

Recordemos que

$$[while\ e\ do\ c]\sigma = Y\ F\ \sigma$$

$$F \in (\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp}) \rightarrow (\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp})$$

$$F\ w\ \sigma =$$

$$\begin{array}{ll} w_{\perp\perp}([c]\sigma) & \text{si } [e]\sigma \\ \sigma & cc \end{array}$$

Veamos el cálculo del caso:

$$[while\ x \neq 0 \wedge x \neq 1\ do\ x := x - 2]\sigma = Y\ F\ \sigma$$

$$F\ w\ \sigma =$$

$$\begin{array}{ll} w_{\perp\perp}([x := x - 2]\sigma) & \text{si } \sigma x \neq 0 \wedge \sigma x \neq 1 \\ \sigma & \text{si } \sigma x = 0 \vee \sigma x = 1 \end{array}$$

Podemos darle una mejor forma a la F:

$$F w \sigma =$$

$$\begin{array}{ll} w([\sigma|x: \sigma x - 2) & \text{si } \sigma x \notin \{0, 1\} \\ \sigma & \text{si } \sigma x \in \{0, 1\} \end{array}$$

Calculemos la cadena del TMPF:

$$F \perp \sigma =$$

$$\begin{array}{ll} \perp ([\sigma|x: \sigma x - 2) & \text{si } \sigma x \notin \{0, 1\} \\ \sigma & \text{si } \sigma x \in \{0, 1\} \end{array}$$

Simplificamos la definición de $F \perp$:

$$F \perp \sigma =$$

$$\begin{array}{ll} \perp & \text{si } \sigma x \notin \{0, 1\} \\ \sigma & \text{si } \sigma x \in \{0, 1\} \end{array}$$

$$F^2 \perp \sigma =$$

$$F \perp ([\sigma|x: \sigma x - 2) \quad \text{si } \sigma x \notin \{0, 1\}$$

$$\sigma \quad \text{si } \sigma x \in \{0, 1\}$$

Simplificamos la definición de $F^2 \perp$:

$$F^2 \perp \sigma =$$

$$\begin{array}{l} \perp \\ [\sigma|x: \sigma x - 2] \\ \sigma \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{si } \sigma x \notin \{0, 1\} \text{ y } \sigma x - 2 \notin \{0, 1\} \\ \text{si } \sigma x \notin \{0, 1\} \text{ y } \sigma x - 2 \in \{0, 1\} \\ \text{si } \sigma x \in \{0, 1\} \end{array}$$

$$F^2 \perp \sigma =$$

$$\begin{array}{l} \perp \\ [\sigma|x: \sigma x - 2] \\ \sigma \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{si } \sigma x \notin \{0, 1, 2, 3\} \\ \text{si } \sigma x \in \{2, 3\} \\ \text{si } \sigma x \in \{0, 1\} \end{array}$$

$$F^2 \perp \sigma =$$

$$\begin{array}{l} \perp \\ [\sigma|x: \sigma x \% 2] \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{si } \sigma x \notin \{0, 1, 2, 3\} \\ \text{si } \sigma x \in \{0, 1, 2, 3\} \end{array}$$

Postulamos que la aproximación k es:

$$F^k \perp \sigma =$$

$$\begin{array}{ll} \perp & \text{si } \sigma x \notin \{0, 1, \dots, 2k - 1\} \\ [\sigma|x: \sigma x \% 2] & \text{si } \sigma x \in \{0, 1, \dots, 2k - 1\} \end{array}$$

En tonces ya podemos dar el menor punto fijo. Recordar que:

Si $w = \bigcup_{i=0} F^i \perp$ entonces tenemos dos casos:

- la cadena $F^0 \perp \sigma, F^1 \perp \sigma, \dots$ es la cadena idénticamente \perp en el dominio Σ_{\perp} : entonces $w\sigma = \perp$
- la cadena $F^0 \perp \sigma, F^1 \perp \sigma, \dots$ no es idénticamente \perp en el dominio Σ_{\perp} : entonces si $F^n \perp \sigma \neq \perp$ se tiene que $w\sigma = F^n \perp \sigma$.
-

Concluimos entonces que :

$$[\text{while } x \neq 0 \wedge x \neq 1 \text{ do } x := x - 2] = w$$

$$w\sigma =$$

$$\begin{array}{ll} \perp & si\ \sigma x < 0 \\ [\sigma|x:\sigma x \% 2] & si\ \sigma x \geq 0 \end{array}$$