南京航空航天大学

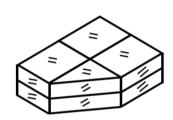
第1页 (共13页)

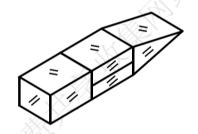
二○一九~二○二○学年第2学期《结构力学Ⅱ》考试试题

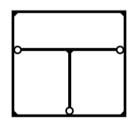
		班	号		学号			姓名			
题号	_	=	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

本题分数	10
得 分	

一、分析图示各系统的几何组成性质, 指明各系统是何系统? (1)几 何可变系统; (2) 静定系统; (3) 静不定系统, 多余约束数是多少? (4) 瞬变系统。 (每小题 2 分)

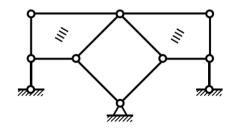


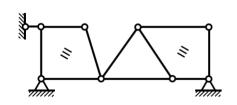




(a)

(c) _____



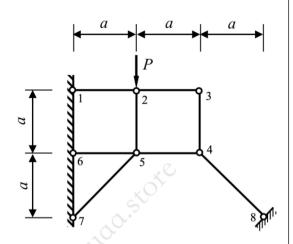


(d)

(e) _____

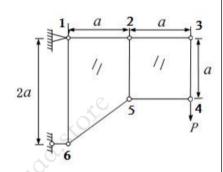
本题分	15		
得	分		

二、已知平面桁架的几何尺寸和载荷情况如图所示,杆的弹性模量均为E,截面积均为f,计算桁架各杆的内力,并将内力标注在图中。



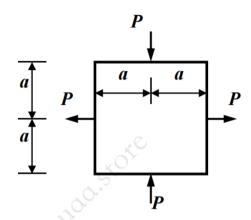
本题	15		
得	分		

三、已知平面薄壁结构的形状、尺寸及受载情况如下图所示,求点 3 的水平位移。已知受剪板厚度为t,剪切弹性模量为G;杆截面积为f,杆的杨氏弹性模量为E。



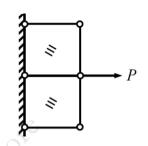
本题分数	20		
得 分			

四、平面正方形刚架结构,边长为2a,受如图所示的四个集中力P作用,求该平面刚架的弯矩,并画出弯矩图,已知刚架剖面EJ为常数。



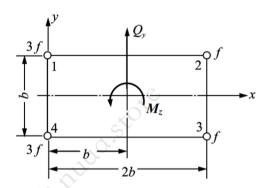
本题分数	20		
得 分			

五、求图示平面杆板式薄壁结构的内力,并画出内力图。已知各杆截面面积为f,长度为a,板厚为t,杆弹性模量为E,板剪切模量为G,且有关系式Ef=10Gta。



本题分数	20
得 分	

六、下图所示为四缘条单闭室剖面的薄壁梁,试求在剪力 Q_y 和扭距 M_z (设其大小为 $M_z = Q_y b$) 作用下剖面的剪流分布 (并在剖面上画出剪流图) 和相对扭角,并确定剖面的弯心位置。假设壁板不承受正应力,壁厚均为 t,剪切模量为 G,缘条面积已在图中注明。



附: 图乘法计算公式

III. MANIATA	X/X			
$\int_{M_P} M_1 M_P ds M_1$	c I	d	c d	$c\sqrt{1}d$
a 1	acl	$\frac{1}{2}adl$	$\frac{1}{2}a(c+d)l$	$\frac{1}{2}a(c-d)l$
b	$\frac{1}{2}bcl$	$\frac{1}{3}bdl$	$\frac{1}{6}b(2d+c)l$	$\frac{1}{6}b(c-2d)l$
a l	$\frac{1}{2}$ acl	$\frac{1}{6}$ adl	$\frac{1}{6}a(2c+d)l$	$\frac{1}{6}a(2c-d)l$
a b	$\frac{1}{2}(a+b)cl$	$\frac{1}{6}(a+2b)dl$	$\frac{1}{6}[a(2c+d) + b(2d+c)]l$	$\frac{1}{6}[a(2c-d) + b(c-2d)]l$
" J. B	$\frac{1}{2}(a-b)cl$	$\frac{1}{6}(a-2b)dl$	$\frac{1}{6}[a(2c+d)$ $-b(2d+c)]l$	$\frac{1}{6}[a(2c-d)$ $-b(c-2d)]l$

一、(10分)

- (a) 静不定系统, K=14 (2分) (b) 静不定系统, K=3 (2分)
- (c) 静不定系统、K=6 (2分) (d) 瞬变系统 (2分)
- (e)静不定系统, K=1 (2分)

二、(15分)

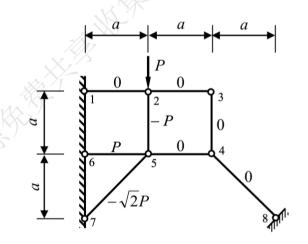
解:

结构为静定结构,由零力杆判断规则可知,杆 2-3、3-4、4-8、5-4、1-2 的轴力均为零。由节点 2 的平衡,可得 $N_{25} = -P$

由节点 5 的平衡: $N_{57}\cos 45^\circ=N_{52}=-P$,可得 $N_{57}=-\sqrt{2}P$ $N_{57}\sin 45^\circ+N_{56}=0$,可得 $N_{56}=P$

各杆的轴力如图所示。

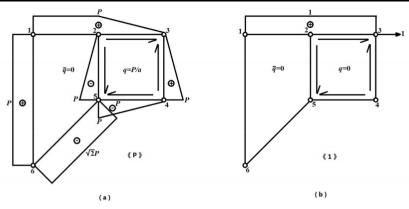
(共8根杆,每杆2分,全对15分,结果应标注在图中,未标在图中扣1分)



三、(15分)

解:

- 1) 求解《P》状态,得: $q_p = \frac{P}{a}$ (1.5 分); $q_p = 0$ (1.5 分); 各杆的轴力如下图(a)所示。(每根杆得 0.5 分,共 4 分)
- 2) 求解《1》状态,得: $q_1 = 0$ (1分); $\overline{q}_1 = 0$ (1分);各杆的轴力如下图(b)所示。(每根杆得 0.5 分,共 3分)



3) 求点 3 的水平位移: (2+1=3 分)

$$\Delta_{3 \text{\#} \text{\#}} = \sum \int \frac{N_1 N_p ds}{Ef} + \sum \frac{q_1 q_p F}{Gt} = \frac{1}{Ef} \left(\frac{1}{2} \cdot P \cdot a \cdot 1 + P \cdot a \cdot 1 \right) = \frac{3Pa}{2Ef}$$

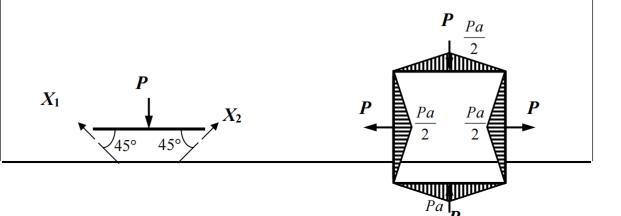
四、(20分)

解:

方法 (一): 结构对称, 若取对角线为对称轴, 则载荷为反对称, 取 1/4 结构进行计算。

由结构左右对称可知,
$$X_1 = X_2$$
, 系统为静定结构。 (5 分)

根据平衡方程,可求出:
$$X_1 = X_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}P$$
. (10 分)



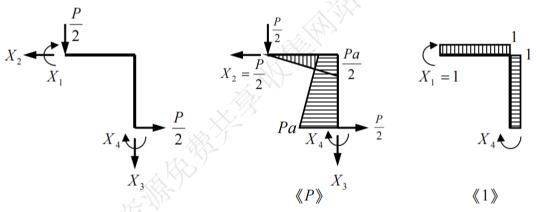
方法 (二): 结构对称,载荷左右对称,上下对称,取 1/4 结构进行计算。由平衡方程可得:

$$X_2 = \frac{P}{2}$$
, $X_3 = -\frac{P}{2}$, $X_1 = Pa - X_4$

系统静不定度 K=1。

以 X_1 为未知力,建立力法典型方程,《P》状态和《1》状态弯矩图如下图所示。

(5+5=10分)



计算影响系数和载荷系数:

(3+3=6分)

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{M_1 M_1 ds}{EJ} = 2 \frac{1}{EJ} a \cdot 1 \cdot 1 = \frac{2a}{EJ}$$

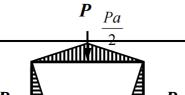
$$\Delta_{1p} = \sum \int \frac{M_1 M_p ds}{EJ} = -\frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} a \cdot \frac{Pa}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} (Pa + \frac{Pa}{2}) \cdot a \cdot 1 \right] = -\frac{Pa^2}{EJ}$$

代入力法的典型方程: $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$

可得
$$2X_1 - Pa = 0$$
 , $X_1 = \frac{Pa}{2}$ (1+1=2 分)

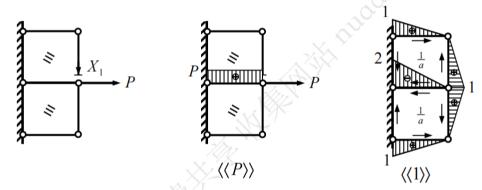
结构弯矩: $M = M_P + X_1 \cdot M_1$

弯矩计算结果与方法 (一) 相同 (左右对称, 上下对称)。 (2分)



五、(20分)

解:结构静不定度 K=1。如图所示选取一根杆为多余约束,切断杆端,得到静定结构。列力法典型方程,《P》状态和《1》状态的内力图如图所示。(每图 5 分,共 10 分)



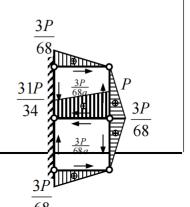
计算影响系数和载荷系数: (3+3=6分)

$$\begin{split} \delta_{11} &= \sum \int \frac{N_1^2 ds}{Ef} + \sum \frac{q_1^2 F}{Gt} = \frac{1}{Ef} (4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} a \cdot 2 \cdot \frac{4}{3}) + 2 \cdot \frac{1}{a^2} \cdot \frac{a^2}{Gt} = \frac{68a}{3Ef} \\ \Delta_{1P} &= \sum \int \frac{N_1 N_p ds}{Ef} = \frac{1}{Ef} (\frac{1}{2} a \cdot 2 \cdot (-P)) = -\frac{Pa}{Ef} \end{split}$$

代入力法的典型方程: $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$ (1分)

可得
$$\frac{68a}{3}X_1 - Pa = 0$$
 , $X_1 = \frac{3P}{68}$ (1分)

结构的内力: $N = N_P + X_1 \cdot N_1$ 内力如图所示。(2 分)



六、(20分)

解:

因为剖面上下对称,所以x轴是剖面的中心主轴。剖面对x轴的惯性矩为 $(2 \, f)$

$$J_x = \sum f_i y_i^2 = 2(3f + f) \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 2fb^2$$

(1) 求开口剖面剪流 \tilde{q}_v : 在缘条 1 右侧开口,开口处剪流为 q_0 ,如下图(a)所示。(4 分)

$$S_{x}^{1-2} = 0 \qquad \widetilde{q}_{y}^{1-2} = \frac{Q_{y}}{J_{x}} S_{x}^{1-2} = 0$$

$$S_{x}^{2-3} = \frac{fb}{2} \qquad \widetilde{q}_{y}^{2-3} = \frac{Q_{y}}{J_{x}} S_{x}^{2-3} = \frac{Q_{y}}{2fb^{2}} \frac{fb}{2} = \frac{Q_{y}}{4b}$$

$$S_{x}^{3-4} = 0 \qquad \widetilde{q}_{y}^{3-4} = \frac{Q_{y}}{J_{x}} S_{x}^{3-4} = 0$$

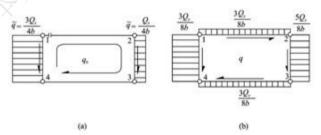
$$S_{x}^{1-4} = \frac{3fb}{2} \qquad \widetilde{q}_{y}^{1-4} = \frac{Q_{y}}{J_{x}} S_{x}^{1-4} = \frac{Q_{y}}{2fb^{2}} \frac{3fb}{2} = \frac{3Q_{y}}{4b}$$

 \tilde{q}_v 的大小及方向标注在下图(a)上。

利用力矩平衡求 q_0 。对 4 点取力矩平衡,得 (2+1=3 分)

$$q_0 = \frac{1}{\Omega} [M_z + Q_y b - \int \widetilde{q} \rho ds] = \frac{1}{4b^2} \left[Q_y b + Q_y b - \frac{Q_y}{4b} b \cdot 2b \right] = \frac{3Q_y}{8b}$$

剪流 q_0 为正,将 \tilde{q}_v 与 q_0 叠加,则得剖面剪流 q_0 如下图 (b)所示。(1 分)



(2) 求相对扭角: (2+2=4分)

$$\theta = \frac{1}{\Omega} \oint \frac{q \, ds}{Gt} = \frac{1}{Gt \cdot 2 \cdot 2b \cdot b} \left(\frac{3Q_y}{8b} \cdot 2b \cdot 2 + \frac{5Q_y}{8b} b - \frac{3Q_y}{8b} b \right) = \frac{7Q_y}{16b^2 Gt}$$

求得θ为正, 扭角是逆时针方向。

(3) 求弯心: (2+2+2=6分)

x 轴是对称轴, 弯心在 x 轴上。假定弯心位于剪力 Q,右侧,则

由于单位扭矩产生的相对扭角为

$$\theta_1 = \frac{1}{\Omega^2} \oint \frac{ds}{Gt} = \frac{(2b+b) \times 2}{(2 \times 2b \times b)^2 Gt} = \frac{3}{8b^3 Gt}$$

则

$$\frac{\theta_{Q_y}}{\theta_1} - M_z = -Q_y X \quad \Rightarrow \quad \frac{7Q_y}{16b^2Gt} \cdot \frac{8b^3Gt}{3} - Q_y b = -Q_y X$$

$$X = -\frac{b}{6}$$

负号表示弯心位于剪力 Q左侧 $\frac{b}{6}$ 处。