

南 京 航 空 航 天 大 学

二〇二〇 ~ 二〇二一 学年 第 I 学期 《复变函数》考试试题

考试日期: 2020 年 10 月 21 日 试卷类型: A 试卷代号:

| 班号 | | | | | | | | | | | | 学号 | | | | 姓名 | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|--|--|--|----|--|--|--|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 总分 | | | | | | | | |
| 得分 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

一、填空题 (每题三分)

1. 复数 $(\frac{2}{i} - \frac{2+2i}{1-i}i)$ 的三角表达式为_____

2. 已知 $z^2 + 8 = 0$, 则 $z =$ _____

3. 已知 $e^z = -1 - i$, 则 $z =$ _____

4. $\oint_{|z|=1} \cos(z^2 + 1)dz =$ _____

5. $\int_0^i z dz =$ _____

6. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+i}} z^n$ 的收敛半径为_____

7. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n$ 的收敛半径为_____

8. $\text{Res}[\frac{1}{2021i-z}, 2021i] =$ _____

9. $\text{Res}[\frac{z-\sin z}{z^6}, 0] =$ _____

10. 函数 $f(z) = \frac{\sin z^3 + i}{z^3(z^2+9)}$ 的奇点为_____

二、函数 $f(z) = 6xy + 5 + 3x^2yi - 3i$ 在何处可导? 何处解析? 在可导点处求出该函数的导数.

三、证明 $u(x, y) = x(1 - x) + y^2$ 为调和函数，并求出解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 使满足 $f(i) = 1 + i$.

四、计算以下积分.

1. $\oint_{|z-1|=1} \frac{\cos z}{(z-1)^3} dz$

2. $\oint_{|z|=1} \frac{e^z}{z(z+2)} dz$

3. $\oint_{|z|=3} \frac{e^z}{z(z-1)(z-2)} dz$

五、(1) 将 $f(z) = \frac{1}{z^2+4z+3}$ 在 $0 < |z+1| < 2$ 内展成洛朗级数；

(2) 将 $f(z) = z^2 e^{\frac{1}{z}}$ 在 $0 < |z| < +\infty$ 内展成洛朗级数.