
数字视频技术
DIGITAL VIDEO TECHNOLOGY

第5章 数字视频传输技术

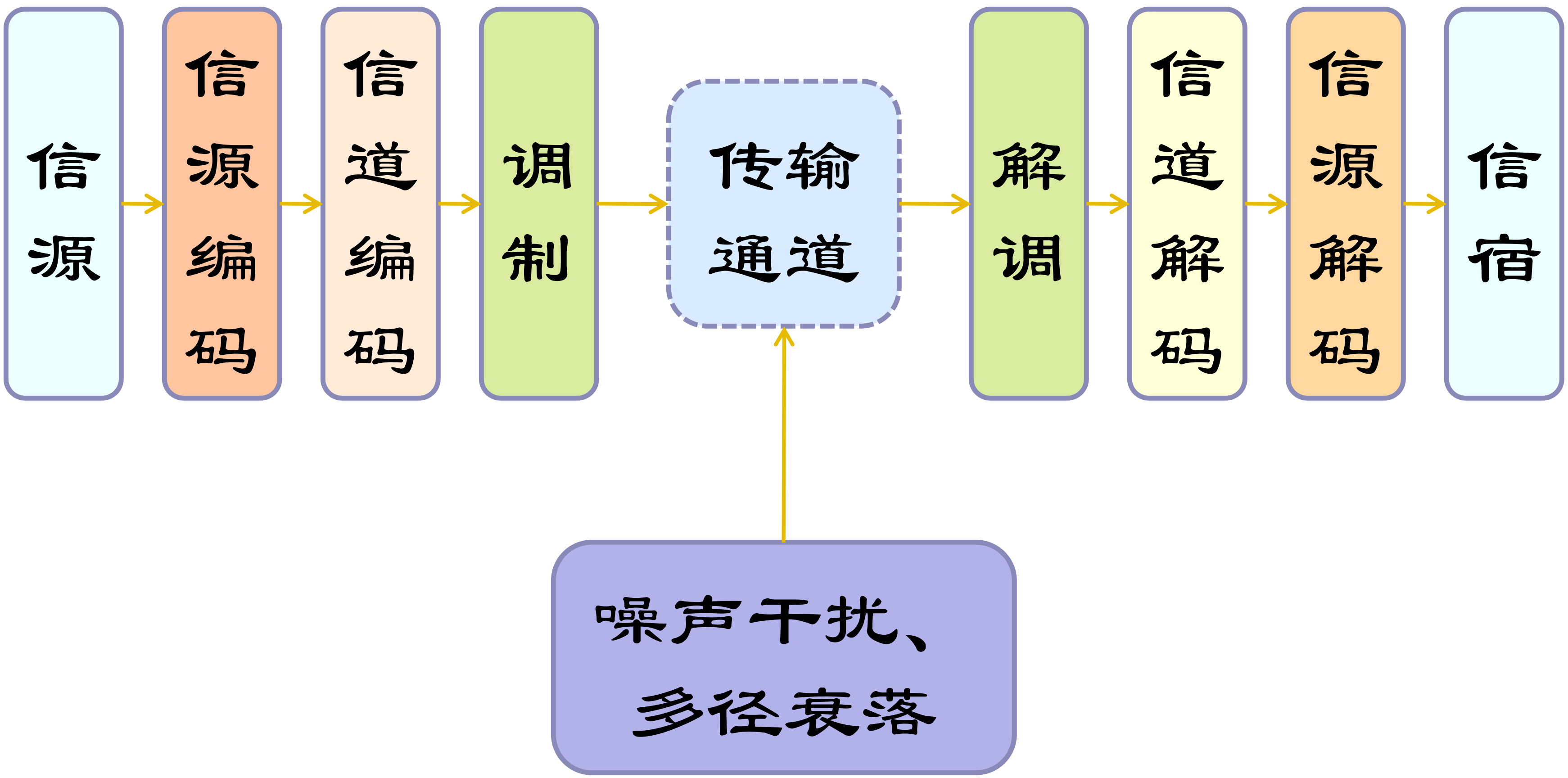
本章学习目标

- 熟悉数字电视传输系统中的常用术语和性能指标。
- 熟悉信道编码的基本概念和分类，掌握差错控制的基本原理。
- 了解**BCH**码、**RS**码、卷积码、收缩卷积码、交织、**LDPC**码的基本原理和实现方法。
- 熟悉数字信号的基本调制方式及作用。
- 掌握**QPSK**、**QAM**、**VSB**、**C-OFDM**的基本原理、实现方法及其特点。

第5章 数字视频传输技术

- 5.1 常用术语
- 5.2 信道编码技术
- 5.3 调制技术

第5章 数字视频传输技术



5.1 常用术语

1. 随机性差错：差错是随机的且相互之间是独立出现。通常由高斯白噪声引起；1～2位错误。

2. 突发性差错：由脉冲性干扰引起, 在短暂的时间内出现连续的差错，而这些短暂时间之后却又存在较长的无误码区间。

以上两种错误性质不同，可采取不同措施处理 ！

3. 混合性差错：既存在随机差错又有突发性差错。

5.2 信道编码技术

- 5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类
- 5.2.2 BCH 码
- 5.2.3 RS码
- 5.2.4 卷积码和维特比译码
- 5.2.5 分组交织和卷积交织
- 5.2.6 串行级联码
- 5.2.7 低密度奇偶校验码

5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类

1. 检错重发（ARQ）（包括停发等候重发、返回重发和选择重发）

能够发现错误

发 收

应答信号

ARQ：自动重复请求发送

2. 前向纠错（FEC）

可以纠正错误

发 收

发送端发送有纠错能力的码（纠错码），接收端收到这些纠错码后，译码器自动地纠正传输中的错误。

3. 混合纠错（HEC）

可以发现和纠正错误

发 收

应答信号

上述两种方式的结合。发端发送的码既能检错、又有一定的纠错能力。收端译码时若发现错误个数在码的纠错能力以内，则自动进行纠错；若错误个数超过了码的纠错能力，但能检测出来，则通过反馈信道告知发方重发。

比较：译码复杂性、实时性和占用传输链路(单向还是双向)

5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类

- **差错控制的基本原理**

在信息码元之后附加一些监督码元。

信息码元：又称信息序列或信息位，是发送端由信源编码给出的信息数据比特。

监督码元：

监督码元与信息码元之间以某种确定的规则相互关联，接收端按照既定的规则检验出关联关系，如这种规则受到破坏，将会发现错误，乃至纠正错误。

5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类

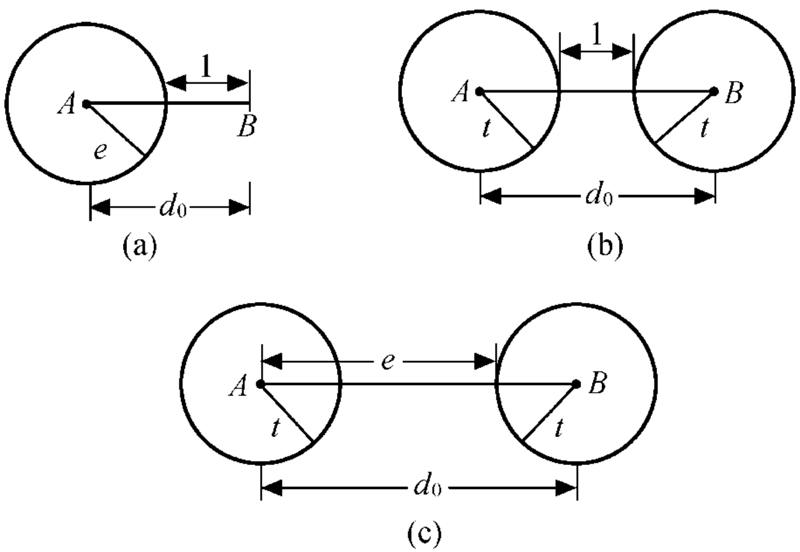
- **检错和纠错能力与最小码距 d_0 的关系**

码距：两个码组对应位上不同的数目。 码重：码组中“1”的数目。

(*a*) 为了检测e个错误， $d_0 \geqq e+1$

(*b*) 为了纠正t个错误 $d_0 \geqq 2t+1$

(*c*) 为了同时检测e个错误，纠正t个错误 $d_0 \geqq e+t+1$



结论：最小码距决定检错和纠错能力

5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类

假设在随机信道中发“0”和发“1”的概率相同，在码长为n的码组中恰好发生 r个错误的概率为：(p为误码率)

$$P_n(r) = C_n^r p^r (1-p)^{n-r} \approx \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r$$

当码长 n=7 ，误码率 $p = 10^{-3}$ 时，则有：

$$P_7(1) \approx 7p = 7 \times 10^{-3}$$

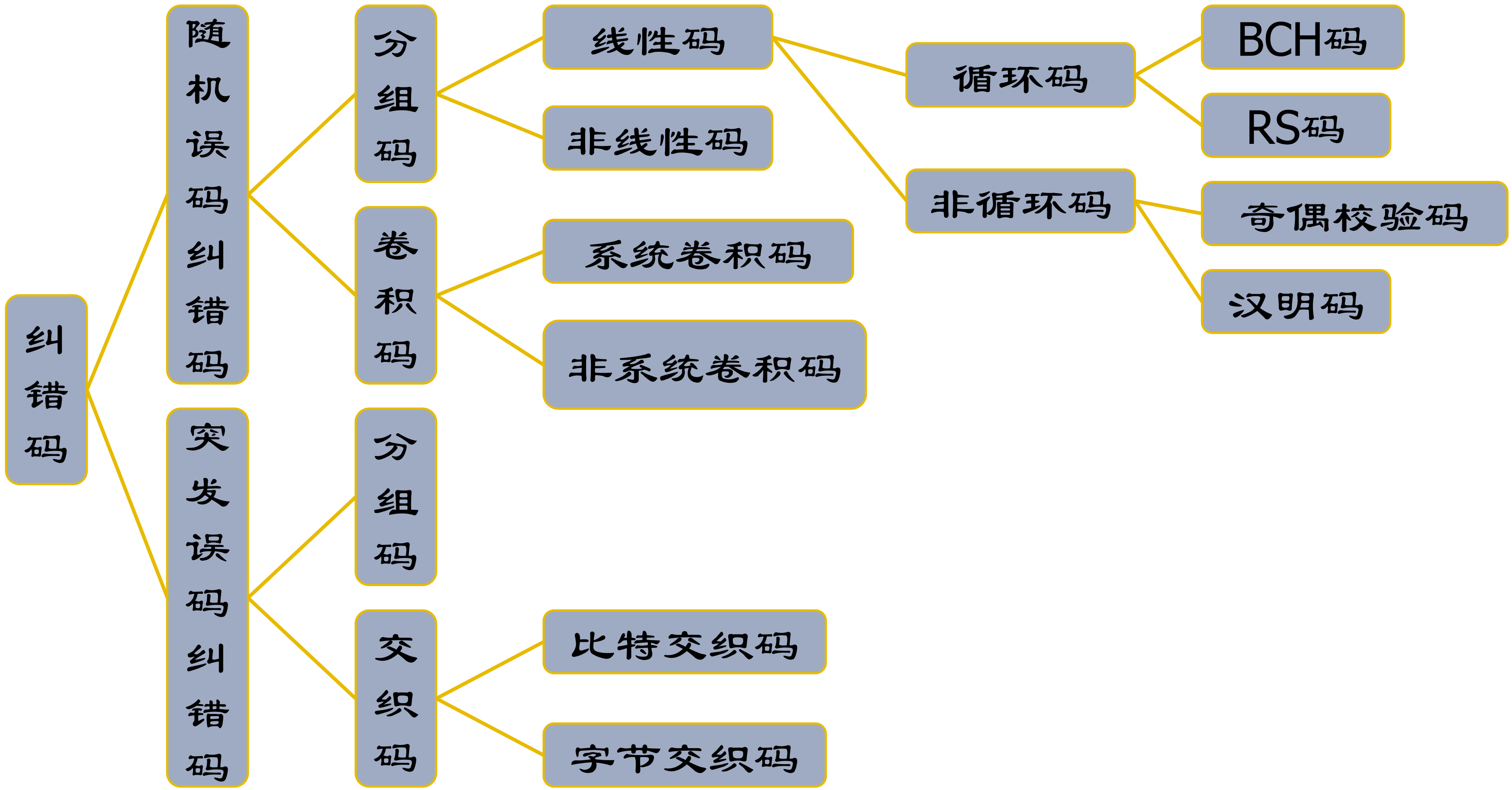
$$P_7(2) \approx 21p^2 = 2.1 \times 10^{-5}$$

$$P_7(3) \approx 35p^3 = 3.5 \times 10^{-8}$$

结论：采用差错控制编码，即使仅能纠正（或检测）1～2个错误，就能使误码率下降几个数量级。

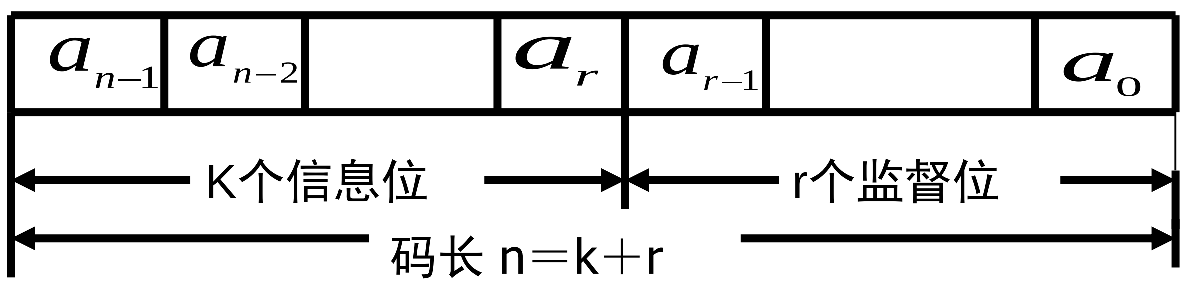
5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类

- 信道编码的分类



5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类

分组码：将信息码元分组，为每组信息码元后面附加若干位监督码元，且监督码元仅监督本码组中的信息码元。



$\underbrace{010}_{k}$ 101 010 001 110 ⇒ $\overbrace{010\underbrace{xxxx}_{r}}^{n}$ 101xxxx 010 xxxx

卷积码：卷积码也是先将信息序列分组，后面附加监督位，但是监督位不但与本码组的信息位有关，还与前面码组的信息位有关，或者说监督位不仅监督本码组的信息位还监督其它码组的信息位。

5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类

- 信道编码的分类

系统码： 就是信息位在前，监督位在后的码字。

非系统码： 信息位与监督位之间无特定的位置关系。

5.2 信道编码技术

- 5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类
- **5.2.2 BCH 码**
- 5.2.3 RS码
- 5.2.4 卷积码和维特比译码
- 5.2.5 分组交织和卷积交织
- 5.2.6 串行级联码
- 5.2.7 低密度奇偶校验码

5.2.2 BCH码

- **BCH码是一类最重要的循环码，能纠正多个随机错误，它是1959年由Bose、Chaudhuri及Hocquenghem各自独立发现的二元线性循环码，人们用他们的名字字头命名为BCH码。**
- **在BCH码中，先说明我们希望它能纠错的个数，然后构造这种码。**

5.2.2 BCH码

- 有限域
  - 运算自封：一个集合中的元素经过某种运算（例如加减乘除）后仍为集合中的元素时，称为运算自封。
  - 域：运算自封元素的集合叫做域**F**（**Field**）。
  - 有限域：当域中元素为有限数**p**时，称为有限域或**p**元域。有限域理论是由数学家伽罗华（**Galois**）所创立的，因此又称为伽罗华域，并记为**GF(p)**。
  - 普通代数中全体有理数的集合叫有理域，全体实数的集合叫实数域。全体复数的集合叫复数域。它们都是无限域。

5.2.2 BCH码

- 有限域中运算满足
  - **交换律**:a+b=b+a, a·b=b ·a
  - **结合律**:(a+b)+c=a+(b+c), a·(b·c)=(a·b) ·c
  - **分配律**:a ·(b+c)=a ·b+a ·c
- 经常用到的有限域是二元域GF(2)，它有两个元素“0”和“1”，其加法和乘法分别为：

加法	乘法
0+0＝0	0*0＝0
0+1＝1	0*1＝0
1+0＝1	1*0＝0
1+1＝0	1*1＝1

5.2.2 BCH码

■ 系数在GF(2)中的多项式叫做二元域上的多项式。

二元域上多项式的加减乘除等运算在原理上和普通代数多项式的运算相同。

例如：对码字多项式$C(x)=c_{n-1}x^{n-1}+ c_{n-2}x^{n-2}+\ldots+ c_1x+ c_0$有

$x^i+ x^i=0, c_i+ c_i=0, c_i^2=c_i \,.\, c_i=c_i$

并且减法就是加法。加法符号为“$\oplus$”或简记为“+”。

■ 既约多项式　又称不可约多项式，它不能分解为次数更低的多项式的乘积。

■ 例如，$x^2 +x + 1$和$x^4 +x +1$为不可约多项式；而x^2+1不是既约多项式，因为$(x+1)^2= x^2 +x+x + 1= x^2 +1$

5.2.2 BCH码

- 和普通代数一样，对于多项式$f(x)$,如果$f(a)=0$,则称a为多项式的根，例如$(x+1)^2$的根为1。显然，既约多项式的根不能在二元域内，但是可以像实数根扩展到复数根那样，将既约多项式的根在二元域的扩展域中表示出来。
- 以二次既约多项式$1+x+x^2$为例，可以把二元域中的元“0”和“1”扩充一位，表示成0 = (00)，1=(01)。如果a是$1+x+x^2$的根，则可令a=(10)。再由$1+a+a^2 = 0$，可得$a^2 = 1+a=(01)+(10)=11$，这样就得到一个具有两位数字的扩展域GF(4)，它包含0、1、a、 a^2四个元。

5.2.2 BCH码

- 可以将GF(p)延伸为一个含有p^m个元素的域，称为GF(p)的扩展域，表示为GF(p^m)，m是一个非零正整数。注意：GF(p)是GF(p^m)的子集。
- 二元域GF(2)是扩展域GF(2^m)的一个子域，类似于实数域是复数域的一个子域一样。除了数字0和1之外，在扩展域中还有特殊的元素，用一个新的符号a表示。GF(2^m)中任何非0元素都可由a的幂次表示。

5.2.2 BCH码

- **有限元素的集合GF(2^m)，只能含有2^m个元素，并且对乘法封闭，其约束条件为：**

$$a^{(2^m-1)}+1=0$$

- **根据这个多项式限制条件，任何幂次等于或超过2^m-1的域元素都可降阶为下述幂次小于2^m-1的元素：**

$$a^{(2^m+n)}=a^{(2^m-1)}a^{n+1}=a^{n+1}$$

- **这样，GF(2^m)的元素可表示为：**

$$GF(2^m)=\{0,a^0,a^1,a^2,\cdots,a^{2^m-2}\}$$

5.2.2 BCH码

- 扩展域GF(2^m)中的加法
  - 在GF(2^m)中，将每个非0元素用多项式$a_i(x)$表示，其系数至少有一个不为0。对于i=0,1, 2,…,2^m-2，有：

$$a^i = a_i(x)$$
$$= a_{i,0}+a_{i,1}x+a_{i,2}x^2+\ldots+a_{i,m-1}x^{m-1}$$

  - 考虑m=3,有限域表示为GF(2^3),下表为上式描述的基本元素$\{x^0,x^1,x^2\}$映射为7个元素$\{a^i\}$和一个0元素。表中的各行是二进制数字序列，代表上式中的系数$a_{i,0}$、$a_{i,1}$、$a_{i,2}$的取值。

域元素		基本元素		
		x^0	x^1	x^2
	0	0	0	0
	a^0	1	0	0
	a^1	0	1	0
	a^2	0	0	1
	a^3	1	1	0
	a^4	0	1	1
	a^5	1	1	1
	a^6	1	0	1
	a^7	1	0	0

多项式为$f(x)=1+x+x^3$的GF(8)的元素与基本元素之间的映射

5.2.2 BCH码

- 有限域中两个元素的加法定义为两个多项式中同幂次项系数进行模2加，即

$$a^i+a^j=(a_{i,0}+a_{j,0})+(a_{i,1}+a_{j,1})x+\dots+(a_{i,m-1}+a_{j,m-1})x^{m-1}$$

- 有限域的本原多项式：因为这些函数用来定义有限域 $GF(2^m)$。

一个多项式是本原多项式的充要条件：一个m阶的不可约多项式f(x)，如果f(x)整除x^n+1的最小正整数n满足$n=2^m-1$，则该多项式是本原的。

5.2.2 BCH码

- **例：本原多项式的辨别**

(1) $p_1(x)=1+x+x^4$

(2) $p_2(x)=1+x+x^2+x^3+x^4$

分析: (1)通过验证这个幂次为m=4的多项式是否能够整除 $x^n+1=x^{2^m-1}+1=x^{15}+1$,但不能整除$1\le n<15$范围内的x^n+1，就可以确定它是否为本原多项式。经反复计算，$p_1(x)$是本原多项式，$p_2(x)$不是，因为它能整除x^5+1。

5.2.2 BCH码

- 部分本原多项式

m		m	
3	$1+x+x^3$	11	$1+x^2+x^{11}$
4	$1+x+x^4$	12	$1+x+x^4+x^6+x^{12}$
5	$1+x^2+x^5$	13	$1+x+x^3+x^4+x^{13}$
6	$1+x+x^6$	14	$1+x+x^6+x^{10}+x^{14}$
7	$1+x^3+x^7$	15	$1+x+x^{15}$
8	$1+x^2+x^3+x^4+x^8$	16	$1+x+x^3+x^{12}+x^{16}$
9	$1+x^4+x^9$	17	$1+x^3+x^{17}$
10	$1+x^3+x^{10}$	18	$1+x^7+x^{18}$

5.2.2 BCH码

- 考虑一个本原多项式定义的有限域的例子
  - **选择$p(x)=1+x+x^3$，多项式的幂次为$m=3$,所以由$p(x)$所定义的域中包含了$2^m=2^3=8$个元素。求解$p(x)$的根就是指找到x使$p(x)=0$。我们所熟悉的二进制数0和1不能满足，因为$p(1)=1,p(0)=1$（运用模2运算)。由基本代数学理论知道，对于幂次为m的多项式必然有m个根。**
  - **对于这个例子，$p(x)=0$有3个根，由于这3个根不可能位于与$p(x)$系数相同的有限域中，而是位于扩展域$GF(2^3)$中。用扩展域的元素a来定义多项式$p(x)$的根，可写成如下形式：$p(a)=0$。**

5.2.2 BCH码

即 $1+a+a^3=0 \Longrightarrow a^3=1+a$

这意味着a^3可以表示为更低阶a项的加权和。

类似地有：

$a^4=a*a^3=a*(1+a)=a+a^2$

$a^5=a*a^4=a*(a+a^2)=a^2+a^3=1+a+a^2$

$a^6=a*a^5=a*(1+a+a^2)=a+a^2+a^3=1+a^2$

$a^7=a*a^6=a*(1+a^2)=a+a^3=1=a^0$

所以，有限域$GF(2^3)$的8个元素为

$\{0,a^0,a^1,a^2,a^3,a^4,a^5,a^6\}$

5.2.2 BCH码

- **这8个元素中哪些是$p(x)=0$的3个根呢？我们可通过枚举找到！**

$p(a^0)=1$，a^0不是

$p(a^1)=1+a+a^3=0$，a^1是

$p(a^2)=1+a^2+a^6=1+a^0=0$，a^2是

$p(a^3)=1+a^3+a^9=1+a^3+a^2=1+a^5=a^4$，$a^3$不是

$p(a^4)=1+a^4+a^{12}=1+a^4+a^5=1+a^0=0$，$a^4$是

同理可计算$p(a^5)$、$p(a^6)$都不等于0，

所以

$p(x)=1+x+x^3$的3个根是a, a^2, a^4

5.2.2 BCH码

$p(x)=1+x+x^3$, GF(8)加法运算表

+	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6
a^0	0	a^3	a^6	a^1	a^5	a^4	a^2
a^1	a^3	0	a^4	a^0	a^2	a^6	a^5
a^2	a^6	a^4	0	a^5	a^1	a^3	a^0
a^3	a^1	a^0	a^5	0	a^6	a^2	a^4
a^4	a^5	a^2	a^1	a^6	0	a^0	a^3
a^5	a^4	a^6	a^3	a^2	a^0	0	a^1
a^6	a^2	a^5	a^0	a^4	a^3	a^1	0

5.2.2 BCH码

p(x)=1+x+x3, GF(8)乘法运算表

$\times$	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6
a^0	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6
a^1	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^0
a^2	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^0	a^1
a^3	a^3	a^4	a^5	a^6	a^0	a^1	a^2
a^4	a^4	a^5	a^6	a^0	a^1	a^2	a^3
a^5	a^5	a^6	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4
a^6	a^6	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5

5.2.2 BCH码

- **如果GF(p)上的所有元素(除0外)都可表示为某元素a的幂，则a称为GF(p)上的本原元。**
- **例：考虑GF(5)，因为p=5是个素数，模算数可以进行。考虑该域上的元素2，**

$2^0=1 \pmod 5=1$, $2^1=2 \pmod 5=2$

$2^2=4 \pmod 5=4$, $2^3=8 \pmod 5=3$

因此，所有GF(5)上的非零元素，即{1,2,3,4}都可以表示成2的幂，故2是GF(5)上的本原元；大家可以验证，3也是GF(5)上的本原元。

5.2.2 BCH码

- **$GF(p^m)$中，在模p(x)运算下的扩域上，x所表示的元素是本原元。**
- **例如: 用本原多项式$p(x)=1+x+x^3$ 来构造GF(8)，设GF(8)上的本原元为a, 通过将a的幂模p(a)得到GF(8)上的所有元素。**

a的幂	GF(8)上的元素
a^0	1
a^1	a
a^2	a^2
a^3	$a+1$
a^4	a^2+a
a^5	a^2+a+1
a^6	a^2+1

5.2.2 BCH码

- **定理:**设$b_1,b_2,\ldots,b_{p-1}$为GF(p)上的非零域元素，则$x^{p-1}+1=(x+b_1)(x+b_2)\ldots(x+b_{p-1})$
- 从循环码知识知道，为了找到分组长度为n的循环码的生成多项式，首先分解x^n+1,因此x^n+1可以表示为多个因子的乘积，即

  $$x^n+1=f_1(x)f_2(x)\ldots f_w(x)$$
- 在扩展域$GF(p^m)$中，$n=p^m-1$

5.2.2 BCH码

- 例：考虑GF(2)和它的扩展域GF(8)。这里p=2,m=3,对x^7+1进行分解

$$x^7+1=(x+1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$$

同时我们知道，GF(8)中的非零元素为$1, a, a+1, a^2, a^2+1, a^2+a, a^2+a+1$,因此我们可以写为

$$x^7+1=(x+1)(x+a)(x+a+1)(x+a^2)$$

$$(x+a^2+1)(x+a^2+a)(x+a^2+a+1)$$

$$=(x+1)[(x+a)(x+a^2)(x+a^2+a)]$$

$$[(x+a+1)(x+a^2+1)(x+a^2+a+1)]$$

而在GF(8)上，有

$$x^3+x+1= (x+a)(x+a^2)(x+a^2+a)$$

$$x^3+x^2+1=(x+a+1)(x+a^2+1)(x+a^2+a+1)$$

5.2.2 BCH码

极小多项式 $f_i(x)$	对应的根	元素用a的幂表示
$x+1$	1	a^0
x^3+x+1	a，a^2和a^2+a	a^1，a^2，a^4
x^3+x^2+1	$a+1$，a^2+1和a^2+a+1	a^3，a^6，a^5

5.2.2 BCH码

- 若循环码的生成多项式具有如下形式：

$g(x)=LCM[m_1(x),m_3(x),\ldots,m_{2t-1}(x)]$

其中LCM表示最小公倍式，t为纠错个数，$m_i(x)$为素多项式，则由此生成的循环码称为BCH码，其最小码距 $d \geq d_0 = 2t+1$ (d_0称为设计码距)，它能纠正t个随机独立差错。

- BCH码的码长$n=2^m-1$或是$n=2^m-1$的因子

本原BCH码

非本原BCH码

5.2.2 BCH码

- **对一个分组长度$n=p^m-1$、确定可纠t个错误的BCH码的生成多项式的步骤：**

（1）选取一个次数为m的素多项式并构造$GF(p^m)$

（2）求$a^i, i=0,1,2,\ldots n-2$的极小多项式$f_i(x)$

（3）可纠t个错误的码的生成多项式为

$$g(x)=LCM[f_1(x),f_2(x),\ldots,f_{2t}(x)]$$

用这种方法设计的码至少能纠t个错误，在很多情况下，这些码能纠多于t个错误！！因此$d=2t+1$称为码的设计距离，其最小距离$d^*\geq 2t+1$。

注意：一旦确定了n和t，我们便可以确定BCH码的生成多项式。

5.2.2 BCH码

- 例：考虑GF(2)上的本原多项式$p(a)=a^4+a+1$，我们将以此来构造GF(16),设a为本原元。GF(16)上以a的幂表示形式的元素及它们对应的极小多项式为：

a的幂	GF(16)的元素	极小多项式
a^0	1	$x+1$
a^1	a	x^4+x+1
a^2	a^2	x^4+x+1
a^3	a^3	$x^4+x^3+x^2+x+1$
a^4	$a+1$	x^4+x+1
a^5	a^2+a	x^2+x+1
a^6	a^3+a^2	$x^4+x^3+x^2+x+1$
a^7	a^3+a+1	x^4+x^3+1
a^8	a^2+1	x^4+x+1
a^9	a^3+a	$x^4+x^3+x^2+x+1$
a^{10}	a^2+a+1	x^2+x+1
a^{11}	a^3+a^2+a	x^4+x^3+1

5.2.2 BCH码

- 我们希望确定纠单个错的BCH码的生成多项式，即t=1且n=15。一个BCH码的生成多项式由$LCM[f_1(x),f_2(x),\ldots,f_{2t}(x)]$给出，利用前面的表我们可获得极小多项式$f_1(x)$和$f_2(x)$，于是有：

$$g(x)=LCM[f_1(x),f_2(x)]$$

$$=LCM[(x^4+x+1),(x^4+x+1)]$$

$$=x^4+x+1$$

因为deg g(x)=n-k，可得n-k=4，所以k=11,于是得到纠单个错误的BCH(15,11)码的生成多项式。该码的设计距离为d=2t+1=3，可以计算该码的实际最小距离d*也是3。

5.2.2 BCH码

如果希望纠2个错误，且n=15。则其生成多项式为

$$
\begin{aligned}
g(x) &= LCM[f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)] \\
&= LCM[(x^4+x+1), (x^4+x+1), \\
&\qquad (x^4+x^3+x^2+x+1), (x^4+x+1)] \\
&= (x^4+x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1) \\
&= x^8+x^7+x^6+x^4+1
\end{aligned}
$$

因为deg $g(x)=n-k=8$，所以$k=7$,于是我们得到纠2个错误的BCH(15,7)码的生成多项式。该码的设计距离为$d=2t+1=5$，可以计算该码的实际最小距离d^*也是5。

5.2.2 BCH码

如果希望纠3个错误，且n=15。则其生成多项式为

$$g(x)=LCM[f_1(x),f_2(x),f_3(x),f_4(x),f_5(x),f_6(x)]$$

$$= (x^4+x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)$$

$$= x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2+x+1$$

因为deg g(x)=n-k=10，所以k=5,于是我们得到纠3个错误的BCH(15,5)码的生成多项式。该码的设计距离为d=2t+1=7，可以计算该码的实际最小距离d*也是7。

5.2.2 BCH码

如果希望纠4个错误，且n=15。则其生成多项式为

$$g(x)=LCM[f_1(x),f_2(x),f_3(x),f_4(x),$$
$$f_5(x),f_6(x),f_7(x),f_8(x)]$$
$$=(x^4+x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$$
$$\bullet(x^2+x+1)(x^4+x^3+1)$$
$$=x^{14}+x^{13}+x^{12}+x^{11}+x^{10}+x^9+x^8+x^7$$
$$+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$$

因为deg g(x)=n-k=14，所以k=1。(简单的重复码)。于是我们得到纠4个错误的BCH(15,1)码的生成多项式。该码的设计距离为d=2t+1=9，可以计算该码的实际最小距离d*是15。在此情况下，设计距离不等于实际最小距离，码设计得太过度了，该码实际可纠(d*-1)/2=7个随机错误！

5.2.2 BCH码

- 例: BCH(15,5)码，可纠正3个随机独立差错，即t=3

$$d \geq d_0 = 2t + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$n=15=2^m-1$, so $m=4$

查不可约多项式表可得

$m_1(x)=(23)_8=010011=x^4+x+1$

$m_3(x)=(37)_8=011111=x^4+x^3+x^2+x+1$

$m_5(x)=(07)_8=000111=x^2+x+1$

这样 $g(x)=LCM[m_1(x),m_3(x),m_5(x)]$

$=(x^4+x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)$

$= x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2+x+1$

5.2.2 BCH码

- 例: BCH(31,16)码，可纠正3个随机独立差错，即t=3

$$d \geq d_0 = 2t+1 = 2\times 3+1 = 7$$

$n=31=2^m-1$, so $m=5$

查不可约多项式表可得

$m_1(x)=(45)_8=100101=x^5+x^2+1$

$m_3(x)=(75)_8=111101=x^5+x^4+x^3+x^2+1$

$m_5(x)=(67)_8=110111=x^5+x^4+x^2+x+1$

这样 $g(x)=LCM[m_1(x),m_3(x),m_5(x)]$

$= x^{15}+x^{11}+x^{10}+x^9+x^8+x^7+x^5$

$+x^3+x^2+x+1$

5.2.2 BCH码

n≤ 31的本原BCH码

n	k	t	g(x)
7	4	1	13
15	11	1	23
15	7	2	721
15	5	3	2467
31	26	1	45
31	21	2	3551
31	16	3	107657
31	11	5	5423325
31	6	7	313365047

5.2.2 BCH码

- **BCH码的译码**

- **根据生成多项式，可以构造出快速的硬件编码器，而对于BCH码的译码，由于它是循环码的一个子类，任何对循环码的标准译码过程都适用于BCH码。**
- **专门针对BCH码的更高效的算法是:**

  Gorenstein-zierler译码算法

5.2 信道编码技术

- 5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类
- 5.2.2 BCH 码
- **5.2.3 RS码**
- 5.2.4 卷积码和维特比译码
- 5.2.5 分组交织和卷积交织
- 5.2.6 串行级联码
- 5.2.7 低密度奇偶校验码

5.2.3 RS码

- 1960年MIT Lincoln实验室的S. Reed和G. Solomon在*Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*上发表的一篇论文：Polynomial Codes over Certain Finite Fields (某些有限域上的多项式码)
- RS码的编码系统是建立在比特组基础上的，即字节，而不是单个的0和1，因此它是非二进制BCH码，这使得它处理突发错误特别好。

备注：在许多现实生活的信道中，错误不是随机的，而是突发的。例如，在一个移动通信信道中，信号衰退导致突发错误。当错误连续发生时，我们称它们为突发错误。

5.2.3 RS码

- **对于任意选取的正整数s，可构造一个相应码长为$n=q^s-1$的q进制BCH码，其中码元符号取自有限域GF(q)，而q为素数的幂。当s=1, q>2时所建立的码长为n=q-1的q进制BCH码，称为RS码。当$q=2^m(m>1)$，码元符号取自域$GF(2^m)$的二进制RS码可用来纠正突发错误。**
- **输入信息分为k*m比特一组，即每个符号有m比特，k个符号形成一组。**

5.2.3 RS码

一个可纠t个符号错误的RS码，有如下参数：

码长：$n=2^m-1$符号 或 $m(2^m-1)$ bit

信息段：k 符号 或 km bit

监督段：n-k=2t 符号 或 m(n-k)=2mt bit

最小码距：d=2t+1符号 或 md=m(2t+1) bit

例：试构造一个能纠3个错误符号，码长n=15,m=4的RS码。

解：已知t=3,n=15,m=4, 所以有

码距：d=2t+1=7个符号(28bit)

监督段：2t=6个符号(24bit)

信息段：n-6=9个符号(36bit)

码长：n=15个符号(60bit)

因此该码是(15,9)RS码，也可看作是(60,36)二进制码。

5.2.3 RS码

最小距离为d的RS码生成多项式应具有如下形式：

$$g(x)=(x+a)(x+a^2)\ldots(x+a^{d-1})$$

本例中，d=7

$$g(x)=(x+a)(x+a^2)\ldots(x+a^6)$$

$$=x^6+a^{10}x^5+a^{14}x^4+a^4x^3+a^6x^2+a^9x+a^6$$

其中a^i是GF(q)中的一个元素。

RS码生成多项式的次数总是2t！

5.2.3 RS码

- 数字电视中的**RS**码

  - **为了适应不同的码组长度可使用截短的RS码，例如DVB和GA。**

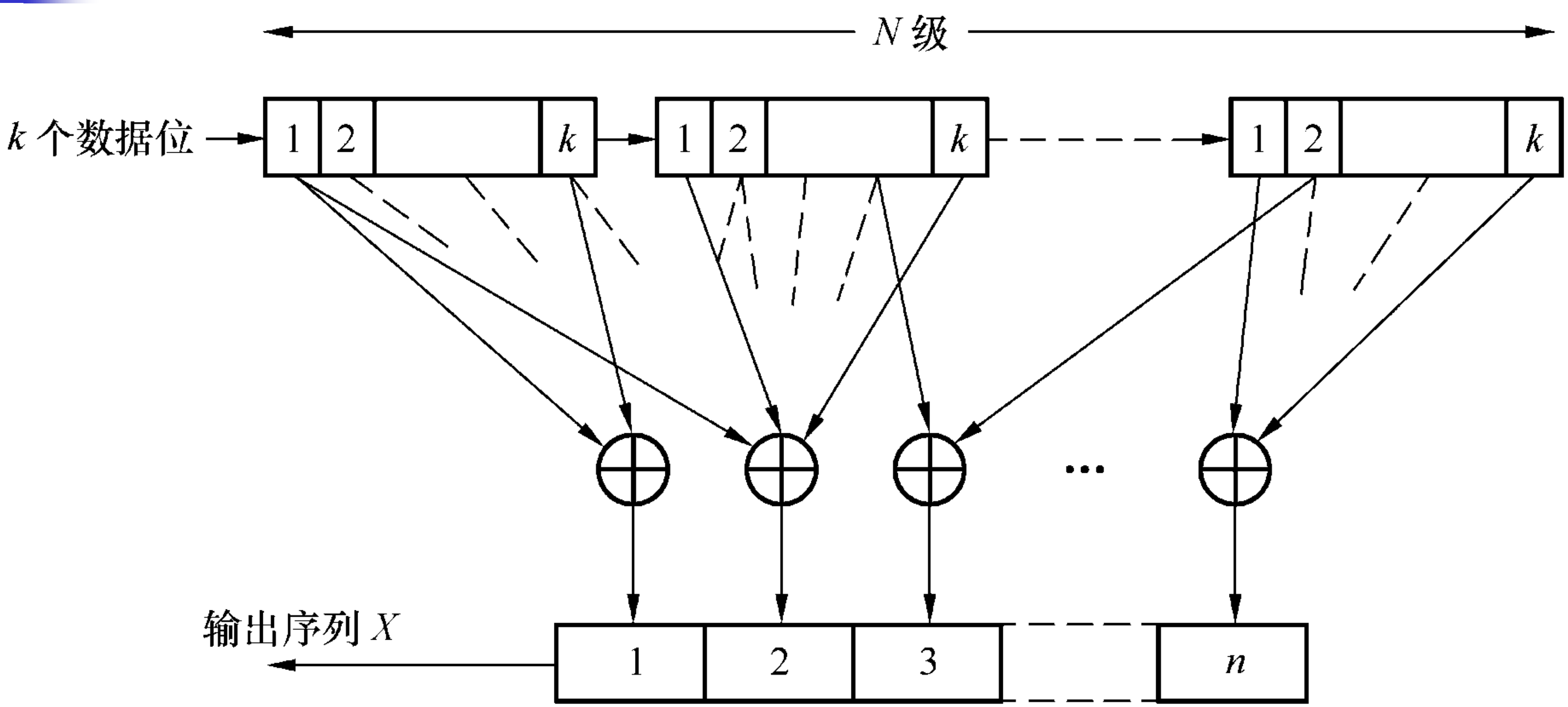
  GA采用RS（207，187，10），即分组码符号长度为207个，187个信号符号，可检出207-187=20个错，可纠正（207-187）÷2=10个错。

  DVB采用（204，188，16）的RS码，即监督字节是16个字节，实际中实行（255，239，8）的RS编码，即在204字节前添加51个0字节，产生RS码后丢弃51个空字节，形成截短的（204，188，8）RS码，编码效率188/204。

5.2 信道编码技术

- 5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类
- 5.2.2 BCH 码
- 5.2.3 RS码
- 5.2.4 卷积码和维特比译码
- 5.2.5 分组交织和卷积交织
- 5.2.6 串行级联码
- 5.2.7 低密度奇偶校验码

5.2.4 卷积码和维特比译码



卷积编码器的通用结构图

5.2.4 卷积码和维特比译码

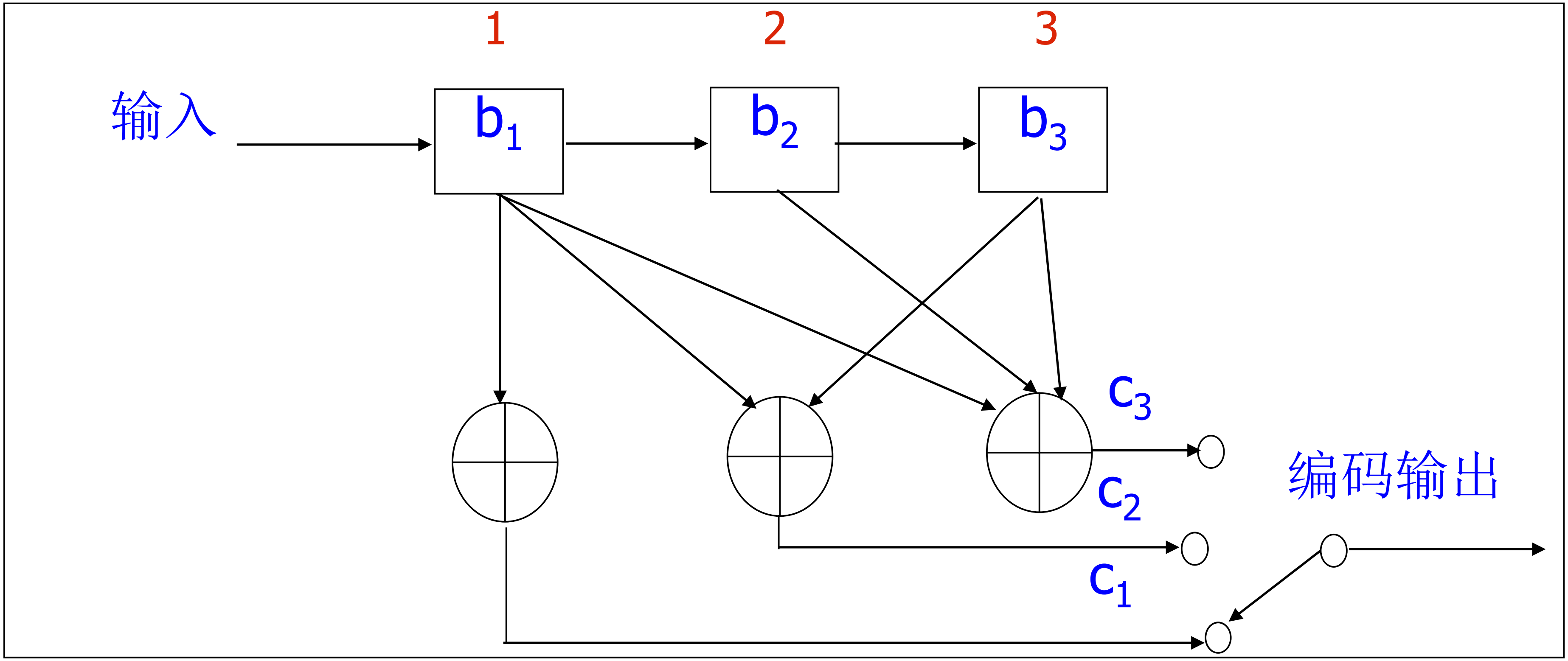
由上图可以看到，n个输出比特不仅与当前的k个输入信元有关，还与前（N-1）k个信息元关。

通常将N称为约束长度，（有的书称约束长度为Nn）。

卷积码表示：（n，k，N）

其编码效率为： k/n

5.2.4 卷积码和维特比译码



(*n*, *k*, *N*) =（3, 1, 3） 卷积码编码器的实例方框图

5.2.4 卷积码和维特比译码

- 每当输入1比特时，此编码器输出3比特$c_1c_2c_3$

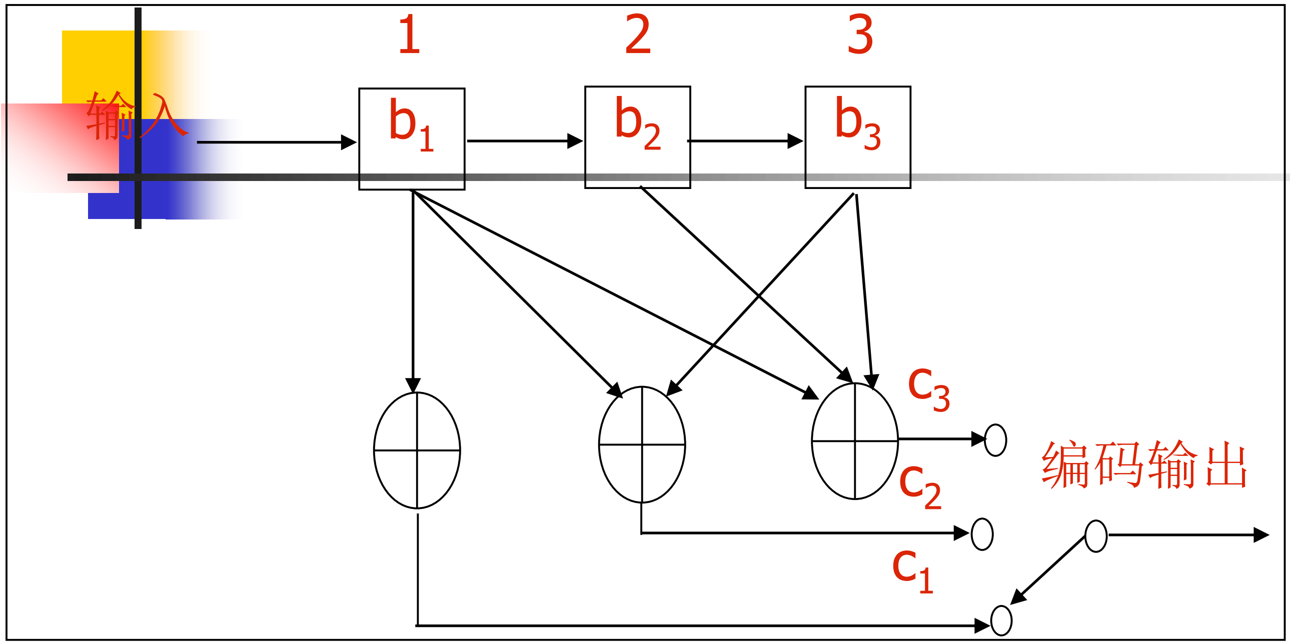
$$
\boxed{
\begin{aligned}
c_1 &= b_1 \\
c_2 &= b_1 \oplus b_3 \\
c_3 &= b_1 \oplus b_2 \oplus b_3
\end{aligned}
}
$$

5.2.4 卷积码和维特比译码

描述卷积码的方法有两类：

图解法：树状图、状态图、网格图

解析法：矩阵形式、生成多项式形式



$$c_1 = b_1$$

$$c_2 = b_1 \oplus b_3$$

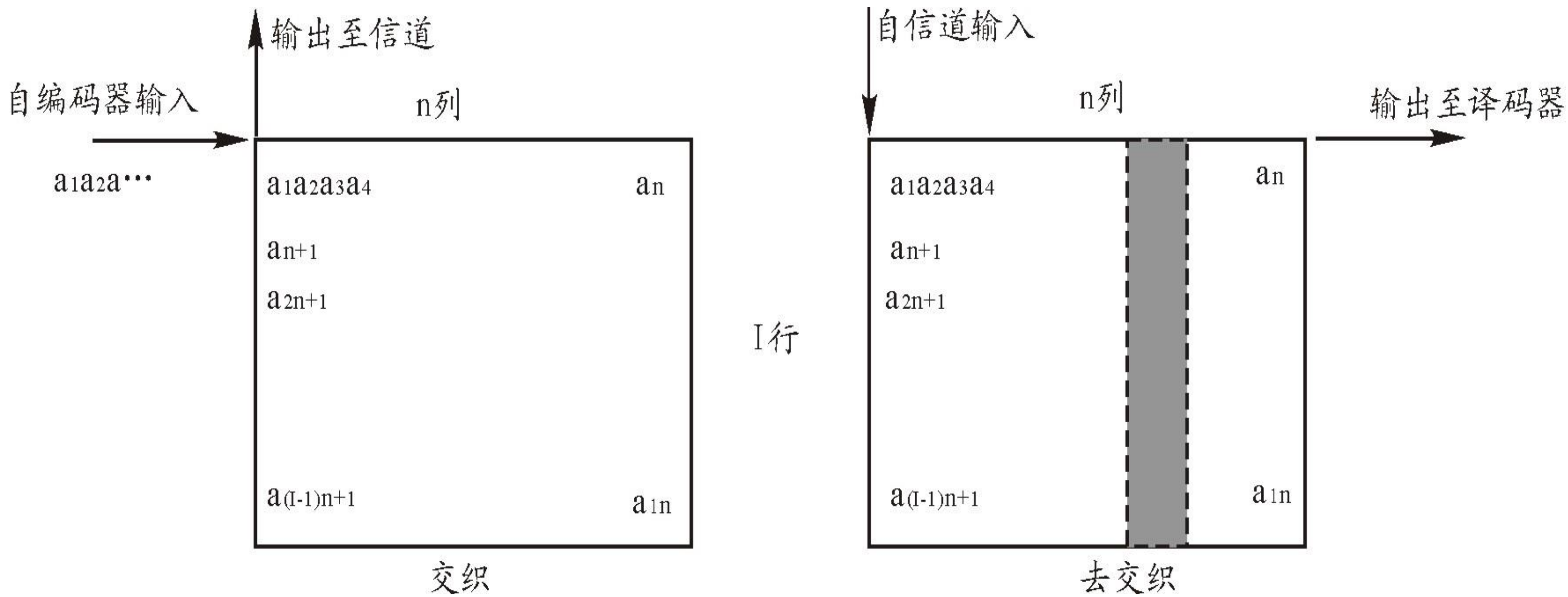
$$c_3 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$$

b_1	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
$b_3 b_2$	**00**	**01**	**11**	**10**	**01**	**10**	**00**
$c_1 c_2 c_3$	**111**	**110**	**010**	**100**	**001**	**011**	**000**
状态	***a***	***b***	***d***	***c***	***b***	***c***	***a***

交织

- 交织技术是将顺序传送的码流序列按一定规律重新进行排列，以使突发误码分散到不相邻的样值中，在接收端再按规定的规律恢复成原来顺序的一种编码方式。
- 分组交织器比较适合于供分组码使用。
- 卷积交织器比较适合于供卷积码使用。

分组交织



输出至信道
自编码器输入
n列
a1a2a…
a1a2a3a4
an
an+1
a2n+1
a(I-1)n+1
a1n
交织
I行
自信道输入
n列
输出至译码器
a1a2a3a4
an
an+1
a2n+1
a(I-1)n+1
a1n
去交织

分组交织

- 交织器输入端按行输入，每行是 (n,k) 码的一个码字，

共 I 行 n 列，则该码阵即为 (nI,kI) 交错码的一个码字，

其中 I 称为交织深度，称每一行为交错码的行码或子码。输出时，规定按列的次序从左至右传输至信道。

- 分组交织要求发送端和接收端分别有 nI 个码元的延

时，即从交织数据的产生到去交织的传递时延总共为 $2nI$ 。

卷积交织

- I 为交织 深度，$M=n/I$为每个支路的延时，交织器中是逐渐递增的。去交织器中是刚好反转的。以保证译

码前数据流的时序得到还原。

- 经卷积交织后，一个 n 长的码字的相邻码元在信道上

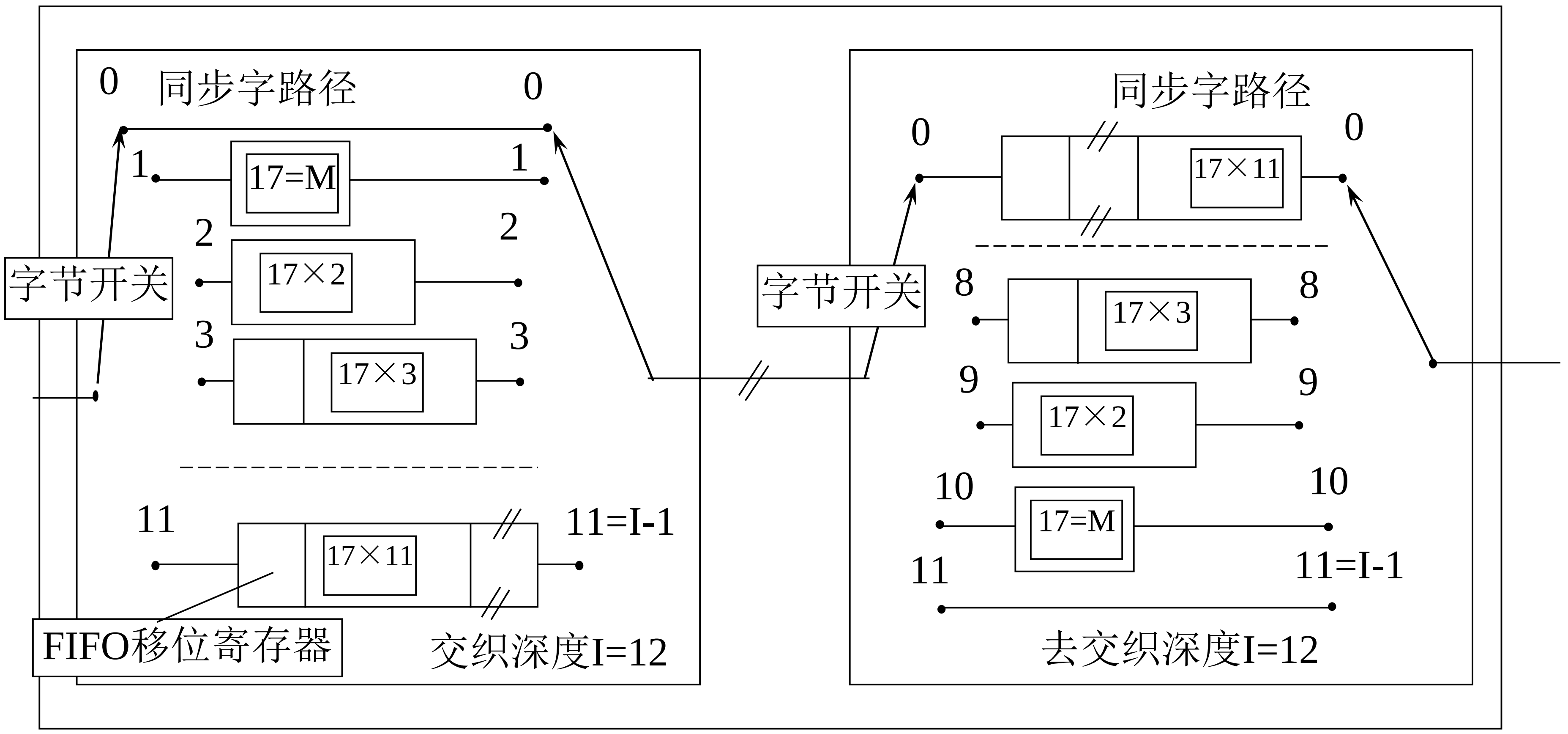
相互间隔 n 个时间单元，而整个码字被分散到了 nI 个

时间单元中。

- 卷积交织—去交织的总时延约为分组交织—去交织的一半 nI。

卷积交织与去交织实例

例：n=204,I=12



卷积编码

- 卷积编码过程中，k 个信息码元被编成 n 个码元，但这 n 个码元不仅与本组的k个信息码元有关，而且与前面（$K-1$）组信息码元有关，编码过程中互相关联的码元为 Kn 个。同样在卷积码的译码过程中，不仅从当前时刻收到的码字中提取有关信息，还要利用以前或以后各时刻收到的码字提取有关信息。

卷积编码

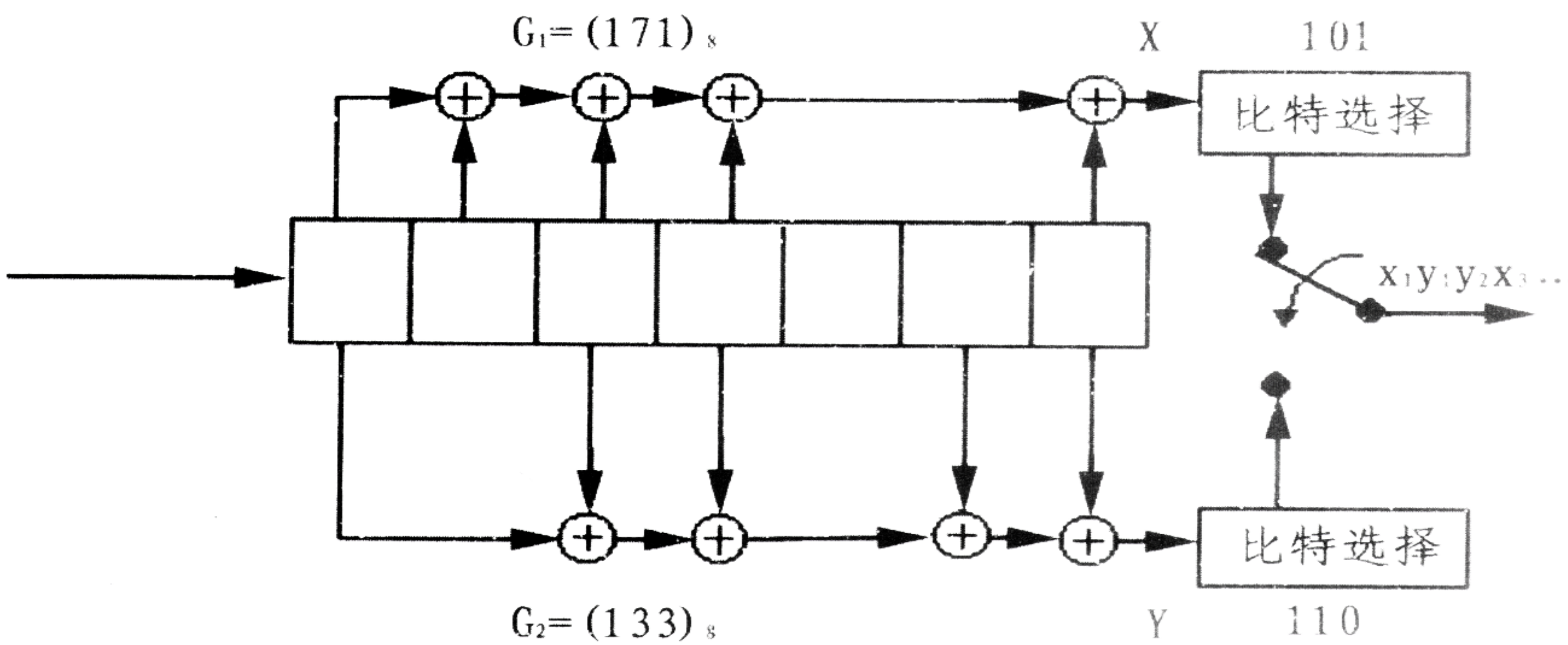
- 对于每组输入**k**比特输出 n 比特的卷积码，通常表示为（n, k, K），其中K称约束长度，编码效率$R_c=k/n$。（n，k，K）卷积码可用有限个状态的线性移位寄存器来产生，这个移位寄存器包括 K 段移位寄存器，每段有 k 级，共 Kk 级寄存器，以及 n 个模**2**和相加器。在卷积编码器中，移位寄存器的各级与模**2**加法器的连接关系可用 n 个生成多项式表示。多项式的系数表示某个模**2**加法器与各级寄存器的连接关系，“**1**”表示连接，“**0**”表示不连接。

（2，1，7）卷积编码器

生成多项式G_1、G_2产生，其中

$G_1＝(171)_8＝001111001=x^6+x^5+x^4+x^3+1$

$G_2＝(133)_8＝001011011=x^6+x^4+x^3+x+1$



5.2 信道编码技术

- 5.2.1 差错控制的基本原理和信道编码的分类
- 5.2.2 BCH 码
- 5.2.3 RS码
- 5.2.4 卷积码和维特比译码
- 5.2.5 分组交织和卷积交织
- 5.2.6 串行级联码
- 5.2.7 低密度奇偶校验码

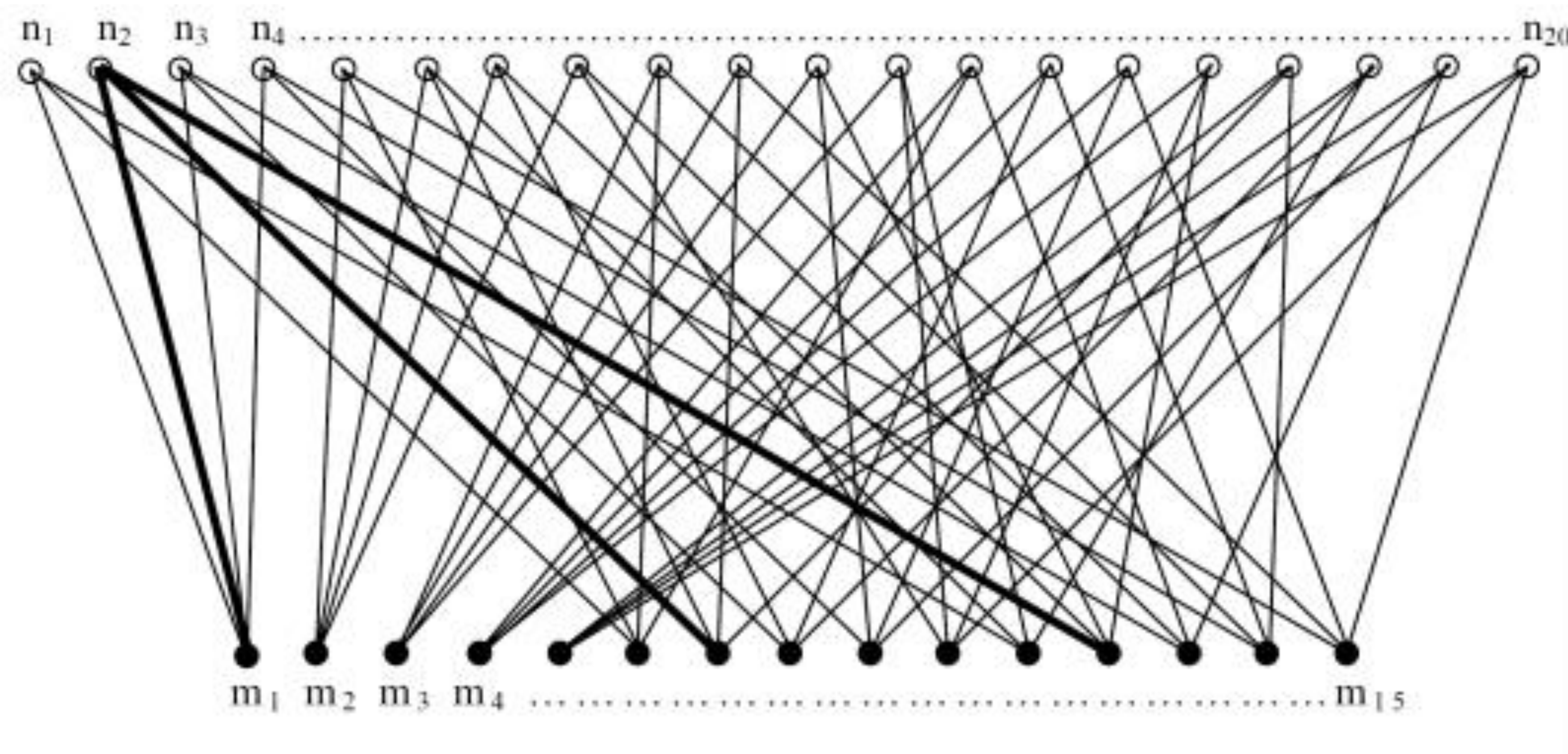
5.2.7 低密度奇偶校验码

- **Low Density Parity Check (LDPC)**
  - 1963年 Robert Gallager 在其博士论文中提出了规则 LDPC 码，但没有有效的实现而沉寂了，在九十年代 Turbo 码热潮中获得了新生，1995年 Mackyay 和 Neal 重新介绍了 LDPC，成为热点。
  - LDPC 码是长的线性分组码，其校验矩阵 H 是稀疏矩阵，码组长度 n 通常很大，从几千到几十万比特。
- **QC-LDPC 码**
  - 较短的码长，时延小；
  - 编码器采用简单的移位寄存器实现；
  - 编码具有系统循环结构化的特点，优化的实现方式：
    - 串行编码
    - 并行编码
    - 串/并混合编码
  - 模块化的解码器结构；
  - 性能接近随机非规则的 LDPC 码。

5.2.7 低密度奇偶校验码

$$
\begin{array}{c|c}
 & n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad n_{20} \\
\begin{array}{c} m_1 \\ m_2 \\ n_3 \\ m_4 \\ m_5 \\ \cdots \\ \cdots \\ \\ \cdots \\ \cdots \\ \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \end{array} &
\left[\begin{array}{cccc:cccc:cccc:cccc:cccc}
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1\\
\hdashline
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1\\
\hdashline
1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1
\end{array}\right]
\end{array}
$$

5.2.7 低密度奇偶校验码



第5章 数字视频传输技术

- 5.1 常用术语
- 5.2 信道编码技术
- 5.3 调制技术

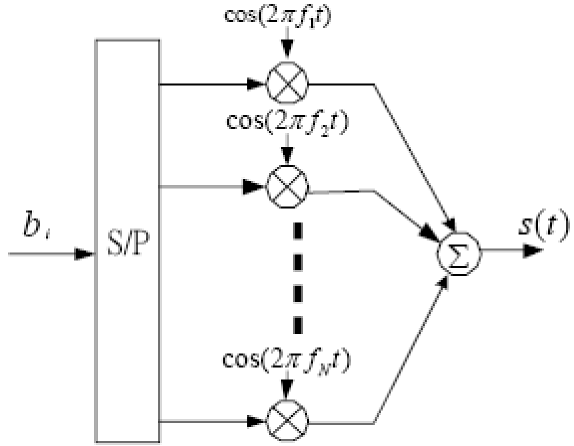
5.3 调制技术

O-orthogonal 正交

F-frequency 频率

D-division 分割

M-multiplexing 复用



数据流b经过串并转换后，被调制到多个载波上，共用频带传输

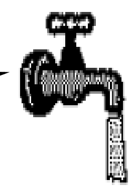
OFDM技术: 是调制（**modulation**）和多载波（**multiplexing**)技术的结合。

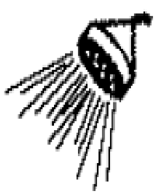
调制：将传送资料对应于载波的某项特征，这些特性包括相位，振幅，和频率。

多载波：多个低速率的传送通道同时共用同一频宽传输。

- **总结：OFDM技术是将一高速数据串分割成多个低速数据流，并将这些数据流调制在多个载波上同时共用频宽传**

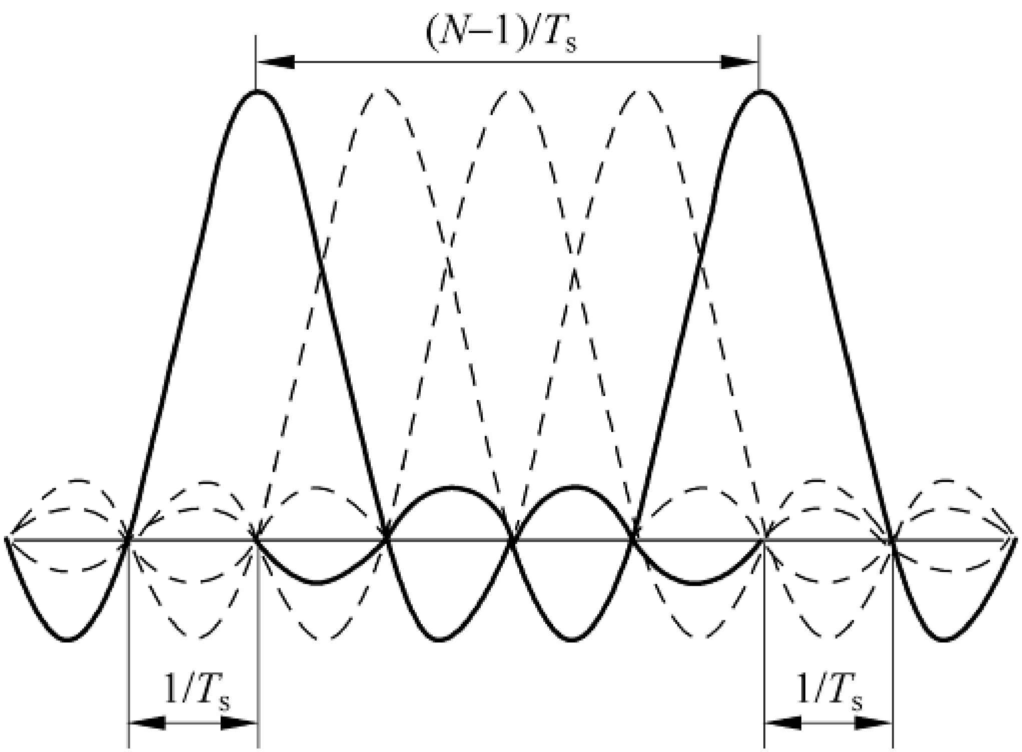
传输过程类似于用喷头送水





5.3 调制技术

OFDM信号的频谱结构



5.3 调制技术

与单载波系统比，多载波调制技术的优点：

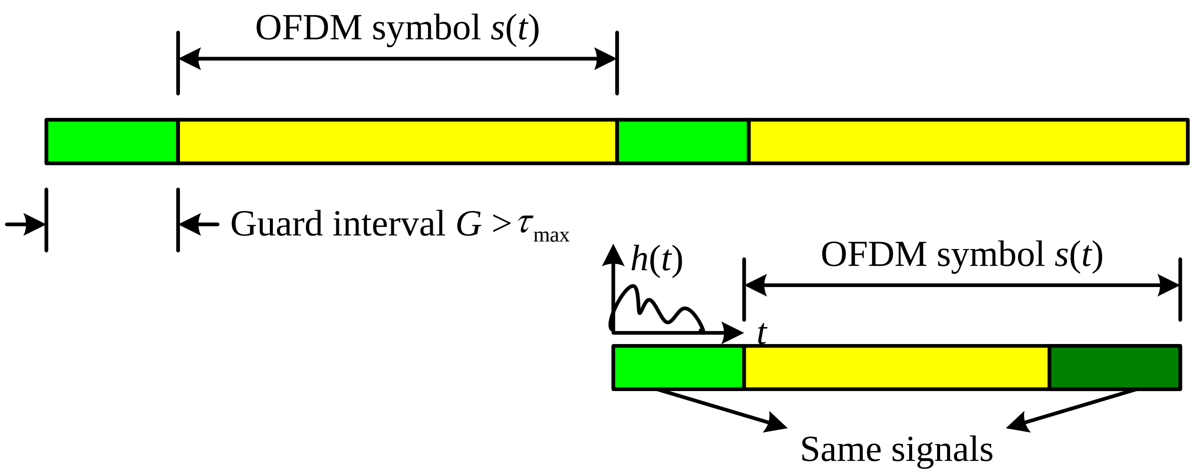
- **抗多径干扰和频率选择性衰落的能力强。**
  - 串/并变换降低了码元速率，从而增大了码元宽度，减少了多径时延在接收信息码元中所占的相对百分比，以削弱多径干扰对传输系统性能的影响。
  - 如果在每一路符号中插入保护时隙大于最大时延，可以进一步消除符号间干扰（ISI）。
- **可以采用动态比特分配技术，即优质信道多传输，较差信道少传输，劣质信道不传输的原则，可使系统达到最大比特率。**

OFDM 的优势

- **OFDM 的优势**
  - 抵抗多径信道
  - 频域均衡容易实施，复杂度低
  - 不考虑 AWGN 时，可完全去除多径影响
- **单载波系统的劣势**
  - 无法完全去除多径影响
  - 时域均衡复杂度高

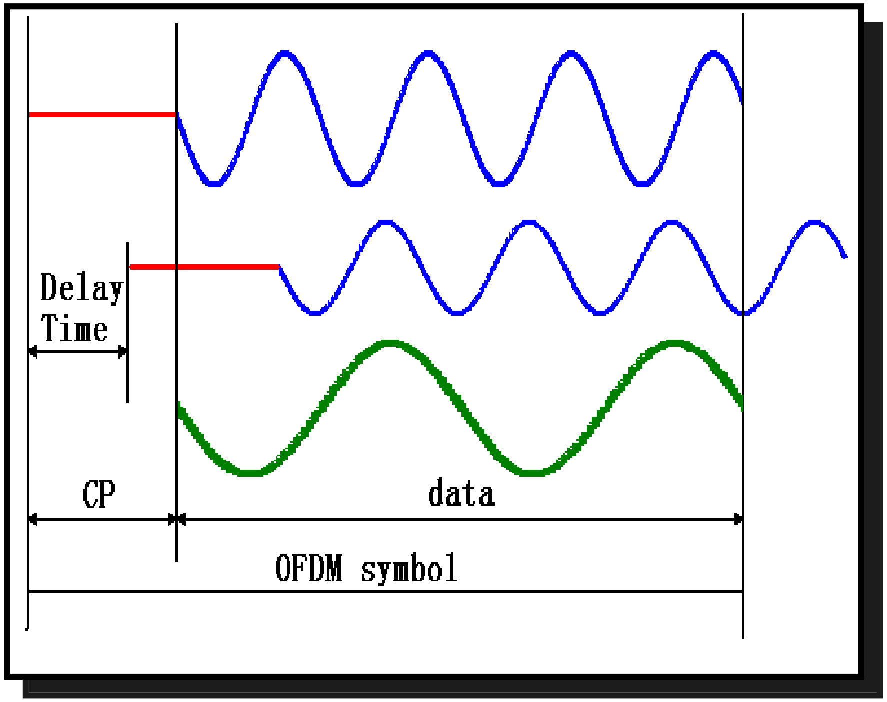
抵抗多径信道

- 由于多径时延的影响，破坏了各子载波的正交性，造成了子载波之间的干扰，为此在每个时域符号前加上一段时域保护间隔。

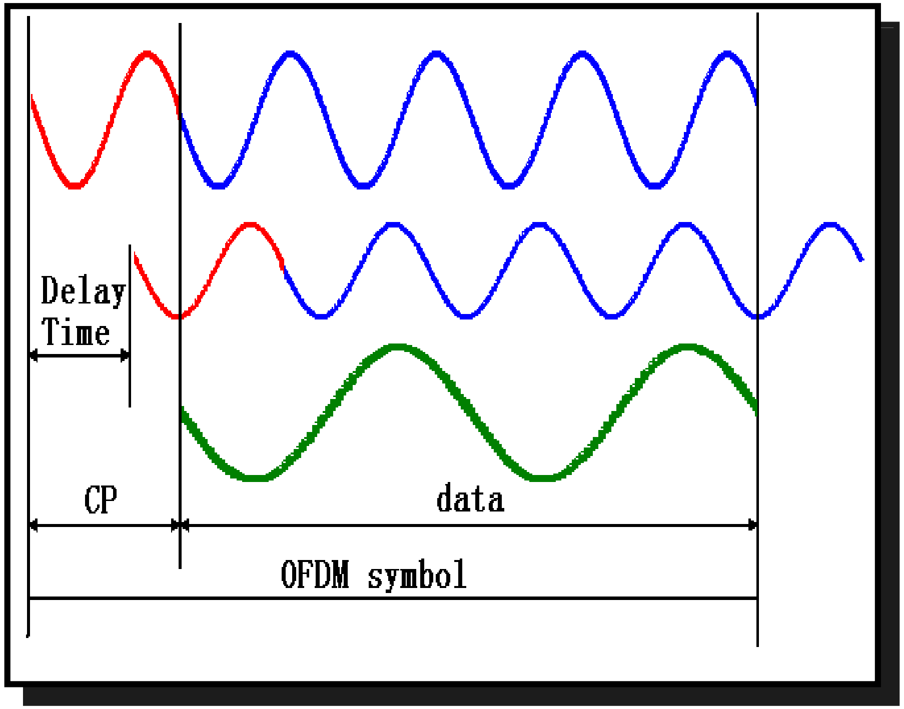


- 加入时域保护间隔后，**OFDM** 的符号中有一部分是重复的，使得传输效率下降，变为 $T/(T+G)$

5.3 调制技术



Delay
Time
CP
data
OFDM symbol



Delay
Time
CP
data
OFDM symbol

Question?