

Examen Final de Análisis Numérico

03/07/2024

Parte Práctica

1. Considere la siguiente tabla de datos:

x	-2	-1	0	1	2
y	1	4	11	16	13

- (a) Muestre que el polinomio interpolante de Newton tiene grado exactamente 3.
 - (b) Supongamos que se agrega como nuevo dato a $x_6 = 3$ con $y_6 = -4$. ¿Cuál es el nuevo grado del polinomio interpolante para la nueva tabla de datos? Justifique.
2. Se desea aproximar la integral de $f(x) = x \cos(x)$ en el intervalo $[-2, 2]$ utilizando la regla de Simpson compuesta. Determine la cantidad de subintervalos n que se deben usar para que se obtenga una aproximación con un error menor a 10^{-4} .
3. Se desea aproximar la función $f(x) = x^2 - 3x + 1$ por una función lineal en el intervalo $I = [0, 1]$.
- (a) Escriba la fórmula del error cuadrático para este problema.
 - (b) Calcule los coeficientes del polinomio que mejor aproxima en el sentido de cuadrados mínimos.
 - (c) Dé el valor del error para el polinomio obtenido en el inciso anterior.
4. Un ceramista fabrica tazas y platos para vender. Por cada kilo de arcilla puede fabricar tres tazas o cinco platos. Cada taza se vende por \$5000 y cada plato se vende por \$3500. El costo de la arcilla es de \$10000 el kilo, y puede comprar a lo sumo 16 kg. Si desea fabricar al menos tantas tazas como platos, ¿cuántas tazas y cuántos platos debe buscar para maximizar su ganancia? ¿Cuántos kilos de arcilla debe comprar?
5. (Sólo alumnos libres) Sea $f(x) = (x^2 - 9)(x^2 - 3)(x - 5)$. Para cada intervalo, determine a qué raíz de f converge el método de bisección, justificando adecuadamente su respuesta.
- (a) $[-2, 4]$
 - (b) $[-0.5, 5.5]$
 - (c) $[-6, 6]$

Parte Teórica

- (a) ¿A qué llamamos norma matricial inducida? Dé ejemplos de ellas.
- (b) Dé las definiciones de los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel para resolver el sistema lineal $Ax = b$.
- (a) Dado un conjunto de datos $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, ¿cuál es la diferencia en general entre interpolarlos y aproximarlos?
- (b) Si una regla gaussiana es exacta para polinomios de grado 9 en el intervalo (a, b) , con peso $w(x)$, ¿cómo se eligen los nodos x_i para construirla?