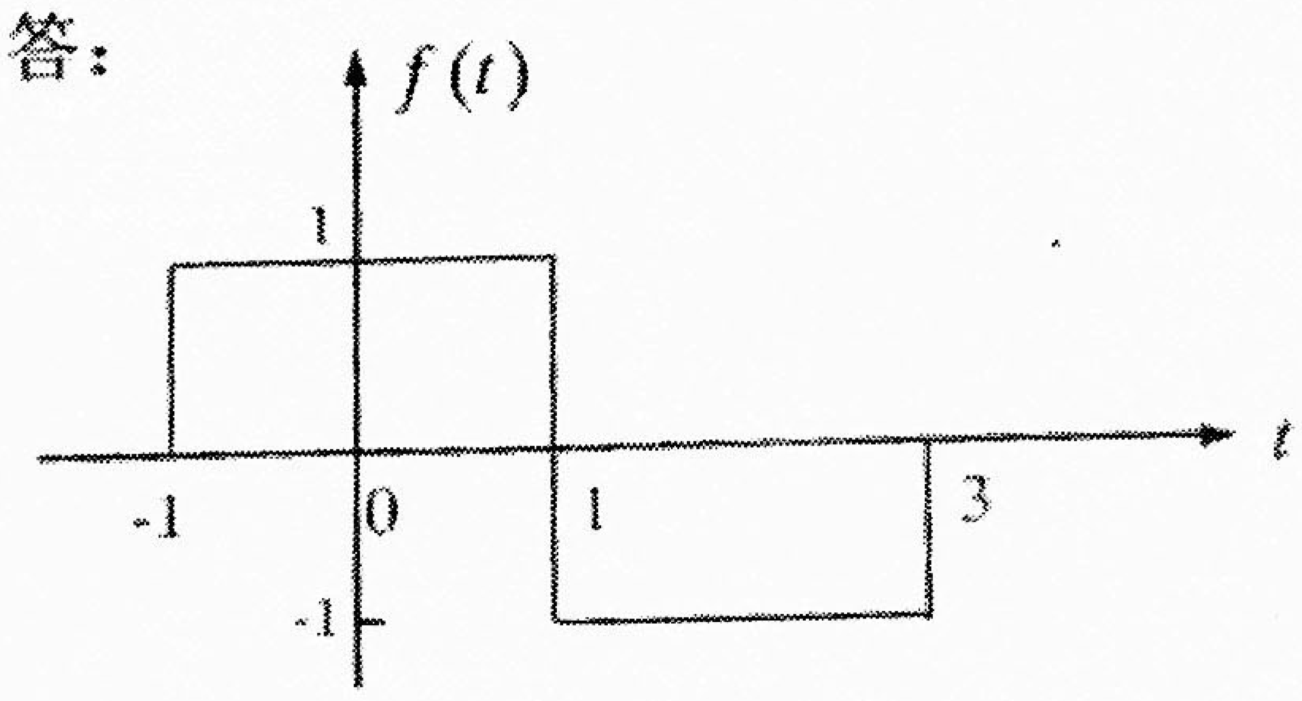
中国传媒大学

《信号与系统》课程考试试题（2008 年 5 月）

一、(共 12 分)画出下列信号的图形:（要标注出关键点的坐标）

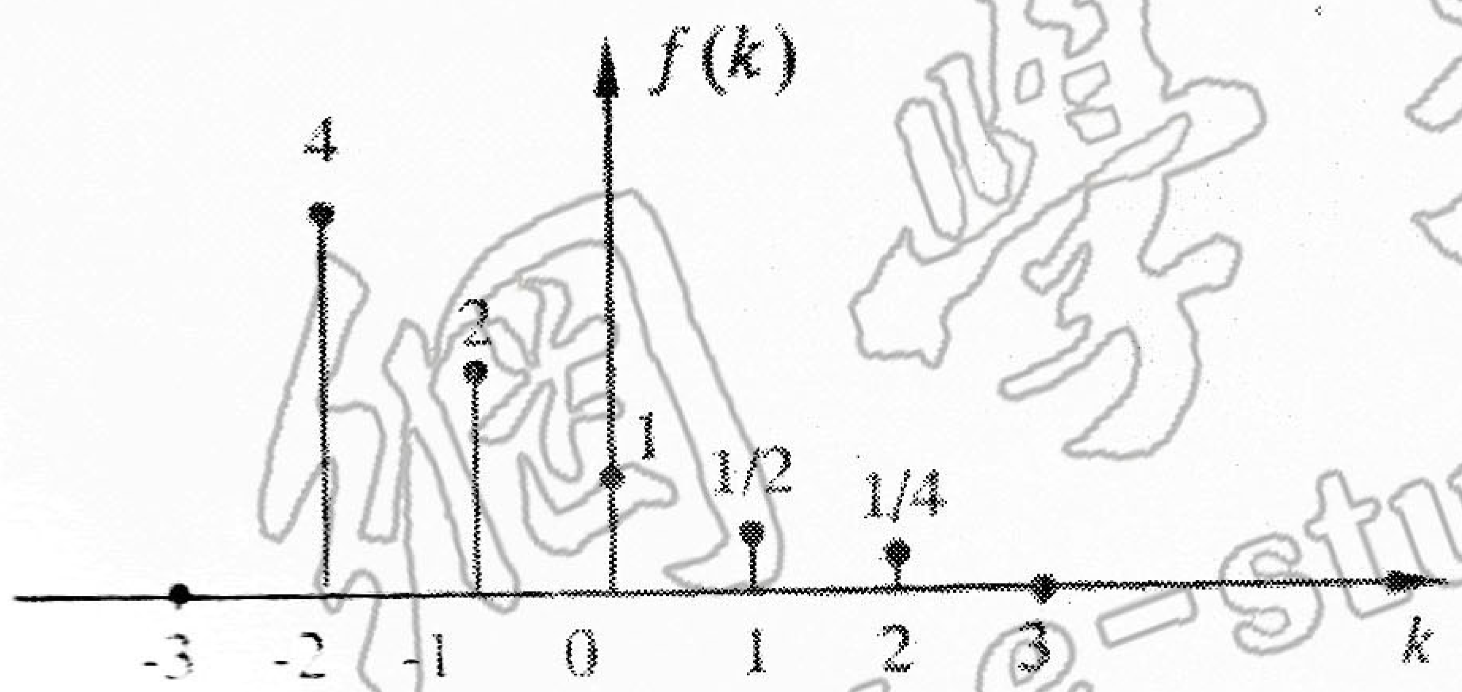
(1)（3 分） $f(t)=\varepsilon(t+1)-2\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-3)$

答:



(2)（3 分） $f(k)=\left(\frac{1}{2}\right)^{k}\left[\varepsilon(k+2)-\varepsilon(k-3)\right]$

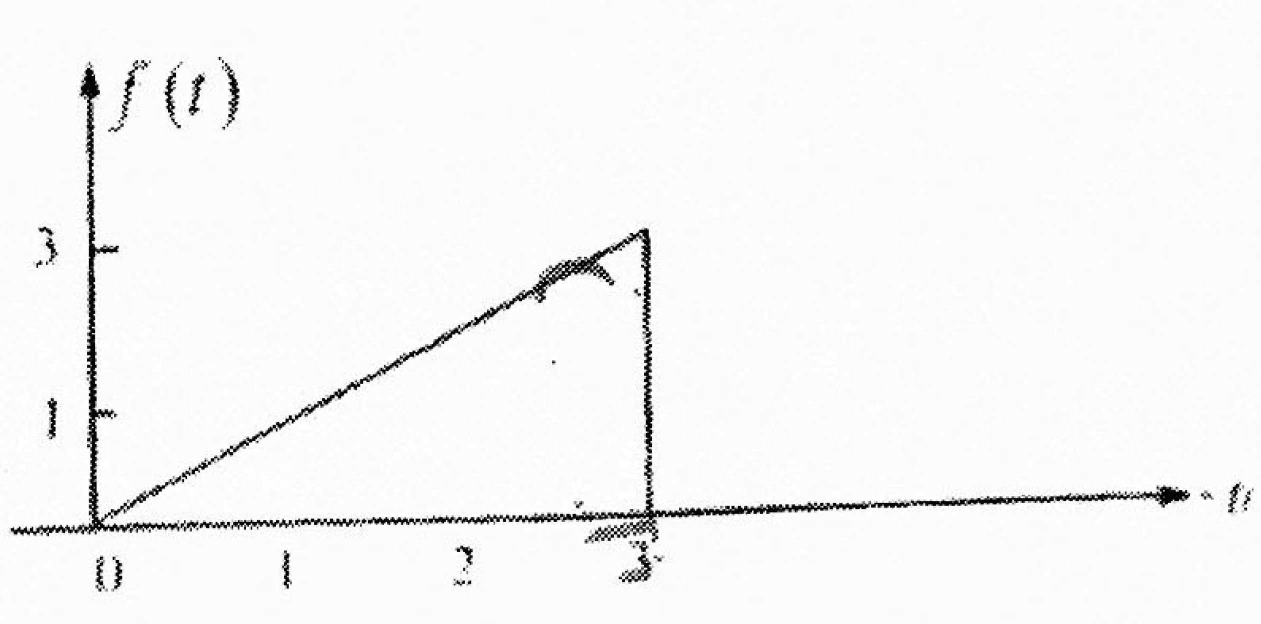
答:



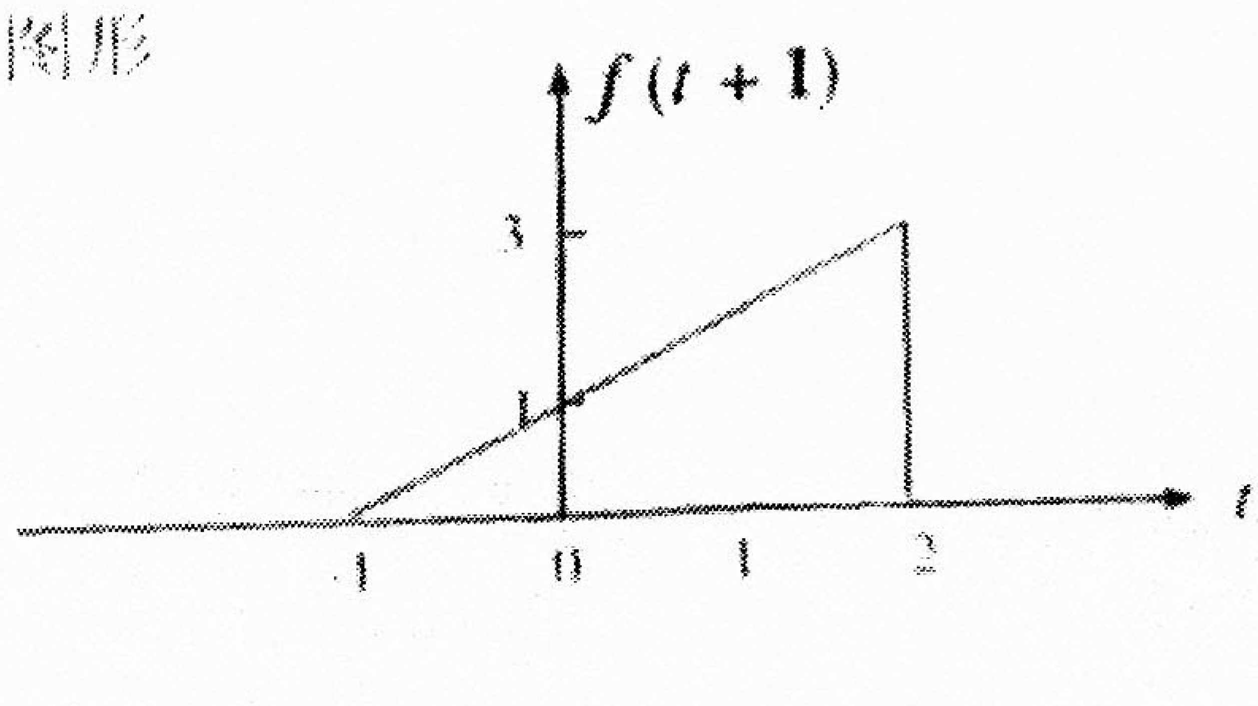
(3)（6 分）已知 $f(t)=t\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-3)\right]$，试画出 $f(1-\frac{1}{2}t)$ 的波形。

解: $f(1-\frac{1}{2}t)$ 的图形是 $f(t)$ 的图形先向左平移 1 个单位，再扩展 2 倍，然后以纵轴为轴反折。

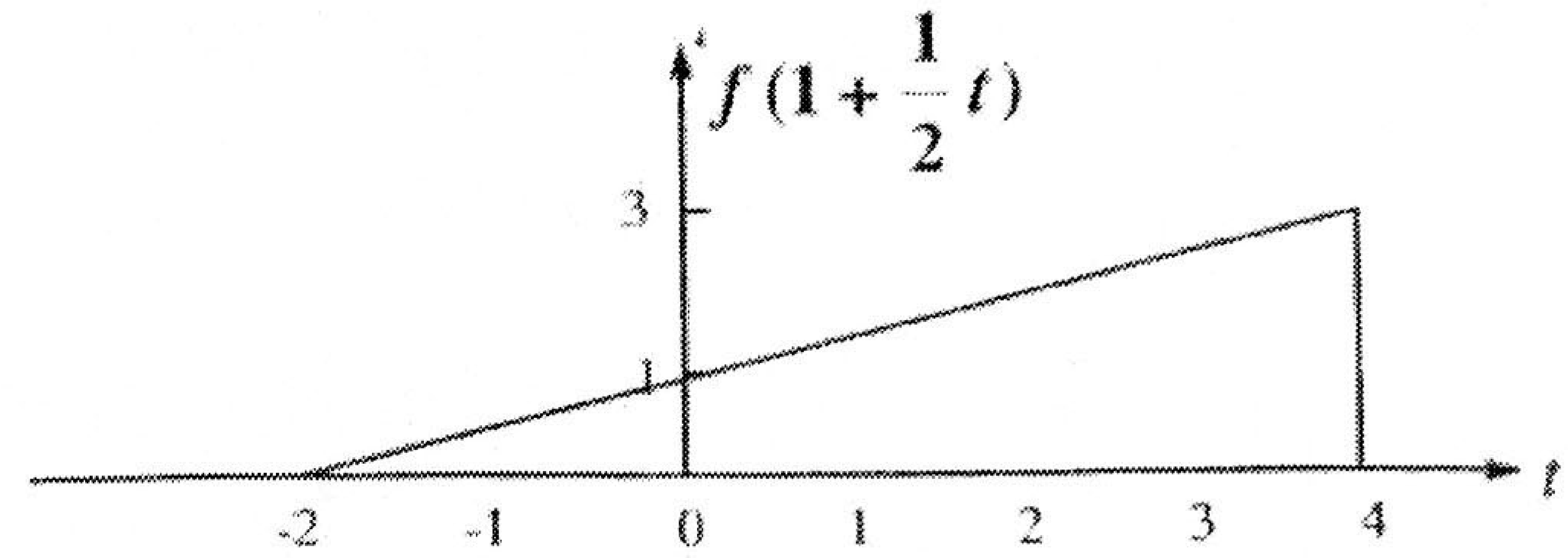
① 先画出 $f(t)=t\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-3)\right]$ 的图形



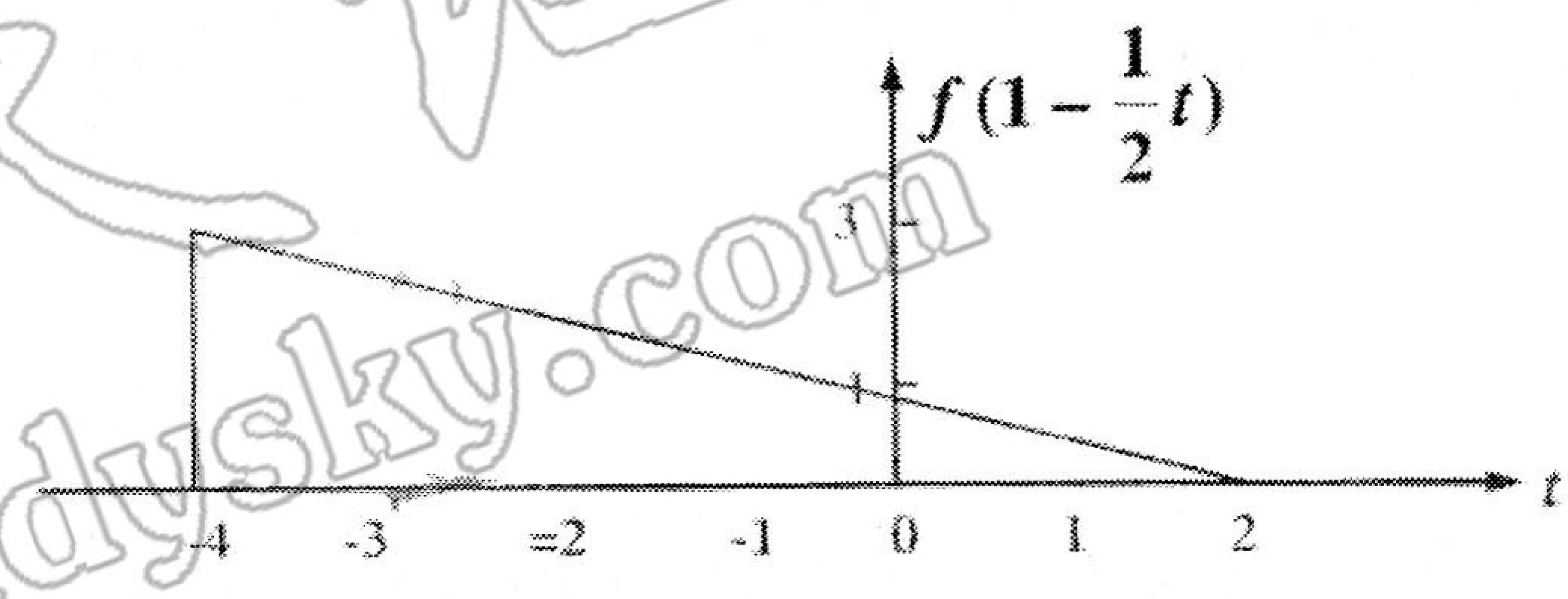
② 将 $f(t)$ 的图形向左平移 1，得到 $f(t+1)$ 的图形



③ 将 $f(t+1)$ 的图形扩展2倍，得到 $f(\frac{1}{2}t+1)$ 的图形



④ 将 $f(\frac{1}{2}t+1)$ 的图形以纵轴为轴反折，就得到了 $f(1-\frac{1}{2}t)$ 的图形



二、(每小题5分，共10分)

（1）已知一个连续系统的微分方程为 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f'(t)-f(t)$，求此系统的单位冲激响应。

解：根据微分方程可得系统函数为 $H(s)=\dfrac{s-1}{s^2+3s+2}$，

因为单位冲激响应与系统函数是一对拉氏变换对，所以，对系统函数求逆变换，可得

$$H(s)=\frac{s-1}{(s+1)(s+2)}=\frac{3}{s+2}-\frac{2}{s+1}$$

$$h(t)=\left(3e^{-2t}-2e^{-t}\right)\varepsilon(t)$$

提示：也可以在时域求解。

（2）已知某系统的阶跃响应为 $g(t)=5e^{-3t}\varepsilon(t)$，求此系统的单位冲激响应 $h(t)$。

解：因为阶跃响应与单位冲激响应 $h(t)$ 的关系为 $h(t)=\dfrac{d}{dt}g(t)$

所以，$h(t)=\dfrac{d}{dt}\left[5e^{-3t}\varepsilon(t)\right]=5\delta(t)-15e^{-3t}\varepsilon(t)$

三、(每小题 4 分，共 8 分) 利用冲激函数及冲激偶函数的抽样特性，求下列积分的结果：

(1) $\int_0^6 [\delta(t+1)+\delta(t-1)](t+1)dt$

解：原式$=(t+1)|_{t=1}=2$

提示：应用公式 $\int_{t_1}^{t_2}\delta(t-t_0)\cdot f(t)dt=\begin{cases}f(t_0) & t_1\le t_0\le t_2\\ 0 & t_0<t_1, t_0>t_2\end{cases}$

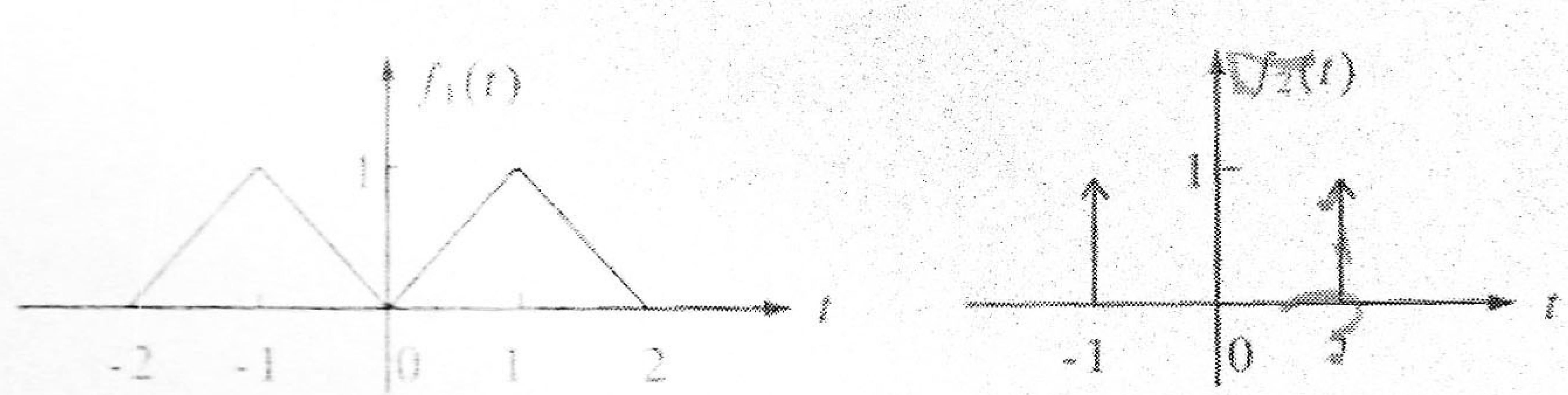
(2) $\int_{-\infty}^{\infty}\sin\pi t\cdot\delta'(t+1)dt$

解：原式$=-\dfrac{d}{dt}[\sin\pi t]\Big|_{t=-1}=-\pi\cos\pi t\Big|_{t=-1}=\pi$

提示：应用公式 $\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t-t_0)\cdot f(t)dt=-f'(t_0)$

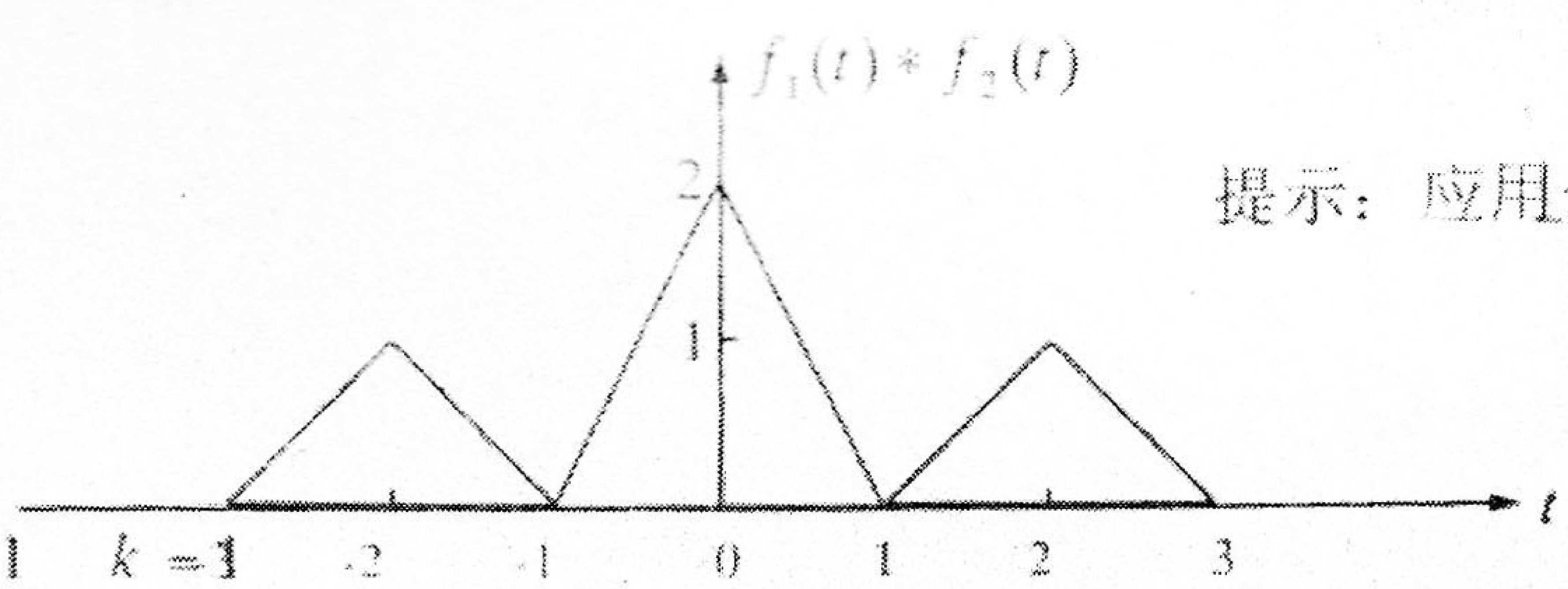
四、(每小题 5 分，共 10 分) 求下列两组信号的卷积：(可用图形表示，但要有卷积过程的图形)

(1)



图一

解：



提示：应用公式 $f(t)*\delta(t-t_0)=f(t-t_0)$

(2) $f_1(k)=\begin{cases}1 & k=1\\ 2 & k=2\\ 3 & k=3\end{cases}$，$f_2(k)=2[\varepsilon(k+1)-\varepsilon(k-1)]$

解：利用不进位乘法

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & 1 & 2 & 3 \\
 & \times & & 2 & 2 \\
\hline
 & & 2 & 4 & 6 \\
+ & 2 & 4 & 6 & \\
\hline
 & 2 & 8 & 10 & 6
\end{array}
$$

所以 $f_1(t)*f_2(t)=\{\underset{k=0}{2},\ 8,\ 10,\ 6,\}$。 序列序号的确定请看课件。

五、(每空 4 分，共 8 分) 一个模拟信号的最高频率为 20KHz，若进行理想抽样，则抽样频率应满足的条件是 __$f_s \geq 40\ KHz$__；若以时间间隔 $T_s=1$ms 对此信号进行时域抽样，能否不失真地恢复原信号？ __不能__。

六、(共 15 分) 试求下列函数的变换：

(1) (3 分) $\mathcal{F}[e^{-2(t-2)}\varepsilon(t)]$

解： $\mathcal{F}[e^{-2(t-2)}\varepsilon(t)]=\mathcal{F}[e^4\cdot e^{-2t}\varepsilon(t)]=\dfrac{e^4}{j\omega+2}$

提示：应用基本变换对 $e^{-\alpha t}\varepsilon(t)\longleftrightarrow\dfrac{1}{j\omega+\alpha}$

(2) (3 分) $z[\delta(k+1)-\delta(k-1)+2\delta(k-2)]$

解： $z[\delta(k+1)-\delta(k-1)+2\delta(k-2)]=z-z^{-1}+2z^{-2}$

提示：应用基本变换对 $\delta(k-k_0)\longleftrightarrow z^{-k_0}$

(3) (4 分) $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{s}{s^2+2s+3}\right]$

解： 以 $b_0=2$ 为例

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+2}{s^2+2s+3}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+2}{(s+1)^2+2}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+1}{(s+1)^2+\sqrt{2}^2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{(s+1)^2+\sqrt{2}^2}\right]$$

$$=e^{-t}(\cos\sqrt{2}t+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\sqrt{2}t)\varepsilon(t)$$

提示：应用基本变换对 $e^{-\alpha t}\cos\beta t\varepsilon(t)\longleftrightarrow\dfrac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$

$$e^{-\alpha t}\sin\beta t\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{\beta}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$$

（4）（5 分）$z^{-1}\left[\dfrac{3z}{(z-0.5)(z+1)}\right]\quad 0.5<|z|<1$

解：因为 $\dfrac{3z}{(z-0.5)(z+1)}=\dfrac{2z}{z-0.5}-\dfrac{2z}{z+1}$

所以，原式 $=2\times0.5^k\varepsilon(k)+2\times(-1)^k\varepsilon(-k-1)$

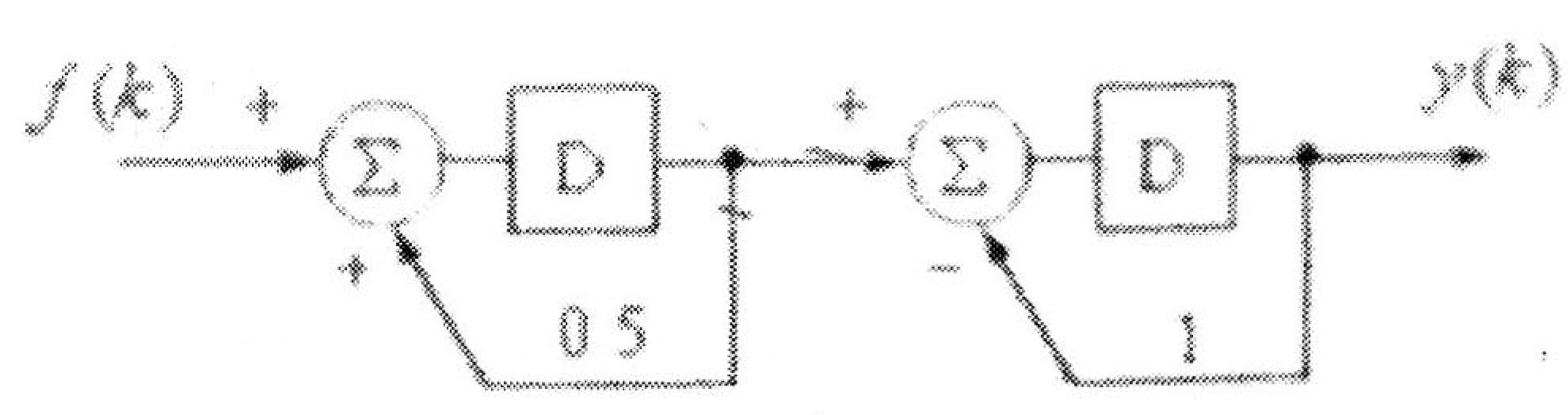
提示：应用基本变换对 $a^k\varepsilon(k)\longleftrightarrow\dfrac{z}{z-a}\quad |z|>a$

$$-a^k\varepsilon(-k-1)\longleftrightarrow\frac{z}{z-a}\quad |z|<a$$

七、（每小题 5 分，共 10 分）

（1）若已知某系统的阶跃响应为 $g(k)=(\frac{1}{3})^k\varepsilon(k)$，求此系统的单位序列响应 $h(k)$。

（2）已知一离散系统的框图如图二所示，求此系统的系统函数 $H(z)$。



图二

解：（1）因为离散系统的单位序列响应与阶跃响应之间的关系为：$h(k)=g(k)-g(k-1)$

所以，$h(k)=(\frac{1}{3})^k\varepsilon(k)-(\frac{1}{3})^{k-1}\varepsilon(k-1)=\delta(k)-2(\frac{1}{3})^k\varepsilon(k-1)$

或 $h(k)=3\delta(k)-2(\frac{1}{3})^k\varepsilon(k)$

（2）由系统框图可写出此系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{1}{z-0.2}\cdot\frac{1}{z+1}=\frac{1}{z^2+0.8z-0.2},$$

八、（10 分）一个复合离散系统如图三所示，已知 $H_1(z)=\dfrac{z}{z-1}$，$H_2(z)=\dfrac{1}{z-0.5}$，求此系统的系统函数，并写出系统的差分方程。

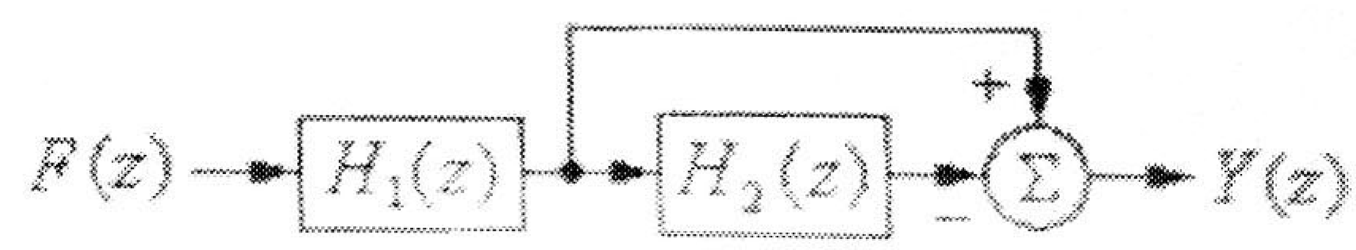


图 三

解：　由题图可知总系统的系统函数 $H(z)$ 为：

$$H(z)=H_1(z)\cdot\left[1-H_2(z)\right]$$

$$=\frac{z}{z-1}\left[1-\frac{1}{z-0.5}\right]=\frac{z^2-1.5z}{(z-1)(z-0.5)}=\frac{z^2-1.5z}{z^2-1.5z+0.5}$$

根据系统函数，可写出系统差分方程为：

$$y(k)-1.5y(k-1)+0.5y(k-2)=e(k)-1.5e(k-1)$$

提示：直通通路的系统函数 $H(z)=1$

九、（7 分）电路如图四所示，在 $t=0$ 时开关 K 由“1”端倒向“2”端（在此之前电路已达稳定状态）。试画出 $t>0$ 时电路的 S 域模型。

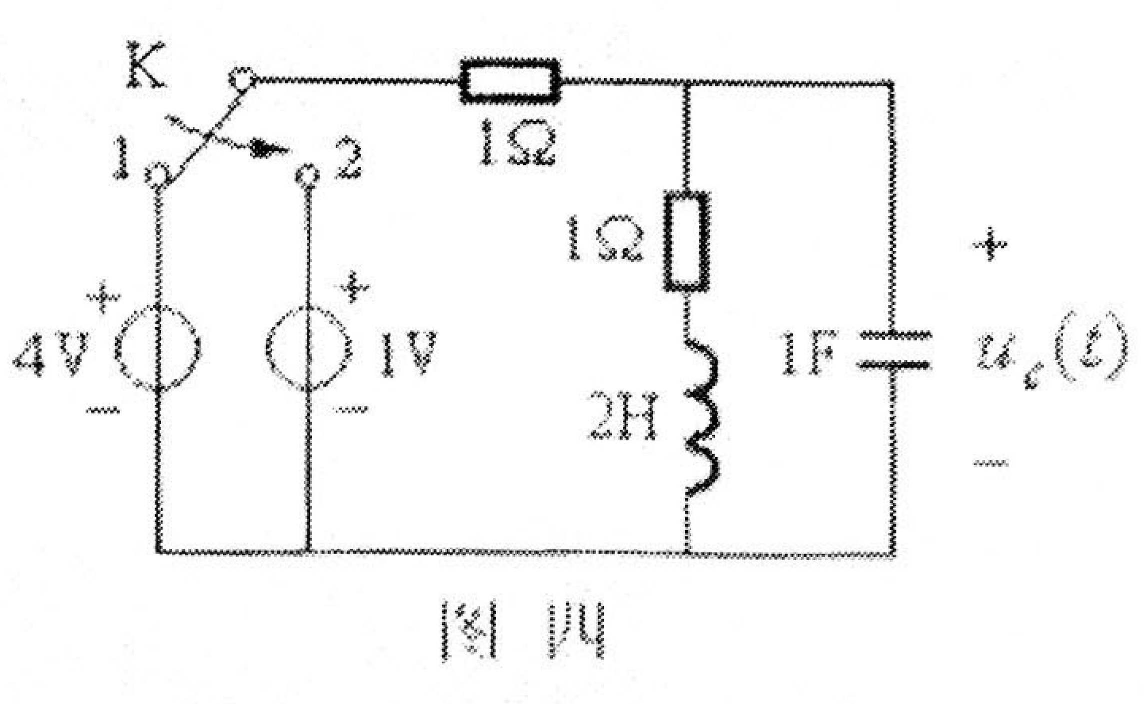


图 四

解：先求初始条件，$i_L(0_-)=\dfrac{4}{2}=2$（A），$u_c(0_-)=2$（V）。