

南京航空航天大学

二〇一八 ~ 二〇一九 学年 第 I 学期 《复变函数》考试试题

考试日期: 2018 年 10 月 2i 日 试卷类型: A 试卷代号:

	班号				学号				姓名		
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、填空题 (每题三分)

1. $\frac{i}{1+i} + \frac{-1+i}{i}$ 的三角表达式_____

2. $z^3 + 8 = 0$ 的全部根是_____

3. $(i)^{1+i} =$ _____, $k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$

4. $\oint_{|z|=1} \frac{\sin z}{z-2} dz =$ _____

5. $\text{Res}[\frac{1}{2009-z}, 2009] =$ _____

6. $\sum_{n=0}^{\infty} (1+i)^n z^n$ 的收敛半径为_____

7. $f(z) = z^2$ 在 $z = i$ 处的转动角为_____

8. $z_0 = 1 + i$ 关于 $|z| = 1$ 的对称点为_____

二、 $f(z) = x^3 + 2y^3i$ 在何处可导? 并求可导点处导数.

三、(1) 已知 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 为解析函数, 证明: u_x, u_y 为调和函数.

(2) 已知 $u(x, y) = e^y \sin x + y$, 求解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 满足 $f(0) = i$.

四、(1) $\oint_C \frac{z^3}{z^2+1} dz$, C 为正向圆周 $|z-i| = \frac{1}{2}$.

(2) $\oint_C z^2 \sin \frac{1}{z} dz$, C 为正向圆周 $|z| = 2$.

(3) $\oint_C \frac{\sin z}{z(z-\frac{\pi}{2})^2} dz$, C 为正向圆周 $|z| = \pi$.

(4) $\oint_C \tan(\pi z) dz$, C 为正向圆周 $|z| = 10$.

五、将函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(z-i)}$ 在以下区域内展开成洛朗级数：(1) $1 < |z| < +\infty$ (2) $0 < |z-i| < 1$.

六、找出 $f(z) = \frac{\cos z - 1}{z^2(z^2 + 1)^3} \sin \frac{1}{z-1}$ 的奇点，并说明具体类型.

七、求函数 $w = f(z)$ 将 $\operatorname{Im}(z) > 0$ 映射为 $|w| < 1$ ，满足 $f(1+i) = 0, f(1) = i$.