flusser@utia.cas.cz

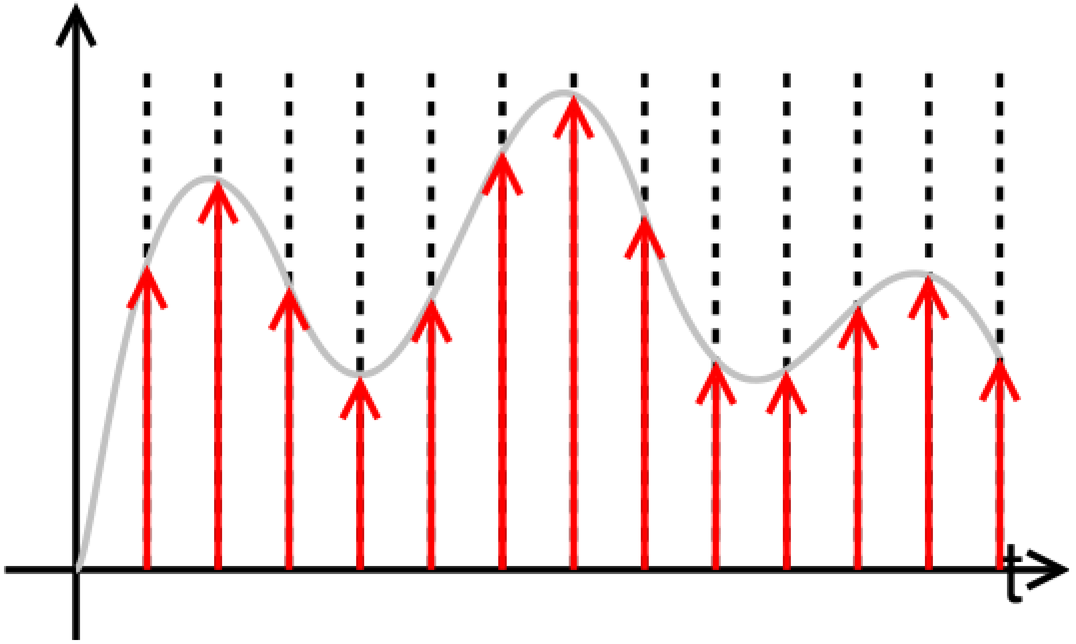
Prof. Ing. Jan Flusser, DrSc.

Digitální zpracování obrazu

Lecture 2

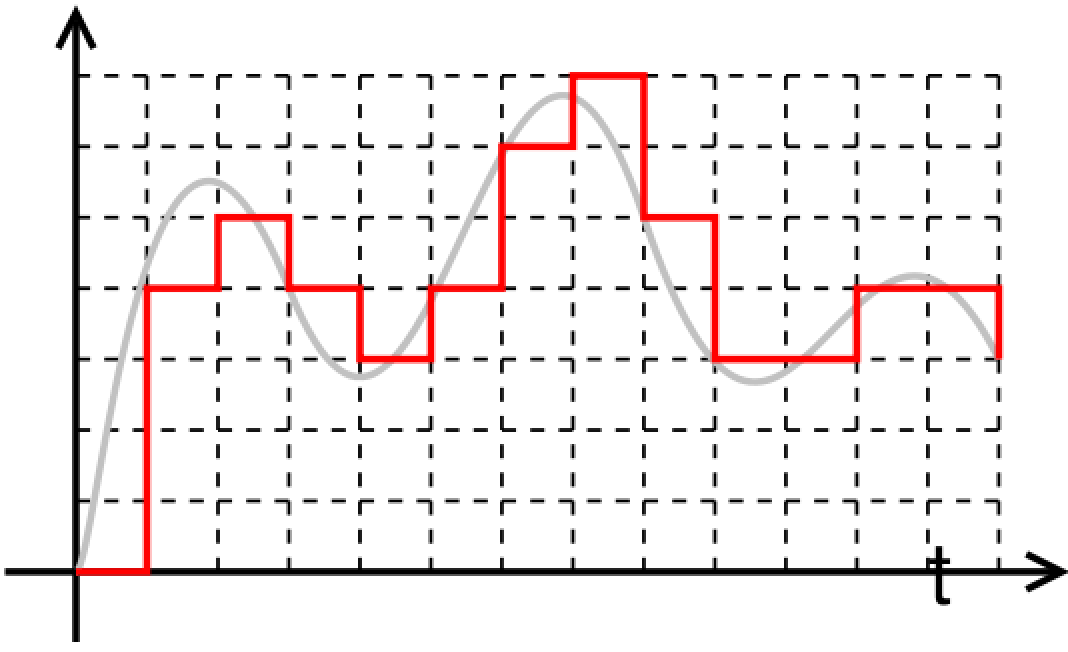
Digitalizace spojitého obrazu

- **Vzorkování (sampling)**



Digitalizace spojitého obrazu

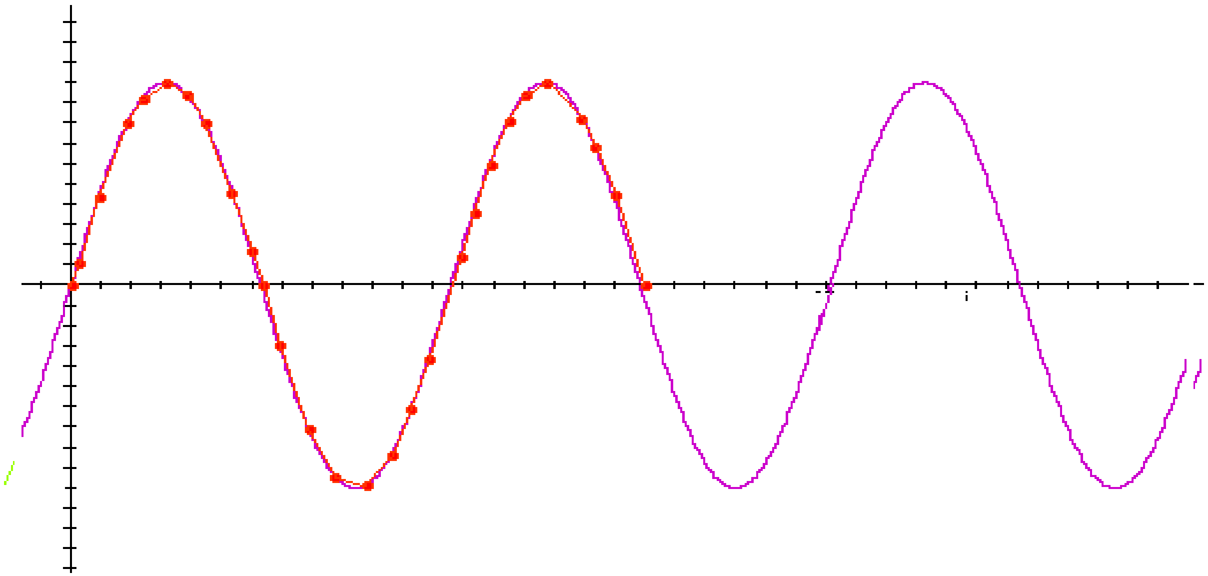
- **Vzorkování (sampling)**
- **Kvantování**



Vzorkovací teorém

Nyquist (1915), Kotelnikov (1933), Shannon (1945)

Lze původní obraz rekonstruovat?



Někdy ano, někdy ne. Kdy ano?

Matematický model vzorkování

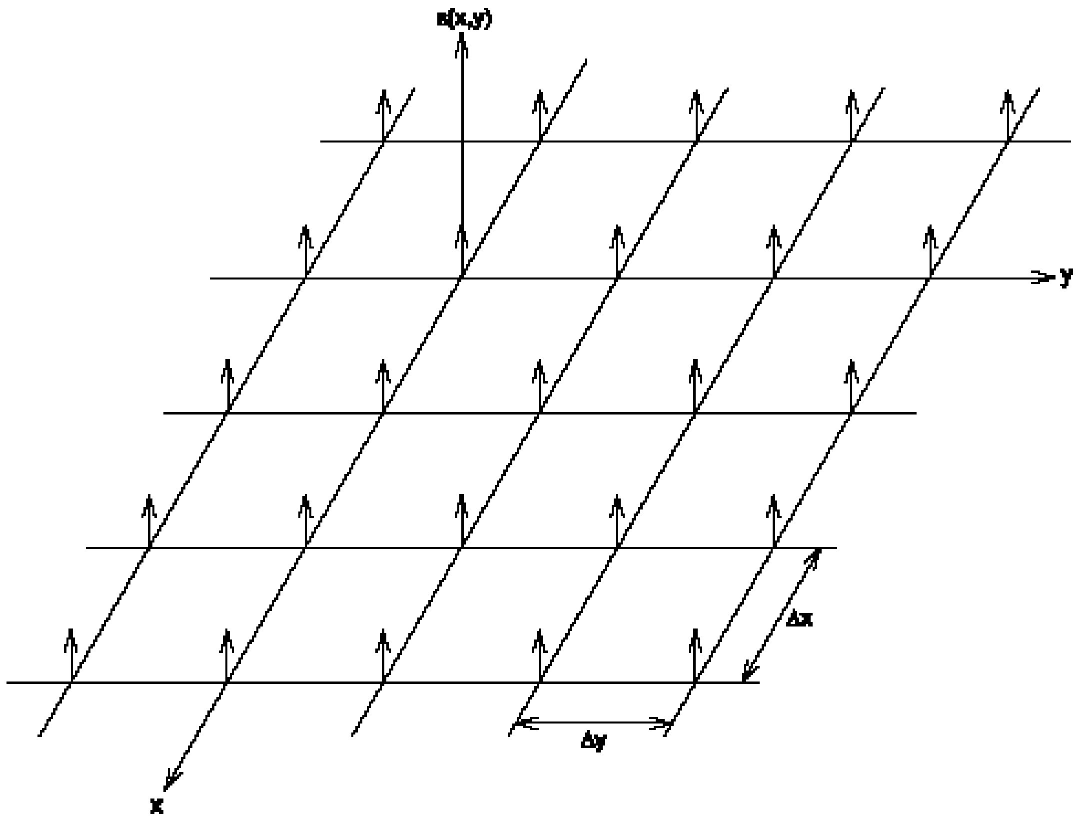
Obrazová oblast

$$f(x,y) \cdot s(x,y) = d(x,y)$$

$$s(x,y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - i\Delta x, y - j\Delta y)$$

Comb function

$$s(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - i\Delta x, y - j\Delta y)$$



Matematický model vzorkování

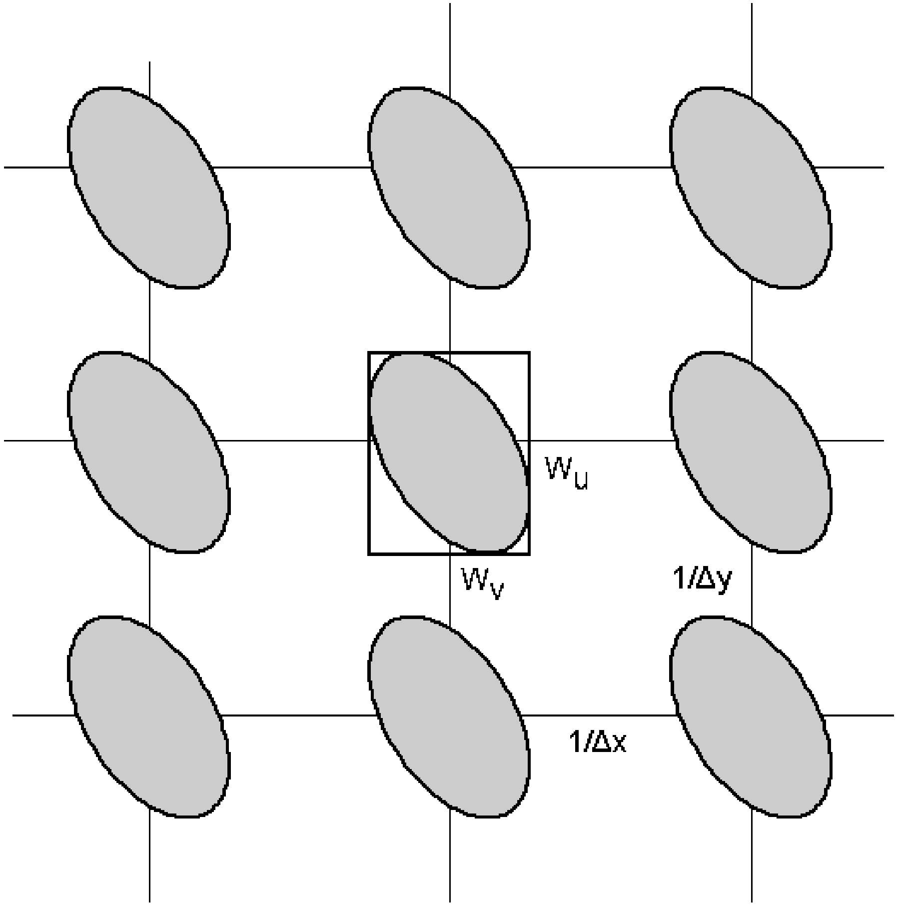
Frekvenční oblast

$$D(u,v) = F(u,v) * S(u,v)$$

$$S(u,v) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta\left(u - i\frac{1}{\Delta x}, v - j\frac{1}{\Delta y}\right)$$

Spektrum vzorkovaného obrazu

$$D(u,v) = F(u,v) * S(u,v)$$



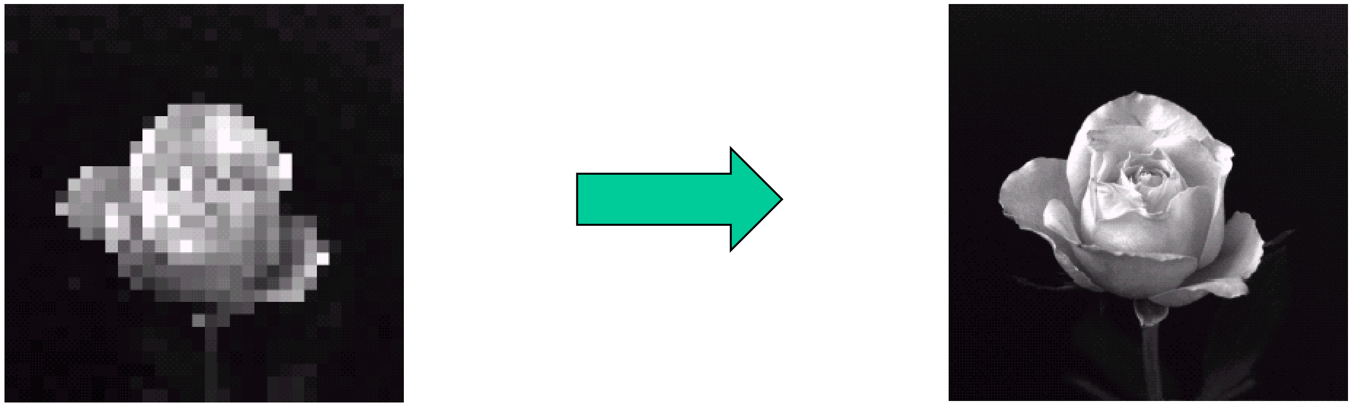
Nyquistova podmínka

Vzorkování bez ztráty informace

$$\Delta x \leq \frac{1}{2W_u}$$

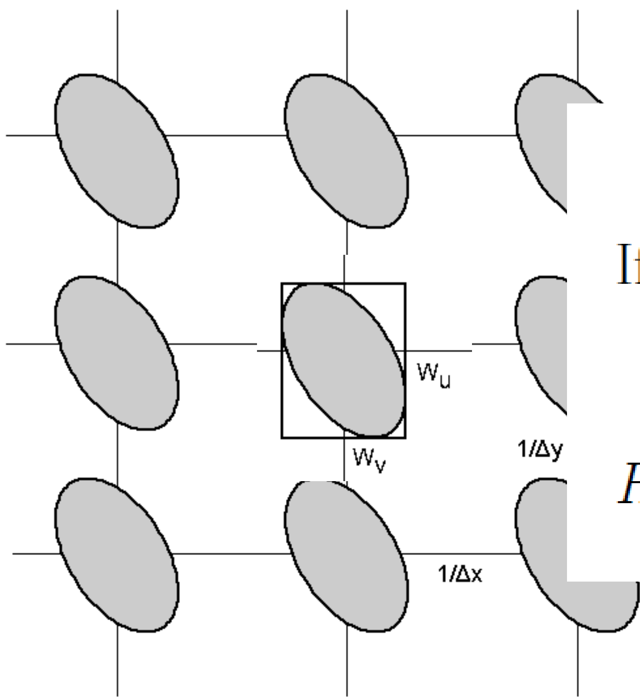
$$\Delta y \leq \frac{1}{2W_v}$$

Zpětná rekonstrukce obrazu



Zpětná rekonstrukce obrazu

Vyříznutí jednoho spektra a následná inverzní FT



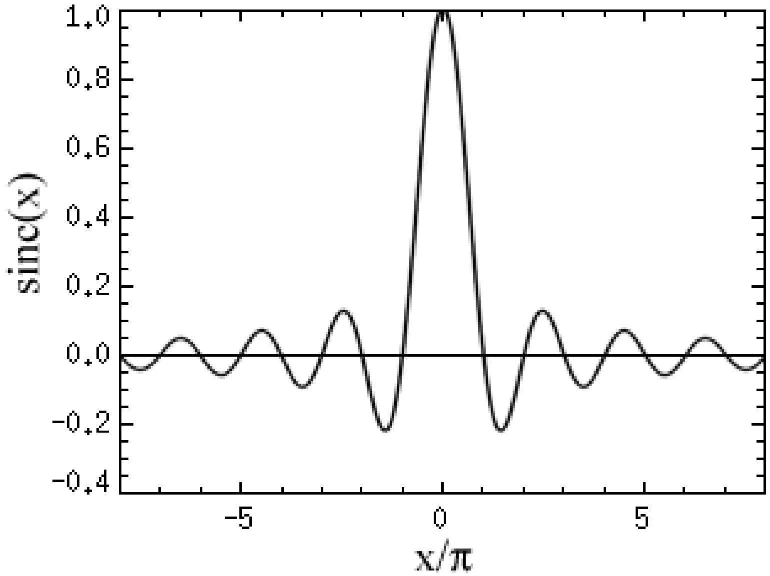
$$\tilde{F}(u,v) = D(u,v) \cdot H(u,v)$$

If $\tilde{F}(u,v) = F(u,v)$ then $f(x,y) = \mathcal{F}^{-1}\tilde{F}(u,v)$

$H(u,v)$ – usually a box function

Zpětná rekonstrukce obrazu

Odpovídá v obrazové oblasti interpolaci *d(x,y)* konvolucí s funkcí *h(x,y), resp. h(x).h(y)*



Příliš výpočetně náročné

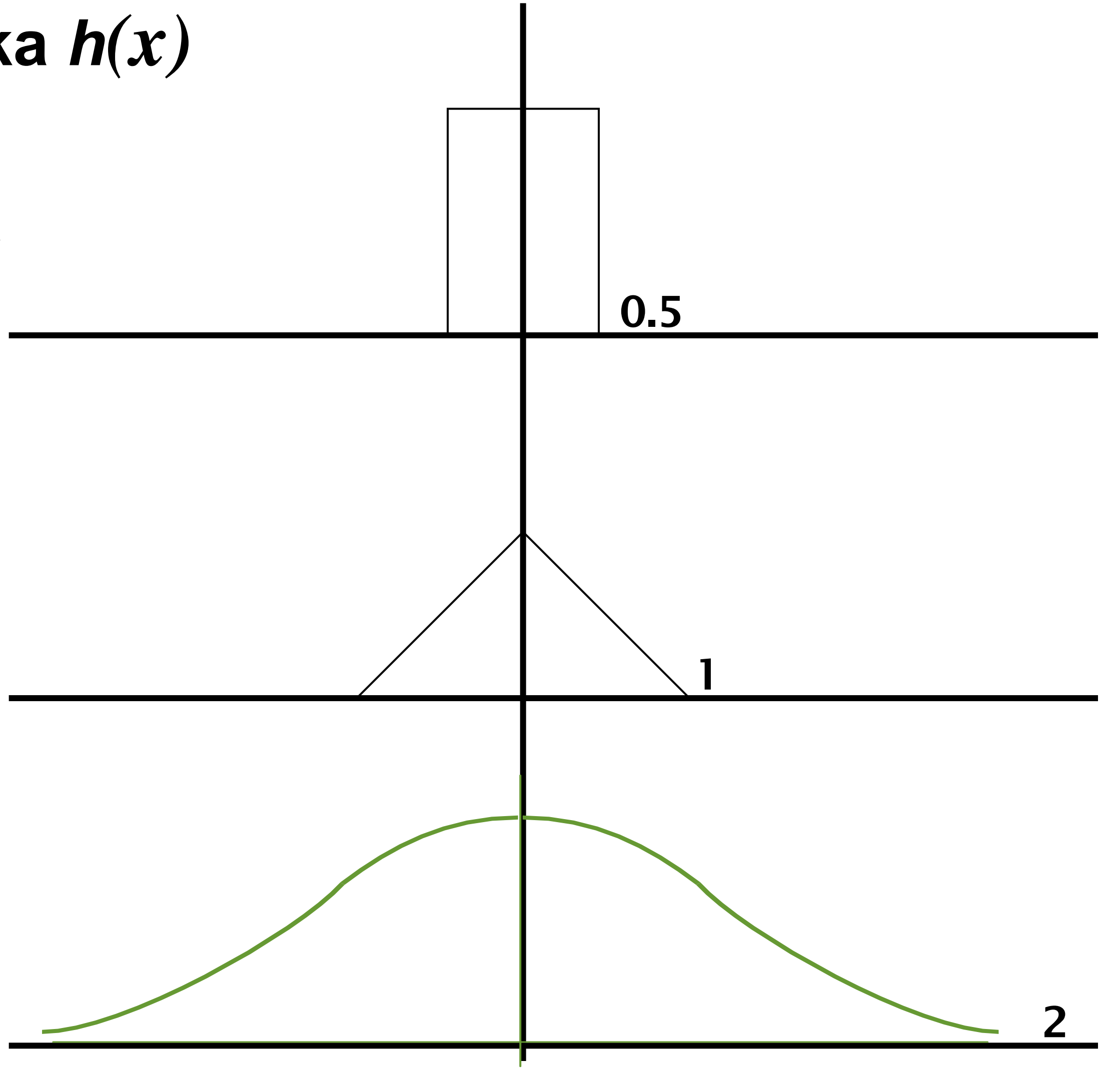
Přibližná rekonstrukce jednoduššími jádry

Konvoluční maska *h(x)*

nearest neighbor

linear

smooth cubic



Interpolační metody

Original

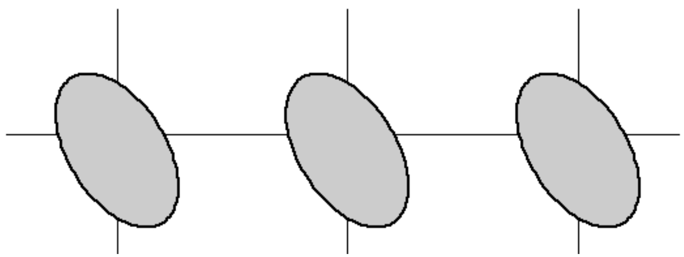
Nearest neighbor

Bilinear

Bicubic

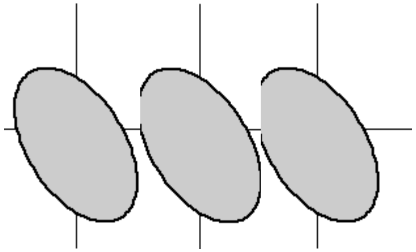
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Překrytí sousedních spekter $D(u,v)$ → nemožnost přesné separace $F(u,v)$



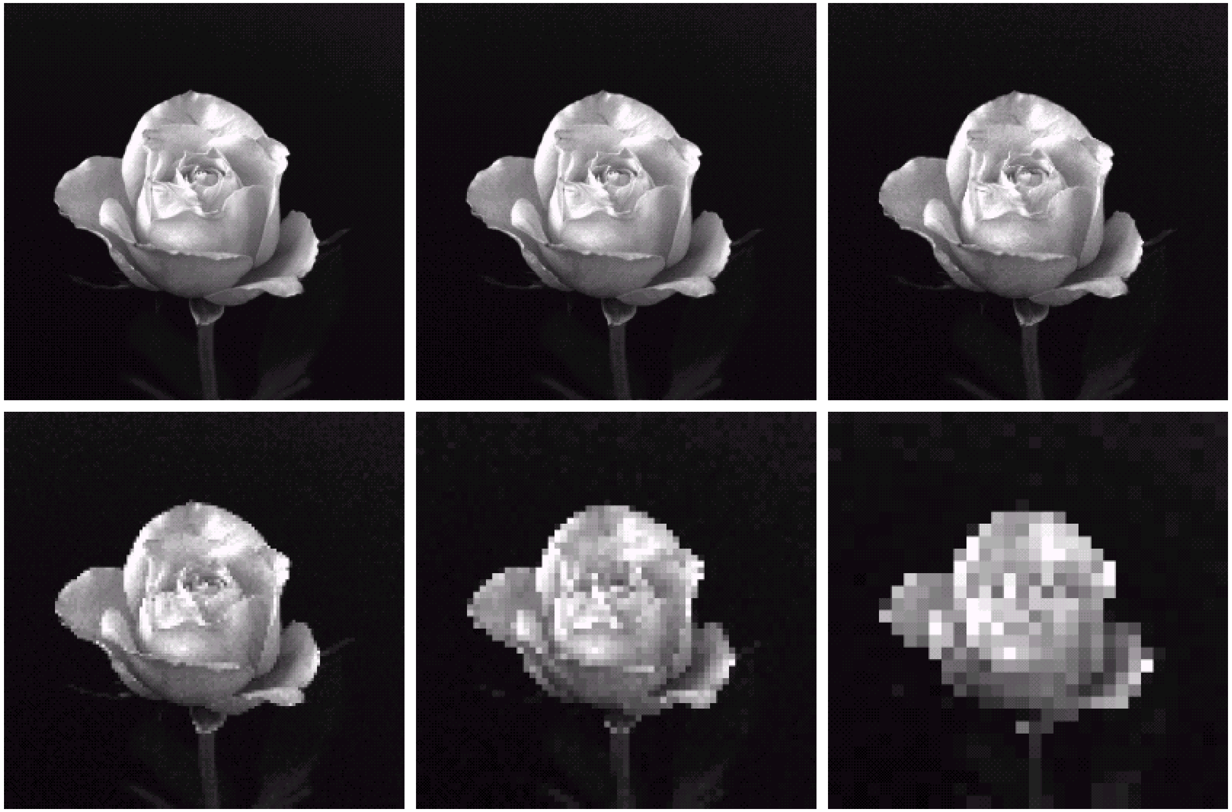
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Překrytí sousedních spekter $D(u,v)$ → nemožnost přesné separace $F(u,v)$



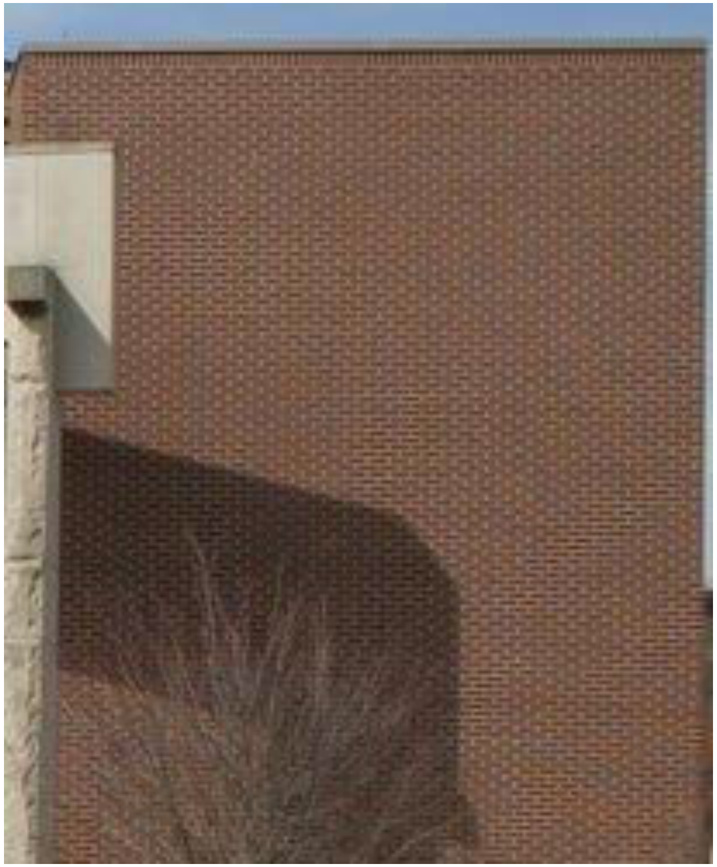
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Překrytí sousedních spekter D(u,v) → ztráta VF informace (hrany, detaily, ...), **aliasing**



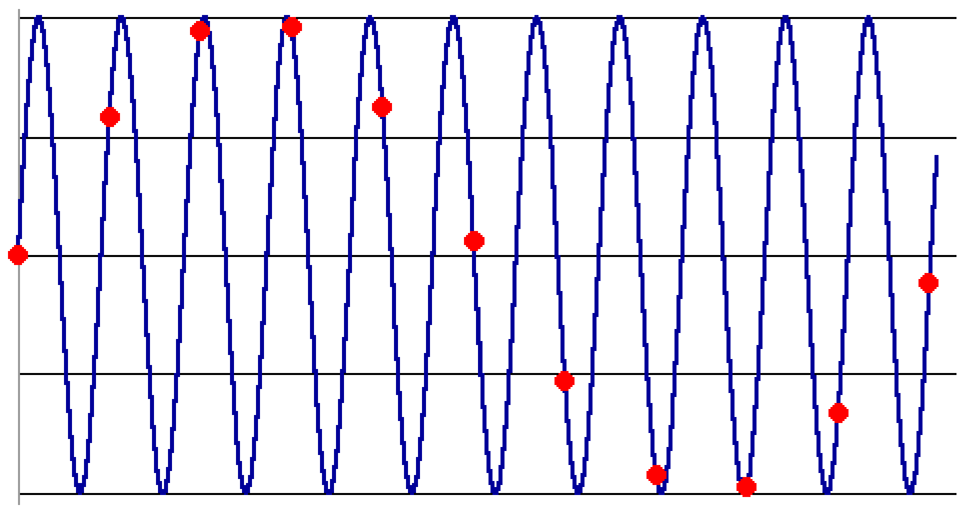
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Moiré efekt – falešné nízké frekvence



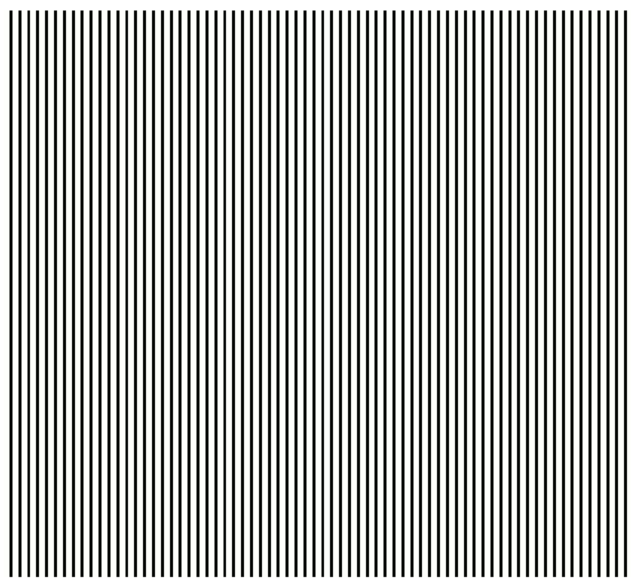
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Moiré efekt – falešné nízké frekvence

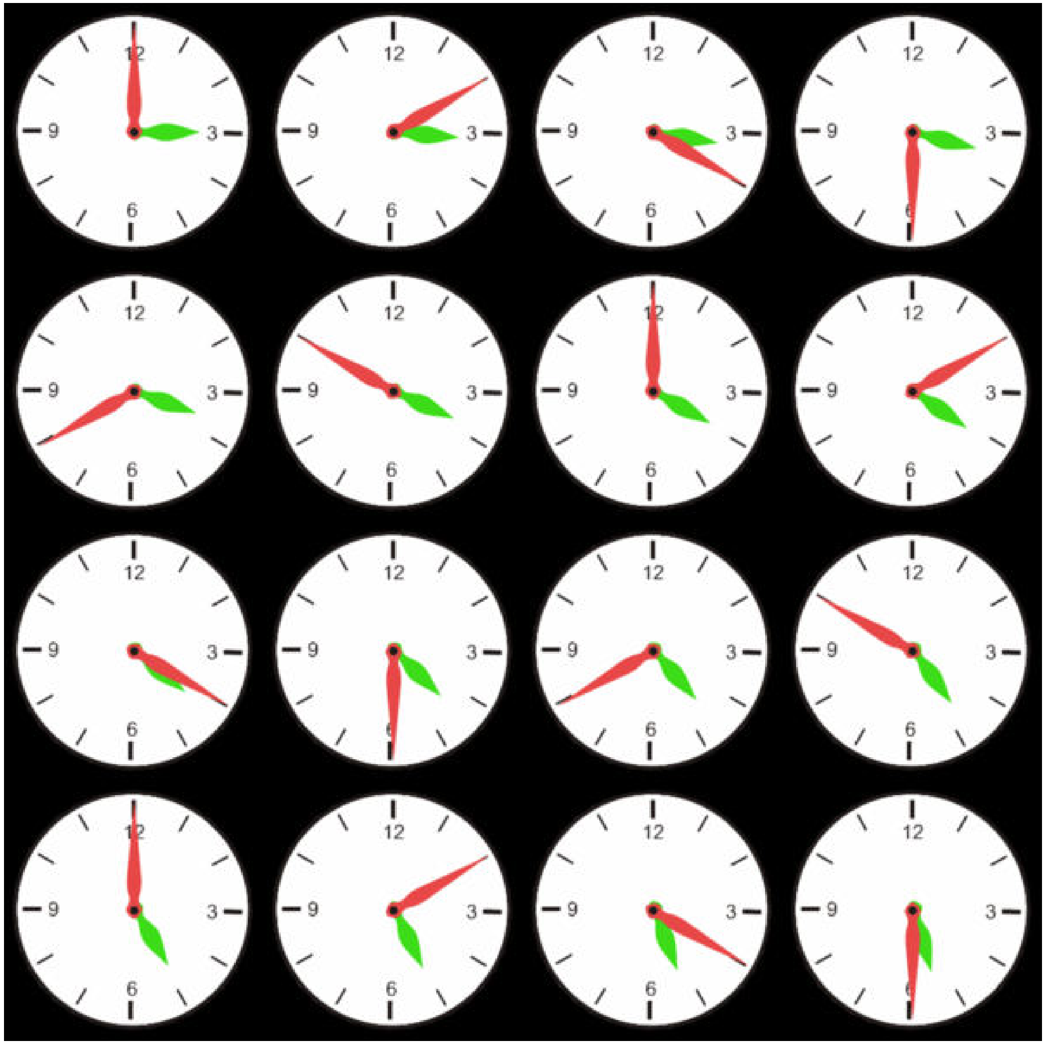


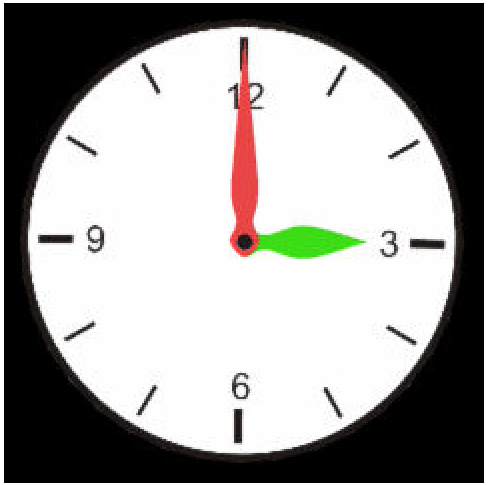
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Moiré efekt – falešné nízké frekvence

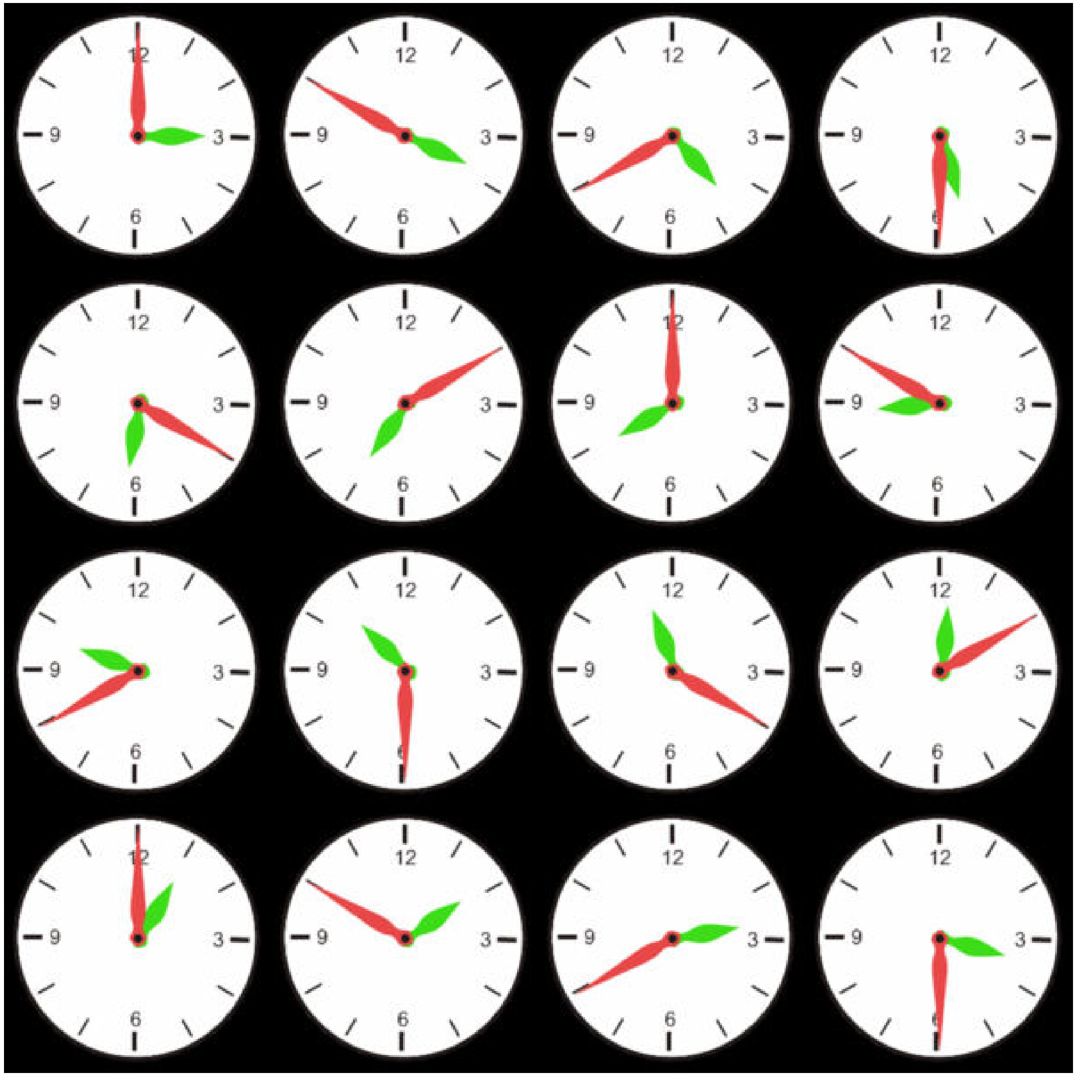


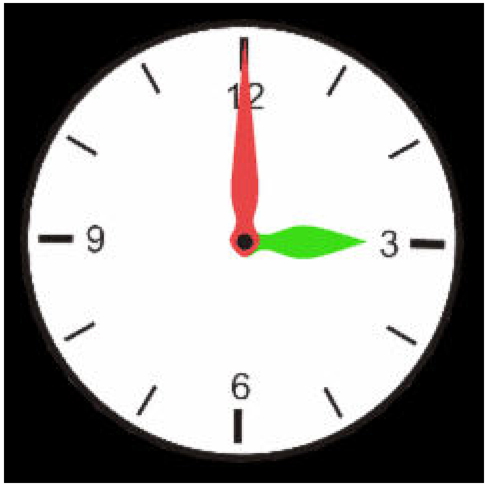
Moiré efekt v časové oblasti





Moiré efekt v časové oblasti

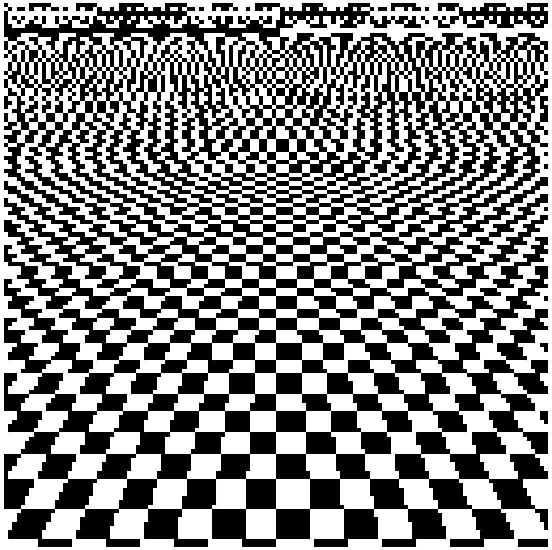


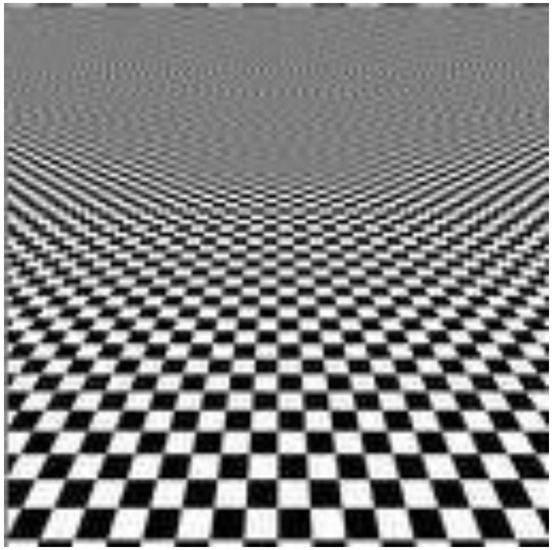


Moiré efekt užitečný – námořní navigace

Anti-aliasing techniky

- Zvýšení vzorkovací frekvence
- Odstranění vysokých frekvencí před vzorkováním



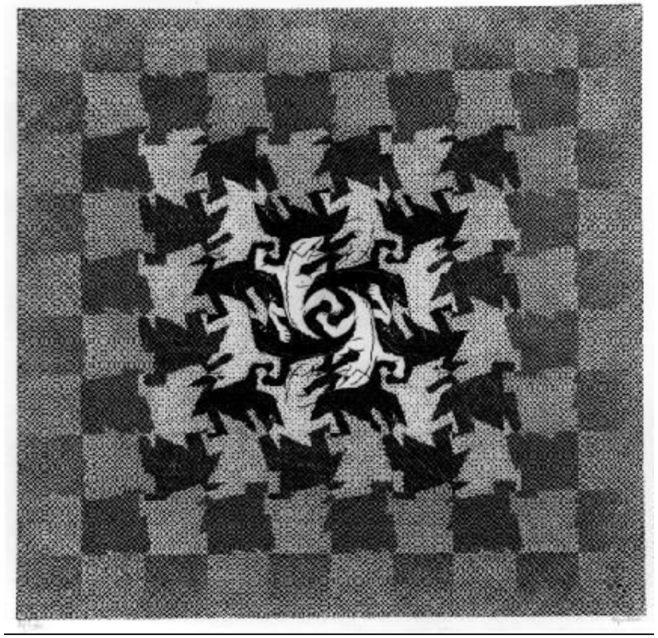


Vzorkování v reálných optických systémech

- Rastr je omezený
- Jen několik možných vzorkovacích frekvencí
- Vzorkování není pomocí δ – funkcí
- Optika působí jako low-pass filtr

Netradiční vzorkování

- Nepravoúhlý rastr (rovnoběžník, hexagon, ...)
  - co nejlépe pokrýt rovinu *(u,v)* pomocí supp(F)



Netradiční vzorkování

- Nepravoúhlý rastr (rovnoběžník, hexagon, ...)
  - co nejlépe pokrýt rovinu (u,v) pomocí supp(F)
- Adaptivní vzorkování – proměnná frekvence dle charakteru obrazu
- Compressive sensing
- Běžné kamery a scannery neumožňují ani jedno

Kvantování obrazu

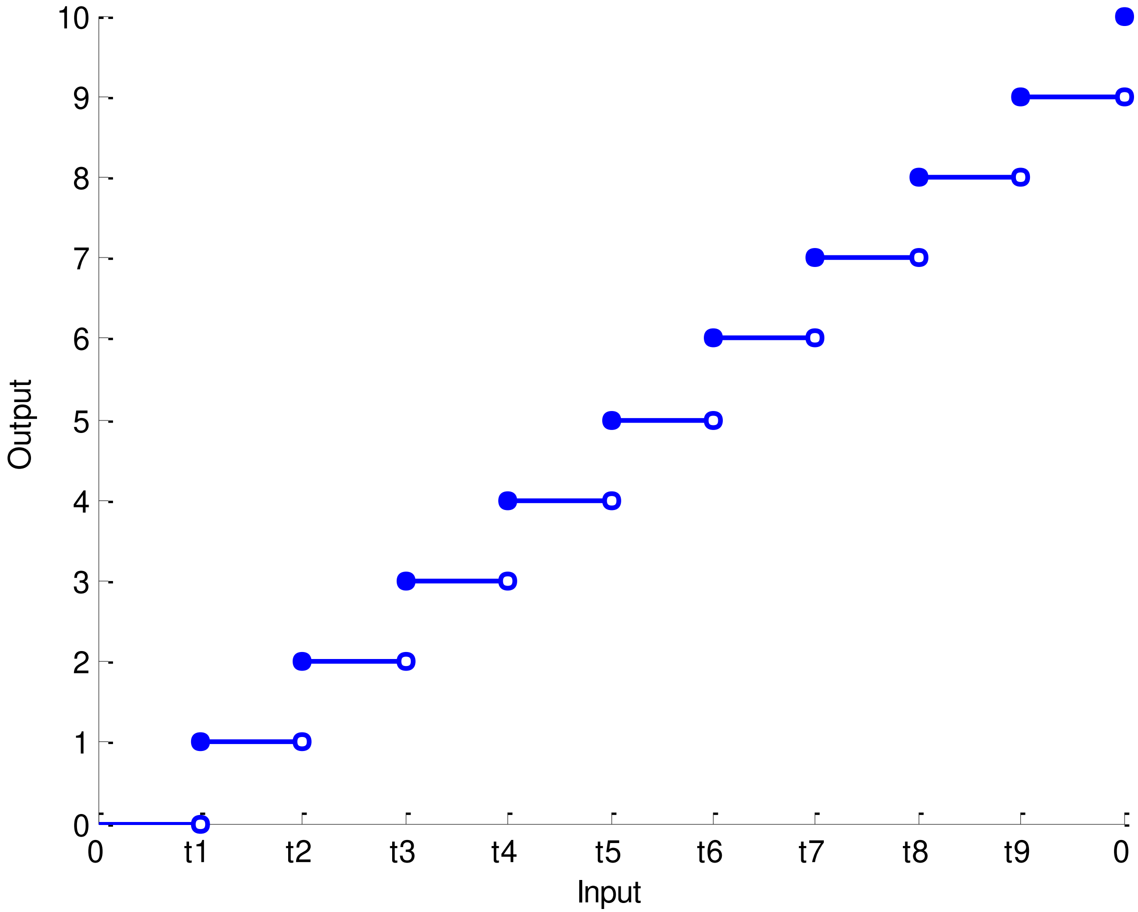
Kvantování – diskretizace oboru hodnot signálu

-- vždy ztrátové

Kvantizér $Q: \mathrm{R} \rightarrow \mathrm{L}$

$\mathrm{L} = \{0, 1, \ldots, k\}$ $\quad$ $(k = 255)$

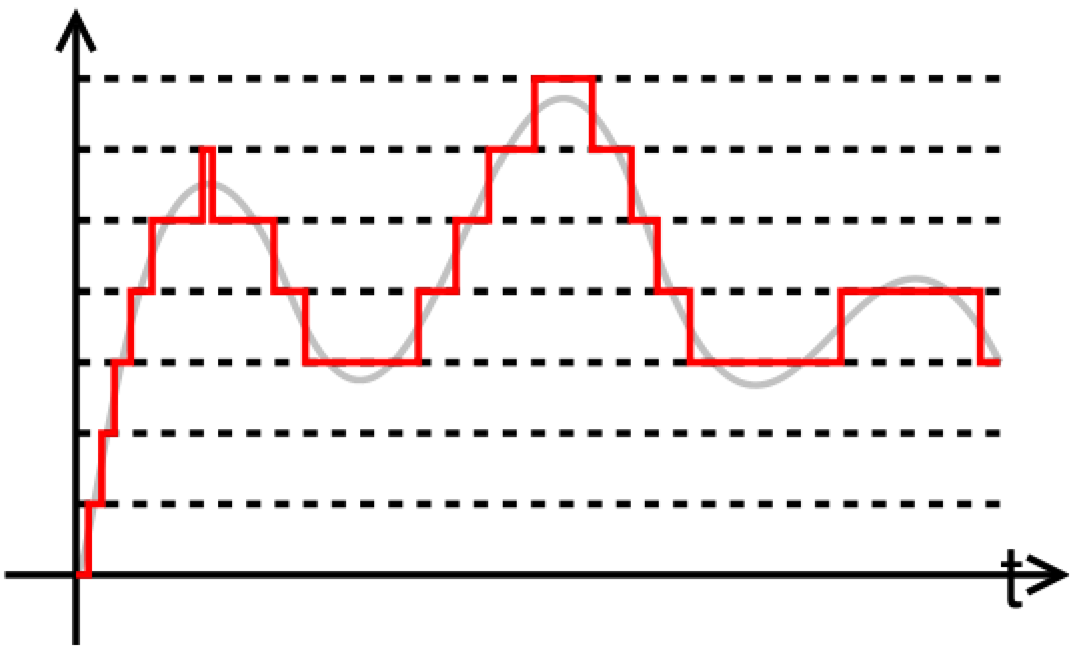
Kvantizér



Rozložení prahů

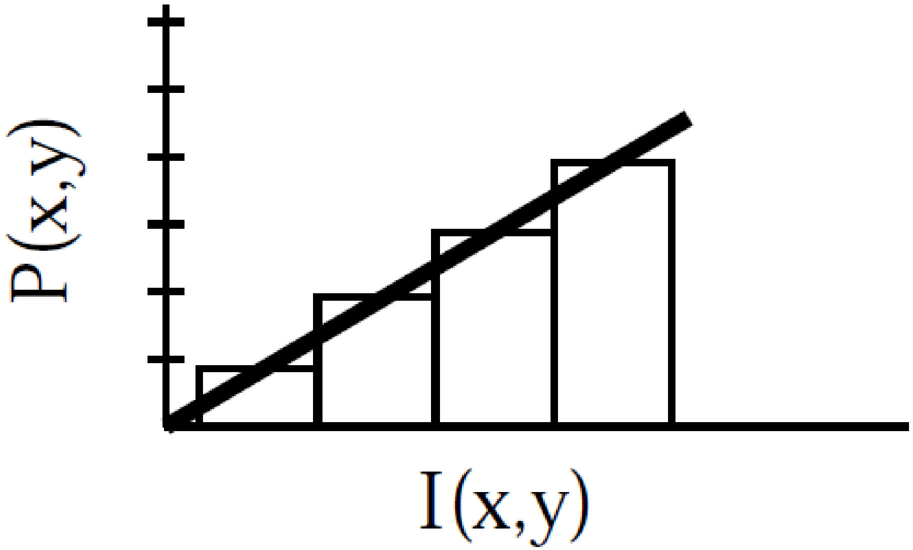
- Rovnoměrné (lineární)
- Nerovnoměrné (nelineární)
- Závislé na signálu (adaptivní, optimální)

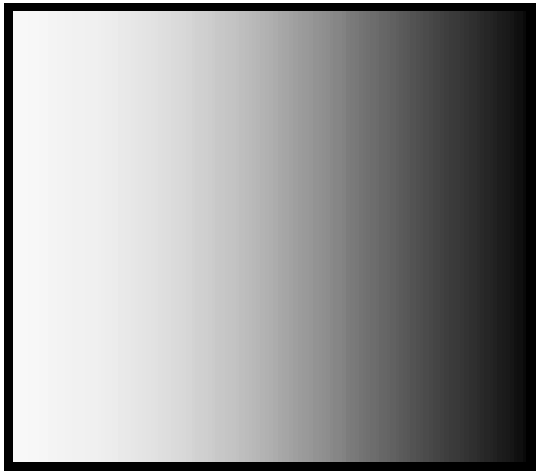
Kvantovaný signál



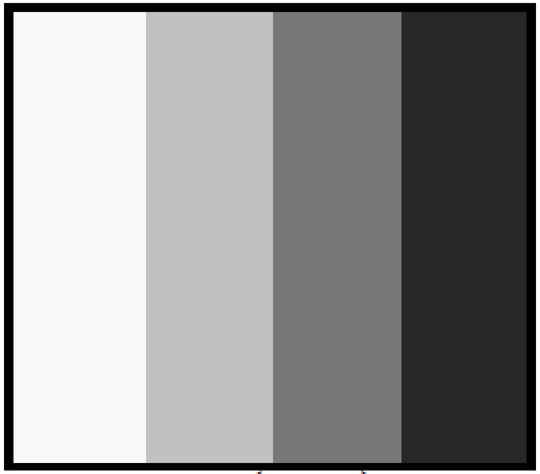
Kvantizér

$$P(x, y) = \mathrm{trunc}(I(x, y) + 0.5)$$



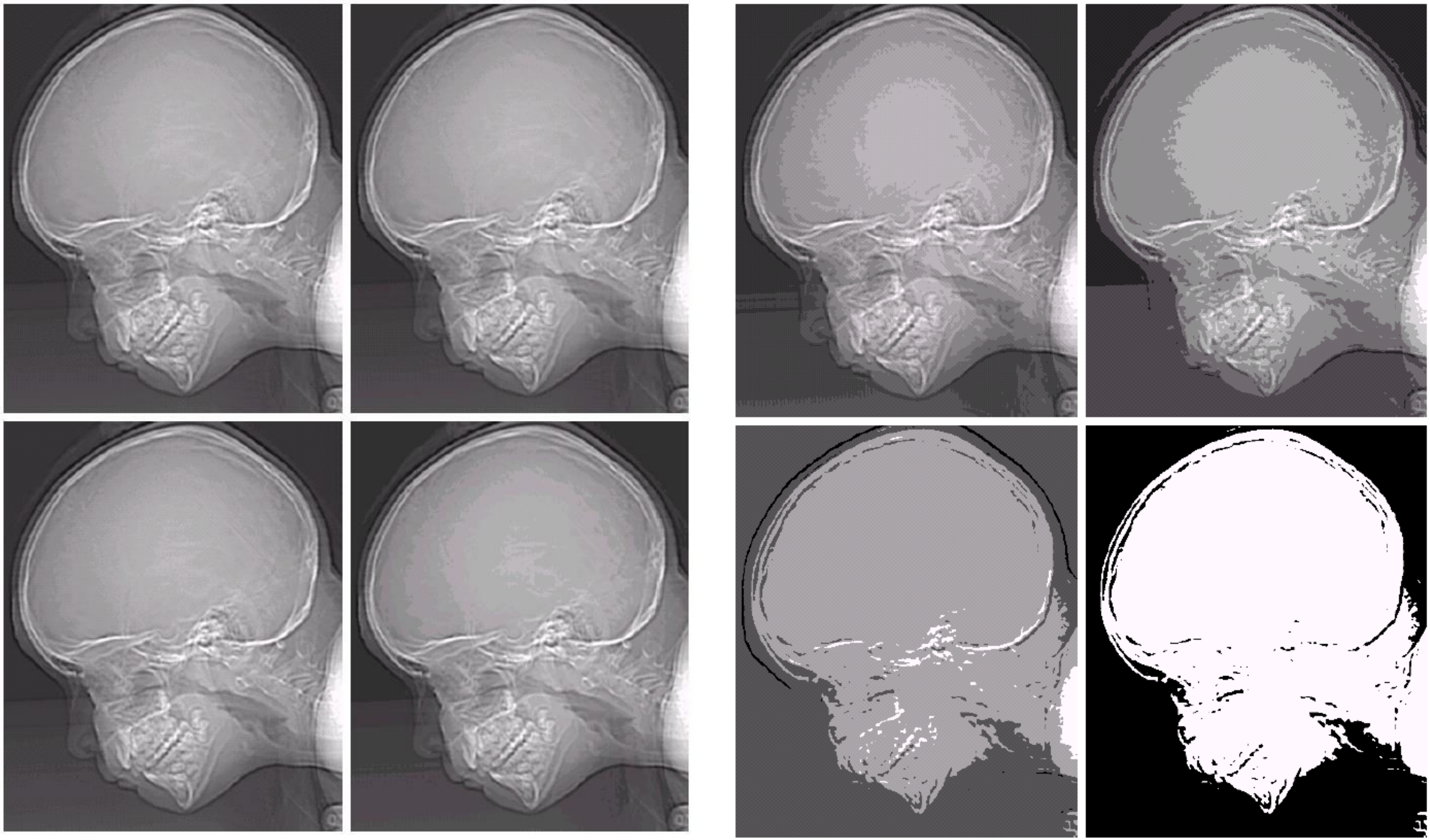


I(x,y)

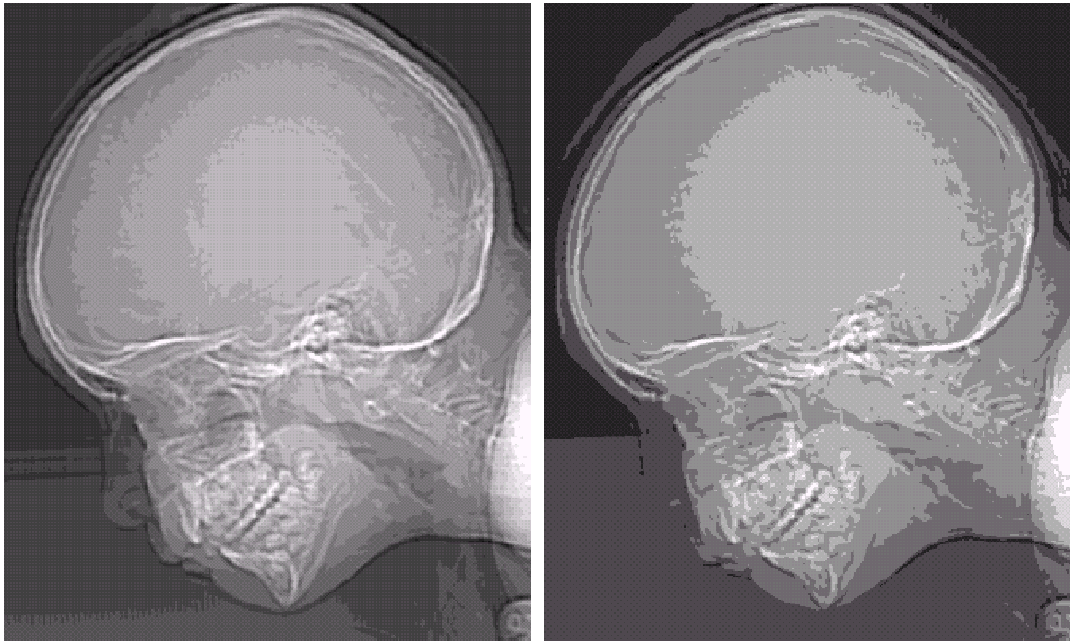


P(x,y)
(4 bits per pixel)

Kvantování do různého počtu úrovní



Vznik falešných kvantizačních hran
(Kvantizační šum)



Účinek vzorkování a kvantování na lidský zrak

8 bits / pixel

4 bits / pixel

2 bits / pixel

Účinek vzorkování a kvantování na lidský zrak

Díky, pro dnešek

končíme s digitalizací!

Nějaké otázky ?