能量守恒综合运用

参考答案

【答案】

1.D

2.见解答过程

3.见解答过程

4.见解答过程

5.见解答过程

6.见解答过程

7.见解答过程

8.见解答过程

9.A,B,C

【解析】

1.解：A、由机械能守恒定律可知：$mgh=\frac{1}{2}mv^2$，解得：$v=\sqrt{2gh}$，故A错误；

B、要使物体能通过最高点，临界状态是重力提供向心力，$mg=m\frac{v^2}{R}$，解得通过最高点的最小速度：$v=\sqrt{gR}$，故最小速度不能为零，故B错误；

C、由向心力公式可知：$F-mg=m\frac{v^2}{R}$，解得：$F=mg+2mg\frac{h}{R}$，故C错误；

D、要使物体通过最高点，则最高点时的速度为：$v=\sqrt{2gh}$，则由动能定理可知：$mgh-2mgR=\frac{1}{2}mv^2$，解得：$h=2.5R$，故D正确。

故选：D。

2.解：（1）物块b离开弹簧后做平抛运动，设从C运动到M历时为t，则$L\sin37°=\frac{1}{2}gt^2$，

$L\cos37°=v_0t$

代入数据解得$t=1.2s$，$v_0=8m/s$；

（2）①物块a能够经过A点做平抛运动落到斜面的M点；

设物块a经过A点的速率为v_A，从A运动到M历时为t_1，则$2R+L\sin37°=\frac{1}{2}gt_1^2$

$s+L\cos37°=v_At_1$

解得$t_1=2s$，$v_A=9m/s$，

设物块a刚被弹簧弹开时的速率为v_{C1}，在从C运动到A的过程中，由动能定理得$\frac{1}{2}m_1v_A^2-\frac{1}{2}m_1v_{C1}^2=-\mu m_1gs-2mgR$

解得$v_{C1}=19m/s$

弹簧弹开物块a、b的过程中，物块a、b动量守恒。选向右的方向为正方向，由动量守恒定律得$m_2v_0=m_1v_{C1}$

解得$\frac{m_1}{m_2}=\frac{8}{19}$；

②物块a被弹簧弹开后不能到达A点，物块a从C点做平抛运动落到斜面的M点，做平抛运动的初速度大小也是v_0.

设物块a刚被弹簧弹开时的速率为v_{C2}，在物块a从C向左运动到再次回到C点的过程中，由动能定理得

$\frac{1}{2}m_1v_0^2-\frac{1}{2}m_1v_{C2}^2=-2\mu m_1gs$

解得：$v_{C2}=4\sqrt{7}m/s$

弹簧弹开物块a、b的过程中，物块a、b动量守恒。选向右的方向为正方向，由动量守恒定律得$m_2v_0=m_1v_{C2}$

解得$\frac{m_1}{m_2}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$。

答：（1）物块b刚离开弹簧的瞬间，其速率v_0是8m/s；

（2）若物块a能够经过A点做平抛运动落到斜面的M点，则$\frac{m_1}{m_2}$是$\frac{8}{19}$，

若物块a被弹簧弹开后不能到达A点，物块a从C点做平抛运动落到斜面的M点，则$\frac{m_1}{m_2}$是$\frac{2\sqrt{7}}{7}$。

3.解：（1）滑块落到D点时的竖直速度$v_{Dy}=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times10\times11.25}m/s=15m/s$

则水平速度$v_{Dx}=v_B=\frac{v_{Dy}}{\tan37°}=20m/s$

即到达B点时物块已经和传送带共速，设从开始到与传送带共速的时间为t，则对物块由动能定理$f\cdot\frac{v}{2}t=\frac{1}{2}mv^2$

物块与传送带之间的相对位移$\Delta x=vt-\frac{1}{2}vt=\frac{1}{2}vt$

产生的热量$Q=f\Delta x=\frac{1}{2}fvt=\frac{1}{2}mv^2$

则为了传送小滑块，电动机多做的功为$W=Q+\frac{1}{2}mv^2=mv^2=2000J$；

（2）从D点到滑到斜面的最高点，由动能定理$mgH+\mu mg\cos37°\cdot\frac{H}{\sin37°}=\frac{1}{2}mv_D^2$

其中$v_D=\frac{v_{Dy}}{\cos37°}=25m/s$，

解得：H=25m；

（3）若滑块与斜面摩擦不计，则回到D点时，由动能定理$mgH=\frac{1}{2}mv_D'^2$

解得$v_D'=10\sqrt{5}m/s<v_D=25m/s$

则滑块不能回到水平传送带；

因为$v_{Dy}'=v_D'\sin37°=6\sqrt{5}m/s$

$v_{Dx}'=v_D'\cos37°=8\sqrt{5}m/s$

则$h'=\frac{v_{Dy}'^2}{2g}=9m$

原来ED之间的距离$s=v_{Dx}\sqrt{\frac{2h}{g}}=20\sqrt{\frac{2\times11.25}{10}}m=30m$

调整后$s'=v_{Dx}'\sqrt{\frac{2h'}{g}}=8\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{2\times9}{10}}m=24m$

则要想使得物块从B点进入传送带，需将传送带下调11.25m-9m=2.25m，同时向右移动30m-24m=6m。

答：（1）为了传送小滑块，电动机多做的功为2000J；

（2）小滑块沿斜面上升的最大高度为25m；

（3）将小滑块从F点释放后，若小滑块与斜面间的摩擦忽略不计，不能从B点水平回到传送带上；

要想使得物块从B点进入传送带，需将传送带下调2.25m，同时向右移动6m。

4.解：（1）物块从A到B做平抛运动，根据物块经过B点的速度和竖直方向的夹角为θ，根据运动的分解知：

$v_B=\frac{v_0}{\sin\theta}=\frac{1.2}{0.6}=2m/s$

（2）从B到C应用动能定理有：

$mg(R+R\sin\theta)=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_B^2$

代入数据得：$v_C=6m/s$

在C点，由牛顿第二定律有：$F_N-mg=m\frac{v_C^2}{R}$

代入数据得：$F_N=46N$

由牛顿第三定律知，物块经过圆轨道上的C点时对轨道的压力为46N；

（3）物快在木板上滑动时，设物块和木板的加速度大小分别为a_1、a_2，

则由牛顿第二定律，

对物块有：$\mu_1mg=ma_1$

对木板有：$\mu_1mg-\mu_2(M+m)g=Ma_2$

联立并代入数据解得：$a_1=2m/s^2$，$a_2=1m/s^2$；

设物快和木板经过时间t达到共同速度v，其位移分别为．S_1、S_2，则：

对物块：$v=v_C-a_1t$

对木板：$v=a_2t$

联立并代入数据解得：$t=2s$，$v=2m/s$

设木板长度至少为L

时间t内物块的位移：$S_1=\frac{v_C+v}{2}t=8m$

时间t内木板的位移：$S_2=\frac{v}{2}t=2m$

由题意得：$L\geqslant S_1-S_2=6m$

即木板长度至少6m才能使物块不从木板上滑下．

（4）设物块与木板速度相同一起滑行的距离为S_3．则它们共同的加速度大小为：

$a_3=\frac{\mu_2(M+m)g}{M+m}=0.5m/s^2$；

$S_3=\frac{v^2}{2a_3}=\frac{2^2}{2\times0.5}=4m$

所以，整个运动过程中，物块与木板间产生的内能为：$Q_1=\mu_1mgL=12J$

木板与地面间产生的内能为：$Q_2=\mu_2(M+m)g(S_2+S_3)=6J$

共产生的内能为：$Q=Q_1+Q_2=18J$

答：（1）物块经过轨道上的B点时的速度大小是2m/s；

（2）物块经过轨道上的C点时对轨道的压力是46N；

（3）木板至少6m长才能使物块不从木板上滑下；

（4）整个运动过程中，物块与木板间产生的内能为12J，木板与地面间产生的内能为6J，共产生的内能为18J．

5.解：（1）在B点，$F-mg=m\frac{v^2}{R}$，则$F=mg+m\frac{v^2}{R}=1\times10N+1\times\frac{2^2}{0.4}N=20\ N$，由牛顿第三定律，$F'=20\ N$

从A到B，由动能定理得$mgR-W=\frac{1}{2}mv^2$　　　　则$W=mgR-\frac{1}{2}mv^2=1\times10\times0.4J-\frac{1}{2}\times1\times2^2J=2\ J$

（2）在CD间运动，有：$mg\sin\theta=ma$，则加速度：$a=g\sin\theta=10\times0.6m/s^2=6\ m/s^2$

匀变速运动规律$s=vt+\frac{1}{2}at^2$，即$1m=2t+\frac{1}{2}\times6t^2$，解得$t=\frac{1}{3}\ s$

$v_D=v+at=2m/s+6\times\frac{1}{3}m/s=4m/s$

物块由D压缩弹簧至最短的过程中，根据能量守恒：$E_p=\frac{1}{2}mv_D^2=\frac{1}{2}\times1\times4^2=8J$

（3）最终滑块停在D点有两种可能：

a．滑块恰好能从C下滑到D。

则有$mg\sin\theta\cdot s-\mu_1 mg\cos\theta\cdot s=0-\frac{1}{2}mv^2$，即$1\times10\times0.6\times1J-\mu_1\times1\times10\times0.8\times1=\frac{1}{2}\times1\times2^2J$，得到$\mu_1=1$

b．滑块在斜面CD和水平地面间多次反复运动，最终静止于D点。

当滑块恰好能返回C

$-\mu_2 mg\cos\theta\cdot2s=0-\frac{1}{2}mv^2$，即$-\mu_2\times1\times10\times0.8\times2\times1=\frac{1}{2}\times1\times2^2J$，得到$\mu_2=0.125$

当滑块恰好能静止在斜面上，则有：

$mg\sin\theta=\mu_2 mg\cos\theta$，得到$\mu_2=0.75$

综上所述，μ的取值范围是$0.125\leqslant\mu<0.75$

答：（1）滑块对B点的压力大小为20N，在AB上克服阻力所做的功为2J；

（2）若设置μ=0，滑块从C第一次运动到D的时间为$\frac{1}{3}$s弹簧的最大弹性势能为8J；

（3）μ的取值范围为$0.125\leqslant\mu<0.75$

6.解：（1）从A位置到圆轨道最高点过程，根据动能定理，有：$-\mu mgL_1-mg\cdot2R=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，

解得：$v_1=\sqrt{v_0^2-2\mu gL_1-4gR}=\sqrt{32-2\times0.5\times10\times1-0.5\times10\times0.3}=\sqrt{10}m/s$，

在最高点，重力和支持力的合力提供向心力，故：$mg+F_N=m\frac{v_1^2}{R}$，

解得：$F_N=m\frac{v_1^2}{R}-mg=0.3\times\frac{10}{0.3}-0.3\times10=7N$；

根据牛顿第三定律，滑块对轨道的压力为7N，向上；

（2）临界一：

滑块恰好能到圆心最高点处，从A位置到圆心最高点位置过程，根据动能定理，有：$-\mu mgL_1-mgR=0-\frac{1}{2}mv_2^2$

解得：$v_2=\sqrt{2\mu gL_1+2gR}=\sqrt{2\times0.5\times10\times1+2\times10\times0.3}=4m/s$

临界二：

滑块恰能够到达圆弧最高点，在最高点，重力等于向心力，故：$mg=m\frac{v_3^2}{R}$，解得：$v_3=\sqrt{gR}=\sqrt{3}m/s$，

从A位置到圆弧最高点过程，根据动能定理，有：$-\mu mgL_1-mg\cdot2R=\frac{1}{2}mv_3^2-\frac{1}{2}mv_4^2$

解得：$v_4=\sqrt{v_3^2+2\mu gL_1+4gR}=\sqrt{3+2\times0.5\times10\times1+4\times10\times0.3}=5m/s$

临界三：

恰好进入圆轨道，则：$-\mu mgL_1=0-\frac{1}{2}mv_5^2$

故$v_5=\sqrt{2\mu gL_1}=\sqrt{2\times0.5\times10\times1}=\sqrt{10}m/s$

故滑块进入轨道而不滑离轨道的初速度范围为：$\sqrt{10}m/s\leqslant v_0\leqslant4m/s$或$v_0\geqslant5m/s$；

（3）若小球恰好停在C处，对全程进行研究，则有：$-\mu mg(L_1+L_2)=0-\frac{1}{2}mv_6^2$，

代入数据解得：$v_6=6m/s$。

所以当$5m/s\leqslant v_0\leqslant6m/s$时，小球停在BC间。

若小球恰能越过壕沟时，则有：$h=\frac{1}{2}gt^2$，$s=v_Ct$，联立解得：$v_C=3m/s$

由动能定理得：$-\mu mg（L_1+L_2）=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_7^2$

代入数据解得：$v_7=3\sqrt{5}m/s$，

所以当$v_0 \geqslant 3\sqrt{5}$m/s，小球越过壕沟。

故若小球既能通过圆形轨道的最高点，又不能掉进壕沟，小滑块在A点弹射出的速度大小范围是$5m/s \leqslant v_0 \leqslant 6m/s$或$v_0 \geqslant 3\sqrt{5}$m/s。

答：（1）若小滑块初速度$v_0=4\sqrt{2}$m/s，小滑块在圆形轨道最高点时对轨道的压力大小为7N;

（2）若仅要求小滑块能够进入圆形轨道，且运动过程中始终不脱离圆形轨道，小滑块初速度v_0的大小范围为$\sqrt{10}m/s \leqslant v_0 \leqslant 4m/s$或$v_0 \geqslant 5m/s$;

（3）若要求小滑块沿着圆形轨道运行一周离开圆形轨道后不能掉进陷阱，小滑块初速度v_0的大小范围为$5m/s \leqslant v_0 \leqslant 6m/s$或$v_0 \geqslant 3\sqrt{5}$m/s。

7.解：（1）设小物块做平抛运动的时间为t，则有：

$H-h=\frac{1}{2}gt^2$

设小物块到达B点时竖直分速度为v_y，

$v_y=gt$，

由以上两式解得：$v_y=3$ m/s

则B点速度$v_B=\sqrt{v_0^2+v_y^2}=5m/s$

设速度方向与水平面的夹角为θ，则$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{3}{4}$,

解得：θ=37°

（2）设小物块到达C点时速度为v_C，从B至C点，由动能定理得：

$mgh=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_B^2$

设C点受到的支持力为F_N，则有：

$F_N-mg=\frac{mv_C^2}{R}$

解得：$v_C=2\sqrt{7}$m/s，

$F_N=47.3$ N

根据牛顿第三定律可知，小物块对圆弧轨道C点的压力大小为47.3 N

（3）由题意可知小物块对长木板的摩擦力$F_{f1}=\mu_1 mg=5$ N

长木板与地面间的最大静摩擦力近似等于滑动摩擦力

$F_{f'2}=\mu_2(M+m)g=10$ N

因$F_{f1}<F_{f'2}$，所以小物块在长木板上滑动时，长木板静止不动

设小物块在长木板上做匀减速运动，至长木板最右端时速度刚好为0

则长木板长度为$l=\frac{v_C^2}{2\mu_1 g}=2.8$ m

所以长木板至少为2.8 m，才能保证小物块不滑出长木板。

答：（1）小物块运动至B点时的速度大小为5m/s，方向与水平面的夹角为37°；

（2）小物块滑动至C点时，对圆弧轨道C点的压力大小47.3 N;

（3）长木板至少为2.8 m，才能保证小物块不滑出长。

8.解：（1）滑块在A点释放，通过D点时对轨道的压力最大，从A到D，由动能定理得：

mg（H_0-2R）=-0

代入数据得：v_D=m/s

设在D点轨道对滑块的压力为F，根据向心力公式有：

F+mg=m

代入数据解得：F=10N

根据牛顿第三定律可知，滑块对轨道的最大压力为：F′=F=10N

（2）设滑块在E点速度为v_{E1}，与GH壁第一次碰撞后打到F点，根据对称性和平抛运动规律有：

2d=v_{E1}t

h=

代入数据解得：v_{E1}=m/s

设滑块释放高度为H_1，从释放点到E点，根据动能定理得：

mgH_1-μmgL=-0

解得：H_1=0.6m

（3）设滑块释放高度为H_2时恰好通过D点，在D点速度为v_{D1}，则有：

mg=m

从释放到D点，由动能定理得：

mg（H_2-2R）=-0

代入数据解得：H_2=0.5m

从滑块落入收集框到第一次碰撞，根据平抛运动规律有：

d=v_Et

y=

从滑块释放到E点，由动能定理得：

mgH-μmgL=-0

从滑块落入收集框到第一次碰撞，根据动能定理得：

mgy=E_k-

解得：E_k=mg（H-μL）+

即为：E_k=5（H-0.3）+

当5（H-0.3）=时，即H_3=0.6m时，E_k最小，且E_{kmin}=3J

因H_2=0.5m＜H_3＜H_0=0.7m，由对应函数图象可知，H=0.5m或H=0.7m时E_k最大，则

当H=0.5m时，E_k=3.25J

当H=0.7m时，E_k=3.125J

故E_k最大值为3.25J。

答：（1）滑块通过圆轨道最高点D时对轨道的最大压力是10N；

（2）滑块在倾斜轨道AB上释放的高度是0.6m；

（3）滑块落入收集框后与GH壁第一次碰撞时动能的最小值是3J，最大值为3.25J。

9.解：A、a球和b球所组成的系统只有重力做功，则机械能守恒，故A正确

B、b球速度为0时，a到达L_2所在面，在竖直向只受重力作用，则加速度为g，故B正确

C、当a球运动到两杆的交点后再向下运动L距离，此时b 达到两杆的交点处，a的速度为0，b的速度最大为v_{bm}，

由机械能守恒得：

$mg\left(L+\frac{\sqrt{2}L}{2}\right)=\frac{1}{2}mv_{bm}^{2}$

解得：$v_{bm}=\sqrt{(2+\sqrt{2})gL}$，故C正确

D、a球运动到两杆的交点处，b的速度为0，此时a的速度为v_a，由机械能守恒得：

$mg\frac{\sqrt{2}L}{2}=\frac{1}{2}mv_{a}^{2}$

得：$v_a=\sqrt{\sqrt{2}gL}$

但此后杆向下运动，会再加速一段距离后达到一最大速度再减速到0，则其最大速度要大于$\sqrt{\sqrt{2}gL}$，故D错误

故选：ABC。