

# 南京航空航天大学

第 1 页 (共 2 页)

二〇一九~二〇二〇 学年 第I学期 《复变函数》 考试试题											
考试日期: 2019 年11 月1日 试卷类型: A 卷						试卷代号:					
班号			学号				姓名				
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一. 填空题 (每空 3 分, 共 24 分)

1.  $\oint_{|z|=1} \frac{1}{2-z} dz =$  \_\_\_\_\_

2.  $e^{2z} = -3 + 4i$ , 则  $z =$  \_\_\_\_\_

3.  $(x - \sqrt{5}) + i = i$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , 则  $\frac{1+xi}{x-i} + 1$  的三角表示式是 \_\_\_\_\_

4.  $\text{Res}[\frac{1-\cos z}{z^4}, 0] =$  \_\_\_\_\_,  $\text{Res}[\frac{1}{1-z}, 1] =$  \_\_\_\_\_

5. 设  $f(z) = \frac{z}{(z^2+1)^3 \sin z}$ , 则  $f(z)$  的奇点 \_\_\_\_\_ (如果是极点, 要写出级)

6.  $f(z) = z^3$  在  $z = i$  处的转动角为 \_\_\_\_\_

7. 幂级数  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 z^n$  的收敛半径为 \_\_\_\_\_

二、若  $u(x, y) = e^y \sin x + 2x + 1$ , 求证  $u(x, y)$  为调和函数。并求解析函数

$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ , 其中  $z = x + iy$ , 使得  $f(0) = 1 + i$ 。(12 分)

三、 $f(z) = 4x^2 - 4y^2 - 2 + e^x \sin y + 8xyi - ie^x \cos y + 5i$ , 其中  $z = x + iy$ , 求出其导数并

证明  $f(z)$  解析。(12 分)

四、将  $f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z+2)}$  分别在  $0 < |z| < 1$  和  $1 < |z-1| < 3$  内展成洛朗级数。(12 分)

五、计算下列积分的值（每题 5 分，共 20 分）

1.  $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z}{z(z-5)^2} dz$

2.  $\oint_{|z|=1} \frac{z - \sin z}{z^6} dz$

3.  $\oint_{|z|=3} \frac{3z+2}{z(z+1)^2} dz$

4.  $\oint_{|z|=4} \frac{1}{z \sin z} dz$

六、设  $f(z)$  在区域  $D$  内解析，且  $|f(z)|$  为常数，求证  $f(z)$  在  $D$  内也是常数。（10 分）

七、求将右半平面  $\operatorname{Re}(z) > 0$  共形映射成单位圆  $|w| < 1$  的分式线性映射  $w = f(z)$ ，使其满足

$f(1) = 0, f(i) = -1$ 。（10 分）