Definiciones

martes, 26 de marzo de 2024 15:43

Lifting:
Sea:
X un conjunto

$$X_\perp = X \cup \{\perp\}$$
$$X^\infty = X \cup \{\infty\}$$

$(X, =)$ es el orden discreto

Sean
$\leq_X$ un orden parcial sobre X
$x, y \in X$

$$x \leq_{X_\perp} y \Leftrightarrow x \leq_X y \vee x = \perp$$
$$x \leq_{X^\infty} y \Leftrightarrow x \leq_X y \vee y = \infty$$

$(X_\perp, =_\perp)$ es el orden llano

Orden de funciones:
Sean:
$f, g : X \to Y$
$\leq_Y$ un orden parcial sobre Y

$$f \leq g \Leftrightarrow \forall x \in X : f(x) \leq f(y)$$

Cadena:
Sea $(P, \leq)$ un poset
$p_0, p_1, \ldots \in P$

$$p_0 p_1 \ldots \text{ es una cadena} \Leftrightarrow p_0 \leq p_1 \leq \cdots$$

Sea $p_0p_1 \ldots$ una cadena

$p_0p_1 \ldots$ es interesante $\Leftrightarrow \{p_0, p_1, \ldots\}$ es infinito

Predominio y dominio:

Sea $\mathbb{P}$ un poset

$\mathbb{P}$ es un predominio $\Leftrightarrow \forall$ps cadena de $\mathbb{P}$ ps tiene supremo

$\mathbb{P}$ es un dominio $\Leftrightarrow \mathbb{P}$ es un predominio $\wedge\ \mathbb{P}$ tiene mínimo

Funciones monótonas y continuas:

Sean:

$(P, \leq_P)$ $(Q, \leq_Q)$ posets

$f : P \to Q$

f es monotona $\Leftrightarrow \forall x, y \in P\ .\ x \leq_P y \Rightarrow f(x) \leq_Q f(y)$

Sean P y Q predominios

f es continua $\Leftrightarrow$

$\forall p_0p_1 \ldots$ cadena de P .

$\{f(p_0), f(p_1), \ldots\}$ tiene supremo

$\wedge\ f(\sup\{p_0, p_1, \ldots\}) = \sup\{f(p_0), f(p_1), \ldots\}$

$[P \to Q] = \{f \in (P \to Q) : f$ es continua$\}$

Sean P y Q dominios

f es estricta $\Leftrightarrow f(\perp_P) = \perp_Q$

Extensiones:

Sean:

P, P' predominios

D un dominio

$f : P \to P'$

$g : P \to D$

$$
\begin{aligned}
&f_{\perp} : P_{\perp} \to P'_{\perp} \\
&f_{\perp}\ \perp = \perp \\
&f_{\perp}\ p = f\ p
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&g_{\perp\!\!\perp} : P_{\perp} \to D \\
&g_{\perp\!\!\perp}\ \perp = \perp_D \\
&g_{\perp\!\!\perp}\ p = g\ p
\end{aligned}
$$

Prueba de clase 2

martes, 9 de abril de 2024 19:02

Sean:
D, D' predominios
$f_0, f_1, \ldots$ una cadena de $[D \to D']$

$$\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i \text{ es continua}$$

Demostración:

$$\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i \text{ es continua}$$

$\Leftrightarrow$ (Definición continuidad)

$$\forall p_0, p_1, \ldots \text{ cadena de } D\,.$$

$$\left\{\left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_j : j \in \mathbb{N}\right\} \text{ tiene supremo} \wedge \left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right)\left(\coprod_{j \in \mathbb{N}} p_j\right) = \coprod_{j \in \mathbb{N}} \left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_j$$

Fijemos $p_0, p_1, \ldots$ cadena de D

Pruebo el primer término:
(La idea es que como los p_j son una cadena, el conjunto ese también lo es)

$$\left\{\left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_j : j \in \mathbb{N}\right\} \text{ tiene supremo}$$

$\Leftarrow$ (D es un predominio)

$$\left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_j : j \in \mathbb{N} \text{ es una cadena}$$

$\Leftrightarrow$ (Definición cadena)

$$\forall j \in \mathbb{N}\,.\left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_j \leq \left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_{j+1}$$

Fijemos $j \in \mathbb{N}$

$$\left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_j \leq \left(\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\right) p_{j+1}$$

$\Leftrightarrow$ (Lema de supremo de funciones)

$$\coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\, p_j \leq \coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\, p_{j+1}$$

$\Leftrightarrow$ (Regla superar un supremo)

$$\forall i' \in \mathbb{N}\,. f_{i'}\, p_j \leq \coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i\, p_{j+1}$$

$\Leftarrow$ (Regla ser superado por un supermo)

$$\forall i' \in \mathbb{N} \,.\, \exists i \,.\, f_{i'}\, p_j \leq f_i\, p_{j+1}$$

$\Leftarrow$ (Tomando $i = i'$)

$$\forall i' \in \mathbb{N} \,.\, f_{i'}\, p_j \leq f_{i'}\, p_{j+1}$$

$\Leftarrow$ (Las f_i son continuas)

$$p_j \leq p_{j+1}$$

Esto es cierto porque los p_j son una cadena

Pruebo el segundo término:

$$\left(\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\right)\left(\coprod_{j\in\mathbb{N}} p_j\right) = \coprod_{j\in\mathbb{N}}\left(\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\right) p_j$$

$\Leftrightarrow$ (Lema de supremo de funciones)

$$\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\left(\coprod_{j\in\mathbb{N}} p_j\right) = \coprod_{j\in\mathbb{N}}\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j$$

$\Leftrightarrow$ (Las f_i son continuas)

$$\coprod_{i\in\mathbb{N}}\coprod_{j\in\mathbb{N}} f_i\, p_j = \coprod_{j\in\mathbb{N}}\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j$$

$\Leftrightarrow$

$$\coprod_{i\in\mathbb{N}}\coprod_{j\in\mathbb{N}} f_i\, p_j \leq \coprod_{j\in\mathbb{N}}\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j \wedge \coprod_{j\in\mathbb{N}}\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j \leq \coprod_{i\in\mathbb{N}}\coprod_{j\in\mathbb{N}} f_i\, p_j$$

Pruebo cada término por separado

Primero:

(La idea es usar las reglas de superar ser superado por un supermo para convertir la expreción en algo con ∀ y ∃)

$$\coprod_{i\in\mathbb{N}}\coprod_{j\in\mathbb{N}} f_i\, p_j \leq \coprod_{j\in\mathbb{N}}\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j$$

$\Leftrightarrow$ (Regla superar un supermo)

$$\forall i' \in \mathbb{N} : \coprod_{j\in\mathbb{N}} f_{i'}\, p_j \leq \coprod_{j\in\mathbb{N}}\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j$$

$\Leftrightarrow$ (Regla superar un supermo)

$$\forall i', j' \in \mathbb{N} : f_{i'}\, p_{j'} \leq \coprod_{j\in\mathbb{N}}\coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j$$

$\Leftarrow$ (Regla ser superado por un supermo)

$$\forall i', j' \in \mathbb{N} : \exists j \in \mathbb{N} : f_{i'}\, p_{j'} \leq \coprod_{i\in\mathbb{N}} f_i\, p_j$$

$\Leftarrow$ (Regla ser superado por un supermo)

$$\forall i', j' \in \mathbb{N} : \exists j, i \in \mathbb{N} : f_{i'}\, p_{j'} \leq f_i\, p_j$$

Esto es tribialmente cierto tomando $j = j'$ e $i = i'$

Segundo: (Es análogo al primero)

$$\coprod_{j \in \mathbb{N}} \coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i \, p_j \leq \coprod_{i \in \mathbb{N}} \coprod_{j \in \mathbb{N}} f_i \, p_j$$

$\Leftrightarrow$ (Regla superar un supermo)

$$\forall j' \in \mathbb{N} : \coprod_{i \in \mathbb{N}} f_i \, p_{j'} \leq \coprod_{i \in \mathbb{N}} \coprod_{j \in \mathbb{N}} f_i \, p_j$$

$\Leftrightarrow$ (Regla superar un supermo)

$$\forall j', i' \in \mathbb{N} : f_{i'} \, p_{j'} \leq \coprod_{i \in \mathbb{N}} \coprod_{j \in \mathbb{N}} f_i \, p_j$$

$\Leftarrow$ (Regla ser superado por un supermo)

$$\forall j', i' \in \mathbb{N} : \exists i \in \mathbb{N} : f_{i'} \, p_{j'} \leq \coprod_{j \in \mathbb{N}} f_i \, p_j$$

$\Leftarrow$ (Regla ser superado por un supermo)

$$\forall j', i' \in \mathbb{N} : \exists i, j \in \mathbb{N} : f_{i'} \, p_{j'} \leq f_i \, p_j$$

Esto es tribialmente cierto tomando $i = i'$ y $j = j'$

$\square$

Otra prueba en clase

viernes, 19 de abril de 2024 9:24

Sean:

Q, P, P' dominios

$f \in [Q \to P]\!]$

$f' \in [Q \to P']\!]$

$\langle f, g \rangle : Q \to P \times P'$

$\langle f, g \rangle\, q \Rightarrow \langle f\ q, g\ q \rangle$

Probar que $\langle f, g \rangle$ es continua

Repaso 🛠️

lunes, 25 de marzo de 2024 14:59

(1) Explicar conceptualmente el error cometido en cada una de las siguientes sustituciones.
Sea $p = \exists \mathsf{r}.(0 \le \mathsf{r} < \mathsf{y}) \wedge (\mathsf{x} = \mathsf{y} * \mathsf{z} + \mathsf{r})$.

(a) $p/(id \mid \mathsf{y}\colon 3 + \mathsf{r}) = (\exists \mathsf{r}.(0 \le \mathsf{r} < 3 + \mathsf{r}) \wedge (\mathsf{x} = \mathsf{y} * \mathsf{z} + \mathsf{r}))$

(b) $p/(id \mid y\colon 3 + \mathsf{r}) = (\exists \mathsf{t}.(0 \le \mathsf{t} < 3 + \mathsf{r}) \wedge (\mathsf{x} = 3 + \mathsf{r} * \mathsf{z} + \mathsf{t}))$

(c) $p/(id \mid r\colon 3 + \mathsf{w}) = (\exists \mathsf{t}.(0 \le 3 + \mathsf{w} < \mathsf{y}) \wedge (\mathsf{x} = \mathsf{y} * \mathsf{z} + 3 + \mathsf{w}))$

(2) Decida si las siguientes afirmacions son ciertas o no; justifique.

(a) Para toda frase p y toda sustitución δ, se cumple $FV(p) \subseteq FV(p/\delta)$.

(b) Para toda frase p y toda sustitución δ, se cumple

$$FV(p/\delta) \subseteq FV(p) \cup \bigcup_{v \in FV(p)} FV(\delta\, v)$$

a) Falso

b) Verdadero

(3) Dada una frase p, una sustitución δ y un estado σ, definir un estado σ' tal que $[\![p/\delta]\!]\sigma = [\![p]\!]\sigma'$.

$\sigma' \in \Sigma$

$\sigma'(v) = \text{if } v \in Dom(\sigma) \text{ then } \delta[\![(v)_{\sigma}]\!] \text{ else } \sigma(v)$

(4) Dé un ejemplo concreto en su lenguaje de programación preferido que evidencie el teorema de renombre. Ayuda: piense en qué contexto hay variables ligadas.

1)

lunes, 25 de marzo de 2024 15:00

(1) Decida si los siguientes órdenes parciales son predominios ó dominios.

(a) $\langle \text{intexp} \rangle$, con el orden discreto (b) $\langle \text{intexp} \rangle \to \mathbb{B}_\perp$ (c) $\mathbb{B}_\perp \to \langle \text{intexp} \rangle$

Si necesita defina la relación de orden para $A \to P$, cuando P es un orden parcial.

a)
Predominio, porque con el orden discreto no hay mínimos

b)
Dominio, el mínimo es la función que manda todo a $\perp$

c)
$\langle intexp \rangle$ con el orden discreto
$\mathbb{B}_\perp \to \langle intexp \rangle$ también es orden discreto, por lo tanto es predominio

2)

lunes, 25 de marzo de 2024 15:24

(2) Hacer diagramas que representen los siguientes dominios, si es posible.

(a) $\mathbb{B}_\perp$ (b) $\mathbb{N}_\perp$ (c) $\mathbb{B} \to \mathbb{B}_\perp$ (d) $\mathbb{N}^\infty$ (e*) $\mathbb{N}^\infty \to \mathbb{N}^\infty$

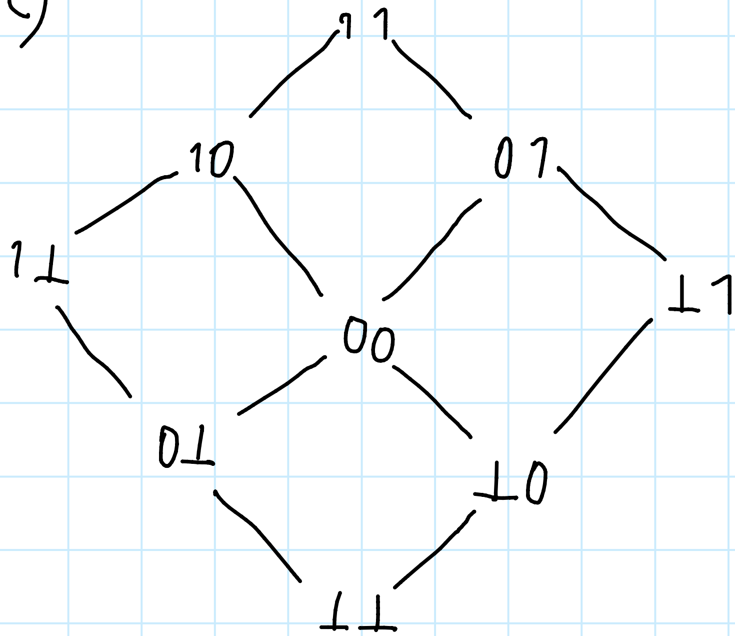
a)

$$
\begin{tikzcd}
T \arrow[d, dash] \\
F \arrow[d, dash] \\
\perp
\end{tikzcd}
$$

b)

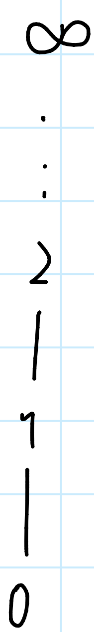
$$
\begin{tikzcd}
\vdots \\
2 \arrow[d, dash] \\
1 \arrow[d, dash] \\
0 \arrow[d, dash] \\
\perp
\end{tikzcd}
$$

c)



0	1
⊥	⊥
⊥	0
⊥	1
0	⊥
0	0
0	1
1	⊥
1	0
1	1

d)



e) No se puede

3) 🛠️

lunes, 25 de marzo de 2024 15:35

(3) Indique el menor elemento para cada dominio de los ejercicios 1 y 2.

1) 🛠️

(a) $\langle\text{intexp}\rangle$, con el orden discreto (b) $\langle\text{intexp}\rangle \to \mathbb{B}_\perp$ (c) $\mathbb{B}_\perp \to \langle\text{intexp}\rangle$

2)

(a) $\mathbb{B}_\perp$ (b) $\mathbb{N}_\perp$ (c) $\mathbb{B} \to \mathbb{B}_\perp$ (d) $\mathbb{N}^\infty$ (e*) $\mathbb{N}^\infty \to \mathbb{N}^\infty$

a)

$\perp$

b)

$\perp$

c)

cons $\perp$

d)

0

e)

cons 0

4)

lunes, 25 de marzo de 2024 15:36

(4) Calcule, en caso de existir, el supremo de los siguientes conjuntos:

(a) $\mathcal{A} = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par}\}$, en $\mathbb{N}_\perp$ (b) $\mathcal{A} = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par}\}$, en $\mathbb{N}^\infty$

(c) $\mathcal{A} = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es primo}\}$, en $\mathbb{N}^\infty$ (d) $\mathcal{A} = \{V, F\}$, en $\mathbb{B}_\perp$

(e) $\mathcal{F} = \{f_n : n \in \mathbb{N}\}$ en $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp$, donde

$$f_n x = \begin{cases} 1 & \text{si } x|n \\ \perp & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

(f*) $\mathcal{F} = \{f_n : n \in \mathbb{N}\}$ en $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp$, donde

$$f_n x = \begin{cases} x & \text{si } |x - 10| < log(n+1) \\ \perp & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

a) No existe

b) ∞

c) ∞

d) V

a) f_0
Por que al cero lo dividen todos entonces es siempre 1

f) id

5)

martes, 26 de marzo de 2024 15:38

(5) Para cada uno de los siguientes espacios de funciones, dar ejemplos de: *(a)* funciones monótonas y no continuas; *(b)* funciones continuas; y *(c)* funciones continuas y estrictas.

(a) de $\mathbb{B}_\perp$ en $\mathbb{B}_\perp$ (b) de $\mathbb{N}_\perp$ en $\mathbb{N}_\perp$
(c) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}_\perp$ (d) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}^\infty$

*a*a)
No hay porque $\mathbb{B}_\perp$ no tiene cadenas interesantes

*b*a)
id

*c*a)
id

*a*b)
No hay porque $\mathbb{N}_\perp$ no tiene cadenas interesantes

*b*b)
id

*c*b)
id

*a*c)

$$f\ x = \begin{cases} x = \infty & \to \quad 0 \\ \text{si no} & \to \quad \perp \end{cases}$$

*c*a)
const $\perp$

*c*b)
const $\perp$

*a*d)

$$f\ x = \begin{cases} x = \infty & \to \quad 1 \\ \text{si no} & \to \quad 0 \end{cases}$$

*b*d)
id

cd)
id

6) 🛠️ 🤔

martes, 26 de marzo de 2024 16:26

(6) En cada uno de los casos del ejercicio 5 caracterizar todas las funciones continuas.

(a) de $\mathbb{B}_\perp$ en $\mathbb{B}_\perp$ (b) de $\mathbb{N}_\perp$ en $\mathbb{N}_\perp$
(c) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}_\perp$ (d) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}^\infty$

a) 🛠️

b) 🛠️

c) 🛠️

$\{(f\colon \mathbb{N}^\infty \to \mathbb{N}_\perp) : \exists i \in \mathbb{N} \,.\, f(\infty) = f(i) \land \forall j \in \mathbb{N}_{\geq i} : f(j) = f(i)\}$

7) 🛠️

martes, 26 de marzo de 2024 16:28

(7) En cada uno de los casos del ejercicio 6 indicar cuáles son estrictas y cuáles no.

8)

martes, 26 de marzo de 2024 16:28

(8) Para cada una de las siguientes funciones caracterizar los puntos fijos; decidir si existe un menor punto fijo. Si no existe, explicar por qué.

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$
$$f\, n = n$$

$$h : \mathbb{N}^\infty \to \mathbb{N}^\infty$$
$$h\, n = n + 1$$

$$g : \langle \text{intexp} \rangle \to \langle \text{intexp} \rangle$$
$$g\, e = e$$

$$k : \mathbb{N}^\infty \to \mathbb{N}^\infty$$
$$k\, n = \begin{cases} n+1 & \text{si } n < 8 \\ n & \text{caso contrario} \end{cases}$$

f)
Puntos fijos: $\mathbb{N}$
Menor: 0

g) (considerando el orden discreto)
Puntos fijos: $\langle intexp \rangle$
No tiene menor punto fijo por ser el orden discreto

h)
Puntos fijos: $\{\infty\}$
Menor: ∞

k)
Puntos fijos: $\{8, 9, \ldots, \infty\}$
Menor: 8

9) 🛠️ 🤔

martes, 26 de marzo de 2024 16:35

(9) Considere las siguientes $F \in (\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp) \to (\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp)$,

$$F\ f = \begin{cases} f & \text{si } f \text{ es una función total} \\ \perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$F\ f\ n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ f(n-2) & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

(a) Determine si F es continua.
(b) Calcule $F^{(i)}\ \perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp}$, para $i = 0, 1, 2$.

a)
Para la primera:
No, ejemplo:

$$f_i(x) = \begin{cases} x \leq i & \to \quad x \\ \text{si no} & \to \quad \perp \end{cases}$$

Tenemos que:
$\sup\{f_0, f_1, \dots\} = id$

Y:
$F\ id = id$

Pero:
$\sup\{F(f_0), F(f_1), \dots\} = \sup\{\perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp}\} = \perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp}$

b)
Para la primera:
$F^i(\perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp}) = \perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp}$

10)

martes, 26 de marzo de 2024 16:43

(10) Calcular la menor $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que satisface la siguiente ecuación

$$f\ n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ n * f\ (n-1) & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

Notar que n corre sobre todo $\mathbb{Z}$. Asumir que la multiplicación y la suma son estrictas.

$$f(n) = \begin{cases} n \geq 0 & \to & n! \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases}$$

Sea:

$$F : (\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp) \to \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$$

$$F\ f\ n = \begin{cases} n = 0 & \to & 1 \\ \text{si no} & \to & n \cdot_\perp f(n-1) \end{cases}$$

Queremos calcular:

$$\bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} F^i(\perp_{\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp})$$

Las primera $F^i(\perp_{\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp})$ son:

$$F^0(\perp_{\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp})(n) = \perp$$

$$F^1(\perp_{\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp})(n) = \begin{cases} n = 0 & \to & 1 \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases}$$

$$F^2(\perp_{\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp})(n) = \begin{cases} 0 \leq n \leq 1 & \to & n! \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases}$$

Propongo en general:

$$F^i(\perp_{\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp})(n) = \begin{cases} 0 \leq n < i & \to & n! \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases}$$

Demostración por inducción:

$$F^{i+1}(\perp_{\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp})(n)$$

$=$

$$F\left(F^i(\perp_{\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}_\perp})\right)(n)$$

=

$$\begin{cases} n = 0 & \to & 1 \\ \text{si no} & \to & n \cdot_\perp F^i(\perp_{\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}_\perp})(n-1) \end{cases}$$

= (HI)

$$\begin{cases} n = 0 & \to & 1 \\ \text{si no} & \to & n \cdot_\perp \begin{cases} 0 \le n-1 < i & \to & (n-1)! \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases} \end{cases}$$

=

$$\begin{cases} n = 0 & \to & 1 \\ n \neq 0 \wedge 0 \le n-1 < i & \to & n \cdot (n-1)! \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases}$$

=

$$\begin{cases} 0 \le n < i+1 & \to & n! \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases}$$

Por ende es claro que:

$$\left(\bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} F^i(\perp_{\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}_\perp})\right)(n) = \begin{cases} 0 \le n & \to & n! \\ \text{si no} & \to & \perp \end{cases}$$

11)

martes, 26 de marzo de 2024 16:46

(11) Caracterizar las funciones que satisfacen la ecuación

$$f\ n = \begin{cases} f(n-1) & \text{si } n < 0 \\ 1 & \text{si } n = 0 \\ n * f\ (n-1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

Comparar esta ecuación con la ecuación del ejercicio 10. ¿Tienen las mismas soluciones?

$$\left\{ f \in (\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}) : \left(\forall n \in \mathbb{Z} \,.\, f\ n = \begin{cases} n \geq 0 & \to & n! \\ \text{si no} & \to & c \end{cases} \right) : c \in \mathbb{Z} \right\}$$

No son las mismas soluciones que la de la ecuación del ejercicio 10