

ANÁLISIS NUMÉRICO I — Práctico N°7 - 2022
Programación Lineal

1. Dibujar en un plano las curvas de nivel de las siguientes funciones y en el mismo dibujo graficar el vector gradiente en el origen, respectivamente:

a) $f(x, y) = 2x + y$; b) $g(x, y) = x - y$; c) $h(x, y) = -x - 2y$.

2. Transformar los siguientes problemas de programación lineal a la forma estándar:

<p>a)</p> <p>maximizar $z = 3x_1 + 5x_2 - 4x_3$ sujeto a $7x_1 - 2x_2 - 3x_3 \geq 4$ $-2x_1 + 4x_2 + 8x_3 = -3$ $5x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 9$ $x_1 \geq 1, x_2 \leq 7, x_3 \geq 0$.</p>	<p>b)</p> <p>minimizar $z = x_1 - 5x_2 - 7x_3$ sujeto a $5x_1 - 2x_2 + 6x_3 \geq 5$ $3x_1 + 4x_2 - 9x_3 = 3$ $7x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 9$ $x_1 \geq -2, x_2 \geq 0, x_3$ libre.</p>
--	---

3. Resolver gráficamente los siguientes problemas de programación lineal:

<p>a)</p> <p>minimizar $z = 3x_1 + x_2$ sujeto a $x_1 - x_2 \leq 1$ $3x_1 + 2x_2 \leq 12$ $2x_1 + 3x_2 \leq 3$ $x_1, x_2 \geq 0$.</p>	<p>c)</p> <p>maximizar $z = x_1 + 2x_2$ sujeto a $2x_1 + x_2 \geq 12$ $x_1 + x_2 \geq 5$ $-x_1 + 3x_2 \leq 3$ $6x_1 - x_2 \geq 12$ $x_1, x_2 \geq 0$.</p>
<p>b)</p> <p>minimizar $z = x_1 - 2x_2$ sujeto a $x_1 - 2x_2 \geq 4$ $x_1 + x_2 \leq 8$ $x_1, x_2 \geq 0$.</p>	<p>d)</p> <p>minimizar $z = -x_1 - x_2$ sujeto a $x_1 - x_2 \geq 1$ $x_1 - 2x_2 \geq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$.</p>

4. Determinar los vértices de la región poliedral de \mathbb{R}^3 definida por el siguiente sistema de inecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + z \leq 3 \\ y - z \leq 2 \\ x - 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

5. Dados los vectores

$$c = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{3}{4} \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Graficar el vector c y los conjuntos $H_j = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid c^T x = 2^j\}$ para $j = 0, 1, 2$.
b) Realizar tres gráficos con los vectores u, v, w y los conjuntos

$$\begin{aligned} C_1 &= \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u^T x \leq -3, v^T x \leq 1, w^T x \leq 2\}, \\ C_2 &= \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u^T x \leq -3, v^T x \leq 1, w^T x = 2\}, \\ C_3 &= \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u^T x \leq -3, v^T x \leq 1, w^T x \geq 2\}. \end{aligned}$$

c) Determinar gráficamente el vector x_* que minimiza $c^T x$ en C_1, C_2 y C_3 .

6. Graficar la región poliedral convexa en \mathbb{R}^2 definida por

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 2 \\ 3x + 2y \leq 2 \\ x + y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

¿Cuáles son los vértices de esta región?

7. Considerar el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 100 \\ x_1 + x_2 &\leq 80 \\ x_1 &\leq 40 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

a) Escribir este sistema de ecuaciones en la forma estándar y determinar todas las soluciones básicas (factibles e infactibles).

b) Determinar los puntos extremos de la región factible.

8. Resolver usando el método simplex los siguientes problemas de programación lineal:

a)

$$\begin{aligned} \text{minimizar } z &= 40x_1 + 30x_2 \\ \text{sujeto a } x_1 + x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \text{maximizar } z &= 7x_1 + 5x_2 \\ \text{sujeto a } x_1 + 2x_2 &\geq 6 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

9. Una compañía minera produce 100 toneladas de mineral rojo y 80 toneladas de mineral negro cada semana. Éstos pueden tratarse en diferentes formas para producir tres diferentes aleaciones: **frágil**, **poco frágil** y **resistente**. Para producir 1t de aleación frágil se necesitan 5t de mineral rojo y 3t de negro, para la poco frágil se requieren 3t de rojo y 5t de negro mientras que para la resistente se requieren 5t de rojo y 5t de negro. Las ganancias que se obtiene de sus ventas son \$C250, \$C300 y \$C400 para el frágil, poco frágil y resistente, respectivamente. Encontrar la producción semanal de aleaciones que maximiza las ganancias.

10. Una dietética vende tres tipos de barras de cereal: **masticable**, **crocante** y **almendrada**. Las barras se hacen mezclando semillas, pasas y almendras. Las especificaciones son dadas por la siguiente tabla:

Mezcla	Semillas	Pasas	Almendras	Precio/kg
Masticable	-	al menos 60 %	a lo sumo 25 %	\$C16
Crocante	al menos 60 %	-	-	\$C12
Almendrada	a lo sumo 20 %	-	al menos 60 %	\$C20

Los proveedores pueden entregar semanalmente a lo sumo 100kg de semillas a \$C10/kg, 80kg de pasas a \$C15/kg y 60kg de almendras a \$C20/kg. Suponiendo que toda la producción se vende, formular el problema de hallar el esquema de producción que maximice la ganancia semanal.