

南京航空航天大学

第1页 (共6页)

二〇一八 ~ 二〇一九 学年 第II学期 《工科数学分析(2)》考试试题

考试日期: 2019年6月30日 试卷类型: A 试卷代号:

班号			学号				姓名				
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、填空题: (每题4分, 共24分)

本题分数	24
得分	

1. 若表达式 $\frac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$ 为某函数的全微分, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\int_0^1 dy \int_y^1 \frac{\tan x}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 曲面 Σ 为平面 $x+y+z=1$ 与三个坐标面所围成区域的外侧, 则

$$\iint_{\Sigma} (x+y-z)dx\wedge dy - (y+z)dy\wedge dz = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. 设 Γ 为螺旋线 $x = \cos t, y = \sin t, z = t$ 从 $t=0$ 到 $t=2\pi$ 的一段,

$$\text{则 } \int_{\Gamma} ydx + zdy + xdz = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5. 函数 $u = xyz$ 在点 $(3, 4, 5)$ 处沿锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 的法线方向 (与 z 轴正方向夹角为锐角) 的方向导数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. 已知 $y_1 = x, y_2 = x + e^x, y_3 = 1 + x + e^x$ 是微分方程 $y'' + a(x)y' + b(x)y = d(x)$ 的三个解, 则方程 $y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$ 满足 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的解 $y(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、单项选择题：(每题4分，共12分)

本题分数	12
得分	

1. 在 \mathbb{R}^2 上满足下列哪条, 积分 $\int_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ 与路

径无关 ()

(A) $P(x,y) = \frac{x-y}{x^2+4y^2}, Q(x,y) = \frac{x+4y}{x^2+4y^2}$; (B) $\frac{\partial P(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial Q(x,y)}{\partial y}$;

(C) $P(x,y) = \frac{x+y}{x^2+4y^2}, Q(x,y) = \frac{x-4y}{x^2+4y^2}$; (D) 以上都不可以.

2. 设 σ_{xy} 为曲面 $\Sigma: z = z(x,y)$ 在 xy 平面的投影域, 则下述正确的是:
()

(A) $\iint_{\Sigma} f(x,y)dx \wedge dy = \iint_{\sigma_{xy}} f(x,y)dx dy$; (B) $\iint_{\Sigma} f(x,y)dx \wedge dy = -\iint_{\sigma_{xy}} f(x,y)dx dy$;

(C) $\iint_{\Sigma} f(x,y)dS = \iint_{\sigma_{xy}} f(x,y)\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}dx dy$; (D) $\iint_{\Sigma} f(x,y)dS = \iint_{\sigma_{xy}} f(x,y)dx dy$.

3. 已知函数 $f(x)$ 可导, $f(1)=1$, $F(x) = \int_0^2 |x-y|f(y)dy$, 则 $F''(1) =$ ()

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3.

三、计算题 (每题6分, 共24分)

本题分数	24
得分	

1. L 为曲线 $x^2 + y^2 = 2(x+y)$, 求 $\oint_L (2x^2 + 3y^2)ds$.

2. 求线性微分方程组 $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1 + 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -2x_1 - x_2 \end{cases}$ 满足条件 $x_1(0) = x_2(0) = 1$ 的特解.

3. 设 $\vec{r} = (x, y, z), r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 求函数 $f(r)$ 的表达式, 满足 $\operatorname{div}(f(r)\vec{r}) = 0$.

4. 求三重积分 $\iiint_{\Omega} (x+z) dx dy dz$, 其中 Ω 由曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 围成.

本题分数	10
得 分	

四、已知 Σ 是由直线段 $x-1=y=z$ ($0 \leq z \leq 2$) 绕 z 旋转所成曲面的外侧, 计算曲面积分

$$\oiint_{\Sigma} (2x - 2x^3) dy \wedge dz + (zy^2 + 6x^2y + z^2x) dz \wedge dx - z^2y dx \wedge dy .$$

本题分数	10
得 分	

五、设函数 $u(x,y)$ 在整个平面上具有二阶连续偏导数, 且

$u(0,1)=1, u(\pi,0)=0$, L 是从点 $A(0,1)$ 沿曲线 $y=\frac{\sin x}{x}$ 到点

$(\pi,0)$ 的曲线段, 计算曲线积分 $I=\int_L [u_x(x,y)+xy]dx+u_y(x,y)dy$.

本题分数	10
得 分	

六、设 $f(x)$ 具有二阶连续导数, $f(0)=0, f'(0)=1$, 曲线积

分 $\int_L [xy(x+y)-f(x)y]dx+[f'(x)+x^2y]dy$ 与路径无关.

(1) 求函数 $f(x)$; (2) 求积分 $\int_{(0,0)}^{(a,b)} [xy(x+y)-f(x)y]dx+[f'(x)+x^2y]dy$.

本题分数	10
得 分	

- 七、设 Γ 为弧长为 s 的有向光滑曲线段，
- (1) 将 $\int_{\Gamma} Pdx + Qdy + Rdz$ 化为对弧长的曲线积分；
- (2) 若 $M = \max_{\Gamma} \sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}$ ，证明不等式

$$\left| \int_{\Gamma} Pdx + Qdy + Rdz \right| \leq Ms .$$

一、 填空题

1. 2; 2. $\ln \cos 1$; 3. $-\frac{1}{6}$; 4. $-\pi$; 5. $-6\sqrt{2}$; 6. $e^x - 1$.

二、 选择题

1. (A) 2. (C) 3. (C)

三、

1. 解: 令 $x = 1 + \sqrt{2} \cos t, y = 1 + \sqrt{2} \sin t$, (2 分)

则原式 $= \sqrt{2} \int_0^{2\pi} [2(1 + \sqrt{2} \cos t)^2 + 3(1 + \sqrt{2} \sin t)^2] dt = 20\sqrt{2}\pi$ (6 分)

2. 解: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\det(A - \lambda E) = \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$, 特征根为 $\lambda_{1,2} = 1$ (2 分)

基解矩阵为 $X(t) = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \right) e^t = \begin{pmatrix} 2t+1 & 2t \\ -2t+1 & -2t \end{pmatrix} e^t$ (4 分)

因此满足初始条件的特解为 $x_1(t) = (4t+1)e^t, x_2(t) = (-4t+1)e^t$ (6 分)

3 解: 由于 $\operatorname{div}(f(r)\vec{r}) = 3f(r) + rf'(r) = 0$ (3 分)

故 $f(r) = Cr^{-3} = \frac{C}{r^3}$ (6 分)

4 解: $\iiint_{\Omega} (x+z) dx dy dz = \iiint_{\Omega} z dx dy dz$ (2 分)

$\iiint_{\Omega} z dx dy dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \theta \sin \theta d\theta \int_0^1 \rho^3 d\rho = \frac{\pi}{8}$ (6 分)

四、解: $x-1=y=z$ ($0 \leq z \leq 2$) 绕 z 旋转所成曲面为 $\Sigma: x^2 + y^2 = 2z^2 + 2z + 1$, ... (3 分)

令 $\Sigma_1: z=0$ (下侧), $\Sigma_2: z=1$ (上侧), 由 Gauss 公式, $\oiint_{\Sigma} = \oiint_{\Sigma+\Sigma_1+\Sigma_2} - \oiint_{\Sigma_1} - \oiint_{\Sigma_2}$

其中 $\oiint_{\Sigma+\Sigma_1+\Sigma_2} = 2 \iiint_{\Omega} dV = 2\pi \int_0^1 (2z^2 + 2z + 1) dz = \frac{16\pi}{3}$ (8 分)

$$\text{同时 } \oiint_{\Sigma_1} = 0, \oiint_{\Sigma_2} = \iint_{x^2+y^2 \leq 5} -y dx dy = 0, \text{ 原积分} = \frac{16\pi}{3} \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

五、解: $I = \int_L u_x(x, y) dx + u_y(x, y) dy + \int_L xy dx = I_1 + I_2$, 其中 I_1 与路径无关

$$I_1 = \int_0^\pi u_x(x, 1) dx + \int_1^0 u_y(\pi, y) dy = u(\pi, 1) - u(0, 1) + u(\pi, 0) - u(\pi, 1) = -1 \dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$I_2 = \int_L xy dx = \int_0^\pi x \cdot \frac{\sin x}{x} dx = 2 \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\text{于是 } I = I_1 + I_2 = 1 \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

六、解: (1) $f(x)$ 满足微分方程 $f''(x) + f(x) = x^2$, $f(0) = 0, f'(0) = 1 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$$\text{可得 } f(x) = 2 \cos x + \sin x + x^2 - 2; \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$(2) \int_{(0,0)}^{(a,b)} [xy(x+y) - f(x)y] dx + [f'(x) + x^2y] dy$$

$$= \int_{(0,0)}^{(a,b)} d \left[-2y \sin x + y \cos x + 2xy + \frac{1}{2} x^2 y^2 \right] \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$= -2b \sin a + b \cos a + 2ab + \frac{1}{2} a^2 b^2$$

七、(1) 设有向曲线 Γ 的单位切向量为 $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$, 则

$$\int_\Gamma P dx + Q dy + R dz = \int_\Gamma (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) ds \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 由于 } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\text{则 } |P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma| \leq \sqrt{P^2 + Q^2 + R^2} \cdot \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma} \leq M \dots (6 \text{ 分})$$

$$\text{于是 } \left| \int_\Gamma P dx + Q dy + R dz \right| \leq \int_\Gamma |P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma| ds \leq Ms \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

南京航空航天大学

第 1 页 (共 6 页)

二〇一八 ~ 二〇一九 学年 第 II 学期 《工科数学分析 (2)》考试试题

考试日期: 2019 年 6 月 30 日 试卷类型: B 试卷代号:

班号			学号				姓名				
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、填空题: (每题 4 分, 共 24 分)

本题分数	24 分
得 分	

1. 设 f 为可微函数, 已知 $F(x) = \int_0^x tf(x^2 - t^2)dt$, 则

$F'(x) =$ _____ ,

2. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $f(xz, y + z) = 0$ 所确定的隐函数,

f 可微, 则 $dz =$ _____.

3. 设向量场 $\vec{A} = \{x^2y, y^2z, z^2x\}$, 则 $\operatorname{div} \vec{A} =$ _____,

$\operatorname{rot} \vec{A} =$ _____.

4. 设 L 是从 $O(0, 0)$ 到 $A(6, 0)$ 的上半圆周,

则 $\int_L (e^x \sin y + 8y)dx + (e^x \cos y - 7x)dy =$ _____.

5. 交换积分次序

$\int_{-1}^0 dx \int_{-x}^{\frac{x+3}{2}} f(x, y)dy + \int_0^1 dx \int_{2x}^{\frac{x+3}{2}} f(x, y)dy =$ _____.

6. 写出以函数 $y = C_1 e^x + C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x$ 为通解的常系数齐次线性微分方程:

_____.

二、单项选择题：(每题4分，共12分)

本题分数	12 分
得 分	

1. 二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$,

则在 (0,0) 点, 下述正确的是: ()

- (A) 极限不存在, 因此不连续; (B) 连续但是不可微;
(C) 可微, 偏导函数不连续; (D) 可微且偏导函数连续.

2. 微分方程 $y'' - \lambda^2 y = e^{\lambda x} + e^{-\lambda x} (\lambda > 0)$ 的特解形式为 ()

- (A) $a(e^{\lambda x} + e^{-\lambda x})$; (B) $ax(e^{\lambda x} + e^{-\lambda x})$;
(C) $x(ae^{\lambda x} + be^{-\lambda x})$; (D) $x^2(ae^{\lambda x} + be^{-\lambda x})$.

3. $\int_0^2 dx \int_0^x f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy$ 化为极坐标形式为 ()

- (A) $\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sec\varphi} f(\rho) \rho d\rho$; (B) $\int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{2\sec\varphi} f(\rho) \rho d\rho$;
(C) $\int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} f(\rho) \rho d\rho$; (D) $\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} f(\rho) \rho d\rho$.

三、计算题 (每题7分，共28分)

本题分数	28 分
得 分	

1. 利用曲线积分计算星形线 $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ 所围图形的面积.

2. L 为曲线 $\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 1 \end{cases}$, 从 z 轴的正方向看 L 沿顺时针方向, 求

$$\oint_L (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz .$$

3. 求微分方程 $y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3)$, $y|_{x=0} = 2$, $y'|_{x=0} = 2$ 满足初始条件的特解.

4. 求线性微分方程组 $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 + 3x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_1 - 2x_2 \end{cases}$ 的通解.

本题分数	8 分
得 分	

四、设 $z = f(x, y)$ 具有连续偏导数, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$

(1) 求 $\frac{\partial z}{\partial r}$; (2) 若 $f(x, y)$ 在 $x^2 + y^2 = 1$ 上恒为 0, 求

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi} \iint_{\varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1} \frac{xf_x + yf_y}{x^2 + y^2} d\sigma.$$

本题分数	8 分
得 分	

五、计算 $\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$, 其中 L 为一条无重点, 分段光滑且不过原点的连续闭曲线, L 的方向为逆时针方向。

本题分数	10 分
得 分	

六、设曲面 Σ 是由空间曲线 $\Gamma: x=t, y=2t, z=t^2 (0 \leq t \leq 1)$ 绕 z 轴旋转一周而成的旋转曲面, 求曲面 Σ 的方程; 若曲面 Σ 的法向量与 z 轴正向成钝角, 已知连续函数 $f(x, y, z)$ 满足:

$$f(x, y, z) = (x + y + z)^2 + \iint_{\Sigma} f(x, y, z) dy \wedge dz + x^2 dx \wedge dy,$$

求 $f(x, y, z)$ 的表达式.

本题分数	10
得 分	

七、(1) 求函数 $f(x, y, z) = x + 2y - 2z + 5$ 在 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ 上的最大值和最小值;

(2) 证明不等式 $\frac{3}{2}\pi < \iiint_{\Omega} \sqrt[3]{x + 2y - 2z + 5} dx dy dz < 3\pi$.

一、 填空题

1. $xf(x^2)$; 2. $\frac{dz}{dz} = -\frac{1}{xf_1 + f_2}(zf_1 dx + f_2 dy)$; 3. $2xy + 2yz + 2zx; \{-y^2, -z^2, -x^2\}$;
4. $\frac{135}{2}\pi$; 5. $\int_0^1 dy \int_{-y}^{\frac{y}{2}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{2y-3}^{\frac{y}{2}} f(x, y) dx$; 6. $y''' - y'' + 4y' - 4y = 0$.

二、 选择题

1. (C) 2. (C) 3. (B)

三、

1. 解: $S = \frac{1}{2} \oint x dy - y dx = 6a^2 \int_0^{\pi/2} [\cos^4 t \sin^2 t + \sin^4 t \cos^2 t] dt = \frac{3}{8} \pi a^2 \dots\dots\dots \text{分}$

2. 解: 取 $\Sigma: z = 1(x^2 + y^2 \leq 1)$ 下侧, $\cos \alpha = \cos \beta = 0, \cos \gamma = -1$,

$$\text{原式} = \iint_{\Sigma} \begin{vmatrix} \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y-z & z-x & x-y \end{vmatrix} dS = 2 \iint_{\Sigma} dS = 2\pi \dots\dots\dots)$$

3 解: 对应齐次方程特征根为: $r_1 = 0, r_2 = 2$,

故对应齐次方程的通解为: $y = C_1 + C_2 e^{2x} \dots\dots\dots \text{分}$

自由项 $f(x) = e^x(x^2 + x - 3)$, $\lambda = 1$ 不是特征根,

所以方程特解为: $y^* = e^x(Ax^2 + Bx + C)$

代入方程解得 $A = -1, B = -1, C = 1, y^* = -e^x(x^2 + x - 1)$,

故方程的通解为: $y = C_1 + C_2 e^{2x} - e^x(x^2 + x - 1) \dots\dots\dots \text{分}$

由初始条件得: $C_1 + C_2 + 1 = 2, C_2 = 1$ 得 $C_1 = 0, C_2 = 1$.

故方程满足初始条件的特解为: $y = e^{2x} - e^x(x^2 + x - 1) \dots\dots\dots \text{分}$

4 解: $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \det(A - \lambda E) = (-1 - \lambda)(-1 - \lambda) - 6 = \lambda^2 + 3\lambda - 4 = 0 \dots)$

特征根为 $\lambda_1 = -4, \lambda_2 = 1, \dots \text{分}$

特征向量为 $r_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, r_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \dots\dots\dots \text{分}$

解得通解为 $\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} e^{-4t} & 3e^t \\ -e^{-4t} & 2e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + c_2 e^t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{分}$

四、解：(1) $\frac{\partial z}{\partial r} = \cos \theta f_x + \sin \theta f_y$;

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \iint_{\varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1} \frac{xf_x + yf_y}{x^2 + y^2} d\sigma &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_{\varepsilon}^1 \frac{r(\cos \theta f_x + \sin \theta f_y)}{r^2} r dr = \int_0^{2\pi} d\theta \int_{\varepsilon}^1 \frac{\partial z}{\partial r} dr \\
 &= \int_0^{2\pi} f(r \cos \theta, r \sin \theta) \Big|_{\varepsilon}^1 d\theta = - \int_0^{2\pi} f(\varepsilon \cos \theta, \varepsilon \sin \theta) d\theta \quad \dots\dots\dots) \\
 &= -2\pi f(\varepsilon \cos \theta_0, \varepsilon \sin \theta_0) \quad (\theta_0 \in (0, 2\pi))
 \end{aligned}$$

于是 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi} \iint_{\varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1} \frac{xf_x + yf_y}{x^2 + y^2} d\sigma = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} f(\varepsilon \cos \theta_0, \varepsilon \sin \theta_0) = -f(0, 0) \dots\dots\dots)$

五、解：记 L 围成的闭区域为 D , 令 $P = \frac{-y}{x^2 + y^2}, Q = \frac{x}{x^2 + y^2}$, 则当 $x^2 + y^2 \neq 0$ 时, 有

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{\partial P}{\partial y}. \quad (1) \text{ 当 } (0, 0) \notin D \text{ 时, 则 } \oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = 0. \dots\dots\dots)$$

(2) 当 $(0, 0) \in D$ 时, 作位于 D 内圆周 $l: x^2 + y^2 = r^2$, 记 D_1 由 L 和 l 围成, 则有

$$\begin{aligned}
 \oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} - \oint_l \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} &= 0. \text{ 即} \\
 \oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} &= \oint_l \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = \int_0^{2\pi} \frac{r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta}{r^2} d\theta = 2\pi. \dots\dots\dots)
 \end{aligned}$$

六、解： Γ 绕 z 轴旋转一周而成的旋转曲面为 $\Sigma: x^2 + y^2 = 5z (0 \leq z \leq 1) \dots\dots\dots)$

$$\text{首先 } \iint_{\Sigma} x^2 dx dy = - \iint_{x^2 + y^2 \leq 5} x^2 dx dy = -\frac{25}{4} \pi$$

$$\text{令 } \iint_{\Sigma} f(x, y, z) dy dz = A, \text{ 可得 } f(x, y, z) = (x + y + z)^2 + A - \frac{25}{4} \pi \dots\dots\dots)$$

记 $S: z = 1, x^2 + y^2 \leq 5$ 取上侧, Ω 为 Σ 与 S 围成的区域, 根据 Gauss 公式

$$\begin{aligned}
 A &= \iint_{\Sigma} f(x, y, z) dy dz = \iint_{\Sigma} \left((x + y + z)^2 + A - \frac{25}{4} \pi \right) dy dz \\
 &= \iint_{\Sigma + S} \left((x + y + z)^2 + A - \frac{25}{4} \pi \right) dy dz = 2 \iiint_{\Omega} (x + y + z) dx dy dz = \frac{10}{3} \pi
 \end{aligned}$$

$$\text{于是 } f(x, y, z) = (x + y + z)^2 - \frac{35}{12} \pi \dots\dots\dots)$$

七、(1) 首先在 Ω 内部 $x^2 + y^2 + z^2 < 1$, $f(x, y, z) = x + 2y - 2z + 5$ 没有驻点, 在边界 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上, 应用 Lagrange 乘数法, 令 $F = x + 2y - 2z + 5 + \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - 1)$, 由

$$\begin{cases} F_x = 1 + 2\lambda x = 0 & F_z = -2 + 2\lambda z = 0 \\ F_y = 2 + 2\lambda y = 0 & F_\lambda = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

可得条件极值点 $P_1\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right), P_2\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $f(P_1) = 8, f(P_2) = 2$ 分别为最大值和最小值.)

(2) 证明: 由于在 Ω 上, $f(x, y, z) = x + 2y - 2z + 5$ 的最大值和最小值分别为 8, 2, 因此

$$\sqrt[3]{2} \frac{4}{3} \pi \leq \iiint_{\Omega} \sqrt[3]{x + 2y - 2z + 5} dx dy dz \leq \sqrt[3]{8} \frac{4}{3} \pi$$

由于 $\sqrt[3]{2} \frac{4}{3} \pi > \frac{3}{2} \pi, \sqrt[3]{8} \frac{4}{3} \pi < 3\pi$, 因此 $\frac{3}{2} \pi < \iiint_{\Omega} \sqrt[3]{x + 2y - 2z + 5} dx dy dz < 3\pi$ 分)

南航本科试卷+QQ



截至2022年1月，已有近3年本科试卷科目(后续会不断更新，具体可咨询)：

试卷科目（依据教务处或课表名称）	科目展示院系版
B:变分原理与有限元	全校热门：高数、线代、概率论、毛概、马原、航概、大物、创业基础、计算方法、理力、材力、电工电子技术、工程图学、数字电路、微机原理、复变函数、理工基础化学
C:测试技术、操作系统、测试信号分析与处理、材料力学、创业基础、冲压工艺学	院系热门(仅部分): (航空) 复合材力、飞行器结构力学、互换性、有限元、工数、控制系统工程、变分原理、塑性力学、流体力学、振动理论
D:电机学、电路、电子线路、电工与电子技术、电力工程、电磁场理论、电气测试技术、电力电子、大物、电离辐射探测学	(能动) 燃烧室、工热、互换性、机械设计、现控、自控、工程流体力学
F:复合材料力学、飞行器结构力学、复变函数	(自动化) 电机学、电路、电力电子、计硬、机械设计基础、模电、现控、自控、测试信号分析、电力工程、电气测试技术、功率变换器、数字信号处理、信号、系统可靠性
G:概率论、高数、工程热力学/基础、工程材料学、工数、工程图学、管理学、功率变换器计算机仿真与设计、工程经济学、工程流体力学	(电信) 电子线路、雷达原理、信号、微波技术、通信原理、电磁场、数据结构、数字信号处理、工程经济学、随机信号分析、数理方程、通信电子线路
H:航概、互换性与技术测量、宏观经济学	(机电) 测试技术、工热、机原、机械制造工艺、工材、互换性、控制系统工程、机床数控技术、冲压工艺学、计算机集成、机械制造技术、工程流体力学、机械设计
J:结构力学及有限元、计算方法、计算机组成原理、计算机硬件技术基础、计量经济学、机械原理、机械设计/基础、机械制造工艺与装备、机床数控技术、金属材料、计算机集成与柔性制造、机械制造技术、检测技术与传感原理	(材料) 金属材料、电离辐射探测学、数理方程
K:控制系统工程	(民航) 机械设计基础、模电、信号、运筹、自控、工程经济学、随机信号分析、民航机载电子设备、数据结构与数据库、工程流体力学、检测技术与传感原理、通信电子线路、项目管理、专业英语
L:理论力学、离散数学、雷达原理、流体力学、理工基础化学	(理) 计组、模电、数据库
M:模拟电子技术、马原、毛概、民航机载电子设备与系统、密码学	(经管) 管理学、计量、应统、运筹、操作系统、数据库、宏经、微经、工程经济学、项目管理、专业英语
R:燃烧室原理	(航天) 结构力学及有限元、电路、工材、机原、数字信号处理、通信原理、自控
S:数字电路/与逻辑设计、数据库原理、数据结构/与数据库、数字信号处理、塑性力学、随机信号分析、数理方程	(计科) 操作系统、工数、离散数学、计组、数据库、数据结构、密码学
T:通信原理、通信电子线路	(长空) 工热、工材、工数、计组、机原、数理方程
W:微机原理与应用/接口技术、微波技术、微观经济学	(国教) 计量、应统、运筹、宏经
X:线代、现代控制理论、信号与系统/线性系统、系统可靠性设计分析技术、项目管理	
Y:有限元、应用统计学、运筹学	
Z:自动控制原理、振动理论、专业英语	

资料使用tips

- (1) 名称相近的课程可能会因专业、年份、教学大纲等的不同在考试范围、题型、内容、难度上等出现细微差异，通常相互间都有借鉴价值，具体需自行判断试卷所考内容与自身所学是否大部分一致；
- (2) 试卷名称的数字是学年的后一年份，如22是指21-22学年，分第一(秋季)学期(9月-次年1月)和第二(春季)学期(2月-7月)，一门课程通常会出2套试卷即AB卷分别用于期末和补缓考，二者在范围、难度及题量上保持一致，由教务处随机抽取；
- (3) 图片形式的试卷可能在清晰度上会有所欠缺或者有少量缺漏，绝大部分基本可以辨认，同时缺漏的分值控制在一定限度；
- (4) 关于答案：大学学习不同于中学那样有浩如烟海的资料且基本配有参考答案，大学许多课程的资料不易获得，即使无答案的资源对复习也有较大参考价值，能帮助把握近年命题方向趋势、题型范围难度。试卷里手写形式的答案大多为人工制作，仅供参考，可能会存在某些题目答案正确性有待商榷的情况，欢迎能提供答案或者更正的同学予以分享；
- (5) 教材、课程设计、PPT、非试卷类复习资料、练习册或教材习题答案、网课或英语代做、四六级真题、研究生课程试卷、初复试专业课真题等均不是业务范围；
- (6) 试卷均来自同学分享，除为便利同学使用进行必要的整理外，不对试卷本身做其他操作，有问题可以协商处理，欢迎有近3年试卷资源的予以分享

守住及格底线，努力争取高分！
祝您考试顺利，取得理想成绩！