼 exact differential 과 inexact differential 의 차이는?

Consider $F(x, y)$ is some function of the two independent variables x and y . This means that the value of F is determined when the values of x and y are specified. If one goes to a neighboring point $(x + dx, y + dy)$, the function F changes by an amount

$$dF = F(x + dx, y + dy) - F(x, y)$$

or

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy \quad (A(x, y) dx + B(x, y) dy)$$

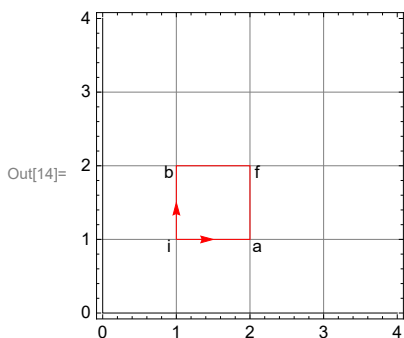
In this case, dF is total differential or exact differential.

exact differential(total differential) 일 때 출발점 i 에서 도착점 f 까지 가는 데 $F(x, y)$ 의 변화는 경로에 상관없이 나중값에서 처음값을 빼기만 하면 된다.

$$\Delta F = F_f - F_i = \int_i^f dF = \int_i^f (A dx + B dy) \quad (\text{경로에 무관.})$$

example.

$$dG = \left(\frac{a}{x}\right) dx + \left(\frac{b}{y}\right) dy$$



■ $i \rightarrow a \rightarrow f$

$$\int_{iaf} dG = \int_{ia} dG + \int_{af} dG = \int_{x=1}^2 \left(\frac{a}{x}\right) dx + \int_{y=1}^2 \left(\frac{b}{y}\right) dy = (a + b) \ln 2$$

■ $i \rightarrow b \rightarrow f$

$$\int_{ibf} dG = \int_{ib} dG + \int_{bf} dG = \int_{y=1}^2 \left(\frac{b}{y}\right) dy + \int_{x=1}^2 \left(\frac{a}{x}\right) dx = (a + b) \ln 2$$

⇒ independent of the path to go from i to f

On the other hand, consider $\delta G = (a) dx + \left(\frac{bx}{y}\right) dy$

■ i→a→f

$$\int_{iaf} \delta G = \int_{ia} \delta G + \int_{af} \delta G = \int_{x=1}^2 (a) dx + \int_{y=1}^2 \left(\frac{2b}{y}\right) dy = a + 2b \ln 2$$

■ i→b→f

$$\int_{ibf} \delta G = \int_{ib} \delta G + \int_{bf} \delta G = \int_{y=1}^2 \left(\frac{1b}{y}\right) dy + \int_{x=1}^2 (a) dx = a + b \ln 2$$

⇒ dependent of the path!! 이 때를 inexact differential 이라고 부른다.

왜 내부에너지의 변화는 exact differential이고, 일의 변화는 inexact differential일까?

- 내부 에너지와 같은 양은 거시 상태 함수이므로(?) 초기와 최종 내부에너지 값은 처음과 나중의 거시 상태에만 의존한다.(?)
- 반면에 처음 거시 상태 i 에서 나중 거시 상태 f 로 갈 때 계가 하는 일은 두 점 사이의 거시상태를 표현하는 값들의 차이가 아니라 'infinitesimal quantity characteristic of the process of going from state i to state f'다.