

Predmet: Kombinatorika a grafy 1

Ukol: 2.

Verze: 1.

Autor: David Napravnik

První ukol

$$a_0 = 2, a_1 = 3, a_{n+2} = 3a_n - 2a_{n+1}$$

A(0)	A(1)	A(2)	A(3)		A(x)	
2	3	$3A(0)-2A(1)$	$3A(1)-2A(2)$		\parallel	
2	7	0	0	...	$2+7x$	$A(x)2+7x-2xA(x)+3x^2A(x)$
0	$-2A(0)$	$-2A(1)$	$-2A(2)$...	$-2xA(x)$	
0	0	$3A(0)$	$3A(1)$...	$3x^2A(x)$	

$$A(x) + 2xA(x) - 3x^2A(x) = 7x + 2$$

$$A(x)(1 + 2x - 3x^2) = 7x + 2$$

$$A(x) = \frac{7x+2}{1+2x-3x^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{-1}{1-(-3x)} + \frac{9}{1-x} \right)$$

$$A(x) = \frac{9-(-3)^x}{4}$$

$$a_0 = 0, a_1 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n + 2$$

A(0)	A(1)	A(2)	A(3)		A(x)	
0	1	$2+2A(1)+A(0)$	$2+2A(2)+A(1)$		\parallel	
0	1	0	0	...	x	$A(x) = x + 2x^2 + xA(x) + 2x^2A(x)$
0	0	2	2	...	$2x^2$	
0	A(0)	A(1)	A(2)	...	$xA(x)$	
0	0	$2A(0)$	$2A(1)$...	$2x^2A(x)$	

$$A(x)(1 - x - 2x^2) = x + 2x^2$$

$$A(x) = \frac{x+2x^2}{1-x-2x^2}$$

$$A(x) = \frac{-2}{3(2x-1)} + \frac{1}{3(x+1)} - 1$$

$$A(x) = 2^x - 1$$

Druhý ukol

Pro $x = 1$ je počet vydlazdení roven 1.

Pro $x = 2$ je počet vydlazdení roven 2 (svisle, nebo horizontálně).

Pro $x > 2$ je počet vydlazdení roven F_{x-1} (x -první Fibonacciho číslo).

Protože: mějme již nějak vydlazdený chodník délky $x - 1$, a chceme jej prodloužit o jednu cihlu. To můžeme udělat tak, že ji přidáme za celý chodník a takových vydlazdení je právě stejně jako počet vydlazdení u $x - 1$ dlouhého chodníku, nebo jednu cihlu odebereme a přidáme dvě nové tak, že nový úsek chodníku je pokryt dvěma polovinami cihlicek. Takových variant pokrytí je jako u $x - 2$ dlouhého chodníku.

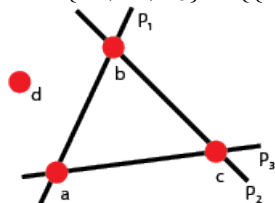
Proto stejně jako u Fibonacciho čísla: $F_x = F_{x-1} + F_{x-2}$

Třetí ukol

not A1

$$X = \{a, b, c, d\}$$

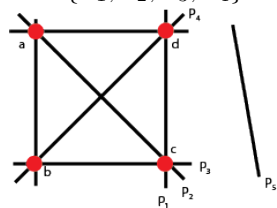
$$P = \{P_1, P_2, P_3\} = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}\}$$



non A2

$$X = \{\{a, b, c, d\}\}$$

$$P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\} = \{\{c, d\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{\}\}$$



Ctvrty ukol

Mejme 1 bod, z nej podle definice musi vychazet $n + 1$ primek. A na kazde primce je dalsich n bodu pricemz jsou tyto bod rozdilne. tudiz mame $n(n + 1)$ bodu plus ten jeden, ze ktereho jsme vychazeli.