



İ.Ü. MÜHENDİSLİK FAK., YAZILIM MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

Algoritma Analizi Dersi Bütünleme Sınavı 16/07/2024

**Önemli:** Sınav süresi 80 Dakikadır.

Sınav süresi boyunca öğrenci kimliğini veya nüfus cüzdanını masanın üzerinde bulundurunuz. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz.

Adı:	Toplam:
Soyadı:	C1)
No:	C2)
İmza:	C3)
	C4)
	C5)

**SORULAR**

**S-1) (20p)** A bir küme olmak üzere elemanları pozitif tamsayılarıdır. A kümesi birbirinden farklı olan ve A kümesinin öz-alt kümesi olan dört tane  $A_1, A_2, A_3, A_4$  kümeye ayrıştırılacaktır ( $A_1, A_2, A_3, A_4 \subset A$ ).  $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ . Elde edilen alt-kümelerdeki elemanların toplamı minimum olaca şekilde ayrıştırma işlemi yapılacaktır (İpucu: Sıralama algoritması gerekiyorsa, hazır kullanabilirsiniz). Bu işlemi yapan algoritmanın zahiri (pseudo-code) kodunu yazınız.

**S-2) (15p+10p)** M bir metin dosyası olarak verilmiştir. Bu metin dosyasında  $K1='A', K2='B', K3='C', K4='D', K5='E'$  ve  $K6='F'$  karakterleri bulunmaktadır. Bu karakterlerin dosyadaki tekrar sayıları  $f1=frekans(K1), f2=frekans(K2), f3=frekans(K3), f4=frekans(K4), f5=frekans(K5)$  ve  $f6=frekans(K6)$  şeklindedir. Aynı zamanda  $1 \leq i \leq 5$  için  $f_{i+1}=f_1+f_2+\dots+f_i+1$  şeklindedir. Bu dosyada 500 tane karakter olduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Sıkıştırılmış dosyadaki karakterlerin kodlarını ağaç üzerinde gösteriniz.
- Sıkıştırılmış dosya  $M'$  olduğuna göre Boyut(M)/Boyut( $M'$ ) oranını elde ediniz.

**S-3) (10p+10p)** Aşağıda verilen tekrarlı bağıntıların asimptotik davranışlarını belirleyiniz.

$$a) T(n) = \begin{cases} T(n) = 2T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + O(n) & n > 1 \\ \Theta(1) & n = 1 \end{cases}$$

$$b) T(n) = \begin{cases} T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + O(n) & n > 1 \\ \Theta(1) & n = 1 \end{cases}$$

**S-4) (15p)**  $S1=AAGTCGTACGAG$  ve  $S2=AGTCTACTGA$  verilen iki dizinin hizalanması istenmektedir. Bu iki diziyi hizalamak için iki boyutlu bir matrisin içerişi doldurulmaktadır. Bu iki dizi için bu matrisi elde ediniz.

**S-5) (10p+10p)** B bir ikili arama ağacı olup n tane düğümü bulunmaktadır. Kök düğümünden bir yaprak düğümü olan yoladaki işaretçi sayısına dahili yol uzunluğu denir.

- $n=2^k-1$  olduğu durumda tam dengeli ikili arama ağacındaki toplam dahili yolların toplam uzunluklarını hesaplayınız.

B ağacının en dengesiz olduğu durumda dahili yolların uzunluklarının toplamını hesaplayınız.

C-1)  $|A|=4n$  olsun.

Ayrıştır (A, m)  $1/m=4n$

1. Sırala (A),  $A_1 \leftarrow \emptyset, A_2 \leftarrow \emptyset, A_3 \leftarrow \emptyset, A_4 \leftarrow \emptyset$

2.  $k_1 \leftarrow 1, k_2 \leftarrow 1, k_3 \leftarrow 1, k_4 \leftarrow 1$

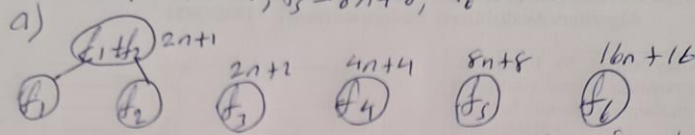
3.  $i \leftarrow 1, 2, \dots, m/4$

5.  $A_1 \leftarrow A(i), A_2 \leftarrow A(i+1), A_3 \leftarrow A(i+2), A_4 \leftarrow A(i+3)$

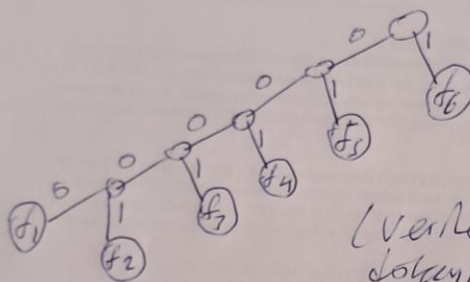
6.  $A_1 \leftarrow A(m-4(i-1)-1), A_2 \leftarrow A(m-4(i-1)-2)$

$A_3 \leftarrow A(m-4(i-1)-3), A_4 \leftarrow A(m-4(i-1)-4)$

c-2)  $f_1 = n, f_2 = n+1, f_3 = 2n+2$   
 $f_4 = 4n+4, f_5 = 8n+8, f_6 = 16n+16$



Soldan sağa doğru değisimler birleştirilir.



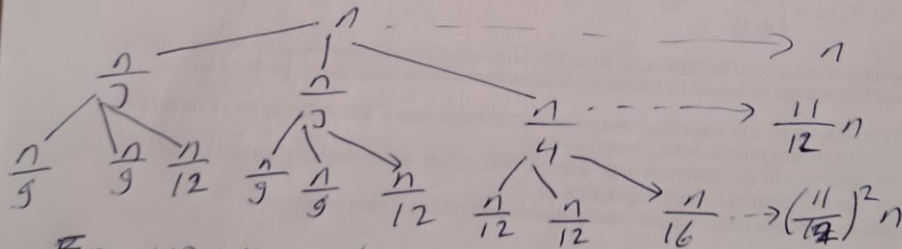
b)  $500 \times 8 = 4000$  bit  
 $\text{Boyut}(M) = 3832$   
 $\text{Boyut}(M') = 925$

$\text{Boyut}(M) / \text{Boyut}(M') = 4.14$

(Verilen frekans ilişkilerinden dolayı, dosyadaki karakter sayıları 479 veya 511 olmak zorunda)

c-3)

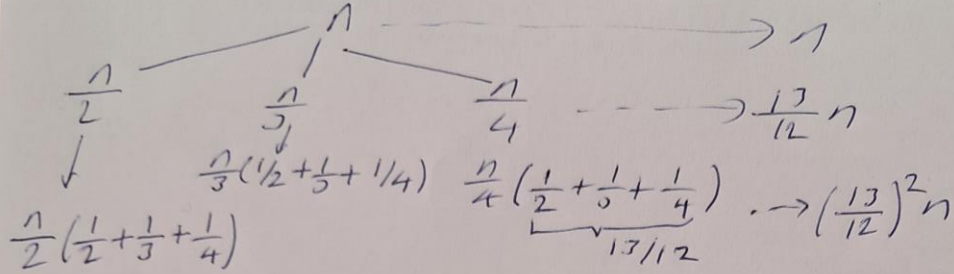
a)  $T(n) = 2T(n/3) + T(n/4) + O(n)$



En uzun yol  $T(n/3)$  kısmından elde edilir.  
 $\frac{n}{3^k} = 1 \Rightarrow k = \log_3 n$  olur.

$$T(n) = O\left(\sum_{i=0}^k \left(\frac{11}{12}\right)^i n\right) = O\left(n \left(\frac{1 - \left(\frac{11}{12}\right)^{\log_3 n + 1}}{1 - \frac{11}{12}}\right)\right)$$

$$b) T(n) = T(n/2) + T(n/3) + T(n/4) + O(n)$$



En uzun yol  $\frac{n}{2^k} = 1 \Rightarrow k = \lg n$  elle edilir.

$$T(n) = O\left(\sum_{i=0}^{\lg n} \left(\frac{13}{12}\right)^i n\right) = O\left(n \frac{1 - \left(\frac{13}{12}\right)^{\lg n + 1}}{1 - \frac{13}{12}}\right) \text{ olur.}$$

C-4)

	A	R	G	T	C	G	T	A	C	G	A	G
	0	-2	-4	-6	-8	-10	-12	-14	-16	-18	-20	-22
A	-2	1	-1	-3	-5	-7	-9	-11	-9	-11	-13	-14
G	-4	-1	-1	0	-2	-4	-3	-5	-7	-5	-8	-10
T	-6	-3	-3	-2	1	-1	-3	-2	-4	-6	-8	-10
C	-8	-5	-5	-4	-1	2	0	-2	-4	-3	-5	-7
T	-10	-7	-7	-6	0	0	0	1	-1	-3	-5	-7
A	-12	-6	-6	-8	-2	-2	-2	-1	2	0	-2	-1
C	-14	-8	-8	-8	-4	-1	-3	-3	1	2	0	-2
T	-16	-10	-10	-10	-3	-3	-3	-2	-1	0	-2	-4
G	-18	-12	-12	-9	-5	-5	-2	-4	-3	-2	1	0
A	-20	-14	-11	-11	-7	-7	-4	-4	-2	-4	-1	2

C-5)

a)  $n = 2^k - 1$  olduğu durumda  $2^{k-1}$  tane yaprak vardır. Yol uzunluğu  $k$  olur.

Toplam dahili yol uz.  $= k 2^k$  olur.

b) Tam dengeli ağaç bir bağlı listedir ve dahili yol uz.  $= n - 1$  olur.