학습 보고서

활동날짜	2018-09-19	활동시간	13:00-15:00
활동장소	스페이스21 B108호		
스터디 참석자	김민기	이소성	
	김유진	이재욱	
	양태현		
학습주제	데이터 해석을 위한 python 및 github활용 /Asymptotic series를 이용해서 Stirling formula 이끌어내기, Binomial distribution의 특성		

학습내용

1. 기초 통계 학습을 위한 python 활용방안 논의

- 열 및 통계물리과목은 기본적으로 통계를 다루는 과목이고, 교수님의 연구 분야도 컴퓨터와 밀접한 관련이 있기 때문에 종종 코딩 숙제를 내주시곤 한다. 따라서 몇몇 연습문제는 python이나 기타 프로그램을 이용해서 풀어 보기로 했다. 코딩 문제 협력을 위해서 공개 프로젝트용 Thermodynamics github를 하나 만들었다.

링크:https://github.com/jevais/Thermodynamics

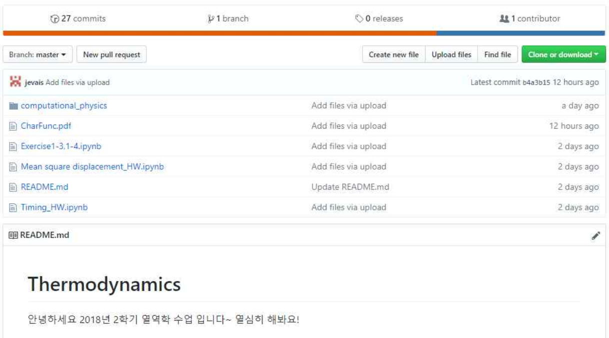

그림 1 Thermodynamics github 대문

이 hub는 교수님이 내주신 코딩문제 협력이나 연습문제 풀이 게시에 사용될 것이다. 그림 1에 올라와 있는 파일들은 Binomial distribution을 이용하는 연습문제 1.3, 1.4와 그 동안 교수님이 내주신 Timing 문제, Mean square displacement 문제, 진동하는 nomal distribtution probability density function과 각종 전산자료들을 담은 폴더이다. 오늘 푼 연습문제 1.3과 1.4는 기본적으로 numpy package의 numpy.random.binomial function을 사용했으며 numpy.random.binomial(n,p,N)이 의미하는 것은 n번의 양자택일(A 혹은 B) 중에서 A 선택을 할 확률이 p일 때 그 experiment를 N번 반복했을 때 각각의 experiment에서 A가 선택된 횟수를 list로 출력한다. 따라서 어떤 횟수 i에 대해서 A를 i번 고르게 될 확률은 sum(i==numpy.random.binomial(n,p,N))/N 이게 된다.

2. Asymptotic series를 이용해서 Stirling formula 이끌어내기

- 감마함수($\Gamma(k+1)=k!$)를 아주 큰 변수 k에 대해서 asymptotic series를 얻으면 간단한 모양으로 고칠 수 있는데 이것을 Stirling formula라고 부른다. 자세한 계산과정은 다음과 같다.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

$$\Gamma(k+1) = \int_0^\infty e^{-t} t^k \, dt = \int_0^\infty e^{-sk} (sk)^k k \, ds = k^{k+1} \int_0^\infty e^{-sk} s^k \, ds$$

$$= k^{k+1} \int_0^\infty e^{-sk} e^{k \ln s} \, ds = k^{k+1} \int_0^\infty e^{-k(-\ln s + s)} \, ds = k^{k+1} \int_0^\infty e^{-k\phi(s)} \, ds$$

where $\phi(s) = -\ln s + s$ that has a minimum at $s = 1$

• Taylor series of $\phi(s)$ in the neighborhood of $s = 1$: $\phi(s) \sim \phi(1) + \frac{\phi''(1)}{2!}(s-1)^2 = 1 + \frac{1}{2}(s-1)^2$

Hence,

$$k^{k+1} \int_0^\infty e^{-k\phi(s)} \, ds \sim k^{k+1} \int_{1-R}^{1+R} e^{-k\left[1+\frac{1}{2}(s-1)^2\right]} ds = k^{k+1} e^{-k} \int_{1-R}^{1+R} e^{-k((s-1)^2/2)} \, ds$$

$$= k^{k+1} e^{-k} \int_0^{1+R} 2 e^{-k((s-1)^2/2)} \, ds = k^{k+1} e^{-k} \int_0^R 2 e^{-k(t^2/2)} \, dt \sim k^{k+1} e^{-k} \int_0^\infty 2 e^{-k(t^2/2)} \, dt$$

$$(\text{letting } k t^2/2 \to \tau) \ = k^{k+1} e^{-k} \int_0^\infty 2 e^{-\tau} k^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} \tau^{-1/2} \, d\tau$$

$$= k^{k+1/2} e^{-k} \int_0^\infty \sqrt{2} \, \tau^{-1/2} e^{-\tau} \, d\tau = \sqrt{2k} \left(\frac{k}{e}\right)^k \Gamma(1/2) = \sqrt{2k\pi} \left(\frac{k}{e}\right)^k$$

$$\Gamma(k+1) \sim \sqrt{2k\pi} \left(\frac{k}{e}\right)^k, k \to \infty$$

그림 2 Stirling formular 이끌어내기

3. Binomial distribution의 특성

- 서로 독립적인 두 사건을 선택할 때 그 선택의 확률분포는 binomial distribution을 따른다. 한편, 그 선택을 할 확률이 아주 작을 때 그 binomial distribution은 Poisson distribution을 따른다. Poisson distribution은 평균과 분산의 크기가 같다는 특징이 있다. p가 아주 작을 때의 binomial distribution의 예로는 타이핑을 하면서 오타가 발생할 확률이 있다. 이때 오타가 발생할 확률은 Poisson distribution으로 근사시킬 수 있고, 이것은 문제를 더 쉽게 한다.

</td>
</tr>
<tr>
<td>활동성찰</td>
<td>

앞으로 수업 진도가 빨라질 것을 감안해서 예습을 철저히 해야 되겠다고 느꼈다.
Jupyter notebook 설치-> Anaconda만 깔면 자동으로 깔림!
github 노트 업로드 할 때 -> upload 버튼 누르고, 파일 업로드, commit change
프로젝트 다운받고 싶으면-> clone or download

</td>
</tr>
</table>