

EXAMEN FINAL
ANÁLISIS NUMÉRICO 1 / ANÁLISIS NUMÉRICO
11/02/2025

Apellido y Nombre: [REDACTED]

Carrera: Matemática

Condición: regular

Cantidad de hojas (sin contar hoja de enunciados): 4

Nota: Todos los desarrollos deben estar debidamente justificados.

Práctico						Teórico			Lab.		
1	2	3	4	Libre	Total	1	2	Total	Total	Total	NOTA
25	11	25	-		61	10	50	60			5

Parte Práctica

1. Considere la siguiente tabla de datos:

x	-3	-2	0	2	3
y	16	15	1	11	40

- (a) Muestre que el polinomio interpolante de Newton tiene grado exactamente 3.
 - (b) Supongamos que se agrega como nuevo dato a $x_6 = 1$ con $y_6 = 5$. ¿Se mantiene el grado del polinomio interpolante para la nueva tabla de datos? Justifique.
2. Se desea aproximar la función $f(x) = x^2 - 3x + 1$ por una función lineal en el intervalo $I = [0, 1]$.
- (a) Escriba la fórmula del error cuadrático para este problema.
 - (b) Calcule los coeficientes del polinomio que mejor aproxima en el sentido de cuadrados mínimos y escriba el polinomio.
 - (c) Dé el valor del error para el polinomio obtenido en el inciso anterior.

3. Considere:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 3 \end{bmatrix} \text{ y } b = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

- (a) Calcule la descomposición LU de A.
- (b) Utilice la descomposición LU para calcular el determinante de A.
- (c) Resuelva el sistema lineal $Ax = b$ utilizando la descomposición LU.

4. Con el comienzo del curso se va a lanzar unas ofertas de material escolar. Unos almacenes quieren ofrecer 600 cuadernos, 500 carpetas y 400 bolígrafos para la oferta, empaquetándolo de dos formas distintas; en el primer bloque pondrá 2 cuadernos, 1 carpeta y 2 bolígrafos; en el segundo, pondrán 3 cuadernos, 1 carpeta y 1 bolígrafo. Los precios de cada paquete serán \$6500 y \$7000, respectivamente. ¿Cuántos paquetes le conviene poner de cada tipo para obtener el máximo beneficio?
5. (Sólo alumnos libres) Realice tres iteraciones del método de bisección para estimar la raíz de la función $f(x) = x - 1 + \sqrt{x}$ en el intervalo $[0, 1]$, e indique cuántos pasos serían necesarios para garantizar un error menor a 10^{-3} . $\left| \frac{1}{2^{n+1}} (b_n - a_n) \right|$

Parte Teórica

- a) De la precisión de las reglas de integración del punto medio, trapecio y Simpson. Explique por qué tienen cada una de ellas esa precisión (diciendo cual será la esperada).
 - b) Defina regla de integración gaussiana y enuncie cuál es su mejora en cuanto a la precisión. 2^{n+1}
- a) De la definición de diferencias divididas, la relación de recurrencia que satisfacen y su utilización en la interpolación polinomial.
 - b) Explique la interpolación de Hermite para el caso que los datos sean $p(x_0) = f(x_0)$, $p(x_1) = f(x_1)$, $p'(x_0) = f'(x_0)$ y $p'(x_1) = f'(x_1)$.