

Predmet: Linearní algebra 2

Ukol: 5.

Verze: 1.

Autor: David Napravnik

Prezdivka: DN

zadani

Jaka je pravdepodobnost, že pozitri bude slunečno, pokud dnes bylo destivo?

reseni

matice pocasi: $S = \begin{bmatrix} .8 & .2 \\ .6 & .4 \end{bmatrix}$

dnesek = S^0

zitek = S^1

pozitri = S^2

$$\begin{bmatrix} .8 & .2 \\ .6 & .4 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} .76 & .24 \\ .72 & .28 \end{bmatrix}$$

dnes bylo destivo, tudiz nas zajima druhy radek

pravdepodobnosti odpovida vektoru $[.72, .28]$

Pozitri bude na 72% slunečno

zadani

Jake je limitni rozlozeni pravdepodobnosti za delsi casovy horizont?

reseni

matice pocasi: $S = \begin{bmatrix} .8 & .2 \\ .6 & .4 \end{bmatrix}$

rozklad matice: $M = SJS^{-1}$

$$S = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} -.75 & .75 \\ .75 & .25 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} .2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} J^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M^n = SJ^nS^{-1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M^n = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -.75 & .75 \\ .75 & .25 \end{bmatrix}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M^n = \begin{bmatrix} .75 & .25 \\ .75 & .25 \end{bmatrix}$$

Limitni rozlozeni odpovida vektoru $M^\infty x_0 = [.75, .25]$ (75% slunečno, 25% destivo)

zadani

Charakterizujte (vcetne konstrukce matice prechodu) populaci brouku v 1., 2., 3. a 6. roce za predpokladu, že vychozi populace obsahovala 3000 brouku (vsichni brouci jsou stejne stari a prave se narodili)

reseni

matice prechodu: $P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

pocatecni stav: $B = [3000, 0, 0]$

stav po n letech: $BP^{n\%3} \mid$ kazde tri roky se cyklus opakuje

po 1 roce: $BP^1 = [0, 1500, 0]$

po 2 roce: $BP^2 = [0, 0, 500]$

po 3 roce: $BP^0 = [3000, 0, 0]$

po 6 roce: $BP^0 = [3000, 0, 0]$

zadani

Jak se populace vyviji v case jdoucim do nekonecna? Zavisí tento vyvoj na velikosti vchozi populace?

reseni

jak bylo zmineno v predchozi uloze, pocty brouku se cykli po 3 letech.

V nekonecnu, tedy brouci **nevyhynou, ani se nepremnozi** (bude jich konstantne mnoho).

Na velikosti populace **nezalezi** (dokud jich v kazde fazi cycklu bude > 1)

pozn. musim pochvalit ulohu, velmi se mi libila

zadani

Urcete Gerschgorinovy disky pro matici A a rozhodnete, zda ma matice A aspon jedno realne zaporne vlastni cislo.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 8 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

reseni

stredy:

$$c_1 = a_{11} = 4$$

$$c_2 = a_{22} = 8$$

$$c_3 = a_{33} = -4$$

polomery:

$$r_1 = |a_{12}| + |a_{13}| = |0| + |2| = 2$$

$$r_2 = |a_{21}| + |a_{23}| = |-2| + |2| = 4$$

$$r_3 = |a_{31}| + |a_{32}| = |0| + |2| = 2$$

Matice A **ma prave jedno vlastni zaporne cislo** $\lambda_1 \in \mathbb{C}$, o tom zda je realne, ale pomoci Gerschgorinovyh disku zjistit nelze

