一、逐点比较法直线插补

1. 概念

如图所示，XOY 平面内有一加工直线 OA，起点为坐标原点 O，终点坐标为 A（Xe,Ye），若加工时动点为 P(Xi,Yi),则可知

$$\frac{Yi}{Xi}=\frac{Ye}{Xe}$$

即　　$x_e y_i - y_e x_i = 0$

在第一象限，$F_m = x_e y_i - y_e x_i \geq 0$时，P 点在直线上方，加工点向+X 方向移动，此时$x_{i+1} = x_i + 1$，移动后

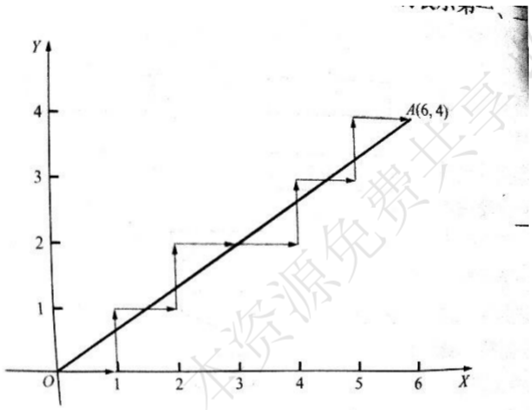
$$F = x_e y_i - y_e(x_i + 1) = F_m - y_e$$

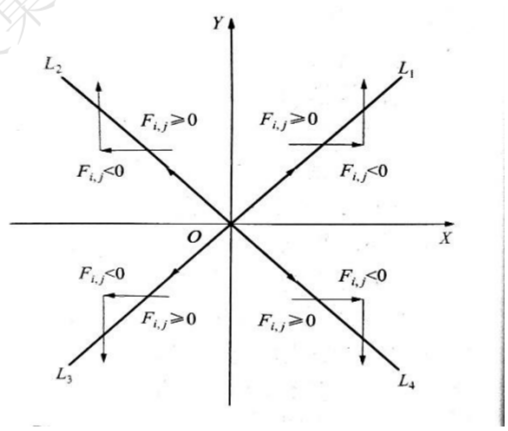
$F_m = x_e y_i - y_e x_i < 0$时，P 点在直线下方，加工点向+Y 方向移动，此时$y_{i+1} = y_i + 1$，移动后

$$F = x_e(y_i + 1) - y_e x_i = F_m + x_e$$

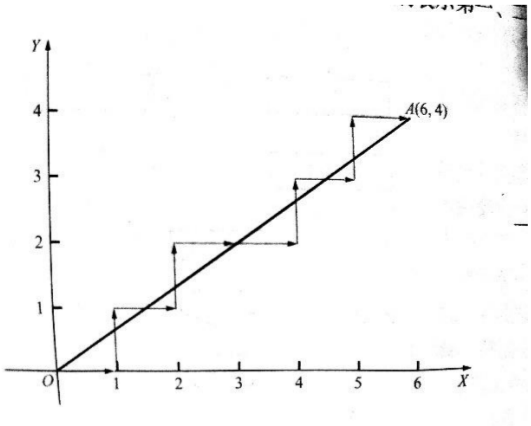
之后继续判断，直到到达终点。插补的总步数为$N = \frac{|y_e - y_s| + |x_e - x_s|}{steplength}$

当起点不在坐标原点时候，将起点移到坐标原点，然后计算，其他象限插补如下图。

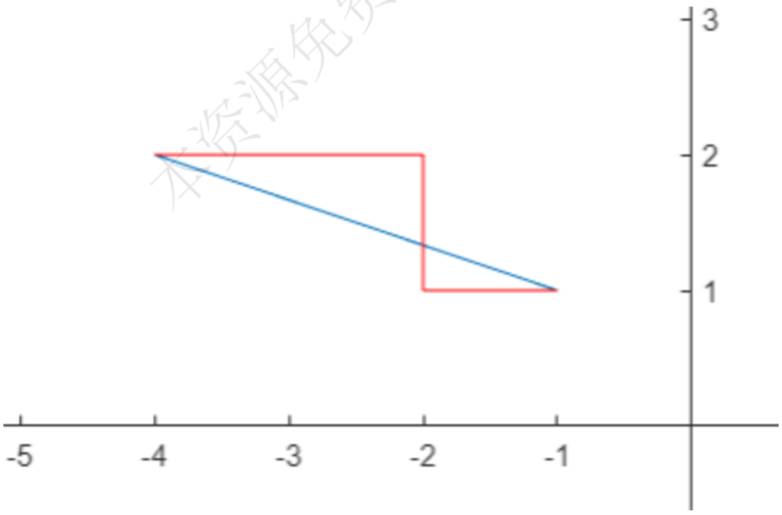




2. 例题



步数	偏差判别	进给方向	偏差计算	坐标计算	终点判定
0			F=0	（0，0）	E=10
1	F=0	+X	F=0-4=-4	（1，0）	E=9
2	F=-4＜0	+Y	F=-4+6=2	（1，1）	E=8
3	F=2＞0	+X	F=2-4=-2	（2，1）	E=7
4	F=-2＜0	+Y	F=-2+6=4	（2，2）	E=6
5	F=4＞0	+X	F=4-4=0	（3，2）	E=5
6	F=0＝0	+X	F=0-4=-4	（4，2）	E=4
7	F=-4＜0	+Y	F=-4+6=2	（4，3）	E=3
8	F=2＞0	+X	F=2-4=-2	（5，3）	E=2
9	F=-2＜0	+Y	F=-2+6=4	（5，4）	E=1
10	F=4＞0	+X	F=4-4=0	（6，4）	E=0



起点（-1,1）到终点（-4,2）

$$\frac{Yi}{Xi}=\frac{Ye-Ys}{Xe-Xs}$$

此时直线方程为$(x_e-x_s)y_i-(y_e-y_s)x_i=0$

因在第二、三象限时$(x_e-x_s)<0$，故当$F_m=(x_e-x_s)y_i-(y_e-y_s)x_i<0$时，当前

点在直线上方，应向-X 移动，此时$x_{i+1} = x_i - 1$，移动后

$$F = (x_e - x_s)y_i - (y_e - y_s)(x_i - 1) = F_m + (y_e - y_s) = F_m + 1$$

$F_m = (x_e - x_s)y_i - (y_e - y_s)x_i \geq 0$时，P 点在直线下方，加工点向+Y 方向移动，此时$y_{i+1} = y_i + 1$，移动后

$$F = (x_e - x_s)(y_i + 1) - (y_e - y_s)x_i = F_m + (x_e - x_s) = F_m - 3$$

步数	偏差判别	进给方向	偏差计算	坐标计算	终点判定
0			F=0	(-1，1)	E=4
1	F=0	+Y	F=0-3=-3	(1，0)	E=3
2	F=-3＜0	-X	F=-3+1=-2	(1，1)	E=2
3	F=-2＜0	-X	F=-2+1=-1	(2，1)	E=1
4	F=-1＜0	-X	F=-1+1=0	(2，2)	E=0

二、 逐点比较法圆弧插补

1. 概念

圆的判别函数为$F_m = (x_i - R_x)^2 + \left(y_i - R_y\right)^2 - R^2$,当 F≥0 时，加工点在圆外，当 F＜0 时，加工点在圆内。以第一象限为例，当逆时针插补时，F≥0 时，向-X 方向移动，移动后

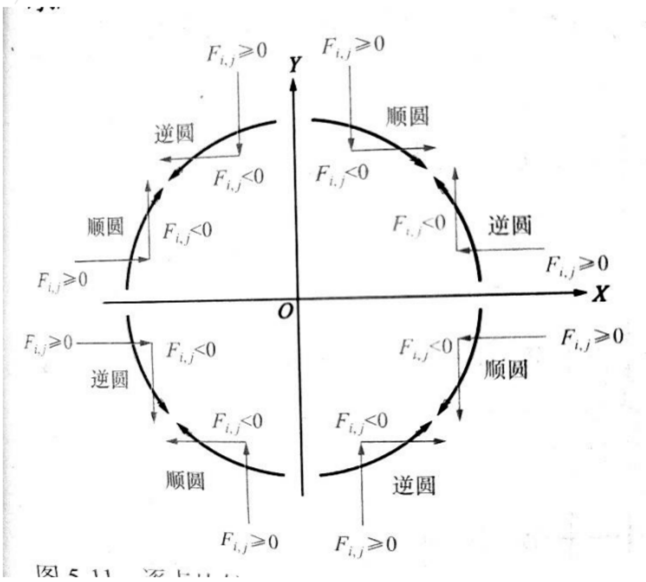
$$F = (x_i - R_x - 1)^2 + \left(y_i - R_y\right)^2 - R^2 = F_m - 2(x_i - R_x) + 1$$

F＜0时，加工点在圆内，加工点向+Y 方向移动，此时$y_{i+1} = y_i + 1$，移动后

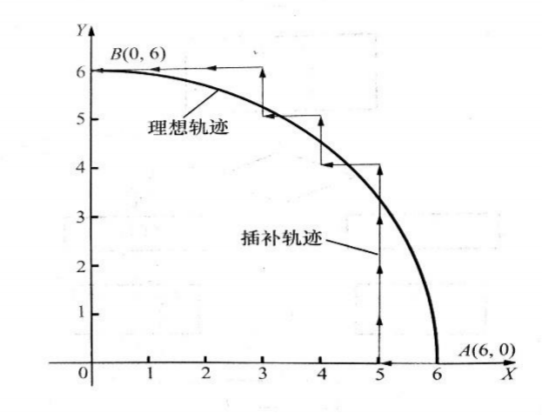
$$F = (x_i - R_x)^2 + \left(y_i - R_y + 1\right)^2 - R^2 = F_m + 2\left(y_i - R_y\right) + 1$$

之后继续判断，直到到达终点。插补的步数可按插补过程中圆弧在 X、Y 方向上走过的长度确定，顺时针、逆时针插补时，长度会根据插补方向而有所不同。

其他象限插补如下图。



2. 例题



逐点比较法插补（6,0）到（0,6）的逆圆弧。

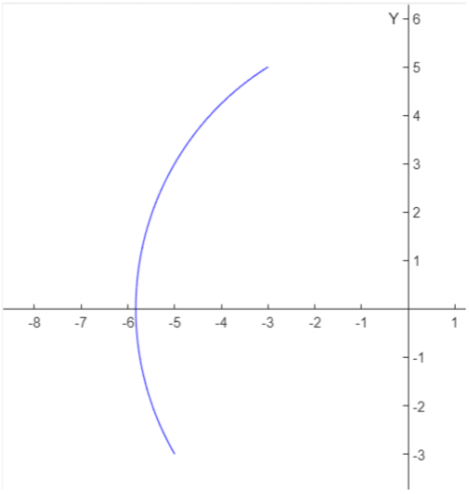
圆心在坐标原点，当$F_m = x_i^2 + y_i^2 - R^2$≥0 时，加工点在圆外，向-X 方向移动，移动后

$$F = F_m - 2x_i + 1$$

当 F＜0 时，加工点在圆内，向+Y 方向移动，移动后

$$F = F_m + 2y_i + 1$$

步数	偏差判别	进给方向	偏差计算	坐标计算	终点判定
0			F=0	（6，0）	E=12
1	F=0	-X	F=0-12+1=-11	（5，0）	E=11
2	F=-11＜0	+Y	F=-11+0+1=-10	（5，1）	E=10
3	F=-10＞0	+Y	F=-10+2+1=-7	（5，2）	E=9
4	F=-7＜0	+Y	F=-7+4+1=-2	（5，3）	E=8
5	F=-2＜0	+Y	F=-2+6+1=5	（5，4）	E=7
6	F=5＞0	-X	F=5-10+1=-4	（4，4）	E=6
7	F=-4＜0	+Y	F=-4+8+1=5	（4，5）	E=5
8	F=5＞0	-X	F=5-8+1=-2	（3，5）	E=4
9	F=-2＜0	+Y	F=-2+10+1=9	（3，6）	E=3
10	F=9＞0	-X	F=9-6+1=4	（2，6）	E=2
11	F=4＞0	-X	F=4-4+1=1	（1，6）	E=1
12	F=1＞0	-X	F=1-2+1=0	（0，6）	E=0



逐点比较法插补（-5,-3）到（-3,5）的顺圆弧，圆心在坐标原点。

在第三象限，当$F_m = x_i^2 + y_i^2 - R^2 \geqslant 0$时，加工点在圆外，向+Y 方向移动，移动后

$$F = F_m + 2y_i + 1$$

当 F<0 时，加工点在圆内，向-X 方向移动，移动后

$$F = F_m - 2x_i + 1$$

在第二象限，当$F_m = x_i^2 + y_i^2 - R^2 \geqslant 0$时，加工点在圆外，向+X 方向移动，移动后

$$F = F_m + 2x_i + 1$$

当 F<0 时，加工点在圆内，向+Y 方向移动，移动后

$$F = F_m + 2y_i + 1$$

步数	偏差判别	进给方向	偏差计算	坐标计算	终点判定
0			F=0	(-5，-3)	E=12
1	F=0	+Y	F=0-6+1=-5	(-5，-2)	E=11
2	F=-5<0	-X	F=-5+10+1=6	(-6，-2)	E=10
3	F=6>0	+Y	F=6-4+1=3	(-6，-1)	E=9
4	F=3>0	+Y	F=3-2+1=2	(-6，0)	E=8
5	F=2>0	+X	F=2-12+1=-9	(-5，0)	E=7
6	F=-9<0	+Y	F=-9+0+1=-8	(-5，1)	E=6
7	F=-8<0	+Y	F=-8+2+1=-5	(-5，2)	E=5
8	F=-5<0	+Y	F=-5+4+1=0	(-5，3)	E=4
9	F=0=0	+X	F=0-10+1=-9	(-4，3)	E=3
10	F=-9<0	+Y	F=-9+6+1=-2	(-4，4)	E=2
11	F=-2<0	+Y	F=-2+8+1=7	(-4，5)	E=1
12	F=7>0	+X	F=7-8+1=0	(-3，5)	E=0

三、数字积分法直线插补

1. 概念

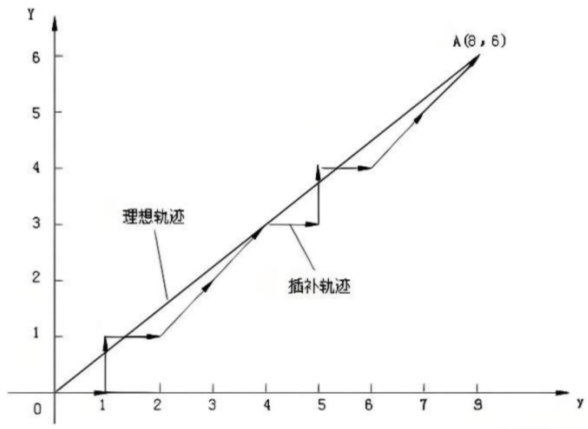
数字积分法又称 DDA 法，其直线插补与逐点比较法类似，区别就是将位移转化为微位

移Δx，之后不断累加，当累加器溢出时插补一次。

与逐点比较法类似，插补时的速度

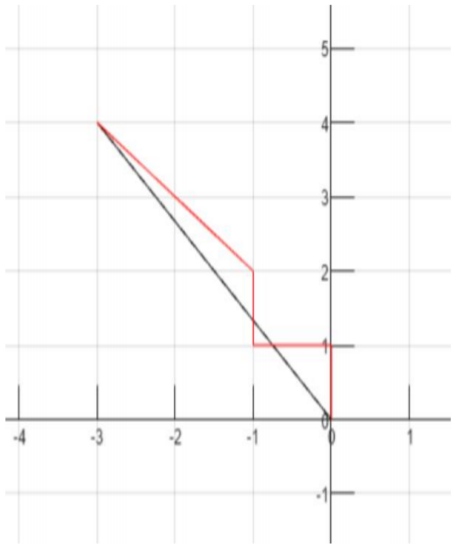
$$\frac{\mathrm{Vy}}{\mathrm{Vx}}=\frac{Ye-Ys}{Xe-Xs}$$

2. 例题



DDA 法插补直线 OA，Jvx=8、Jvy=6，移动方向分别为+X、+Y。选用 4 位寄存器，$2^4=16>8$，当 Jrx、Jry=16 时溢出，累加次数为$2^4=16$次。

累加次数	Jvx	Jrx	X 溢出	Jvy	Jry	Y 溢出
0	8			6		
1		8			6	
2		16=16+0	+1		12	
3		8			18=16+2	+1
4		16=16+0	+1		8	
5		8			14	
6		16=16+0	+1		20=16+4	+1
7		8			10	
8		16=16+0	+1		16=16+0	+1
9		8			6	
10		16=16+0	+1		12	
11		8			18=16+2	+1
12		16=16+0	+1		8	
13		8			14	
14		16=16+0	+1		20=16+4	+1
15		8			10	
16		16=16+0	+1		16=16+0	+1



DDA 法插补直线 OA，A 点坐标(-3,4),Jvx=3、Jvy=4，移动方向分别为-X、+Y。选用 3 位寄存器，$2^3=8>4$，当 Jrx、Jry=8 时溢出，累加次数为$2^3=8$次。

累加次数	Jvx	Jrx	X 溢出	Jvy	Jry	Y 溢出
0	3			4		
1		3			4	
2		6			8=8+0	+1
3		9=8+1	-1		4	
4		4			8=8+0	+1
5		7			4	
6		10=8+2	-1		8=8+0	+1
7		5			4	
8		8=8+0	-1		8=8+0	+1

上述一般用二进制表示

四、 数字积分法圆弧插补

1. 概念

圆的方程为$(x_i-R_x)^2+\left(y_i-R_y\right)^2=R^2$，等式两边同时对参数 t 求导，得

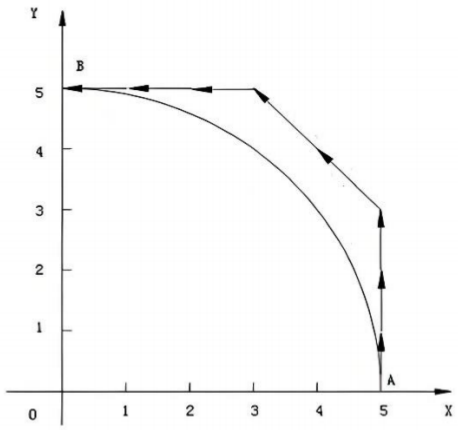
$$2(x_i-R_x)\frac{dx}{dt}+2\left(y_i-R_y\right)\frac{dy}{dt}=0$$

即

$$\frac{Vy}{Vx}=-\frac{(x_i-R_x)}{(y_i-R_y)}$$

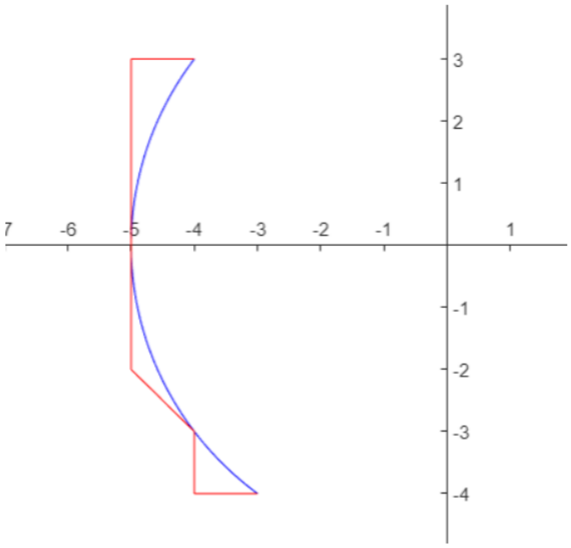
与 DDA 法直线插补所不同的是，圆弧插补是 Vx 与 Vy 分别对应y_i和x_i且会随着y_i和x_i的值而变化，即插补速度是不断变化的。当某一方向到达时，该方向停止插补。选用寄存器位数时应大于半径。

2.例题



DDA 法插补（5,0）到（0,5）的逆时针直线，计算得插补次数 Ex=Ey=5,。起点是（5,0），则 Jvx=0、Jvy=5 方向分别为-X 和+Y，选用三位寄存器，当 Jrx、Jry=8 时溢出。

累加次数	Jvx	Jrx	X 溢出	Ex	Jvy	Jry	Y 溢出	Ey
0	0	0		5	5	0		5
1		0				5		
2		0				10=8+2	+1	4
3	1	1				7		
4		2				12=8+4	+1	3
5	2	4				9=8+1	+1	2
6	3	7				6		
7		10=8+2	-1	4		11=8+3	+1	1
8	4	6			4	7		
9		10=8+2	-1	3		11=8+3	+1	0
10	5	7			3			
11		12=8+4	-1	2				
12		9=8+1	-1	1				
13		6						
14		11=8+3	-1	0				



DDA 法插补（-3，-4）到（-4,3）的顺时针直线，计算得插补次数第三象限 Ex=2、Ey=4；第二象限 Ex=1，Ey=3。第三象限起点是（-3,-4)，则 Jvx=4、Jvy=3；第二象限起点是（-5,0)，则 Jvx=0，Jvy=5。在第三象限方向分别为-X 和+Y，第四象限方向分别为+X 和+Y。选用三位寄存器，当 Jrx、Jry=8 时溢出。

累加次数	Jvx	Jrx	X 溢出	Ex	Jvy	Jry	Y 溢出	Ey
第三象限								
0	4	0		2	3	0		4
1		4				3		
2		8=8+0	-1	1		6		
3		4			4	10=8+2	+1	3
4	3	7				6		
5		10=8+2	-1	0		10=8+2	+1	2
6					5	7		
7						12=8+4	+1	1
						9=8+1	+1	0
第二象限								
0	0	0		1	5	0		3
1		0				5		
2		0				10=8+2	+1	2
3	1	1				7		
4		2				12=8+4	+1	1
5	2	4				9=8+1	+1	0
6	3	7						
7		10=8+2	-1	0				

上述一般用二进制表示

提高 DDA 法插补精度的措施：

（1）余数寄存器预置数，预先在值为 0 的 Jrx、Jry 放置某一数值，半加载预置$2^n/2$，全加载预置2^n-1。

（2）左移规格化，直线插补最高位为 1，圆弧插补次高位为 1，如 0010，直线插补变为 1000，圆弧为 0100。左移 s 位相当于乘以2^s，溢出时$x_i \to x_i+1$，$J_{vx}=2^s x_i \to J_{vx}+2^s$