Predmet: Kombinatorika a grafy 1
Ukol: 5.
Verze: 1.
Autor: David Napravnik

Prvni ukol

Dokazeme indukci, podle poctu ruznych hodnot
Zacneme s balickem o 4 barvach a jednou hodnotou, ten plati trivialne
Indukci krok bude pridani jedne hodnoty (ctyr karet ruzne barvy).
Pridame balicek 4 karet a pokud karty nechame v tomto balicku, tento balicek bude slouzit pro vybrani dane hodnoty.
Pokud by v tomto balicku mela byt karta jine hodnoty, urcime tento balicek pro vybrani one hodnoty a druhy balicekze ktereho kartu bereme a nastavime na to, abychom z nej vybrali aktualni hodnotu. (neboli prohodime 2 karty a zaroven prohodime co z techto balicku budeme vybirat)
toto lze aplikovat i 4krat za sebou (prohozeni celeho balicku) a porad to bude fungovat. Tudiz porad mame u kazdeho balicku unikatni hodnotu, ktera urcuje jakou kartu z ni budeme vybirat.

ukazka: (cislo balicku: 4karty (kterou kartu budeme z balicku vybirat))
1: 1111 (1)
pridame balicek 2 ...
1: 1111 (1)
2: 2222 (2)
prohodime karty a typy balicku ...
1: 1112 (2)
2: 2221 (1)

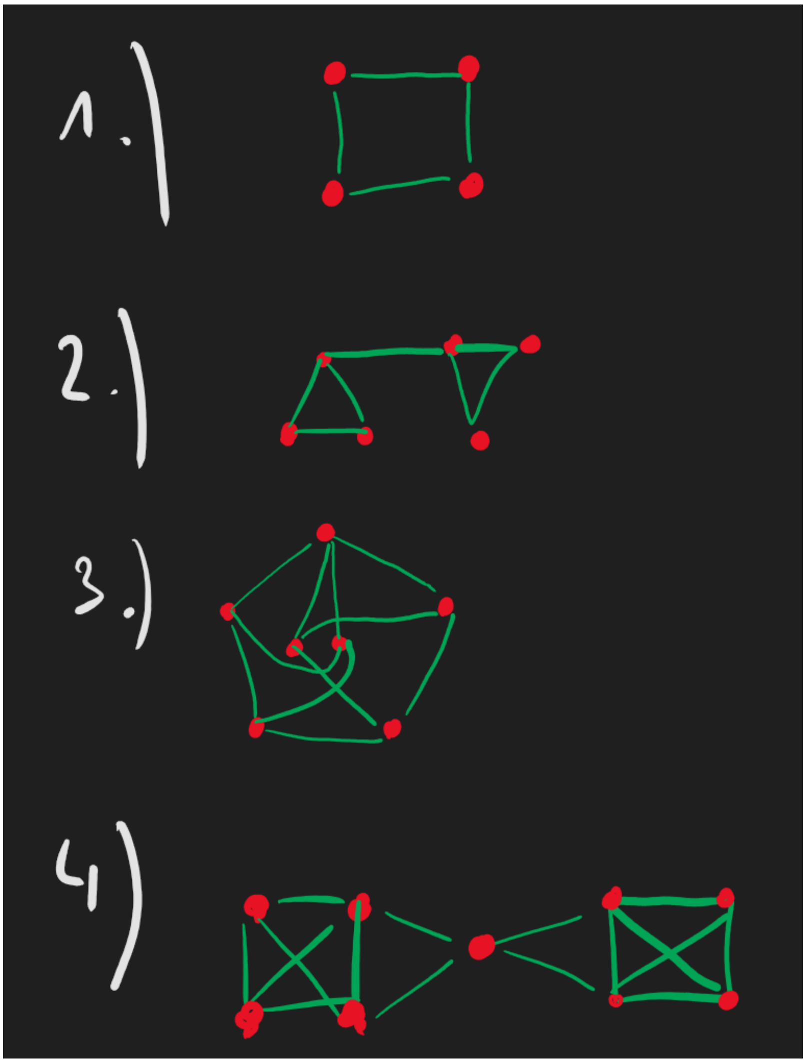
Druhy ukol

nejdrive dokazeme pravou implikaci
lze vydlazdit => plati pravidlo o poctu der v podtrojuhelnicich
dokazeme sporem, predpokladejme, ze neplati pravidlo o poctu der.
Pak mame trojuhelnik velikosti n s n+1 dirami. Jelikoz dira muze byt pouze trojuhelnik smerem nahoru (horni trojuhelnik) a trojuhelnik velikosti n, ma presne o n hornich trojuhelniku vice nez spodnich. Tak dostaneme trojuhelnik kde se nerovna pocet hornich a spodnich trojuhelniku.
Dalsim pozorovanim je, ze diamant se sklada vzdy z jednoho horniho a jednoho spodniho trojuhleniku.
Tudiz jsme dosli ke sporu, nebot takovy trojuhelnik nelze diamanty vyskladat.

pote dokazeme levou implikaci
plati pravidlo o poctu der v podtrojuhelnicich => lze vydlazdit
pokud je pocet der v trojuhleniku roven jeho velikosti, pak jej vydlazdime normalne. (souhlasi pocet hornich a dolnich trojuhelniku)
pokud je pocet der mensi nez velikost, pak vydlazdime normalne, ale zbude nam par volnych dolnich trojuhelniku. To ale nevadi, nebot je vsechny (a ne vic) pouzijeme v nekterem z vetsich trojuhleniku, ktery je nadmnozinou aktualniho trojuhelnika.

tudiz plati

Treti ukol



Ctvrty ukol

1) pokud ignorujeme fakt, ze cesty maji stejne pocatecni a koncove vrcholy. Tak tvrzeni plati
nebot $k_v \leq k_e$ tudiz pokud odebereme hrany P1 z grafu, tak graf zustane souvisly a tudiz musi existovat dalsi cesta z x do y.

2) Plati
odeberme z grafu vrchol z
zbyde nam minimalne vrcholove 2-souvisly graf a tudiz minimalne hranove 2-souvisly a tudiz mezi x a y musi existovat minimalne dve disjunktni cesty, coz je definice kruznice
3) Neplati
prikladem je graf typu motylek