本题分数	24 分
得　分	

一、填空题（每小题 3 分）.

1. 旋转抛物面 $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$ 和上半球面 $z=\sqrt{8-x^2-y^2}$ 所围成的闭曲面在 xOy 面上投影部分的面积为________.

2. 设向量 $\vec{a}=(2,-1,3)$，$\vec{b}=(3,-4,12)$，则 $\mathrm{Prj}_{\vec{b}}\,\vec{a}=$________.

3. 直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+8}{1}$ 与平面 $x+y-2z+6=0$ 的夹角为________.

4. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin(x^2y+y^4)}{x^2+y^2}=$________.

5. 设函数 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数且 $df\big|_{(1,1)}=3du+2dv$，令 $y=f(\cos x,1+x^2)$，则 $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=0}=$________.

6. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^z+xz=2x-y$ 确定，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$________.

7. 曲线 $x=\frac{t}{1+t},\ y=\frac{1+t}{t},\ z=t^2$ 在 $t=1$ 处的切线方程为________

8. 交换二次积分的次序：$\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=$________.

本题分数	9 分
得　　分	

二、选择题（每小题 3 分）.

1. 下列结论中不正确的是（　　　　）

（A）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处一阶偏导数不存在，则 $f(x,y)$ 在该点不可微；

（B）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的二阶偏导数连续，则 $f(x,y)$ 在该点连续；

（C）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的一阶偏导数连续，则 $f(x,y)$ 在该点沿任一方向的方向导数都存在；

（D）若函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处沿 x 轴和 y 轴正、负方向的方向导数都存在，则 $f(x,y)$ 在该点的一阶偏导数存在.

2. 设函数 $f(x,y)=\ln(y+|x\sin y|)$，则（　　　　）

（A） $f_x(0,1)$ 和 $f_y(0,1)$ 都存在；　　（B） $f_x(0,1)$ 存在， $f_y(0,1)$ 不存在；

（C） $f_x(0,1)$ 不存在， $f_y(0,1)$ 存在；　　（D） $f_x(0,1)$ 和 $f_y(0,1)$ 都不存在.

3. 设函数 $f(t)$ 具有一阶连续导数，令 $F(x,y)=\int_0^{x-y} tf(t)dt$，则（　　　　）

（A） $\dfrac{\partial F}{\partial x}=\dfrac{\partial F}{\partial y}$， $\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}$；　　（B） $\dfrac{\partial F}{\partial x}=\dfrac{\partial F}{\partial y}$， $\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}=-\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}$；

（C） $\dfrac{\partial F}{\partial x}=-\dfrac{\partial F}{\partial y}$， $\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}$；　　（D） $\dfrac{\partial F}{\partial x}=-\dfrac{\partial F}{\partial y}$， $\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}=-\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}$.

本题分数	6 分
得　　分	

三、设 $z=f(e^x\sin y,x^2+y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四、设函数$u=u(x,y)$，$v=v(x,y)$由方程组$\begin{cases}x^2+y^2=uv\\xy^2=u^2-v^2\end{cases}$确定，求$\dfrac{\partial u}{\partial x}$及$\dfrac{\partial v}{\partial x}$.

7分

五、求过点$(-2,-4,3)$且与直线$L:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{0}=\dfrac{z-2}{2}$相交，又与平面$\pi:x+2y-z+4=0$平行的直线方程.

六、求过点 $(1,2,1)$ 且与两直线 $L_1:\begin{cases}2x-4y+z=1\\x+3y=-5\end{cases}$，

$L_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{-3}$ 都平行的平面方程.

七、设 a，b 为实数，函数 $z=2+ax^2+by^2$ 在点 $(3,4)$ 处的方向导数中，沿方向 $\vec{l}=(-3,-4)$ 的方向导数最大，最大值为10，

（1）求 a 和 b 的值；

（2）求曲面 $z=2+ax^2+by^2$ 与平面 $z=0$ 所围成立体的体积

8 分

八、计算二重积分 $\iint\limits_D (x^2+y^2+xy)dxdy$，其中 D 是由曲线 $y=|x|$ 和 $y=x^2$ 所围成的平面有界闭区域.

8 分

九、求函数 $f(x,y)=2x^3-9x^2-6y^4+12x+24y$ 的极值.

0分

十、已知曲线$C:\begin{cases}x^2+2y^2-z=6\\4x+2y+z=30\end{cases}$，求$C$上的点到$xOy$坐标面距离的最大值和最小值.

分

十一、设函数$f(x,y)$在单位圆域$x^2+y^2\le 1$上具有一阶连续偏导数，且在边界上的函数值恒为零，证明：

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{-1}{2\pi}\iint_D \frac{xf_x(x,y)+yf_y(x,y)}{x^2+y^2}dxdy=f(0,0),$$

其中D为圆环域$\varepsilon^2\le x^2+y^2\le 1$.