

# 二分查找

1. 一般而言，对于包含 $n$ 个元素的列表，用二分查找最多需要 $\log_2 n$ 步，而简单查找最多需要 $n$ 步。
2. 缺陷:仅当列表是有序的时候，二分查找才管用。例如，电话簿中的名字是按字母顺序排列的，因此可以使用二分查找来查找名字。
3. C++代码实现如下:

```
//二分查找
#include <iostream>
using namespace std;
int binary_finding(double *arr,int size,double target_)
{
    int low = 0;
    int high = size - 1;
    int mid = (low + high) / 2;
    double guess = arr[mid];
    while (low <= high)
    {
        if (guess == target_)
        {
            cout << "找到了目标元素" << target_ << "该元素在原数组中对应的下标为" <<
mid << endl;
            return mid;
        }
        else if (guess > target_)
        {
            high = mid - 1;
        }
        else if (guess < target_)
        {
            low = mid + 1;
        }
        cout << "没有找到目标元素" << endl;
        return 0;
    }
}
int main()
{
    int n;
    cout << "请输入待查找的数组元素的个数" << endl;
    cin >> n;
    double* num = new double[n];
    cout << "请依次输入待查找数组的各元素信息(相邻两个元素的输入用空格或者换行符隔开)"
<< endl;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        cin >> *(num + i);
    }
}
```

```
double target;
cout << "请输入待查找的元素的值" << endl;
cin >> target;
binary_finding(num, n, target);

delete[] num;
}
```

4. Python代码实现如下:

```
def binary_search(list, item):
    low = 0
    high = len(list)-1
    while low<=high:
        mid = (low+high)//2
        guess = list[mid]
        if guess == item:
            return mid
        if guess > item:
            high = mid-1
        else:
            low = mid+1
    return None
my_list = [1,3,5,7,9]
print (binary_search(my_list,3))
print (binary_search(my_list,-1))
```

## practices

### 1.1

Question:

假设有一个包含128个名字的有序列表，你要使用二分查找在其中查找一个名字，请问最多需要几步才能找到？

Answer:

需要 $\log_2 128 = 7$ 步.

### 1.2

Question:

上面列表的长度翻倍后，最多需要几步？

Answer:

8步.

上述列表长度翻倍 $128 \times 2 = 256$

$\log_2 256 = 8$  故需要8步

5. 运行时间的计算:

回到前面的二分查找。使用它可节省多少时间呢？简单查找逐个地检查数字，如果列表包含100个数字，最多需要猜100次。如果列表包含40亿个数字，最多需要猜40亿次。换言之，最多需要猜测的次数与列表长度相同，这被称为线性时间（linear time）。二分查找则不同。如果列表包含100个元素，最多要猜7次；如果列表包含40亿个数字，最多需猜32次。

comment:对于 $\log_2 n$  不为整数的情形,在计算运行次数时向上取整

e.g. $\log_2 100$ 不为整数,  $\log_2 64 = 6 < \log_2 100 < \log_2 128 = 7$  故我们认为对本列表的查找次数为7次.

## 大O表示法

---

一些常见的大O运行时间:

1.  $O(\log n)$ , 也叫对数时间, 这样的算法包括二分查找。
2.  $O(n)$ , 也叫线性时间, 这样的算法包括简单查找。
3.  $O(n * \log n)$ , 这样的算法包括第4章将介绍的快速排序——一种速度较快的排序算法。
4.  $O(n^2)$ , 这样的算法包括第2章将介绍的选择排序——一种速度较慢的排序算法。
5.  $O(n!)$ , 这样的算法包括接下来将介绍的旅行商问题的解决方案——一种非常慢的算法。

comment:

1. 本书使用大O表示法（稍后介绍）讨论运行时间时，log指的都是 $\log_2$ 。
2. 大O表示法指出了最糟情况下的运行时间:

假设你使用简单查找在电话簿中找人。你知道，简单查找的运行时间为 $O(n)$ ，这意味着在最糟情况下，必须查看电话簿中的每个条目。如果要查找的是Adit——电话簿中的第一个人，一次就能找到，无需查看每个条目。考虑到一次就找到了Adit，请问这种算法的运行时间是 $O(n)$ 还是 $O(1)$ 呢？简单查找的运行时间总是为 $O(n)$ 。查找Adit时，一次就找到了，这是最佳的情形，但大O表示法说的是最糟的情形。因此，你可以说，在最糟情况下，必须查看电话簿中的每个条目，对应的运行时间为 $O(n)$ 。这是一个保证——你知道简单查找的运行时间不可能超过 $O(n)$ 。

3. 算法的速度指的并非时间，而是操作数的增速
4. 谈论算法的速度时，我们说的是随着输入的增加，其运行时间将以什么样的速度增加。
5. 算法的运行时间用大O表示法表示。
6.  $O(\log n)$ 比 $O(n)$ 快，当需要搜索的元素越多时，前者比后者快得越多。

## 旅行商问题

---

有一位旅行商,他需要前往5个城市。这位旅行商(姑且称之为Opus吧)要前往这5个城市,同时要确保旅程最短。为此,可考虑前往这些城市的各种可能顺序。对于每种顺序,他都计算总旅程,再挑选出旅程最短的路线。5个城市有120种不同的排列方式。因此,在涉及5个城市时,解决这个问题需要执行120次操作。涉及6个城市时,需要执行720次操作(有720种不同的排列方式)。涉及7个城市时,需要执行5040次操作!推而广之,涉及 $n$ 个城市时,需要执行 $n!$ ( $n$ 的阶乘)次操作才能计算出结果。因此运行时间为 $O(n!)$ ,即阶乘时间。除非涉及的城市数很少,否则需要执行非常多的操作。如果涉及的城市数超过100,根本就不能在合理的时间内计算出结果——等你计算出结果,太阳都没了。这种算法很糟糕!Opus应使用别的算法,可他别无选择。这是计算机科学领域待解的问题之一。对于这个问题,目前还没有找到更快的算法,有些很聪明的人认为这个问题根本就没有更巧妙的算法。面对这个问题,我们能做的只是去找近似答案。

comment:

1. 二分查找的速度比简单查找快得多。
2.  $O(\log n)$ 比 $O(n)$ 快。需要搜索的元素越多,前者比后者就快得越多。
3. 算法运行时间并不以秒为单位。
4. 算法运行时间是从其增速的角度度量的。
5. 算法运行时间用大 $O$ 表示法表示。