

圆周运动专题

参考答案

【答案】

1.D 2.B 3.B 4.C 5.D

6.C 7.D 8.B

9.B, C, D

10.A, B

11.见解答过程

12.见解答过程

13.见解答过程

【解析】

1.解：绳要处于伸直状态，根据几何关系可知，细绳与竖直方向的夹角为 60° ，

当圆环旋转时，小球绕竖直轴做圆周运动，向心力由小球受到重力、环对球的弹力、绳子的拉力三个力在水平方向的合力提供，其大小为： $F=m\omega^2r$ ，

根据几何关系，其中 $r=R\sin 60^\circ$ 一定，

所以当角速度越大时，所需要的向心力越大，绳子拉力越大，

对应的第一个临界条件是小球在此位置刚好不受拉力，此时角速度最小，需要的向心力最小，

对小球进行受力分析得： $F_{\min}=mg\tan 60^\circ$ ，

即 $mg\tan 60^\circ =m\omega_{\min}^2 \cdot R\sin 60^\circ$

解得： $\omega_{\min}=\sqrt{\frac{2g}{R}}$

当绳子拉力达到 $2mg$ 时，此时角速度最大，对小球进行受力分析得：

竖直方向： $N\sin 30^\circ - (2mg)\sin 30^\circ - mg=0$

水平方向： $N\cos 30^\circ + (2mg)\cos 30^\circ =m\omega_{\max}^2 \cdot R\sin 60^\circ$

解得： $\omega_{\max}=\sqrt{\frac{6g}{R}}$ ，

则加速度的取值范围为 $\sqrt{\frac{2g}{R}} \leq \omega \leq \sqrt{\frac{6g}{R}}$ ，故ABC错误，D正确。

故选：D。

2.解：B球通过最低点时，受到重力和拉力的作用，由合力提供向心力，根据牛顿第二定律得：

$$T_{AB}-mg=m\frac{v_B^2}{L}$$

据题意有： $T_{AB}=5mg$

解得B球通过最低点时的线速度大小为： $v_B=2\sqrt{gL}$

B球通过最低点时，以A球为研究对象，受到重力、OA段杆向上的拉力和AB段杆向下的拉力，由牛顿第二定律得：

$$T_{OA}-mg-5mg=m\frac{v_A^2}{\frac{L}{2}}$$

由A、B两球的角速度相等，由 $v=\omega r$ 得： $v_A=\frac{1}{2}v_B$

得OA段杆对A球的拉力为： $T_{AB}=8mg$

根据牛顿第三定律知，杆上半段受到的拉力大小为 $8mg$ ，故B正确，ACD错误。

故选：B。

3.解：AC、小球做匀速圆周运动，在竖直方向上的合力为零，故 $F_a \sin \theta = mg$ ，解得 $F_a = \frac{mg}{\sin \theta}$ ，可知a绳的拉力不变，故AC错误；

B、当b绳拉力为零时，有： $mg \cot \theta = ml \omega^2$ ，解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{l \tan \theta}}$ ，可知当角速度 $\omega > \sqrt{\frac{g}{l \tan \theta}}$ 时，a绳水平方向的分力不足以提供向心力，此时b绳出现弹力。故B正确。

D、由于b绳可能没有弹力，故b绳突然被剪断时，a绳的弹力可能不变，故D错误。

故选：B。

4.解：A、令绳子与竖直方向的夹角为 θ ，悬点O到小球的重心的距离为 l ，对小球a受力分析如图，

在竖直方向合力为零，则 $T = \frac{m_a g}{\cos \theta}$ ，

球到更高的轨道上， θ 变大，故绳子的拉力变大，故A错误；

B、根据牛顿第二定律可知 $m_a g \tan \theta = m_a l \cdot \sin \theta \cdot \omega^2$ ，

解得小球a的角速度 $\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cdot \cos \theta}}$ ，球到更高的轨道上， θ 变大，角速度增大，故B错误；

C、由A选项可知，绳子的拉力增大，对b物体，根据平衡条件可知，第二次物体b的摩擦力比第一次大，故C正确；

D、根据平衡条件可知，物体b所受的支持力始终等于b物体的重力，不发生变化，故D错误

故选：C。



5.解：A、细线与钉子碰撞的瞬间，小球的线速度大小不变，故A错误

B、根据 $v=r\omega$ 知，与钉子碰撞后，半径减小，则角速度增大，故B错误。

C、根据 $a=\frac{v^2}{r}$ 知，半径减小，则向心加速度增大，故C错误。

D、根据牛顿第二定律得， $F-mg=m\frac{v^2}{r}$ ，则 $F=mg+m\frac{v^2}{r}$ ，半径减小，拉力增大，故D正确。

故选：D。

6.解：A、对A受力分析，受重力、支持力以及转台对A的静摩擦力，静摩擦力提供向心力，有： $f=2m\omega^2 r \leq 2\mu mg$ ，故A错误；

B、由于A与B转动的角速度相同，由摩擦力提供向心力有： $f_A=2m \times 1.5r \times \omega^2=3mr\omega^2$ ， $f_B=3mr\omega^2$ ，即A与转台间的摩擦力等于B与转台间的摩擦力，故B错误；

C、A、B都是由静摩擦力提供向心力，A的最大静摩擦力为： $f_A=2\mu mg$ ，B的最大静摩擦力为： $f_B=3\mu mg$ ，A需要的向心力为： $F_A=2m \times 1.5r \times \omega^2=3mr\omega^2$ ，B需要的向心力为： $F_B=3mr\omega^2$ ，所以随着角速度的增大，A先达到最大静摩擦力，A先滑动，故C正确；

D、当转台的角速度 $\omega = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{\mu g}{r}}$ 时，对A有： $F_A' = 2m \times 1.5r \times (\frac{3}{4}\sqrt{\frac{\mu g}{r}})^2 = \frac{27}{16}\mu mg < f_{Amax}$ ，对B有： $F_B' = 3m \times r \times (\frac{3}{4}\sqrt{\frac{\mu g}{r}})^2 = \frac{27}{16}\mu mg < f_{Bmax}$ ，所以A、B均未与转台发生相对滑动，故D错误。

故选：C。

7.解：A、根据向心力公式可知 $F=m\omega^2 R \sin \theta$ ，质量和角速度相等，A、B和球心O点连线与竖直方向的夹角分别为

α 、 β ， $\alpha > \beta$ ，所以A的向心力大于B的向心力，故A错误；

B、若物块受到的摩擦力恰好为零，靠重力和支持力的合力提供向心力，则由受力情况根据牛顿第二定律得： mg

$\tan \theta = m\omega^2 R \sin \theta$ ，解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{R \cos \theta}}$ ，若角速度大于 $\sqrt{\frac{g}{R \cos \theta}}$ ，则会有沿切线向下的摩擦力，若角速度小于 $\sqrt{\frac{g}{R \cos \theta}}$ ，则会有沿切线向上的摩擦力，故A、B受到的摩擦力不可能同时为0，故B错误；

C、若 ω 缓慢增大，则A、B受到的摩擦力方向会发生变化，故摩擦力数值不一定都增大，故C错误；

D、因A受的静摩擦力为零，则B有沿容器壁向上滑动的趋势，即B受沿容器壁向下的摩擦力，故D正确。

故选：D。

8.解：A、根据线速度和角速度的关系 $v = \omega R$ 得角速度为： $\omega = \frac{v}{R}$ ，故A错误；

B、根据匀速圆周运动的规律可知，向心力为： $F = \frac{mv^2}{R}$ ，故B正确；

C、当运动员受到的重力和赛道支持力的合力提供向心力时，向心力为： $F = \frac{mg}{\tan \theta}$ ，当运动员受到赛道的摩擦力时，向心力为： $F \neq \frac{mg}{\tan \theta}$ ，故C错误；

D、向心力是效果力，可以由单个力充当，也可以由其它力的合力提供，或者由某个力的分力提供，不是物体实际受到的力，因此，将运动员和自行车看做一个整体后，整体应受重力、支持力和摩擦力，故D错误。

故选：B。

9.解：两物体属于同轴转动的模型，角速度相等，

A、当 $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{2R}}$ 时，A物体需要的向心力： $m\omega^2 R = \frac{\mu mg}{2}$ ，未达到最大静摩擦力，B物体需要的向心力： $m\omega^2 \cdot 2R = \mu mg$ ，达到最大静摩擦力，故此时轻绳的张力为零，两物体不会滑动，故A错误；

B、当 $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{R}}$ 时，B物体需要的向心力： $m\omega^2 \cdot 2R = \mu mg + F_1$ ，绳子张力： $F_1 = \mu mg$ ，A物体同样受到绳子张力作用，张力刚好提供向心力， $F_1 = m\omega^2 R$ ，A物体不受摩擦力作用，故B正确；

C、当 $\omega = \sqrt{\frac{3\mu g}{2R}}$ 时，B物体需要的向心力： $m\omega^2 \cdot 2R = \mu mg + F_2$ ，绳子张力： $F_2 = 2\mu mg$ ，A物体同样受到绳子张力作用， $F_2 - f = m\omega^2 R$ ，此时A物体受到静摩擦力作用， $f = 0.5\mu mg$ ，故C正确；

D、当 $\omega = \sqrt{\frac{2\mu g}{R}}$ 时，B物体需要的向心力： $m\omega^2 \cdot 2R = \mu mg + F_3$ ，绳子张力： $F_3 = 3\mu mg$ ，A物体同样受到绳子张力作用， $F_3 - \mu mg = m\omega^2 R$ ，此时A物体达到最大静摩擦力，开始滑动，故D正确。

故选：BCD。

10.解：A、洗衣机脱水桶旋转时，水滴做圆周运动，当水滴所需的向心力大于附着力时，水滴被甩掉，故把湿衣服甩干，是利用了离心现象，故A正确；

B、根据向心力公式： $F = m\omega^2 R$ ， ω 增大会使向心力 F 增大，水滴根据容易发生离心现象，会使更多水滴被甩出去，脱水效果更好，故B正确；

C、靠近中心的衣服， R 比较小，角速度 ω 一样，所需的向心力小，不易发生离心现象，脱水效果差，故C错误；

D、脱水过程中，衣物做离心运动而甩向桶壁，所以衣物是紧贴桶壁的，故D错误。

故选：AB。

11.解：（1）小球在B点的速度最小时，小球与轨道之间无作用力，即有： $mg = m \frac{v_{\min}^2}{R}$

解得： $v_{\min} = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 0.4} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$

(2) 小球以最小速度从B点飞出后做平抛运动, 竖直方向上有: $2R = \frac{1}{2}gt^2$

水平方向上有: $x = v_{\min}t$

解得: $x = 0.8m$

即A、C间的距离应满足 $x_{AC} \geq 0.8m$ 。

(3) 从P点到B点由动能定理可得: $-mg(R - R\cos\theta) = \frac{1}{2}mv_{\min}^2 - \frac{1}{2}mv_P^2$

解得 $v_P = 2\sqrt{2}m/s$

在P点对小球进行受力分析得: $mg\cos\theta + N = \frac{mv_P^2}{R}$

解得: $N = 30N$

根据牛顿第三定律可知对轨道压力: $N' = 30N$, 方向沿OP方向

答: (1) 在B点的最小速度为 $2m/s$;

(2) A、C间的最小距离为 $0.8m$;

(3) 小球经过P点时它对轨道的压力大小为 $30N$, 方向沿OP方向。

12. 解: (1) 沙袋从P点被抛出后做平抛运动, 设它的落地时间为 t ,

则 $h = \frac{1}{2}gt^2$, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

若当小车经过C点时沙袋刚好落入, 抛出时的初速度最大, 有

$x_C = v_{0\max}t = L + R$,

得: $v_{0\max} = (L + R)\sqrt{\frac{g}{2h}}$

(2) 要使沙袋能在D处落入小车中, 小车运动的时间应与沙袋下落时间相同,

$t_{AB} = (n + \frac{3}{4})\frac{2\pi R}{v}$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$), $\dots 2$ $t_{AB} = t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$,

得: $v = \frac{(4n+3)\pi R}{2}\sqrt{\frac{g}{2h}}$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

答: (1) 若小车在跑道上运动, 则沙袋被抛出时的最大初速度。

(2) 若小车沿跑道顺时针做匀速圆周运动, 当小车恰好经过A点时, 将沙袋抛出, 为使沙袋能在D处落入小车中, 小车的速率 v 应满足什么条件?

13. 解: (1) 物块在B点时, 由牛顿第二定律得: $F_N - mg = m\frac{v_B^2}{R}$,

由题意: $F_N = 7mg$

物体经过B点的动能: $E_{kB} = \frac{1}{2}mv_B^2 = 3mgR$

在物体从A点至B点的过程中, 根据机械能守恒定律, 弹簧的弹性势能: $E_p = E_{kB} = 3mgR$.

(2) 物体到达C点仅受重力 mg , 根据牛顿第二定律有: $mg = m\frac{v_C^2}{R}$, $E_{kC} = \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mgR$

物体从B点到C点只有重力和阻力做功, 根据动能定理有: $W_{\text{阻}} - mg \cdot 2R = E_{kC} - E_{kB}$

解得: $W_{\text{阻}} = -0.5mgR$

所以物体从B点运动至C点克服阻力做的功为: $W = 0.5mgR$.

答: (1) 弹簧开始时的弹性势能 $3mgR$ (2) 块从B点运动至C点克服阻力做的功 $0.5mgR$.