

**Predmet: Pravděpodobnost a statistika 1**

**Ukol: 8.**

**Verze: 1.**

**Autor: David Napravnik**

## Poisson

**a**

Pravděpodobnostní funkce pro poissonovo rozložení:

$$\begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & x = 0, 1, \dots \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Platí momentová rovnice:

$$\begin{aligned} \mu'_1 &= \lambda \\ M'_1 &= M \\ \hat{\lambda}(X) &= M \end{aligned}$$

**b**

Veruhodnostní funkce:

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!} e^{-\lambda} = e^{-n\lambda} \frac{\lambda \sum_{i=1}^n x_i}{x_1! * x_2! * \dots * x_n!}$$

Logaritmycká veruhodnostní rovnice:

$$\ln L(\lambda) = -n\lambda + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \ln(x_1! * x_2! * \dots * x_n!)$$

Verohodnostní funkce:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln L(\lambda)}{d\lambda} &= -n + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\lambda} = 0 \\ \hat{\lambda} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned}$$

Maximálním verohodným odhadem parametru  $\lambda$  Poissonova rozložení je statistika  $\hat{\lambda}(X) = M$

**c**

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$