Atividade Ponderada - Transformada de Laplace em Robótica

Ian Pereira Simão

ITEM 1

Equação do Motor:

$$\frac{dv(t)}{dt} + 2v(t) = f(t), \quad v(0) = 0$$

a)

$$sV(s) + 2V(s) = \frac{1}{s}$$

$$V(s)(s + 2) = \frac{1}{s}$$

$$V(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

b)

$$V(s) = \frac{1}{s(s+2)}:$$

$$\frac{1}{s(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2}$$

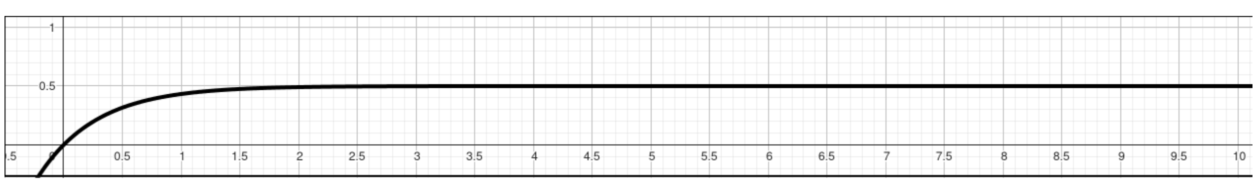
$s = 0: 1 = 2A \Rightarrow A = \frac{1}{2}$ Para $s =- 2: 1 =- 2B \Rightarrow B =- \frac{1}{2}$

$$V(s) = \frac{1/2}{s} - \frac{1/2}{s+2}$$

$$v(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t} = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2t}\right)$$

A velocidade aumenta até atingir um momento de estabilidade onde o gráfico fica constante em (0,5) no eixo y.

c) Gráfico:



d) 90% da velocidade final: $0.9 \times 0.5 = 0.45$

$$0.45 = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2t}\right)$$

$$0.9 = 1 - e^{-2t}$$

$$e^{-2t} = 0.1$$

$$-2t = ln(0.1) = - ln(10)$$

$$t = \frac{ln(10)}{2} \approx 1.15\, segundos$$

e) Se o robô tiver um lento tempo de resposta, é possível que ele não seja capaz de efetuar movimentos precisos, como seguir trajetórias, e que tenha dificuldades em não colidir com objetos, o que poderia causar um problema de segurança. O que poderia ser feito para diminuir a latência do robô é a substituição do controlador por um de menor latência, diminuindo o número que multiplica o tempo na fórmula.

f) $f(t) = \delta(t)$ e $L\{\delta(t)\} = 1$:

$$sV(s) + 2V(s) = 1$$

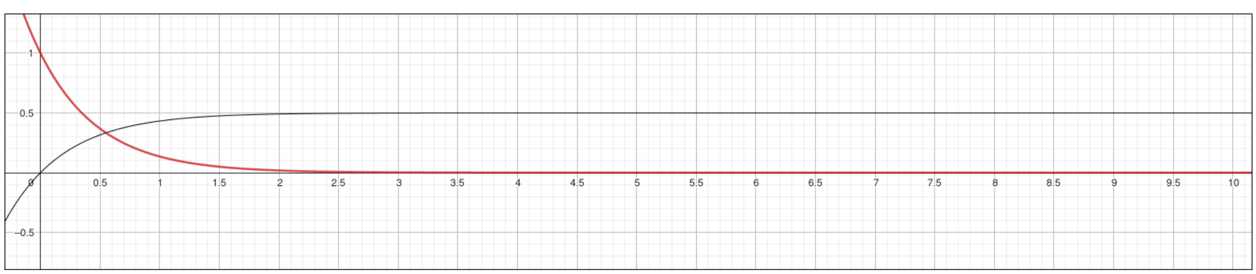
$$V(s) = \frac{1}{s+2}$$

g) $v(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s+2}\right\} = e^{-2t}$

A função iniciada em 1 no instante zero decai exponencialmente para 0

h) $v(t) = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2t}\right)$ - cresce de 0 para 0.5

$v(t) = e^{-2t}$ - decai de 1 para 0



ITEM 2

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + 4\frac{d\theta}{dt} + 5\theta(t) = f(t), \quad \theta(0) = 0, \theta'(0) = 0$$

a) Laplace:

$L\{\frac{d^2\theta}{dt^2}\} = s^2\Theta(s) - s\theta(0) - \theta'(0) = s^2\Theta(s)$

- $L\{4\frac{d\theta}{dt}\} = 4s\Theta(s)$
- $L\{5\theta(t)\} = 5\Theta(s)$
- $L\{H(t)\} = \frac{1}{s}$

$$s^2\Theta(s) + 4s\Theta(s) + 5\Theta(s) = \frac{1}{s}$$

$$\Theta(s)\left(s^2 + 4s + 5\right) = \frac{1}{s}$$

$$\Theta(s) = \frac{1}{s\left(s^2+4s+5\right)}$$

b) $s^2 + 4s + 5$:

$a = 1, b = 4, c = 5$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 20 =- 4 < 0$

$s = \frac{-4\pm\sqrt{-4}}{2} =- 2 \pm j$

$\frac{1}{s\left(s^2+4s+5\right)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+4s+5}$

$A = \frac{1}{5}, B =- \frac{1}{5}, C =- \frac{4}{5}$

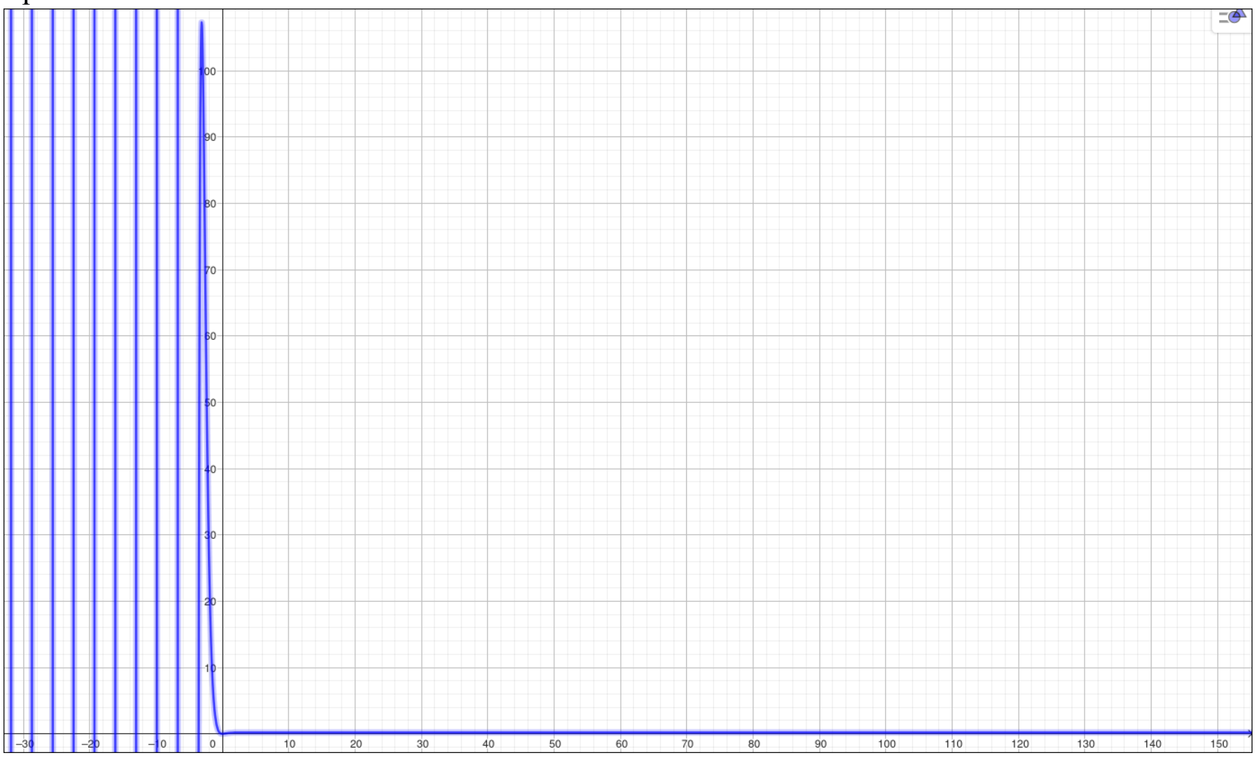
$\Theta(s) = \frac{1/5}{s} - \frac{1/5}{\cdot}\frac{s+4}{s^2+4s+5}$

$s^2 + 4s + 5 = (s + 2)^2 + 1$

$\Theta(s) = \frac{1}{5s} - \frac{1}{5} \cdot \frac{(s+2)+2}{(s+2)^2+1}$

$\theta(t) = \frac{1}{5} - \frac{1}{5}e^{-2t}[cos(t) + 2sin(t)]$

c) gráfico de $\theta(t) = \frac{1}{5}\left[1 - e^{-2t}(cos(t) + 2sin(t))\right]$: Há uma grande oscilação no início que ao chegar ao segundo quadrante vai se estabilizando, portanto sim representa retorno rápido ao equilíbrio



d) Coeficiente 4 controla as oscilações.

já o Coeficiente 5 se diz respeito ao tempo de resposta do robô.