

一、(1) 用  $\Theta$  符号表示函数  $= \log^3 n + n \log n + 2n^2$ , 要求简洁.

(2) 算法的5个重要特性.

(3) 什么是子问题, 其在算法设计中的作用.

(4) 随机算法性能分析: 抛一枚不均匀硬币, 正面向上的概率记为  $p$ . 考虑如下用于生成均匀随机比特的算法, 即返回结果为1或0, 且概率均为  $1/2$ :  
`while(true)`

    连抛两次硬币;

    if (两次结果分别为正面向上, 反面向上) return 1;

    if (反

正

0

end while

该算法为哪一类随机算法? 分析该算法抛出硬币数目的期望值.

(5) 已知递归公式  $T(n) = 2T(n/2) + n - 1$ , 其中  $n = 2^k$ ,  $T(1) = 0$ , 求  $T(n)$

(6) 已知  $T(n) = T(\lfloor n/3 \rfloor) + T(\lfloor 2n/3 \rfloor) + n$ ,  $T(1) = 0(1)$ , 求  $T(n)$  的渐近

紧界 (不用严格证明)



二、给定已排序的数组  $A[1 \sim n-1]$ ，且包含了  $1, 2, \dots, n$  中的  $n-1$  个不同的数。设计<sup>1216</sup>算法，用于找出  $1, 2, \dots, n$  中的哪一个元素不在该数组中。要求用文字简述算法思想，给出伪代码，并分析算法时间复杂度（要尽量低）

三、给定具有  $2n$  个顶点的无向图，若图中某条边的所有端点恰为图的所有顶点，则称该边为图的一个完美匹配。设计一个算法，以具有  $2n$  个顶点的树为输入，若该树具有完美匹配，则输出一个完美匹配，否则输出“不存在”。要求描述算法基本思想，证明其正确性。

四、某人打算开设连续奶茶店，有  $n$  个位置可供开设，但若在第  $i$  个位置开设，则后面连续  $f$  个位置均不能开设，其中  $f$  为已知正整数。假设在第  $i$  个位置开设奶茶店的预期收益为  $p_i$  ( $p_i \geq 0$ )。设计一种动态规划算法，用于找出一种最佳开设方案，使总预期收益最大。给出设计关键步骤和伪代码，并分析时间复杂度。



五、最大独立集问题定义如下：给定无向图  $G=(V, E)$ ，若顶点子集  $U \subseteq V$  中的任意两点之间均不存在边，则称  $U$  为  $G$  的独立集。要求找出  $G$  的一个包含顶点数最多的独立集，由此给出最大独立集问题的判定版本，并证明其属于 NP。此为设计一种分支限界算法，给出核心思想。