



İ.Ü. MÜHENDİSLİK FAK. BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
Algoritma Analizi Dersi Vize Sınavı 06/04/2022

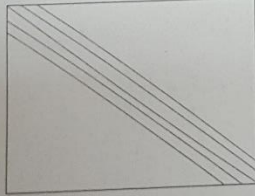
Önemli: Sınav süresi 80 Dakikadır.
Sınavlarda uygulanacak kurallar bu sınav içinde geçerlidir. Kural dışı davranışlar sınavınızın iptali ile sonuçlanabilir. Verilen süre içerisinde soruları çözüp sisteme yüklemeniz beklenmektedir.

Adı:	Toplam:
Soyadı:	C1)
No:	C2)
İmza:	C3)
	C4)

SORULAR

S.1) (30p) S bir string olup uzunluğu n olarak verilmiştir. BulKelime(string,string) algoritması ikinci parametreyi birinci parametre içerisinde arayan bir algoritma olup eğer aranan string varsa, onun string içerisindeki başlangıç indeksini döndürür; eğer yoksa -1 değerini döndüren bir algoritmadır. Verilen S stringi içerisinde "ALG" kelimesinin silinmesine gerektirir. Silme işlemleri sonucunda "ALG" alt stringinin oluşma durumu vardır. Bütün silme işlemleri bittikten sonra S string içerisinde "ALG" alt stringi bulunmayacaktır. BulKelime(string,string) algoritmasını kullanarak S stringi içerisindeki "ALG" alt-stringlerini silen algoritmayı yazınız. Örnek olarak "VNFDHALGVMVMAALGLGMJFDFDALGBNDSSALG" verildiğinde algoritma uygulandığı zaman sonuç olarak "VNFDHVMVMJFDFDBNDSS" vermesi gerekmektedir. İndeks değerinin 1'den başladığını kabul ediniz.

S-2) (25p) A bir nxn boyutlarında matristir. Bu matris seyrek bir matris olup Elementer(A) algoritması kullanıldığı zaman A matrisi aşağıdaki gibi ana diyagonal ve bu ana diyagonale paralel iki (altta ve üstte) diyagonal sıfırdan farklı elemanlar içermektedir. Matrisin geriye kalan kısmı ise sıfırlardan meydana gelmektedir. $k \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $n=8k$ şeklinde tanımlanmıştır. B ve C matrisleri de A matrisi ile aynı boyutlara sahiptirler. $C=A.B$ işleminde böl-ve-yönet tekniğine göre hangi P (Strassen algoritmasına göre) değerlerini hesaplamaya gerek kalmayacağını gösteriniz (ilgili P değerleri sıfır olduğu durumdadır).



S.3) (12p+12p) B+-ağaçlarında temel işlemler olarak arama, ekleme ve silme işlemleri bulunmaktadır. B+-ağacı için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- B+-ağacının hangi durumunda ekleme işleminin maliyeti maksimum olur?
- B+-ağacının hangi durumunda silme işleminin maliyeti maksimum olur?

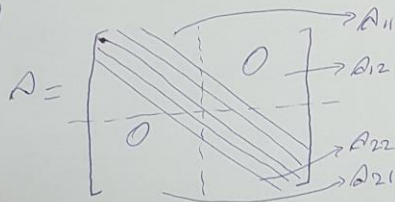
S.4) (8p+8p+8p) Aşağıdaki tekrarlı bağıntıların mertebelerini elde ediniz.

- $T(n)=9T(n-1)-14T(n-2)+\Theta(1)$
- $T(n)=T(n/5)+T(2n/5)+\Theta(n)$
- $T(n)=3T(n/9)+O(n)$

C-1
 $S1(S1, S2)$

1. $i \leftarrow 1$
2. i 70 olduğu sürece devam et
 $i \leftarrow BulKelime(S1, S2)$
- 3.
4. $j \leftarrow i$
5. $j \leftarrow uzunluk(S1) - 2$ olduğu sürece
 $S1(j) \leftarrow S1(j+1)$
6. $j \leftarrow j+1$
- 7.
8. eğer i 70 ise
 $uzunluk(S1) \leftarrow uzunluk(S1) - 1$
- 9.

C-2



$$C = A \cdot B \quad \text{için}$$

$$= \begin{bmatrix} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} \end{bmatrix}$$

$$P_1 = (A_{11} + A_{12})(B_{11} + B_{22})$$

$$P_2 = (A_{21} + A_{22})B_{11}$$

$$P_3 = A_{11}(B_{12} - B_{22})$$

$$P_4 = A_{12}(B_{21} - B_{11})$$

$$P_5 = (A_{11} + A_{12})B_{22}$$

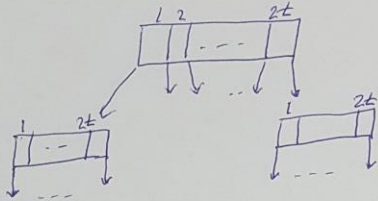
$$P_6 = (A_{21} - A_{11})(B_{11} + B_{12})$$

$$P_7 = (A_{12} - A_{22})(B_{21} + B_{22})$$

A_{12} ve A_{21} ikenide sıfır matrisi bulunmamaktadır.
 Bundan dolayı A_{12} veya A_{21} sıfır olarak karındran
 P_i 'leri hesaplamaya gerek olmayacaktır.
 A_{12} veya A_{21} sıfır olarak karındran P_i olmadık
 için bütün P_i 'ler hesaplanır.

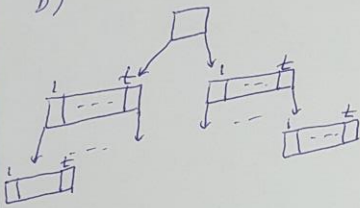
C-3/

a) Ağacın mertebesi t olsun.



Bütün düğümlerde $2t$ tane kayıt olduğu durumda eleman eklemeye ağaç seviye ekstracığı için maliyet maksimum olur.

b)



Kök düğümde bir ve seviye kalan düğümler ise t tane kayıt içerdiği durumda ağaç seviye düşürür. Bundan dolayı bu ağaç eleman silmenin maliyeti maksimum olur.

C-4/

$$a) T(n) = 9T(n-1) - 14T(n-2) + \Theta(1) \Rightarrow T(n) - 9T(n-1) + 14T(n-2) = 0$$

Çözümü $T(n) = C_1 2^n$ olsun

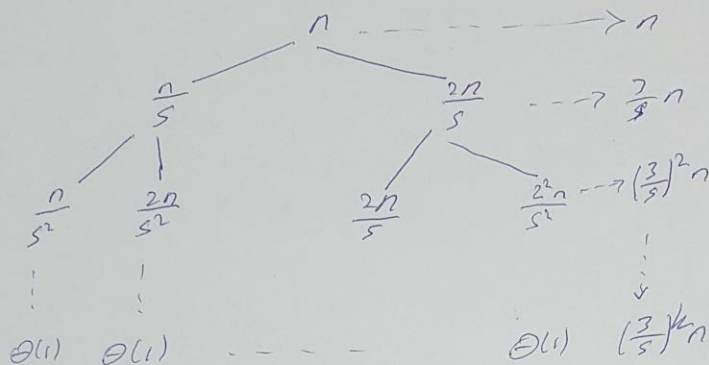
homosjen çözüm

$$C_1 2^n - 9C_1 2^{n-1} + 14C_1 2^{n-2} = 0 \Rightarrow r^2 - 9r + 14 = 0$$

$\Rightarrow r_1 = 2$ ve $r_2 = 7$ olur.

$$T(n) = C_1 2^n + C_2 7^n \quad \text{Çözümü elde edilir.}$$

b) $T(n) = T(n/5) + T(2n/5) + O(n)$ ist



$$\left(\frac{3}{5}\right)^k = 1 \Rightarrow k + \log_5 n = 0 \Rightarrow k = \log_5 n \text{ oder}$$

$$T(n) = \sum_{i=0}^k \left(\frac{3}{5}\right)^i n = n \sum_{i=0}^k \left(\frac{3}{5}\right)^i = n \frac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^{k+1}}{1 - \frac{3}{5}}$$

$$= \frac{5n}{2} \cdot \frac{5 \cdot 5^{\frac{1}{1-\log_5 3}} \cdot 5^{\log_5 n} - 3 \cdot 3^{\frac{1}{1-\log_5 3}} \cdot 3^{\log_5 n}}{5 \cdot 5^{\frac{1}{1-\log_5 3}} \cdot 5^{\log_5 n}}$$

$$= \frac{5n}{2} \cdot \frac{c n - d n}{c n} \quad \begin{aligned} c &= 5 \cdot 5^{\frac{1}{1-\log_5 3}} \\ d &= 3 \cdot 3^{\frac{1}{1-\log_5 3}} \end{aligned}$$

$$= \frac{5n}{2} \cdot \frac{n(c-d)}{cn} \Rightarrow T(n) = O(n) \text{ oder}$$

c) $T(n) = 3T(n/3) + O(n)$

$f(n) = n$ mit $a=3, b=3^2$ ist

$n^{\log_3 3} = n^{1/2}$ also

$T(n) = O(n) = O(f(n))$ oder