

NTIN090 — Základy složitosti a vyčísitelnosti

1. cvičení

Petr Kučera

6. října 2022

1. Popište Turingův stroj, který rozhoduje jazyk $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Popište i přechodovou funkci tohoto stroje.
2. Popište Turingův stroj, který se vždy zastaví a přijímá jazyk $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$. Rozmyslete si jednak jednopáskový, jednak vícepáskový Turingův pro tento jazyk. (*Stačí popsat algoritmus, není třeba sepisovat instrukce.*)
3. Popište, jak lze převést Turingův stroj s páskou, která je potenciálně nekonečná v obou směrech na Turingův stroj, jehož páska je potenciálně nekončená pouze ve směru doprava. Můžete předpokládat, že Turingův stroj s poloviční páskou má na prvním políčku zvláštní znak zarážky (\triangleright).
4. Jakou třídu jazyků rozpoznávají Turingovy stroje, u nichž povolíme pohyb hlavy pouze
 - (a) vlevo (L) a vpravo (R),
 - (b) stát (N) a vpravo (R),
 - (c) stát (N) a vlevo (L).
5. Ukažte, že jednopáskový Turingův stroj, který na každé políčko na pásce může zapsat nejvýš jednou (tj. nejvýš jednou může přepsat políčko jiným znakem) je ekvivalentní obyčejnému jednopáskovému Turingovu stroji.
6. Jako třídu přijímají jednopáskové Turingovy stroje, které nesmí přepisovat políčka se vstupem?
7. Ukažte, že třídy rozhodnutelných i částečně rozhodnutelných jazyků jsou uzavřené vzhledem k následujícím operacím:
 - (a) Průnik ($L_1 \cup L_2$)
 - (b) Sjednocení ($L_1 \cap L_2$)
 - (c) Konkatenace ($L_1 \cdot L_2 = \{uv \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2\}$)
 - (d) Kleeneho hvězdička ($L^* = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L^i$, kde $L^0 = \emptyset$, $L^1 = L$ a $L^i = L^{i-1} \cdot L$ pro $i > 1$)
8. Ukažte, že třída rozhodnutelných jazyků je uzavřena vzhledem operaci doplňku $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$, ale třída částečně rozhodnutelných jazyků není uzavřená vzhledem k operaci doplňku

Domácí úkoly

9. (10 bodů) Ukažte, jak lze libovolný jednopáskový Turingův stroj M převést na Turingův stroj M' , který v každém kroku provádí jen dvě ze tří možných akcí (tj. každá instrukce buď změní stav a pozici hlavy, změní stav a písmeno na pásce, nebo změní písmeno na pásce a pozici hlavy, ale neučiní všechny tyto akce najednou).
10. (20 bodů) Uvažme Turingův stroj s poloviční páskou, v němž se může hlava hýbat pouze vpravo R, nebo může vykonat pohyb RESTART, při němž se hlava vrátí na začátek pásky. Ukažte, jak převést jednopáskový Turingův stroj na tuto variantu Turingova stroje.