

南京航空航天大学

第1页 (共2页)

二〇二一 ~ 二〇二二 学年 第2学期 《离散数学》考试试题

考试日期: 2022 年 6 月 日

试卷类型:

试卷代号:

班号				学号				姓名			
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、 填空题

(1) 设 A, B 是两集合, 且 $|A|=4, |B|=5, A \cap B = \emptyset$, 则 $|(A \setminus B) \cup (B \setminus A)| =$ _____, 对于其幂集 $P(A), P(B)$, 有 $|P(A) \cap P(B)| =$ _____。

(2) 设两个集合 A, B 满足 $|A|=2, |B|=3$, 则最多可定义 _____ 个 A 到 B 的关系, 最多可定义 _____ 个 A 到 B 的映射; 集合 $S = A \times B$, R 是 S 上一个二元关系, 若 R 的关系矩阵是对称矩阵, 这样的 R 最多有 _____ 个, 若 R 的关系图中只有部分顶点上有自环, 这样的 R 最多有 _____ 个, 若 R 是等价关系, 且商集 S/R 含有两个等价类, 这样的 R 最多有 _____ 个。

(3) 设 $(B, +, *)$ 是一个代数系统, 若两种运算 $+, *$ 均满足交换律、结合律与 _____, 则 B 是一个格; 对于格 B , 若 B 是模格, 当且仅当 B 中不含有与同构的子格; 若 B 是布尔格, S 是 B 的原子集, 且 $|S|=t$, 则 $|B|=$ _____。

(4) 若有单位元 e 的代数系统 S 满足 _____, 则 S 是一个单位半群; 此时, 若 S 中每个元素都有 _____, 则 S 是一个群。若 H 为 20 阶群 G 的正规子群, 且 H 的指数为 5, 则商群 G/H 的阶数为 _____, 该商群 _____ (“不一定是” “一定是” 或 “一定不是”) 交换群, 其中元素 Ha 的逆元为 _____。

(5) “非空集合的恒等关系是等价关系” 是 _____ 命题。(此题考命题的真假)

(6) $n \geq 3$, n 阶单圈图的个数 _____ (“ \geq ” “ \leq ”) n 阶树的个数。6 阶单圈图有个哈密顿图, _____ 个二部图。

二、

设 R 是非空集合 A 上的二元关系, 证明: R 是偏序关系当且仅当 $R \cap R^{-1} = I_A$, 且 $R = t(r(R))$ 。(10 分)

三、

设 (L, \leq) 是全序集, 且 $|L| = n \geq 2$ 。证明: (L, \leq) 是布尔格, 当且仅当 $n=2$ 。(12 分)

四、

设 $G = \langle a \rangle$ 是以 a 为生成元的循环群。

证明: (1) 若 $|G| = n$, 正整数 $d \mid n$, 则 G 中有唯一 d 阶子群;

(2) 若 G 为无限阶群, 证明:

(i) 对任意互异正整数 s, t , 有 $(a^s) \neq (a^t)$

(ii) G 有无穷多个子群。(16 分)

五、

利用反证法的推理规则证明下式:

$A \rightarrow (Q \rightarrow S \wedge R), \neg S, A \Rightarrow \neg Q$ 。(10 分)

六、

(1) 叙述并证明关于连通平面图的欧拉公式。

(2) 证明: 完全图 K_5 是非平面图, 并给出 $K_5 - e$ 的平面嵌入, 其中 e 是 K_5 中任意一条边。(12 分)