Identités de Newton

Joël Duet

23 février 2010

1 Notations

Etant donnés $n \in \mathbb{N}^\star$ et $i \in [\![1;n]\!]$, soit

$$\mathcal{S}_{n,i} = \Big\{ (k_1, k_2, .., k_i) / (\forall m \in [\![1;i]\!], k_m \in \mathbb{N} < n) \\ \wedge (\forall m \in [\![1;i-1]\!] \forall n \in [\![m+1;i]\!], k_m < k_n) \\ \wedge \Big(\sum_{m=1}^{i} k_m < \frac{i(2n-i-1)+2}{2} \Big) \Big\}$$

On peut obtenir cet ensemble en Haskell en définissant

```
subsets = filterM (const [True,False])
s n i = filter (\ks -> sum ks < (i*(2*n-i-1)+2) `div` 2
                    && length ks == i)
               $ subsets [0..n-1]
```

Chacun des n nombres de tout ensemble $\{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}\}$ vérifie alors l'équation

$$x^n + \sum_{i=1}^{n} \left[(-1)^i \sum_{j=1}^{\binom{n}{i}} \prod_{\substack{k \in u_j \\ u_j \in \mathcal{S}_{n,i}}} x_k \right] x^{n-i} = 0$$