在信号处理领域，时域上的波形可以被分解为多个不同频率波形的叠加。傅里叶变换可以实现这一功能，通过更换表示空间的方式，把原空间中的复杂现象转换成新空间中的简单现象。只要知道傅里叶变换能够实现这一功能即可，先不必太在意具体的细节，把它想象成一个有超能力的盒子就行。
这个具有超能力的盒子，还可以通过空间的转换，把积分运算转变成代数运算。当你在新空间完成任务后，这只盒子能够把你的任务结果变到原空间内。空间变换的工作是由盒子完成的，先不需要我们操心。
如果没有超能力盒子的帮助，我们想在原来的空间完成任务，非常之难，无从下手。所以超能力盒子的存在非常必要。

傅里叶变换公式：

$$F[f(t-t_0)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t_0)e^{-j\omega t}dt$$

实域上的长度和复域上的长度的乘积 高维空间中的面积
和协方差很像

欧拉公式：

$$e^{ix} = \cos x + i\sin x$$

欧拉公式其实就是正交的概念。X 输入实域，cosx、sinx 也都输入实域。而 i 输入复域，所以 cosx 属于实域，i*sinx 属于复域，cosx+i*sinx 表示正交于实域和复域的另外一个空间。总结，**e 的 ix 幂表示了和实域、复域正交的另一个空间**。这个空间似乎住着“上帝”，这个公式被称为“上帝创造的公式”。
所以 e 的 ix 幂当然会和实域正交。

傅里叶变换的公式：

$$F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt}dt$$

变量 t 和 f(t)都属于实域，e 的-iwt 属于正交于实域的另一个域，f(t)*e^{-iwt} 表示了这两个域内的向量围成的空间区域的面积。当然，类似 xy 平面，在这个空间内的区域面积也会有正负之分。对 t 积分是去计算围成的所有的区域的面积之和。
傅里叶变换其实是在求面积。”上帝空间”中的向量和 f(t)向量围成的面积。
这和协方差是同样的概念。这是”上帝空间”中的协方差。

卷积的定义：

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau)\, d\tau$$

这种形式所定义的积分拥有很好的特性。通过这种处理，在实域就能操作"上帝空间"。能够拥有在高维空间操作的自由度。

卷积是数学工具，是卷积积分的意思，不是乘积的意思。卷积积分对应着空间中的面积。

卷积放到傅里叶变换 $F[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$ 中去，会得到：

$$F[f_1(t) * f_2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau)\, d\tau \right] e^{-j\omega t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_2(t-\tau) e^{-j\omega t} dt \right] d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) F_2(\omega) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$= F_2(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$= F_2(\omega) F_1(\omega)$$

公式在表达：在 t 所属的实域做卷积积分运算，就能在"上帝空间"中做四则运算中的乘法运算。