

习题 9

9.1 选择题

9.1.1 正方形的一条对角线的两端点处各放置电荷 Q ，另一条对角线的两端点处各放置电荷 q ，若 Q 所受到合力为零，则 Q 与 q 的关系为 ()

- (A) $Q = -2\sqrt{2}q$ (B) $Q = 2\sqrt{2}q$ (C) $Q = -2q$ (D) $Q = 2q$ [答案: A]

9.1.2 下列说法中正确的是 ()

- (A) 若高斯面上的电场强度处处为零，则该面内必定没有净电荷
(B) 若高斯面内没有电荷，则该面上的电场强度必定处处为零
(C) 若高斯面上的电场强度处处不为零，则该面内必定有电荷
(D) 若高斯面内有电荷，则该面上的电场强度必定处处不为零

[答案: A]

9.1.3 一半径为 R 的导体球表面的面电荷密度为 σ ，则在距球面 R 处的电场强度为 ()

- (A) σ/ϵ_0 (B) $\sigma/2\epsilon_0$ (C) $\sigma/4\epsilon_0$ (D) $\sigma/8\epsilon_0$

[答案: C]

9.1.4 在电场中的导体内部的 ()

- (A) 电场和电势均为零 (B) 电场不为零，电势均为零
(C) 电势和表面电势相等 (D) 电势低于表面电势

[答案: C]

9.2 填空题

9.2.2 一个点电荷 q 放在立方体中心，则穿过某一表面的电通量为____，若将点电荷由中心向外移动到无穷远处，则总通量将_____。

[答案: $q/6\epsilon_0$, 将为零]

9.3.5 长 $l=15.0$ cm 的直导线 AB 上均匀地分布着线密度 $\lambda=5.0\times 10^{-9}$ C/m 的正电荷。求: (1) 在导线的延长线上与导线 B 端相距 $d_1=5.0$ cm 处 P 点的电场强度; (2) 在导线的垂直平分线上与导线中点相距 $d_2=5.0$ cm 处 Q 点的电场强度。

解: 如题图所示

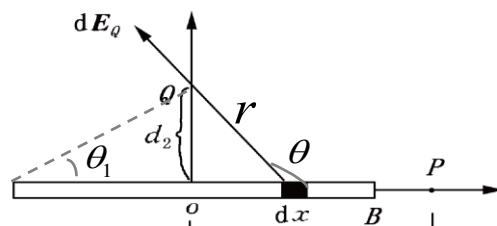
(1) 在带电直线上取线元 dx ，其上电量 dq 在 P 点产生场强

$$\text{为 } dE_p = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(d_1 + \frac{l}{2} - x)}$$

$$E_p = \int dE_p = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{(d_1 + \frac{l}{2} - x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_1 + l} \right)$$

用 $l=15$ cm, $\lambda=5.0\times 10^{-9}$ C·m⁻¹, $d_1=5$ cm 代入得

$$E_p = 6.75 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \text{ 方向水平向右}$$



(2)同理 $dE_Q = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 方向如题图所示

由于对称性 $\int_l dE_{Qx} = 0$, 即 \vec{E}_Q 只有 y 分量,

$$dE_{Qy} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin\theta = \frac{\lambda \sin\theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 d_2}$$

$$E_y = \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \frac{\lambda \sin\theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 d_2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d_2} 2\cos\theta_1 = \frac{\lambda l}{2\pi\epsilon_0 d_2 \sqrt{l^2 + 4d_2^2}}$$

注: 也可以用 x 的积分来做

$$dE_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + d_2^2} \quad \text{方向如题图所示}$$

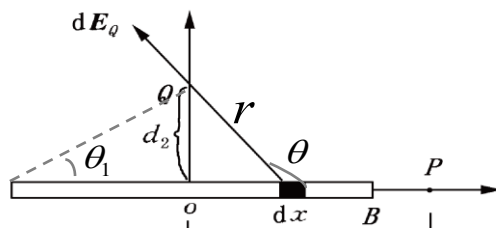
由于对称性 $\int_l dE_{Qx} = 0$, 即 \vec{E}_Q 只有 y 分量,

$$dE_{Qy} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + d_2^2} \frac{d_2}{\sqrt{x^2 + d_2^2}}$$

$$E_{Qy} = \int_l dE_{Qy} = \frac{d_2 \lambda}{4\pi\epsilon_2} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{(x^2 + d_2^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\lambda l}{2\pi\epsilon_0 d_2 \sqrt{l^2 + 4d_2^2}}$$

以 $\lambda = 5.0 \times 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{cm}^{-1}$, $l = 15 \text{ cm}$, $d_2 = 5 \text{ cm}$ 代入得 $E_Q = E_{Qy} = 14.96 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$,

方向沿 y 轴正向

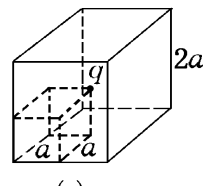


9.3.8 (1)点电荷 q 位于一边长为 a 的立方体中心, 试求在该点电荷电场中穿过立方体的一个面的电通量; (2)如果该场源点电荷移动到该立方体的一个顶点上, 这时穿过立方体各面的电通量是多少?

$$\text{解: (1)由高斯定理 } \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

立方体六个面, 当 q 在立方体中心时, 每个面上电通量相等

$$\therefore \text{各面电通量 } \Phi_e = \frac{q}{6\epsilon_0}.$$



(2)电荷在顶点时, 将立方体延伸为边长 $2a$ 的立方体, 使 q 处于边长 $2a$ 的立方体中心, 如题图所示,

$$\text{则边长为 } 2a \text{ 的正方形上电通量 } \Phi_e = \frac{q}{6\epsilon_0}$$

对于边长为 a 的正方形, 如果它不包含 q 所在的顶点, 则 $\Phi_e = \frac{q}{24\epsilon_0}$,

如果它包含 q 所在顶点则 $\Phi_e = 0$.

9.3.9 均匀带电球壳内半径为6 cm, 外半径10 cm, 体电荷密度为 $2 \times 10^{-5} \text{ C/m}^3$. 求距球心5cm、8cm及12cm的各点的电场强度.

解: 高斯定理 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}, E 4\pi r^2 = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$

当 $r = 5 \text{ cm}$ 时, $\sum q = 0, \vec{E} = 0$

$r = 8 \text{ cm}$ 时, $\sum q = \rho \frac{4\pi}{3} (r^3 - r_{\text{内}}^3)$

$\therefore E = \frac{\rho \frac{4\pi}{3} (r^3 - r_{\text{内}}^3)}{4\pi \epsilon_0 r^2} \approx 3.48 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, 方向沿半径向外.

$r = 12 \text{ cm}$ 时, $\sum q = \rho \frac{4\pi}{3} (r_{\text{外}}^3 - r_{\text{内}}^3)$

$\therefore E = \frac{\rho \frac{4\pi}{3} (r_{\text{外}}^3 - r_{\text{内}}^3)}{4\pi \epsilon_0 r^2} \approx 4.10 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ 沿半径向外.

9.3.10 半径为 R_1 和 R_2 ($R_2 > R_1$) 的两无限长同轴圆柱面, 单位长度上分别带有电量 λ 和 $-\lambda$, 试求: (1) $r < R_1$; (2) $R_1 < r < R_2$; (3) $r > R_2$ 处各点的电场强度.

解: 高斯定理 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$ 取同轴圆柱形高斯面, 侧面积 $S = 2\pi r l$

则 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 2\pi r l$

(1) $r < R_1 \quad \sum q = 0, E = 0$

(2) $R_1 < r < R_2 \quad \sum q = l\lambda \therefore E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$ 沿径向向外

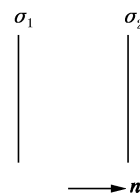
(3) $r > R_2 \quad \sum q = 0 \therefore E = 0$

9.3.11 两个无限大的平行平面都均匀带电, 面电荷密度分别为 σ_1 和 σ_2 , 试求空间各处电场强度.

解: 如题图示, 两带电平面均匀带电, 电荷面密度分别为 σ_1 与 σ_2 ,

两面间, $\vec{E} = \frac{1}{2\epsilon_0} (\sigma_1 - \sigma_2) \vec{n}$

σ_1 面外, $\vec{E} = -\frac{1}{2\epsilon_0} (\sigma_1 + \sigma_2) \vec{n}$



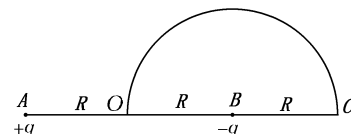
σ_2 面外, $\vec{E} = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2)\vec{n}$ \vec{n} : 垂直于两平面由 σ_1 面指向 σ_2 面.

9.3.15 如题图所示, 在 A 、 B 两点处放有电量分别为 $+q$ 、 $-q$ 的点电荷, A 、 B 间距离为 $2R$, 现将另一正试验点电荷 q_0 从 O 点经过半圆弧移到 C 点, 求移动过程中电场力做的功.

解: $U_O = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q}{R} - \frac{q}{R} \right) = 0$

$$U_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q}{3R} - \frac{q}{R} \right) = -\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\therefore A = q_0(U_O - U_C) = \frac{q_0 q}{6\pi \varepsilon_0 R}$$



补充: 半径为 R 的均匀带电球体, 其电荷体密度为 ρ , 求球体内外的场强和电势分布.

解: 根据高斯定理 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 4\pi r^2 = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$ 得 $E = \frac{\sum q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

当 $r < R$ 时, $\sum q = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$, 得 $E_1 = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$

当 $r \geq R$ 时, $\sum q = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$, 得 $E_2 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$ 方向均沿半径方向

当 $r < R$ 时, $U = \int_r^R E_1 dr + \int_R^\infty E_2 dr = \int_r^R \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr + \int_R^\infty \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} - \frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0}$

当 $r \geq R$ 时, $U = \int_r^\infty E_2 dr = \int_r^\infty \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}$

9.3.21 两个半径分别为 R_1 和 R_2 ($R_1 < R_2$) 的同心薄金属球壳, 现使内球壳带电 $+q$, 求:

(1) 外球壳上的电荷分布及电势大小;

(2) 先把外球壳接地, 然后断开接地线重新绝缘, 此时外球壳的电荷分布及电势;

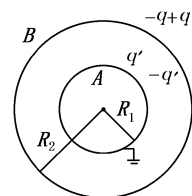
*(3) 再使内球壳接地, 此时内球壳上的电荷以及外球壳上的电势的改变量.

解: (1) 内球壳带电 $+q$; 外球壳内表面带电则为 $-q$, 外表面带电为 $+q$, 且均匀分

布, 其电势 $U = \int_{R_2}^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_2}^\infty \frac{q dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

(2) 外壳接地时, 外表面电荷 $+q$ 入地, 外表面不带电, 内表面电荷仍为 $-q$. 所以外球壳电势由内球壳 $+q$ 与外球壳内表面 $-q$ 产生:

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 0$$



(3) 设此时内球壳带电量为 q' ；则外壳内表面带电量为 $-q'$ ，外壳外表面带电量为 $-q + q'$ (电荷守恒)，此时内球壳电势为零，且

$$U_A = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{-q + q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 0$$

得
$$q' = \frac{R_1}{R_2} q$$

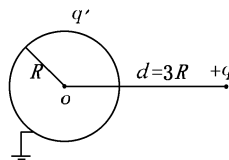
外球壳上电势

$$U_B = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{-q + q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{(R_1 - R_2)q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}$$

9.3.22 半径为 R 的金属球离地面很远，并用导线与地相连，在与球心相距 $d = 3R$ 处有一点电荷 $+q$ ，求金属球上的感应电荷的电量。

解：如题图所示，设金属球感应电荷为 q' ，则球接地时电势 $U_O = 0$

由电势叠加原理有：
$$U_O = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 3R} = 0$$



得
$$q' = -\frac{q}{3}$$

习题 10

10.1 选择题

10.1.1 对于安培环路定理的理解，正确的是 ()

- (A) 若环流等于零，则在回路 L 上必定是 H 处处为零.
- (B) 若环流等于零，则在回路 L 上必定不包围电流.
- (C) 若环流等于零，则在回路 L 所包围传导电流的代数和为零.
- (D) 回路 L 上各点的 H 仅与回路 L 包围的电流有关.

[答案：C]

10.1.2 无限长直圆柱体的横截面半径为 R ，载流为 I ，下列关于距轴线 r 处的磁感应强度 B 的说法中正确的是 ()

- (A) 内、外部磁感应强度 B 都与 r 成正比.
- (B) 内部磁感应强度 B 与 r 成正比，外部磁感应强度 B 与 r 成反比.
- (C) 内外部磁感应强度 B 都与 r 成反比.
- (D) 内部磁感应强度 B 与 r 成反比，外部磁感应强度 B 与 r 成正比.

[答案：B]

10.1.3 质量为 m 、电量为 q 的粒子，以速率 v 与均匀磁场 B 成 θ 角射入磁场，轨迹为一螺旋线，若要增大螺距，则应 ()

- (A) 增大磁感应强度 B .
- (B) 减小磁感应强度 B .
- (C) 增大 θ 角.
- (D) 减小速率 v .

[答案：B]

10.1.4 一个 100 匝的圆形线圈，半径为 5 cm，通过电流为 0.1 A，当线圈在 1.5 T 的磁场中从 $\theta=0$ 的位置转到 180° (θ 为磁场方向和线圈磁矩方向的夹角) 时磁力做功为 ()

(A) 0.24 J. (B) 2.4 J. (C) 0.14 J. (D) 14 J. [答案: A]

10.2 填空题

10.2.1 边长为 a 的正方形导线回路载有电流为 I ，则其中心处的磁感应强度为_____。

[答案: $\frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}$ ，方向垂直正方形平面]

10.2.2 计算有限长的直线电流产生的磁场_____用毕奥-萨伐尔定律，_____用安培环路定理 (填“能”或“不能”)。

[答案: 能, 不能]

10.2.3 电荷在静电场中沿任一闭合曲线移动一周，电场力做功为_____。电荷在磁场中沿任一闭合曲线移动一周，磁场力做功为_____。

[答案: 零, 零]

10.3.6 如题图所示， AB 、 CD 为长直导线， BC 为圆心在 O 点的一段圆弧形导线，其半径为 R 。若通以电流 I ，求 O 点的磁感应强度。

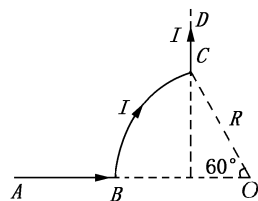
解: 如题图所示， O 点磁场由 AB 、 \widehat{BC} 、 CD 三部分电流产生。其中

AB 产生 $\vec{B}_1 = 0$

BC 产生 $B_2 = \frac{\mu_0 I}{12R}$ ，方向垂直纸面向里

CD 段产生 $B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{R}{2}} (\cos 150^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$ ，方向垂直纸面向里

$\therefore B_0 = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6})$ ，方向垂直纸面向里。



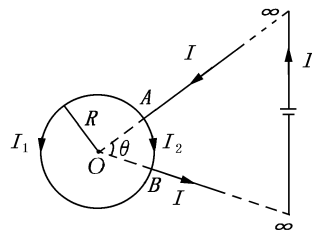
10.3.8 如题图所示，两根导线沿半径方向引向铁环上的 A 、 B 两点，并在很远处与电源相连。已知圆环的粗细均匀，求环中心 O 的磁感应强度。

解: 如题图所示，圆心 O 点磁场由直电流 $A\infty$ 和 $B\infty$ 及两段圆弧上

电流 I_1 与 I_2 所产生，但 $A\infty$ 和 $B\infty$ 在 O 点产生的磁场为零。且

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\theta}{2\pi - \theta}.$$

I_1 产生 \vec{B}_1 方向垂直纸面向外 $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2R} \frac{(2\pi - \theta)}{2\pi}$ ，



$$I_2 \text{ 产生 } \vec{B}_2 \text{ 方向垂直纸面向里 } B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2R} \frac{\theta}{2\pi}$$

$$\therefore \frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1(2\pi - \theta)}{I_2 \theta} = 1 \text{ 即两者大小相等方向相反}$$

$$\text{有} \quad B_0 = B_1 - B_2 = 0$$

10.3.9 在一半径 $R=1.0 \text{ cm}$ 的无限长半圆柱形金属薄片上，自上而下地有电流 $I=5.0 \text{ A}$ 通过，电流分布均匀，如题图所示。试求圆柱轴线任一点 P 处的磁感应强度。

解：因为金属片无限长，所以圆柱轴线上任一点 P 的磁感应强度方向都在圆柱截面上，取坐标如题解析图所示，取宽为 dI 的一无限长

直电流 $dI = \frac{I}{\pi R} dI$ ，在轴上 P 点产生 $d\vec{B}$ 与 R 垂直，大小为

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R} = \frac{\mu_0}{2\pi R} \frac{I}{\pi R} R d\theta = \frac{\mu_0 I d\theta}{2\pi^2 R}$$

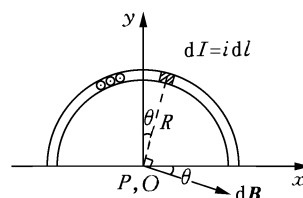
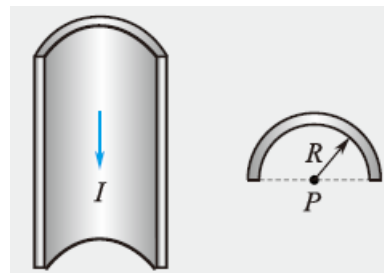
$$dB_x = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I \cos \theta d\theta}{2\pi^2 R}$$

$$dB_y = -dB \sin \theta = -\frac{\mu_0 I \sin \theta d\theta}{2\pi^2 R}$$

$$\therefore B_x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0 I \cos \theta d\theta}{2\pi^2 R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} [\sin \frac{\pi}{2} - \sin(-\frac{\pi}{2})] = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R} = 6.37 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$B_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (-\frac{\mu_0 I \sin \theta d\theta}{2\pi^2 R}) = 0$$

$$\therefore \quad \vec{B} = 6.37 \times 10^{-5} \vec{i} \text{ T}$$

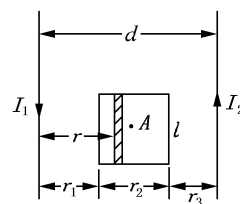


10.3.11 两平行长直导线相距 $d=40 \text{ cm}$ ，每根导线载有电流 $I_1=I_2=20 \text{ A}$ ，

如题图所示。求：

(1) 两导线所在平面内与该两导线等距的一点 A 处的磁感应强度；

(2) 通过图中斜线所示面积的磁通量。 ($r_1=r_3=10 \text{ cm}$, $l=25 \text{ cm}$)。



$$\text{解：(1) } B_A = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(\frac{d}{2})} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(\frac{d}{2})} = 4 \times 10^{-5} \text{ T} \text{ 方向 } \perp \text{ 纸面向外}$$

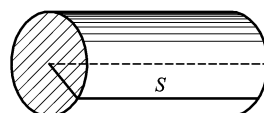
(2) 取面元 $dS = l dr$

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_1+r_2} \left[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_1 I_1}{2\pi(d-r)} \right] l dr = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln 3 - \frac{\mu_0 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{1}{3} = \frac{\mu I_1 l}{\pi} \ln 3 = 2.2 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

10.3.12 一根很长的铜导线载有电流10 A, 设电流均匀分布. 在导线内部作一平面 S , 如题图所示. 试计算通过平面 S 的磁通量(沿导线长度方向取长为1m的一段作计算). 铜的磁导率 $\mu = \mu_0$.

解: 由安培环路定律求距圆导线轴为 r 处的磁感应强度

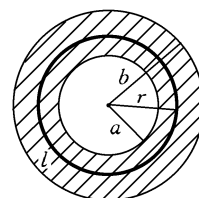
$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I \quad B 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$



$$\therefore B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$\text{磁通量 } \Phi_m = \int_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^R \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} dr = \frac{\mu_0 I}{4\pi} = 10^{-6} \text{ Wb}$$

10.3.14 题图中所示是一根长直圆管形导体的横截面, 内、外半径分别为 a 、 b , 导体内载有沿轴线方向的电流 I , 且 I 均匀地分布在管的横截面上. 设导体的磁导率 $\mu \approx \mu_0$, 试证明导体内部各点 ($a < r < b$) 的磁感应强度的大小由下式给出:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(b^2 - a^2)} \frac{r^2 - a^2}{r}$$

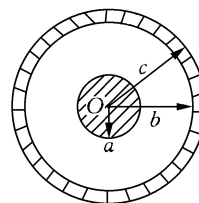
解: 取闭合回路 $l = 2\pi r$ ($a < r < b$)

$$\text{则} \quad \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r$$

$$\sum I = (\pi r^2 - \pi a^2) \frac{I}{\pi b^2 - \pi a^2}$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 I (r^2 - a^2)}{2\pi r (b^2 - a^2)}$$

10.3.15 一根很长的同轴电缆, 由一导体圆柱(半径为 a) 和一同轴的导体圆管(内、外半径分别为 b 、 c) 构成, 如题所示. 使用时, 电流 I 从一导体流出, 从另一导体流回. 设电流都是均匀地分布在导体的横截面上, 求: (1) 导体圆柱内 ($r < a$); (2) 两导体之间 ($a < r < b$); (3) 导体圆筒内 ($b < r < c$); (4) 电缆外 ($r > c$) 各点处磁感应强度的大小



$$\text{解:} \quad \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$(1) r < a \quad B 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2} \quad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$(2) \quad a < r < b \quad B2\pi r = \mu_0 I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$(3) \quad b < r < c \quad B2\pi r = -\mu_0 I \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} + \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I (c^2 - r^2)}{2\pi r (c^2 - b^2)}$$

$$(4) \quad r > c \quad B2\pi r = 0 \quad B = 0$$

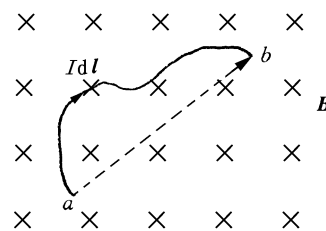
10.3.18 在磁感应强度为 \vec{B} 的均匀磁场中，垂直于磁场方向的平面内有一段载流弯曲导线，电流为 I ，如题图所示。求其所受的安培力。

解：在曲线上取 $d\vec{l}$ 则 $\vec{F}_{ab} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B}$

$\because d\vec{l}$ 与 \vec{B} 夹角 $< d\vec{l}$ ， \vec{B} 不变， \vec{B} 是均匀的。

$$\therefore \vec{F}_{ab} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B} = I \left(\int_a^b d\vec{l} \right) \times \vec{B} = I \vec{ab} \times \vec{B}$$

方向 $\perp \vec{ab}$ 向上，大小 $F_{ab} = BI \overline{ab}$



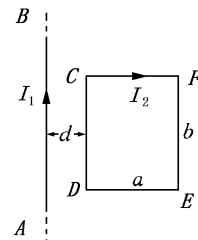
10.3.19 如题图所示，在长直导线 AB 内通有电流 $I_1=20\text{A}$ ，在矩形线圈 $CDEF$

中通有电流 $I_2=10\text{A}$ ， AB 与线圈共面，且 CD 、 EF 都与 AB 平行。已知

$a=9.0\text{cm}$ ， $b=20.0\text{cm}$ ， $d=1.0\text{cm}$ ，求：

(1) 导线 AB 的磁场对矩形线圈每边所作用的力；

(2) 矩形线圈所受合力和绕通过其相对两边中点的竖直轴的合力矩。



解：(1) \vec{F}_{CD} 方向垂直 CD 向左，大小

$$F_{CD} = I_2 b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = 8.0 \times 10^{-4} \text{ N}$$

同理 \vec{F}_{FE} 方向垂直 FE 向右，大小

$$F_{FE} = I_2 b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (d+a)} = 8.0 \times 10^{-5} \text{ N}$$

\vec{F}_{CF} 方向垂直 CF 向上，大小为

$$F_{CF} = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d} = 9.2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

\vec{F}_{ED} 方向垂直 ED 向下，大小为

$$F_{ED} = F_{CF} = 9.2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

(2) 合力 $\vec{F} = \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{FE} + \vec{F}_{CF} + \vec{F}_{ED}$ 方向向左, 大小为

$$F = 7.2 \times 10^{-4} \text{ N}$$

合力矩 $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$

\because 线圈与导线共面 $\vec{P}_m // \vec{B} \quad \therefore \vec{M} = 0.$

习题 11

11.1 选择题

11.1.1 一圆形线圈在均匀磁场中做下列运动时, 会产生感应电流的是 ()

- (A) 沿垂直磁场方向平移. (B) 以直径为轴转动, 轴跟磁场垂直.
(C) 沿平行磁场方向平移. (D) 以直径为轴转动, 轴跟磁场平行. [答案: B]

11.1.2 下列哪些矢量场为保守力场 ()

- (A) 静电场. (B) 稳恒磁场. (C) 感生电场. (D) 变化的磁场.

[答案: A]

11.1.4 对于感生电场, 下列说法不正确的是 ()

- (A) 感生电场对电荷有作用力. (B) 感生电场由变化的磁场产生.
(C) 感生电场由电荷激发. (D) 感生电场的电力线闭合的. [答案: C]

11.2 填空题

11.2.2 产生动生电动势的非静电力是____, 产生感生电动势的非静电力是____, 激发感生电场的场源是____.

[答案: 洛伦兹力, 涡旋电场力, 变化的磁场]

11.2.6 磁感线必定是无头无尾的闭合曲线, 方程为_____. [答案: $\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$]

11.3.1 一半径 $r=10\text{cm}$ 的圆形回路放在 $B=0.8\text{T}$ 的均匀磁场中. 回路平面与 \vec{B} 垂直. 当回路半径以恒定速率 $\frac{dr}{dt}=80\text{cm/s}$ 收缩时, 求回路中感应电动势的大小.

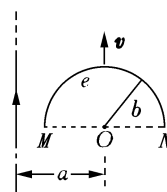
解: 回路磁通

$$\Phi_m = BS = B\pi r^2$$

感应电动势大小

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d}{dt}(B\pi r^2) = B2\pi r \frac{dr}{dt} = 0.40 \text{ V}$$

11.3.3 如题图所示, 载有电流 I 的长直导线附近, 放一导体半圆环 MeN 与长直导线共面, 且两端点 M 、 N 的连线与长直导线垂直. 半圆环的半径为 b , 环心 O 与导线相距 a . 设半圆环以速度 v 平行于导线平移. 求半圆环内感应电动势的大小



和方向及 MN 两端的电压 $U_M - U_N$.

解: 作辅助线 MN , 则在 $MeNM$ 回路中, 沿 \vec{v} 方向运动时 $d\Phi_m = 0$

$$\therefore \quad \varepsilon_{MeNM} = 0$$

即
$$\varepsilon_{MeN} = \varepsilon_{MN}$$

又 $\because \quad \varepsilon_{MN} = \int_{a-b}^{a+b} vB \cos \pi dl = \frac{\mu_0 Iv}{2\pi} \ln \frac{a-b}{a+b} < 0$

所以 ε_{MeN} 沿 NeM 方向,

大小为
$$\frac{\mu_0 Iv}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$$

M 点电势高于 N 点电势, 即

$$U_M - U_N = \frac{\mu_0 Iv}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$$

11.3.6 如题图所示, 长直导线通以电流 $I=5A$, 在其右方放一长方形线圈, 两者共面. 线圈长 $b=0.06m$, 宽 $a=0.04m$, 线圈以速度 $v=0.03 m/s$ 垂直于直线平移远离. 求 $d=0.05m$ 时线圈中感应电动势的大小和方向.

解: AB 、 CD 运动速度 \vec{v} 方向与磁力线平行, 不产生感应电动势.

DA 产生电动势

$$\varepsilon_1 = \int_D^A (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = vBb = vb \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

BC 产生电动势

$$\varepsilon_2 = \int_B^C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = -vb \frac{\mu_0 I}{2\pi (a+d)}$$

\therefore 回路中总感应电动势

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 Ibv}{2\pi} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a} \right) = 1.6 \times 10^{-8} \text{ V 方向沿顺时针.}$$

11.3.9 导线 ab 长为 l , 绕通过 O 点的垂直轴以匀角速 ω 转动, $aO = \frac{l}{3}$, 磁

感应强度 B 平行于转轴, 如题图所示. 试求: (1) a 、 b 两端的电势差;

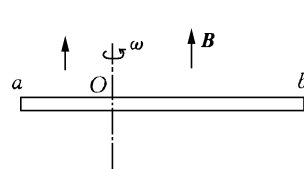
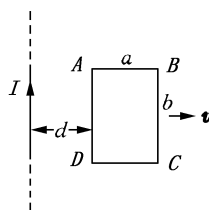
(2) a 、 b 两端哪一点电势高?

解: (1) 在 Ob 上取 $r \rightarrow r + dr$ 一小段

则
$$\varepsilon_{Ob} = \int_0^{\frac{2l}{3}} \omega r B dr = \frac{2B\omega}{9} l^2$$

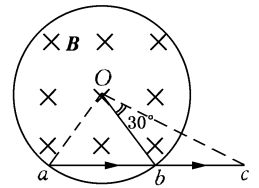
同理
$$\varepsilon_{Oa} = \int_0^{\frac{l}{3}} \omega r B dr = \frac{1}{18} B\omega l^2$$

$\therefore \quad \varepsilon_{ab} = \varepsilon_{aO} + \varepsilon_{Ob} = \left(-\frac{1}{18} + \frac{2}{9} \right) B\omega l^2 = \frac{1}{6} B\omega l^2$



(2) $\because \varepsilon_{ab} > 0$ 即 $U_a - U_b < 0 \therefore b$ 点电势高.

11.3.11 磁感应强度为 \vec{B} 的均匀磁场充满一半径为 R 的圆柱形空间, 一金属杆放在题图中位置, 杆长为 $2R$, 其中一半位于磁场内、另一半在磁场外. 当 $\frac{dB}{dt} > 0$ 时, 求杆两端的感应电动势的大小和方向.



解: \because

$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bc}$$

$$\varepsilon_{ab} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2B\right] = \frac{\sqrt{3}R}{4} \frac{dB}{dt}$$

$$\varepsilon_{bc} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[-\frac{\pi R^2}{12}B\right] = \frac{\pi R^2}{12} \frac{dB}{dt}$$

$$\therefore \varepsilon_{ac} = \left[\frac{\sqrt{3}R^2}{4} + \frac{\pi R^2}{12}\right] \frac{dB}{dt}$$

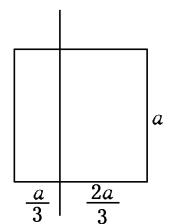
$$\because \frac{dB}{dt} > 0$$

$$\therefore \varepsilon_{ac} > 0 \text{ 即 } \varepsilon \text{ 从 } a \rightarrow c$$

11.3.14 一无限长的直导线和一正方形的线圈按如题图所示放置(导线与线圈接触处绝缘). 求线圈与导线间的互感系数.

解: 设长直电流为 I , 其磁场通过正方形线圈的互感磁通为

$$\Phi_{12} = \int_{\frac{a}{3}}^{\frac{2a}{3}} \frac{\mu_0 I a}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$$



$$\therefore M = \frac{\Phi_{12}}{I} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln 2$$

习题 12

12.1 选择题

12.1.1 在双缝干涉实验中, 为使屏上的干涉条纹间距变大, 可以采取的办法是 ()

- (A) 使屏靠近双缝.
- (B) 使两缝的间距变小.
- (C) 把两个缝的宽度稍微调窄.
- (D) 改用波长较小的单色光源.

[答案: B]

12.1.2 两块平玻璃构成空气劈形膜, 左边为棱边, 用平行单色光垂直入射. 若上面的平板玻璃以棱边为轴, 沿逆时针方向做微小转动, 则干涉条纹的 ()

- (A) 间隔变小, 并向棱边方向平移.
 (B) 间隔变大, 并向远离棱边方向平移.
 (C) 间隔不变, 向棱边方向平移.
 (D) 间隔变小, 并向远离棱边方向平移.

[答案: A]

12.1.3 一束波长为 λ 的单色光由空气垂直入射到折射率为 n 的透明薄膜上, 透明薄膜放在空气中, 要使反射光得到干涉加强, 则薄膜最小的厚度为 ()

- (A) $\lambda/4$. (B) $\lambda/(4n)$.
 (C) $\lambda/2$. (D) $\lambda/(2n)$.

[答案: B]

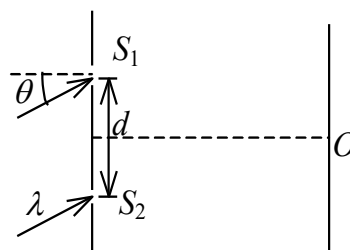
12.1.5 在迈克耳孙干涉仪的一条光路中, 放入一折射率为 n 的透明薄膜后, 测出两束光的光程差的改变量为一个波长 λ , 则薄膜的厚度是 ()

- (A) $\lambda/2$. (B) $\lambda/(2n)$.
 (C) λ/n . (D) $\lambda/[2(n-1)]$.

[答案: D]

12.2 填空题

12.2.1 如图所示, 波长为 λ 的平行单色光斜入射到两缝的距离为 d 的双缝上, 入射角为 θ . 在图中的屏幕中央 O 处 ($\overline{S_1O} = \overline{S_2O}$), 两束相干光的相位差为



_____.

[答案: $2\pi d \sin \theta / \lambda$]

12.2.2 在双缝干涉实验中, 所用单色光的波长为 $\lambda = 562.5 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$), 双缝与观察屏的距离 $D = 1.2 \text{ m}$, 若测得屏上相邻明条纹的间距为 $\Delta x = 1.5 \text{ mm}$, 则双缝的间距 $d =$ _____.

[答案: 0.45 mm]

12.2.3 波长 $\lambda = 600 \text{ nm}$ 的单色光垂直照射到牛顿环装置上, 第2级明环与第5级明环所对应的空气膜厚度之差为_____nm. ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

[答案: 900 nm]

12.2.4 在杨氏双缝干涉实验中, 整个装置的结构不变, 将其全部由空气中浸入水中, 则干涉条纹的间距将变_____. (填“疏”或“密”)

[答案: 密]

12.2.5 在杨氏双缝干涉实验中, 光源沿平行于缝 S_1 、 S_2 连线方向向下做微小移动, 则屏幕上的干涉条纹将向_____方移动。

[答案: 上]

12.2.6 在杨氏双缝干涉实验中, 用一块透明的薄云母片盖住下面的一条缝, 则屏幕上的干涉条纹将向_____方移动。

[答案: 下]

12.2.7 由两块平玻璃构成空气劈形膜, 左边为棱边, 用平行单色光垂直入射. 若上面的平板玻璃以垂直于下面的平板玻璃的方向向上平移, 则干涉条纹将向_____平移, 并且条纹的间距将_____。

[答案: 棱边, 保持不变]

12.3.5 在杨氏双缝实验中, 两缝间距 $d=0.20\text{ mm}$, 缝、屏间距 $D=1.0\text{ m}$.

(1) 若第2级明条纹到屏幕中心的距离为 6.0 mm , 计算此单色光的波长;

(2) 求相邻两明条纹间的距离.

解: (1) 由 $x_{\text{明}} = \frac{D}{d} k\lambda$ 知, $6.0 = \frac{1 \times 10^3}{0.2} \times 2\lambda$,

$$\therefore \lambda = 0.6 \times 10^{-3} \text{ mm} = 600 \text{ nm}$$

$$(2) \quad \Delta x = \frac{D}{d} \lambda = \frac{1 \times 10^3}{0.2} \times 0.6 \times 10^{-3} = 3 \text{ mm}$$

12.3.6 在双缝装置中, 用一很薄的云母片 ($n=1.58$) 覆盖其中的一条缝, 结果使屏幕上的第7级明条纹恰好移到屏幕中央原零级明纹的位置. 若入射光的波长为 550 nm , 求此云母片的厚度.

解: 设云母片厚度为 e , 则由云母片引起的光程差为

$$\delta = ne - e = (n-1)e$$

按题意 $\delta = 7\lambda$

$$\therefore e = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7 \times 550 \times 10^{-9}}{1.58-1} = 6.6 \times 10^{-6} \text{ m} = 6.6 \mu\text{m}$$

12.3.9 白光垂直照射到空气中一厚度为 380 nm 的肥皂膜上, 设肥皂膜的折射率为 1.33 , 试问该膜的正面呈现什么颜色? 背面呈现什么颜色?

解: 由反射干涉相长公式有

$$2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1,2,\cdots)$$

$$\text{得 } \lambda = \frac{4ne}{2k-1} = \frac{4 \times 1.33 \times 380}{2k-1} = \frac{2021.6}{2k-1}$$

$$k=2, \quad \lambda_2 = 673.9 \text{ nm} \text{ (红色)}$$

$$k=3, \quad \lambda_3 = 404.3 \text{ nm} \text{ (紫色)} \text{ 所以肥皂膜正面呈现紫红色.}$$

由透射干涉相长公式 $2ne = k\lambda \quad (k=1,2,\cdots)$

$$\text{所以 } \lambda = \frac{2ne}{k} = \frac{1010.8}{k}$$

当 $k=2$ 时, $\lambda = 505.4 \text{ nm}$ (绿色) 故背面呈现绿色.

12.3.10 在折射率 $n_1=1.52$ 的镜头表面涂有一层折射率 $n_2=1.38$ 的 MgF_2 增透膜, 如果此膜适用于波

长 $\lambda=550\text{ nm}$ 的光, 问膜的厚度应取何值?

解: 设光垂直入射增透膜, 欲透射增强, 则膜上、下两表面反射光应满足干涉相消条件, 即

$$2n_2e = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\begin{aligned} \therefore e &= \frac{(k + \frac{1}{2})\lambda}{2n_2} = \frac{k\lambda}{2n_2} + \frac{\lambda}{4n_2} \\ &= \frac{550}{2 \times 1.38}k + \frac{550}{4 \times 1.38} = (199.3k + 99.6) \text{ nm} \end{aligned}$$

令 $k = 0$ ，得膜的最薄厚度为 99.6 nm.

当 k 为其他整数倍时，也都满足要求.

12.3.15 利用迈克耳孙干涉仪可测量单色光的波长. 当 M_1 移动距离为 0.322 mm 时，观察到干涉条纹移动数为 1024 条，求所用单色光的波长.

解：由 $\Delta d = \Delta N \frac{\lambda}{2}$

得 $\lambda = 2 \frac{\Delta d}{\Delta N} = 2 \times \frac{0.322 \times 10^{-3}}{1024} = 6.289 \times 10^{-7} \text{ m} = 628.9 \text{ nm}$

习题 13

13.1 选择题

13.1.1 在夫琅禾费单缝衍射实验中，对于给定的入射单色光，当缝宽度变小时，除中央明纹的中心位置不变外，各级衍射条纹（ ）

- (A) 对应的衍射角变小. (B) 对应的衍射角变大.
(C) 对应的衍射角也不变. (D) 光强也不变.

[答案：B]

13.1.2 波长 $\lambda = 500 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) 的单色光垂直照射到宽度为 $a = 0.25 \text{ mm}$ 的单缝上，单缝后面放一凸透镜，在凸透镜的焦平面上放置一屏幕，用以观测衍射条纹。今测得屏幕上中央明纹一侧第 3 级暗纹和另一侧第 3 级暗纹之间的距离为 $d = 12 \text{ mm}$ ，则凸透镜的焦距是（ ）

- (A) 2m. (B) 1m. (C) 0.5m.
(D) 0.2m. (E) 0.1m

[答案：B]

13.1.5 在光栅光谱中，假如所有偶数级次的主极大都恰好在单缝衍射的暗纹方向上，因而实际上不出现，那么此光栅每个透光缝宽度 a 和相邻两缝间不透光部分宽度 b 的关系为[]

- (A) $a = 0.5b$ (B) $a = b$
(C) $a = 2b$ (D) $a = 3b$

[答案：B]

13.2 填空题

13.2.1 将波长为 λ 的平行单色光垂直投射于一狭缝上，若对应于衍射图样的第 1 级暗纹位置的衍射角的绝对值为 φ ，则缝的宽度等于_____.

[答案： $\lambda / \sin \varphi$]

13.2.2 波长为 λ 的单色光垂直入射在缝宽 $a=4\lambda$ 的单缝上. 对应于衍射角 $\varphi=30^\circ$, 单缝处的波面可划分为_____个半波带.

[答案: 4]

13.2.3 在夫琅禾费单缝衍射实验中, 若缝宽变窄, 则衍射条纹变____; 若入射波长变长, 则衍射条纹变_____. (填“疏”或“密”)

[答案: 疏, 疏]

13.2.4 在单缝夫琅禾费衍射实验中, 设第 1 级暗纹的衍射角很小, 若钠黄光 ($\lambda_1=589\text{nm}$) 中央明纹的宽度为 4.0nm , 则 $\lambda_2=442\text{nm}$ ($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$) 的蓝紫色光的中央明纹宽度为_____nm.

[答案: 3.0]

13.3.9 一单色平行光垂直照射一单缝, 若其第3级明纹位置正好与 600nm 的单色平行光的第2级明纹位置重合, 求前一种单色光的波长.

解: 单缝衍射的明纹公式为 $a \sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$

当 $\lambda = 600\text{nm}$ 时, $k = 2$ $\lambda = \lambda_x$ 时, $k = 3$

重合时 φ 角相同, 所以有 $a \sin \varphi = (2 \times 2 + 1) \frac{600}{2} = (2 \times 3 + 1) \frac{\lambda_x}{2}$

得
$$\lambda_x = \frac{5}{7} \times 600 = 428.6\text{nm}$$

13.3.11 用 $\lambda = 590\text{nm}$ 的钠黄光垂直入射到每毫米有500条刻痕的光栅上, 问最多能看到第几级明纹?

解: $a + b = \frac{1}{500} \text{ mm} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ mm}$

由 $(a + b) \sin \varphi = k\lambda$ 知, 最多见到的条纹级数 k_{\max} 对应的 $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

所以有 $k_{\max} = \frac{a + b}{\lambda} = \frac{2.0 \times 10^3}{590} \approx 3.39$, 即实际见到的最高级次为 $k_{\max} = 3$.

13.3.12 波长 $\lambda = 600\text{nm}$ 的单色光垂直入射到一光栅上, 第2、3级明纹分别出现在 $\sin \varphi_2 = 0.20$

与 $\sin \varphi_3 = 0.30$ 处, 第4级缺级. 求:

- (1) 光栅常数;
- (2) 光栅上狭缝的宽度;
- (3) 在 $90^\circ > \varphi > -90^\circ$ 范围内, 实际呈现的全部级数.

解: (1) 由 $(a + b) \sin \varphi = k\lambda$ 式

对应于 $\sin \varphi_1 = 0.20$ 与 $\sin \varphi_2 = 0.30$ 处满足:

$$0.20(a + b) = 2 \times 600 \times 10^{-9}$$

$$0.30(a + b) = 3 \times 600 \times 10^{-9}$$

得

$$a + b = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(2) 因第四级缺级, 故此须同时满足

$$(a + b) \sin \varphi = k\lambda$$

$$a \sin \varphi = k'\lambda$$

解得

$$a = \frac{a+b}{4} k' = 1.5 \times 10^{-6} k'$$

取 $k' = 1$, 得光栅狭缝的最小宽度为 $1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$

(3) 由 $(a + b) \sin \varphi = k\lambda$

$$k = \frac{(a+b) \sin \varphi}{\lambda}$$

当 $\varphi = \frac{\pi}{2}$, 对应 $k = k_{\max}$

$$\therefore k_{\max} = \frac{a+b}{\lambda} = \frac{6.0 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-9}} = 10$$

因 ± 4 , ± 8 缺级, 所以在 $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$ 范围内实际呈现的全部级数为

$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9$ 共 15 条明条纹 ($k = \pm 10$ 在 $k = \pm 90^\circ$ 处看不到).

13.3.13 一双缝, 两缝间距为 0.1 mm , 每缝宽为 0.02 mm , 用波长为 480 nm 的平行单色光垂直入射双缝, 双缝后放一焦距为 50 cm 的透镜. (1) 求透镜焦平面上单缝衍射中央明纹的宽度; (2) 单缝衍射的中央明纹包迹内有多少条双缝衍射明纹?

解: (1) 中央明纹宽度为

$$l_0 = 2 \frac{\lambda}{a} f = 2 \times \frac{480 \times 10^{-6} \times 50 \times 10}{0.02} \text{ mm} = 2.4 \text{ cm}$$

(2) 由缺级条件

$$a \sin \varphi = k'\lambda$$

$$(a + b) \sin \varphi = k\lambda$$

知

$$k = k' \frac{a+b}{a} = \frac{0.1}{0.02} k' = 5k' \quad k' = 1, 2, \dots$$

即 $k = 5, 10, 15, \dots$ 缺级.

中央明纹的边缘对应 $k' = 1$, 所以单缝衍射的中央明纹包迹内有 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ 共 9 条双缝衍射明条纹.

13.3.15 已知天空中两颗星相对于一望远镜的角距离为 $4.84 \times 10^{-6} \text{ rad}$ ，它们都发出波长为 550 nm 的光，试问望远镜的口径至少要多大，才能分辨出这两颗星？

解：由最小分辨角公式

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\therefore D = 1.22 \frac{\lambda}{\theta} = 1.22 \times \frac{5.5 \times 10^{-5}}{4.84 \times 10^{-6}} = 13.86 \text{ cm}$$

习题 14

14.1 选择题

14.1.1 一束光强为 I_0 的自然光垂直穿过两个偏振片，且此两偏振片的偏振化方向成 45° 角，则穿过两个偏振片后的光强 I 为（ ）

- (A) $I_0 / 4 \sqrt{2}$. (B) $I_0 / 4$.
(C) $I_0 / 2$. (D) $\sqrt{2} I_0 / 2$.

[答案：B]

14.1.2 自然光以布儒斯特角由空气入射到一玻璃表面上，反射光是（ ）

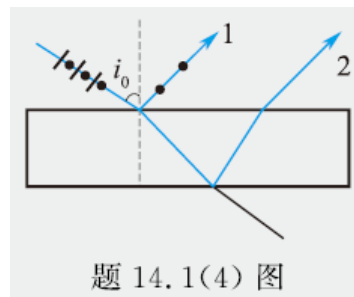
- (A) 在入射面内振动的完全线偏振光.
(B) 平行于入射面的振动占优势的部分偏振光.
(C) 垂直于入射面振动的完全线偏振光.
(D) 垂直于入射面的振动占优势的部分偏振光.

[答案：C]

14.1.4 一束自然光自空气射向一块平板玻璃，如图所示，设入射角等于布儒斯特角 i_0 ，则在界面2的反射光是（ ）

- (A) 自然光.
(B) 线偏振光且光矢量的振动方向垂直于入射面.
(C) 线偏振光且光矢量的振动方向平行于入射面.
(D) 部分偏振光.

[答案：B]



题 14.1(4) 图

14.2 填空题

14.2.1 马吕斯定律的数学表达式为 $I = I_0 \cos^2 \alpha$ 。式中 I 为通过检偏器的透射光的光强； I_0 为入射_____的强度； α 为入射光_____方向和检偏器_____方向之间的夹角。

[答案：线偏振光（或完全偏振光，或平面偏振光），光（矢量）振动，偏振化（或透光轴）；]

14.2.2 当一束自然光以布儒斯特角入射到两种介质的分界面上时，就偏振状态来说反射光为_____光，其振动方向_____于入射面。

[答案：完全偏振光（或线偏振光），垂直；]

14.2.3 一束自然光从空气投射到玻璃板表面上（空气折射率为1），当折射角为 30° 时，反射光是完全偏振光，则此玻璃板的折射率等于_____。

[答案： $\sqrt{3}$]

14.2.4 光的干涉和衍射现象反映了光的_____性质. 光的偏振现象说明光波是_____波.

[答案: 波动, 横波]

14.3.8 使自然光通过两个偏振化方向夹角为 60° 的偏振片时, 透射光强为 I_1 , 今在这两个偏振片之

间再插入一偏振片, 它的偏振化方向与前两个偏振片均成 30° 角, 此时透射光强 I 与 I_1 之比为多少?

解: 由马吕斯定律

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{8}$$

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 30^\circ \cos^2 30^\circ = \frac{9I_0}{32}$$

$$\therefore \frac{I}{I_1} = \frac{9}{4} = 2.25$$

14.3.9 自然光入射到两个重叠的偏振片上. 如果透射光的光强为: (1) 透射光的最大光强的三分之一, (2) 入射光强的三分之一, 则这两个偏振片透光轴方向间的夹角为多少?

解: (1)
$$I_1 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha_1 = \frac{1}{3} I_{\max}$$

又
$$I_{\max} = \frac{I_0}{2} \quad \therefore \quad I_1 = \frac{I_0}{6},$$

故
$$\cos^2 \alpha_1 = \frac{1}{3}, \cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}, \alpha_1 = 54^\circ 44'.$$

(2)
$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha_2 = \frac{1}{3} I_0$$

$$\therefore \cos \alpha_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}, \alpha_2 = 35^\circ 16'$$

14.3.10 一束自然光从空气入射到折射率为 1.40 的液体表面上, 其反射光是完全偏振光. 试求: (1) 入射角.(2) 折射角.

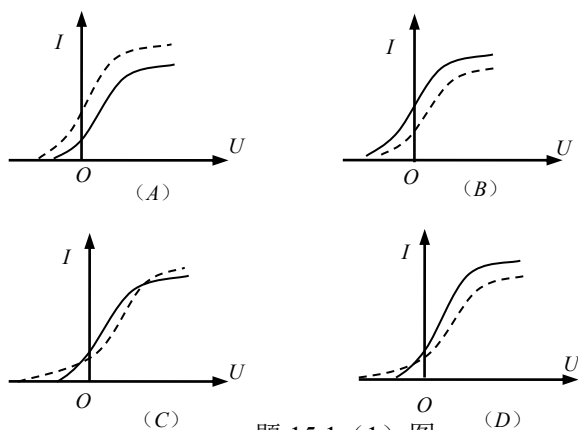
解: (1)
$$\tan i_0 = \frac{1.40}{1}, \therefore i_0 = 54^\circ 28'$$

(2)
$$\gamma = 90^\circ - i_0 = 35^\circ 32'$$

习 题 15

15.1 选择题

15.1.1 用一定频率的单色光照射在某种金属上,测出其光电流 I 与电势差 U 的关系曲线如题 15.1(1) 图中实线所示. 然后在光强不变的条件下增大照射光的频率, 测出其光电流与电势差的关系曲线, 用虚线表示. 符合题意的图是 ()



题 15.1 (1) 图

[答案: D. 光强度 I_ϕ 不变, 光的频率 ν 增大, 光子数 (光子密度) N_ϕ 减少, 则逸出光电子数 N_e 减少, 饱和光电流 I_e 减少; 光的频率 ν 增大, 由爱因斯坦光电效应方程 $\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A$ 知初动能增大, 则遏止电压增加。]

15.1.2 康普顿散射的主要特点是 ()

- (A) 散射光的波长均与入射光的波长相同, 与散射角、散射体性质无关.
- (B) 散射光中既有与入射光波长相同的, 也有比入射光波长长的和比入射光波长短的, 这与散射体性质有关.
- (C) 散射光的波长均比入射光的波长短, 且随散射角增大而减小, 但与散射体的性质无关.
- (D) 散射光中有些光的波长比入射光的波长长, 且随散射角增大而增大, 有些散射光波长与入射光波长相同, 这都与散射体的性质无关.

[答案: D。]

15.1.4 关于不确定关系 $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$, 有以下几种理解:

- (a) 粒子的动量不可能确定;
- (b) 粒子的坐标不可能确定;
- (c) 粒子的动量和坐标不可能同时准确地确定;
- (d) 不确定关系不仅适用于电子和光子, 也适用于其他粒子.

其中正确的是 ()

- (A) (a)、(b).
- (B) (c)、(d).
- (C) (a)、(d).
- (D) (b)、(d).

[答案: B。]

15.2 填空题

15.2.1 氢原子从能量为 -0.85 eV 的状态跃迁到能量为 -3.4 eV 的状态时, 所发射的光子能量是 _____ eV , 这是电子从 $n = \underline{\hspace{1cm}}$ 的能级到 $n = 2$ 的能级的跃迁.

[答案: 2.55; 4. $E=h\nu=E_2-E_1=-0.85-(-3.4)=2.55\text{eV}$; $E=\frac{-13.58}{n^2}=-0.85$, 则 $n=4$ 。]

15.2.2 光子波长为 λ , 则其能量 ε =_____ ; 动量的大小 p =_____ ; 质量 m =_____ .

[答案: hc/λ ; h/λ ; $h/(c\lambda)$ 。德布罗意关系式, $\varepsilon=h\nu=hc/\lambda$; $p=h/\lambda$; $mc=p=h/\lambda$]

15.3.3 从铝中移出一个电子需要 4.2eV 的能量, 今有波长为 200nm 的光投射到铝表面. 试问: (1) 由此发射出来的光电子的最大动能是多少?(2)遏止电势差为多大?(3)铝的截止(红限)波长有多大?

解: (1)已知逸出功 $A=4.2\text{eV}$, 据光电效应公式 $h\nu=\frac{1}{2}mv_m^2+A$

则光电子最大动能:

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2000 \times 10^{-10}} - 4.2 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.23 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.0 \text{ eV} \end{aligned}$$

(2) 由实验可知 $eU_a = E_{k\max} = \frac{1}{2}mv_m^2$

$$\text{得遏止电势差} \quad U_a = \frac{3.23 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.0 \text{ V}$$

(3)红限频率 ν_0 , $h\nu_0 = A$, 又 $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$

$$\text{截止波长} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4.2 \times 1.60 \times 10^{-19}} = 2.96 \times 10^{-7} \text{ m} = 296 \text{ nm}$$

15.3.5 设太阳照射到地球上光的强度为 $8 \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$, 如果平均波长为 500nm , 则每秒钟落到地面上 1m^2 的光子数量是多少?若人眼瞳孔直径为 3 mm , 每秒钟进入人眼的光子数是多少?

解: 一个光子能量 $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

1 秒钟落到 1m^2 地面上的光子数为

$$\begin{aligned} n &= \frac{8}{E} = \frac{8\lambda}{hc} = \frac{8 \times 5 \times 10^{-7}}{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \\ &= 2.01 \times 10^{19} \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \end{aligned}$$

每秒进入人眼的光子数为

$$\begin{aligned} N &= n \frac{\pi d^2}{4} = 2.01 \times 10^{19} \times 3.14 \times 3^2 \times 10^{-6} / 4 \\ &= 1.42 \times 10^{14} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

15.3.9 波长 $\lambda_0=0.0708\text{nm}$ 的 X 射线在石蜡上受到康普顿散射, 求在 $\pi/2$ 和 π 方向上所散射的 X 射线波长各是多大.

解: 在 $\varphi=\pi/2$ 方向上:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{2 \times 6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \sin \frac{\pi}{4} = 0.00243 \text{ nm}$$

散射波长 $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 0.0708 + 0.00243 = 0.0731 \text{ nm}$

在 $\varphi=\pi$ 方向上

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{2h}{m_0c} = 0.00486 \text{ nm}$$

散射波长 $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 0.0708 + 0.00486 = 0.0756 \text{ nm}$