

南京航空航天大学

第1页 (共2页)

二〇二一 ~ 二〇二二 学年 第2学期 《离散数学》考试试题

考试日期: 2022 年 6 月 日

试卷类型:

试卷代号:

班号				学号				姓名			
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、 填空题

(1) 全体整数集与全体自然数集_____等势, 全体有理数集与全体无理数集等势 (“是” 或 “不是”).

(2) 设两集合 A, B 满足 $|A|=3$, $|B|=2$, 则最多可定义_____个集合 A 到 B 的映射; 集合 $S = A \times B$, 则最多可定义_____个 S 上的置换, 最多可定义_____个 A 上的反对称关系. 若 R 是 S 上的等价关系, 则 $R^3 \setminus R =$ _____, 若商集 S/R 含有三个等价类, 其中一等价类是 S 中某个元素做成的单元集, 这样的 R 有_____个.

(3) 设 $(B, +, *, ', 0, 1)$ 为布尔格, S 是 B 的原子集, $|S|=t$, 则 $|B|=$ _____, 对两互异元素 $a, b \in S$, 则 $a*b=$ _____, $a+(a*b')=$ _____.

(4) 设 $G=\langle a \rangle$ 是以 a 为生成元的 15 阶群, 则除 a 外, G 还有_____个生成元, G 的子群 $H=\langle a^3 \rangle$ 的阶数为_____, H 的指数为_____, H 中所有非单位元的阶数为 (写成集合的形式), H _____ G 的正规子群 (“一定是” “一定不是” 或 “不一定是”).

(5) “非空集合的恒等关系是等价关系” 是_____命题. (此题考各种命题的真假)

(6) 设 G 为 7 阶简单连通图, 边数为 16, G 中含有 2 个 6 度顶点, 3 个 4 度点, 1 个 5 度点, 则最后一顶点的度为_____, G _____平面图, _____欧拉图 (后两个填 “是” 或 “不是”).

二、

X 是一个集合, $\pi(X)$ 是所有划分组成的集合。在 $\pi(X)$ 上定义关系 \leq : $\pi_1 \leq \pi_2$, 当且仅当 π_1 的每个划分是 π_2 某个划分块的子集。

1、证: \leq 是偏序关系。

2、判断 $(\pi(X), \leq)$ 是格, 若是, 就证明它; 若不是, 举一个反例。

三、

L 是格, 证明 L 是全序集, 当且仅当 L 的任意非空子集是子格。

四、

$G = \langle a \rangle$ 是以 a 为生成元的循环群, s, t 为任意两个互异正整数。

(1) 证明 $\langle a^s \rangle \cap \langle a^t \rangle = \langle a^m \rangle$, m 是 s, t 的最小公倍数。

(2) 证明: 任意一个群不能写成两个真子群的并。

五、

用反证法的推理规则证明下式:

$A \rightarrow B, A \vee C, C \rightarrow \neg B, R \rightarrow B \Rightarrow \neg R$.

六、

题目: 介绍了距离, 直径的定义

(1) 证明: 设 G 为直径至少为 4 的连通图, 且其补图 G^c 连通, 则 G^c 的直径为 2。

(2) 画出两个不同构直径为 3 的连通图 G, H , 且其补图直径也都是 3。