Predmet: Pravděpodobnost a statistika 1
Ukol: 8.
Verze: 1.
Autor: David Napravnik

Poisson

a

Pravdepodobnostni funkce pro poissonovo rozlozeni:

$$\begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda} & x = 0, 1, \dots \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Plati momentova rovnice:

$$\mu_1' = \lambda$$
$$M_1' = M$$
$$\hat{\lambda}(X) = M$$

b

Veruhodnostni funkce:

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!}e^{-\lambda} = e^{-n\lambda}\frac{\lambda\sum_{i=1}^{n} x_i}{x_1! * x_2! * \dots * x_n!}$$

Logaritmycka veruhodnostni rovnice:

$$\ln L(\lambda) = -n\lambda + \sum_{i=1}^{n} x_i \ln\lambda - \ln(x_1! * x_2! * \dots * x_n!)$$

Verohodnostni funkce:

$$\frac{d\ln L(\lambda)}{d\lambda} = -n + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\lambda} = 0$$
$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Maximalnim verohodnym odhadem parametru λ Poissonova rozlozeni je statistika $\hat{\lambda}(X) = M$

c

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \frac{1}{n}\lambda$$