1. 设两个数列 $\{x_n\},\{y_n\}$，$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$，$x_n \neq 0$，下列说法**正确**的是

A. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} y_n$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n y_n$ 一定收敛；

B. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} y_n$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{y_n}{x_n}$ 一定发散；

C. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} y_n$ 发散，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{y_n}{x_n}$ 一定发散；

D. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} y_n$ 绝对收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n y_n$ 一定绝对收敛.

2. 对于**正**数列 $\{x_n\}$，满足下列哪一个条件时一定有 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_{n+1}}{x_n} = 1$

A. 正数列 $\{x_n\}$ 收敛；

B. 正数列 $\{x_n\}$ 单调减少；

C. 正数列 $\{x_n\}$ 单调增加有上界；

D. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{x_n} = 1$.

3. $x=0$ 是下列哪一个函数的**可去间断点**

A. $\operatorname{sgn}(\sin x)$；　B. $[\sin x]$；　C. $[\cos x]$；　D. $\max(\sin x, \cos x)$.

4. 使得函数 $f(x) = \dfrac{\cos x}{x}$ 不一致连续的区间为

A. $(0,1)$；　B. $[1,2]$；　C. $[m,M]$ $(M>m>0)$；　D. $[1,+\infty)$.

1. D　　2. C　　3. C　　4. A

1. $y=ax+b$ 是曲线 $y=x\ln\left(\sqrt{\mathrm{e}}+\dfrac{2024}{x}\right)$ 的斜渐近线，则 $a=$____，$b=$_____；

2. 对于级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$，判断下列说法是否正确：

（1）若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1})$ 一定收敛 ________，

（2）若 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1})$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 一定收敛 ________；

3. 若 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln(2-x^2)}{x^2+ax+b}=\dfrac{1}{2}$ 则 $a=$____，$b=$_____；

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[2n]{2024n+2023}=$________，$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2024^n\ln n}=$________；

5. 函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\mathrm{e}^{-nx}}{n}$ 在下列的区间上具有那种性质：（填写 A、B、C）

A. 非处处收敛，B. 处处收敛但非一致收敛，C. 一致收敛

（1）$(0,1]$__________，（2）$[1,+\infty)$__________；

6. $f_n(x)=x^n$，$D=[0,1]$，判断下列说法正确与否：

（1）函数列 $\{f_n(x)\}$ 在 D 上处处收敛 _______，

（2）函数列 $\{f_n(x)\}$ 在 D 上一致收敛 _______，

（3）函数列 $\{f_n(x)\}$ 在 D 上一致有界 _______，

（4）函数列 $\{f_n(x)\}$ 的极限函数在 D 上连续 _______；

7. 下述点为函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$ 的哪种点：（填写 A、B、C、D）

A. 连续点，B. 可去间断点，C. 跳跃间断点，D. 第二类间断点

（1）$x=-1$____，（2）$x=0$_____，（3）$x=1$____，（4）$x=2$_____.

1. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{2024}{\sqrt{\mathrm{e}}}$；　2. 正确，错误；　3. $-6,\ 5$；　4. $1,\ 2024$；

5. B, C；　6. 正确，错误，正确，错误；　7. D, C, B, A

1. 已知 $f(x)=\sin(2\pi x^2)$，求 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left[f\left(n+\dfrac{1}{n}\right)-f(n)\right]$.（2π）

2. 已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[8]{1+f(x)\sin x}-1}{e^{11x}-1}=23$，求 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.（2024）

3. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\sqrt{1+\dfrac{k}{n^2}}-1\right)$.（1/4）

4. 求函数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^2 2^n}(1+x)^n$ 的收敛域，并说明在收敛域内是否一致收敛.

（[-3,1]，一致收敛）

5. 判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\left(\sqrt{n^2+1}\pi\right)$ 的收敛性，若收敛须说明绝对收敛或条件收敛.

（条件收敛）

1. 设 $\{x_n\}$ 为正数列，判断下列说法是否正确：（(1) 错误（2）正确）

（1）若 $\left\{x_n+\dfrac{1}{x_n}\right\}$ 收敛，则 $\{x_n\}$ 收敛；（2）若 $\left\{x_n-\dfrac{1}{x_n}\right\}$ 收敛，则 $\{x_n\}$ 收敛.

2. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，判断下列说法是否正确，错误的请举反例，正确的给出证明：（(1) 错误（2）正确）

（1）函数 $g(x)=\sin(f(x))$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上一致连续；

（2）函数 $h(x)=f(\sin x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上一致连续.

3. 设 $\left(2+\sqrt{2}\right)^n=x_n+y_n\sqrt{2}$，$z_n=\dfrac{x_n}{y_n}$，其中 x_n,y_n 为正整数.

（1）建立数列 $\{z_n\}$ 满足的递推式；　$z_n=1+\dfrac{z_{n-1}}{2+z_{n-1}}$

（2）证明数列 $\{z_n\}$ 收敛；（压缩数列或单调减少有下界）

（3）求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} z_n$.（根下 2）