

skalarní součin

- $\|v\| \geq 0$ a 0 nastane pouze pro $v = 0$
- $\|\alpha v\| = |\alpha| \|v\|$
- $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$

příklady norem:

na jednotkové kružnici: (manhattanova norma)

$$1 = \sqrt{x^2 + (x - y)^2 + y^2}$$

nam vykresli elipsu

cebisevova norma nam vykresli "čtverec" kde se s rostoucí odmocninou kulatí rohy

tvrzení:

pro normy ind. skalárních součinem platí:

$$\|x - y\|^2 + \|x + y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

u a v jsou kolmé právě když: $\langle u | v \rangle = 0$

28.02.

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$$

$$z'_i = \frac{z_i}{\|z_i\|}$$

$$x_2 = \langle x_2 | z_1 \rangle z_1 + \langle x_2 | z_2 \rangle z_2; \quad y_2 = x_2 - \langle y_2 | z_1 \rangle z_1$$

$$x_1 = (2, 0, 1, 2)^T$$

$$x_2 = (4, 3, 2, 4)^T$$

$$x_3 = (6, -5, 3, 6)^T$$

$$x_4 = (6, -5, 3, 6)^T$$

... znormalizujeme

$$z_1 = \left(\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$z_2 = (0, 1, 0, 0)$$

$$y_3 = (0, 0, 0, 0)$$

$$z_4 = \left(\frac{1}{3}, 0, \frac{2}{3}, \frac{-2}{3}\right)$$

6.3.

test na ortogonální vektory v R^3

$$x_1 = (1, 2, 3, 4)^T \dots \|x_1\| = \sqrt{30}$$

$$x_2 = (2, 4, 2, 1)^T \dots \|x_2\| = \sqrt{25} = 5$$

$$x_3 = (-1, -2, -2, -1)^T \dots \|x_3\| = \sqrt{10}$$

Gram-Schmidt:

$$proj_u(v) = \frac{\langle v, u \rangle}{\langle u, u \rangle} u$$

$$u_1 = x_1 = (1, 2, 3, 4)^T$$

$$u_2 = x_2 - proj_{u_1}(v_2)$$

$$u_3 = x_3 - proj_{u_1}(v_3) - proj_{u_2}(v_3)$$

normalizace:

$$z_i = \frac{y_i}{\|y_i\|}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$x = (2, 2, 1, 5)^T$$

Urcete projekci x do $R(A)$

Fourierovy koeficienty:

$$x = \sum_{i=1}^n \langle x, z_i \rangle z_i$$

6.3.

Spoctete vzdalenost bodu $A = (5, 5, 3, 3)^T$
od roviny prochazejici body:

- $B = (8, -1, 1, -2)^T$
- $C = (4, -2, 2, -1)^T$
- $D = (0, 0, 0, 0)^T$