南 京 航 空 航 天 大 学

二〇二二 ~ 二〇二三学年 第一学期 **《数字信号处理 I》考试试题**

考试日期： 年 月 日 试卷类型：A 试卷代号：040014

班号	学号	姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题分数	
得　分	

一. 填充题（每空 2 分，共 20 分）

1. 已知序列 $x[n]=A\cos\left(\frac{3\pi}{7}n+\frac{\pi}{6}\right)$，则该序列的最小周期为________。

2. 利用窗函数法来设计 FIR 滤波器时，当窗函数的截取长度增加，则窗谱的主瓣宽度________；窗谱的旁瓣相对幅度取决于窗函数的________。

3. 已知 $x(n)$ 有傅里叶变换 $X\left(e^{j\omega}\right)$，用 $X\left(e^{j\omega}\right)$ 表示 $x_1(n)=\frac{x^*(-n)+x(n)}{2}$ 的傅里叶变换为____________，$x_2(n)=x(1+n)+x(-1+n)$ 的傅里叶变换为______________。

4. 已知某因果离散时间系统的系数函数为 $H(z)=\frac{1-z^{-1}}{1-1.2z^{-1}+0.27z^{-2}}$，极点为__________，系统是__________（稳定/不稳定）的。

5. 设的 6 点 $\mathrm{DFT}\{x[n]\}=X(k)$，$0\le k\le 5$，已知 $X(2)=3+2j$，则 $X(4)=$__________。

6. 无论序列 $x[n]$ 是有限长序列或无限长序列，只要 $x[n]$ 是__________的，则 $x[n]$ 的 *DTFT* 谱一定存在。

7. 已知序列 $x(n)$ 长度为 300 点（$0\le n\le 299$），序列 $y(n)$ 长度为 200 点（$0\le n\le 199$），若定义 $f(n)=x(n)*y(n)$（ * 表示线性卷积），如果采用基 2 FFT 求出 $f(n)$ 的离散频谱 F(k)，则需要完成的蝶形运算个数至少为______________个。

本题分数	16
得　　分	

二、已知 $x[n]=\delta[n]-2\delta[n-1]+\delta[n-3]$，且 $x[n]$ 的 4 点 DFT 谱为 $X[k]$，$0\le k\le 3$。

求解以下问题：

(1)　求线性卷积结果 $f_1[n]=x[n]*x[n]$，并给出时标范围；

(2)　求 8 点圆周卷积结果 $f_2[n]=x[n]\otimes_8 x[n]$；

(3)　若 $F_3[k]=X[k]\cdot X[k]$，求 $F_3(k)$ 的 4 点 $IDFT$ 结果 $f_3[n]$；

(4)　求 5 点圆周卷积结果 $f_4[n]=x[n]\otimes_5 x\left[\langle n-1\rangle_5\right]R_5[n]$。

本题分数	16
得　分	

三、某一个因果的线性时不变系统，其系统函数 $H(z)$ 由下式来描述：

$$H(z)=\frac{1+1.48z^{-1}}{1+0.3z^{-1}-0.1z^{-2}}$$

求解以下问题：

(1)　求该系统的差分方程；

(2)　求系统函数的零极点分布，指明 $H(z)$ 的收敛域；

(3)　判读系统的类型（IIR 或 FIR 系统），并回答该系统是否稳定？为什么？

(4)　求该系统的单位取样响应 $h(n)$。

本题分数	16
得　分	

四、一个实有限长序列 $x(n)$ 如下，其 8 点 DFT 结果为 $X(k)$

$$x(n)=3\delta(n)+4\delta(n-2)+4\delta(n-4)$$

求解以下问题：

(1)　求 $y_1(n)=IDFT[W_8^{3k}X(k)]\ \left(0\le n\le 7,0\le k\le 7\right)$；

(2)　求 $y_2(n)=IDFT\left\{\mathrm{Re}\left[X(k)\right]\right\}\left(0\le n\le 7,0\le k\le 7\right)$　；

(3)　求 $y_3(n)=IDFT\left\{X(2k)\right\}\left(0\le n\le 3,0\le k\le 7\right)$；

(4)　求 $y_4(n)=IDFT[X^*\langle 4-k\rangle_8]\ \ \left(0\le n\le 7,0\le k\le 7\right)$。

本题分数	16
得　分	

五、某 FIR 滤波器由以下差分方程描述:

$$y[n]=x[n]+2x[n-1]-2x[n-3]-x[n-4]$$

求解以下问题:

(1) 求该滤波器的系统函数 $H(z)=Y(z)/X(z)$ 表达式;

(2) 求该滤波器的频率响应函数 $H(e^{j\omega})=H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$，写出振幅函数 $H(\omega)$，以及相位函数 $\theta(\omega)$ 的表达式，并判断此滤波器是否为线性相位滤波器?

(3) 指明此滤波器的类型（低通、高通、带通或带阻滤波器）;

(4) 若输入序列为 $x[n]=(-1)^n$，求该滤波器的输出序列 $y[n]$。

本题分数	8
得　分	

六、某实系数 FIR 滤波器的 h(n)具有以下形式：

$$h(n)=\delta(n)+a_1\delta(n-4)$$

其中a_1为实常数，且已知该滤波器系统函数 H(z)的 2 个零点分别为：

$$z_1=j\,,\quad z_2=-j$$

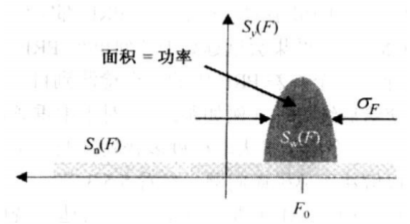
要求：

（1）　求系数a_1的取值，并写出 H(z)的表达式和收敛域；

（2）　请简要画出该滤波器的幅频特性$\left|H(e^{j\omega})\right|$的曲线（仅画出$0\le\omega<2\pi$范围即可，须标出重要频率坐标）

本题分数	8
得　分	

七、脉冲对处理（PPP）是在气象雷达中常见的一种多普勒处理形式。假定对回波时域序列做傅里叶变换，获得的频谱由噪声和一个频率中心 F_0 不为零的谱峰构成，如下图所示。PPP 处理的目的是估算出频率中心值 F_0 ，处理方法之一是借助时域相关运算。现已知从 N 个脉冲回波得到的数据序列为 $y[n], n=0,\ldots,N-1$，定义其自相关函数为：



$$s_y[m]=\sum_{n=0}^{N-m-1} y[n]y^*[n+m]$$

忽略噪声影响，且假设 $y[n]$ 的形式为 $y[n]=Ae^{j\omega_0 n}, n=0,\ldots,N-1$，其中 $\omega_0=2\pi F_0\cdot T$ 为中心角频率，T 为脉冲采样周期，求以下问题：

(1)　计算一个单位延迟的自相关 $s_y[1]=\sum_{n=0}^{N-2} y[n]y^*[n+1]$ 的表达式；

(2)　根据(1)结果，给出计算 F_0 的表达式；