

南京航空航天大学

二〇二一 ~ 二〇二二 学年 第二学期 《计算方法》考试试题

考试日期：2022 年 月 日 试卷类型： A 试卷代号：

班号		学号		姓名			
题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

本题分数	20 分
得 分	

一、(1)写出求解非线性方程 $f(x) = x^n - a = 0$ 的牛顿迭代格式。(2)取 $\epsilon = 10^{-5}$, $x_0 = 0$, 用牛顿法求 $\cos x - xe^x = 0$ 的最小正根 (保留小数点后 5 位)。

本题分数	20 分
得 分	

二、(1) 计算矩阵 A 的条件数 $\|A\|_1 \cdot \|A^{-1}\|_1$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0.99 \\ 0.99 & 0.98 \end{pmatrix}$;

(2) 给定方程组 $Ax = b$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, 构造迭代法

$x^{(k+1)} = x^{(k)} + a(b - Ax^{(k)}), k = 0, 1, \dots$, 如果此迭代法收敛, 求 a 的取值范围。

三、给定数据表

本题分数	17分
得分	

x	0	3	6
$f(x)$	2	-4	14

(1) 计算二次拉格朗日插值多项式 $L_2(x)$ 和二次牛顿插值多项式 $N_2(x)$; (2) 计算 $L_2(x) \blacksquare N_2(x)$ (最简形式)。

本题分数	20 分
得 分	

四、(1) 用复合梯形公式 T_8 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 x} dx$ (保留小数点后 4 位); (2) 给定三个点 x_{i-1}, x_i, x_{i+1} 及其对应的函数值 y_{i-1}, y_i, y_{i+1} , 记步长 $h = x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i$, 写出二次拉格朗日插值多项式 $P_2(x)$, 并计算 $P_2'(x_{i+1})$ 的值。

本题分数	17 分
得 分	

五、用梯形公式解常微分方程初值问题：

$$\begin{cases} y' = -y, \\ y(0) = 2, \end{cases} \quad \text{证明其数值解为 } y_i = 2 \left(\frac{2-h}{2+h} \right)^i.$$

本题分数	6 分
得 分	

六、如果存在对称正定矩阵 P ，使得 $B = P - H^T P H$ 是对称正定矩阵，证明迭代法 $x^{(k+1)} = Hx^{(k)} + b$ $k = 0, 1, \dots$ 收敛。

本资源免费共享收集网站 nuqa.su