



İ.Ü. MÜHENDİSLİK FAK., BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
Algoritma Analizi Dersi Final Sınavı 10/06/2022

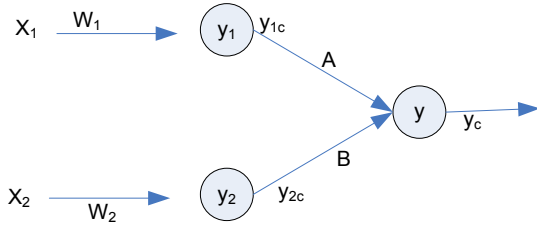
Önemli: Sınav süresi 90 Dakikadır. Sınav süresi boyunca öğrenci kimliğini veya nüfus cüzdanınızı masanın üzerinde bulundurunuz. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz.

Adı:	Toplam:
Soyadı:	C1)
No:	C2)
İmza:	C3)
	C4)
	C5)
	C6)

SORULAR

S.1) (20p) X_1, X_2, \dots, X_n karakterleri bir dosyada bulunmaktadır. Karakterlerin frekansları $f(X_1), f(X_2), \dots, f(X_n)$ olmak üzere $f(X_1) < f(X_2) < \dots < f(X_n)$ şeklinde verilmiştir. $f(X_3) > f(X_1) + f(X_2)$, $f(X_4) > f(X_1) + f(X_2) + f(X_3)$, \dots , $f(X_k) > \sum_{i=1}^{k-1} f(X_i)$ şeklinde verilmiştir. Huffman kodlama ile her karakterin kodunu elde ediniz (Ağacın son şekli çizilecektir).

S.2) (20p)



$y_1 = W_1 X_1$, $y_2 = W_2 X_2$, $y = A y_{1c} + B y_{2c}$, $y_{1c} = \frac{1}{1+e^{-y_1}}$, $y_{2c} = \frac{1}{1+e^{-y_2}}$, $y_c = \frac{1}{1+e^{-y}}$, $E = (R - y_c)^2$
 Yukarıda verilen bilgiler ışığında aşağıdaki soruları cevaplayınız.

$\frac{\partial E}{\partial W_2} = ?$ ve $\frac{\partial E}{\partial B} = ?$ bağıntılarını elde ediniz.

S-3) (7p+7p) Amortize analiz yönteminde yığıt veri yapısı için potansiyel fonksiyonu yığıttaki eleman sayısını göstermektedir. Başlangıçta yığıttaki eleman sayısı için potansiyel fonksiyonu $\Phi(S_0)=n$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu yığıt veri yapısı için sadece PUSH ve POP fonksiyonları tanımlanmıştır.

- $\Phi(S_k)=n-r$ olduğuna göre minimum hangi işlem yapılmıştır? Açıklayınız.
- $\Phi(S_k)=n+m$ olduğuna göre minimum hangi işlem yapılmıştır? Açıklayınız.

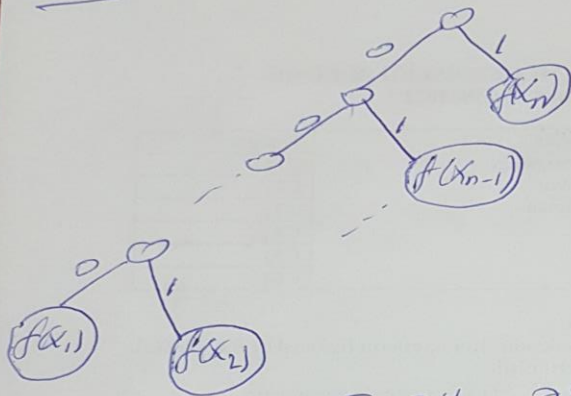
S-4) (20p) $G=(V,E)$ olmak üzere $|V|=n$, $|E|=m$ ve $m=n+4$ verilmiştir. G çizgesinin minimum ağırlıklı açılım ağacı T_{min} ve maksimum açılım ağacı T_{max} şeklinde verilmiştir. Ayrıt ağırlıkları doğal sayı olup bütün ayrıt ağırlıkları tekildir. Küçükten büyüğe ayrıtlar sıralandığında ilk $n-1$ ayrıt devre oluşturmamaktadır ve büyükten küçüğe doğru sıralandığı zaman ilk $n-1$ ayrıt devre oluşturmamaktadır. Buna göre T_{min} ve T_{max} ağaçlarının ortak ayrıt sayısını elde ediniz.

S-5) (15p+15p) $T(n)=aT(n/b)+f(n)$, $a,b,n \in \mathbb{Z}^+$ ve $f(n)=3f(n/2)+O(n^2)$ şeklinde verilmiştir. Master yöntemine göre

- $T(n)=O(f(n))$ olduğuna durumda a ve b arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- $T(n) = O(n^{\log_b a})$ olduğuna göre a ve b arasındaki ilişkiyi elde ediniz.

S-6) (20p) Asal sayılar $n \geq 1$, $n \in \mathbb{Z}^+$ için $6n \mp 1$ bağıntısını sağlamaktadırlar. $6n \mp 1$ bağıntısını sağlayan bütün sayılar asal değildir. B dizisi m tane doğal sayı içermektedir ve $\forall i > 0$ için $B(i) > 3$ şeklinde verilmiştir. Asal(p) fonksiyonu kendisine parametre olarak gelen sayı eğer asal ise 1, diğer durumda 0 döndüren bir fonksiyondur. Buna göre B dizisi içerisindeki asal sayılarının sayısını bulan algoritmayı yazınız. Bu algoritma yazılırken asal olmayacağı belli olan sayıların asal olup olmadığı testinin yapılması durumunda puan verilmeyecektir.

C-1



$$\left. \begin{array}{l} x_1 \rightarrow 0^{n-1} 1 \\ x_2 \rightarrow 0^{n-2} 1 \\ x_3 \rightarrow 0^{n-3} 1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \rightarrow 0 1 \\ x_n \rightarrow 1 \end{array} \right\} \text{ olur.}$$

C-2 $\frac{\partial E}{\partial w_2} = \frac{\partial E}{\partial y_c} \cdot \frac{\partial y_c}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial y_c} \cdot \frac{\partial y_c}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial w_2}$

$$= -2(R - y_c) \cdot y(1-y) \cdot B \cdot y_2(1-y_2) \cdot x_2$$

$$\frac{\partial E}{\partial B} = \frac{\partial E}{\partial y_c} \cdot \frac{\partial y_c}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial B} = -2(R - y_c) \cdot y(1-y) \cdot y_2 < 0 \text{ olur.}$$

C-3 a) $\Phi(s_0) = n$ ve $\Phi(s_k) = n - r$ ise minimum r tane pop işlemi yapılmıştır.

b) $\Phi(s_0) = n$ ve $\Phi(s_k) = n + m$ ise minimum m tane push işlemi yapılmıştır.

C-4 Çizgenin ağırlıkları küçükten büyüğe sıralı
hali

$$\underbrace{e_1 \ e_2 \ e_3 \ \dots \ e_{n-1}}_{T_{\min} \text{ ağırlıkları}} \quad \overbrace{e_n \ e_{n+1} \ e_{n+2} \ e_{n+3} \ e_{n+4}}^{5 \text{ ağırlık boşta}}$$

$$\underbrace{e_{n+4} \ e_{n+3} \ e_{n+2} \ \dots \ e_6}_{T_{\max} \text{ ağırlıkları}} \quad \underbrace{e_5 \ e_4 \ e_3 \ e_2 \ e_1}_{5 \text{ ağırlık boşta}}$$

ortak ağırlık sayısı $= n + 4 - 5 - 5 = n - 6$ olur.

C-3]

$$f(n) = 3f(n/2) + O(n^2) \text{ için}$$

$$n^{\log_2 3} = n^{\log_2 3} \text{ ve } \log_2 3 < 2 \text{ olduğundan}$$

$$f(n) = O(n^2) \text{ olur.}$$

$$a) T(n) = O(f(n)) = O(n^2) \text{ olur.}$$

Bu durumda $n^{\log_b a} < n^2$ olması ve bu durumda $\log_b a < 2 \Rightarrow \log a < 2 \log b \Rightarrow a < b^2$ olur.

$$b) T(n) = O(n^{\log_b a}) \text{ olduğuna göre}$$

$$\log_b a > 2 \Rightarrow \log a > 2 \log b \Rightarrow a > b^2 \text{ olur.}$$

C-4]

Real Sayıları (B, m)

1. $\text{toplam} \leftarrow 0$
2. $k \leftarrow 1, \dots, m$
3. ~~toplam~~
eğer $(B(k) + 1)/6 \in \mathbb{N}$ veya $(B(m) - 1)/6 \in \mathbb{N}$ ise
4. $\text{toplam} \leftarrow \text{toplam} + \text{Real}(B(k))$