

1. 设  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  为三个互相正交的单位向量, 且构成右手系, 试化简下列表达式:  
 (1)  $\vec{v}_1 \times (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3)$ ; (2)  $\vec{v}_1 \times (\vec{v}_1 \times \vec{v}_3)$ .
2. (1) 设以向量  $\vec{u}$  和  $\vec{v}$  为边作平行四边形, 求平行四边形中垂直于  $\vec{v}$  边的高线向量. (2) 证明:  
 $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_1 \times \vec{v}_2] = \|\vec{v}_1\|^2 \|\vec{v}_2\|^2 - \langle \vec{v}_1, \vec{v}_2 \rangle^2$ .
3. 设  $\vec{u} = [1, 2, -1]^T, \vec{v} = [-2, 0, 3]^T, \vec{w} = [0, 6, -4]^T$ . (1) 求向量  $\vec{u}, \vec{v}$  张成的平行四边形的面积. (2) 求  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  张成的平行六面体的体积.
4. 试求两条直线  $L_1: \frac{x-1}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ ;  $L_2: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{0}$  公垂线的对称式方程.
5. 将下面的曲面方程改写为柱坐标和球坐标的形式: (1)  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ; (2)  $z = x^2 + y^2$ .
6. 证明顶点在原点, 准线为  $\Gamma: \begin{cases} f(x, y) = 0 \\ z = h \end{cases}$  的锥面方程为  $f(\frac{x}{z}h, \frac{y}{z}h) = 0$ .
7. 将曲线方程  $\begin{cases} z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 - x = 0 \end{cases}$  改写为参数方程, 以极坐标的极角为参数, 并标注参数的取值范围.
8. 求椭圆抛物面  $x^2 + 2y^2 = z$  与  $2 - x^2 = z$  分别在三个坐标面上的投影曲线方程.