

## RÉSUMÉ CHAPITRE I

### SCALAIRES, VECTEURS ET UNITÉS

#### GRANDEURS PHYSIQUES :

Une **grandeur physique** est une entité qui exprime ce que le système est, ce qu'il fait ou ce qu'il subit. Une grandeur physique peut être **scalaire** ou **vectorielle**.

**Grandeur scalaire:** La masse, le volume, la température, etc...

**Grandeur vectorielle:** La vitesse, le poids, l'accélération etc...

Une grandeur vectorielle est caractérisée par:

<b>La grandeur</b>	<b>(Intensité, valeur algébrique)</b>
<b>La direction</b>	<b>(Ligne d'action)</b>
<b>Le sens</b>	<b>(Le comportement)</b>

#### PROPRIÉTÉS DES VECTEURS :

1. Un **vecteur** est un segment de droite ayant une origine et une extrémité qui désigne son sens. **La mesure du segment** est sa grandeur, son intensité ou son module.
2. Un **vecteur unitaire** est un vecteur ayant un module égal à 1.
3. Un **axe** est une **droite numérique** orientée ayant une origine et un vecteur unitaire.
4. **Deux vecteurs sont égaux** s'ils ont les mêmes sens, direction et module.
5. **Le produit d'un vecteur par un scalaire est un vecteur.**
6. **Tout vecteur s'exprime par le produit d'un scalaire et d'un vecteur unitaire.**
7. **L'addition** de deux vecteurs est un vecteur. Ce vecteur est représenté par la **diagonale du parallélogramme** dont les côtés sont représentés par les deux vecteurs.
8. **La soustraction** de deux vecteurs est un vecteur représenté par l'un des côtés du parallélogramme. Son extrémité est celle du 1<sup>er</sup> vecteur dans l'opération de soustraction.

#### RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}} \quad \text{et} \quad \tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \sin(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\cos(\beta) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1 \\ \cos(2\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1 \\ \sin(2\alpha) = 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \end{cases}$$

#### RELATIONS DES TRIANGLES :

Pour les triangles	$\left\{ \begin{array}{l} \text{de côtés } a, b \text{ et } c \\ \text{d'angles } \alpha, \beta \text{ et } \delta \\ a \text{ est opposé à } \alpha \\ b \text{ est opposé à } \beta \\ c \text{ est opposé à } \delta \end{array} \right.$	$\Rightarrow$	$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta + \delta = 180^\circ \\ \text{Loi des cosinus: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\delta) \\ \text{Loi des sinus: } \frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\delta)} \end{array} \right.$
--------------------	--	---------------	--

**EXPRESSIONS DES VECTEURS DANS LE PLAN :****Expression vectorielle d'un vecteur en fonction du vecteur unitaire:**

Tout vecteur est le produit de **sa grandeur** par **un vecteur unitaire** :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{V} = V\vec{\lambda} \\ \|\vec{\lambda}\| = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{\lambda} = \frac{\vec{V}}{V} \\ \vec{\lambda} = \cos\theta_x \vec{i} + \sin\theta_x \vec{j} \end{array} \right. \Rightarrow \vec{V} = V(\cos\theta_x \vec{i} + \sin\theta_x \vec{j})$$

$\theta$  représente **le sens** du vecteur  $\vec{V}$  :  $0 \leq \theta < 360^\circ$

$\theta$  est l'angle que fait le vecteur  $\vec{V}$  avec **l'axe des x** (axe horizontal dirigée vers la droite) dans le sens antihoraire, sens contraire des aiguilles d'une montre.

$$\theta_D = \left| \tan^{-1} \left( \frac{\lambda_y}{\lambda_x} \right) \right| \text{ avec } \begin{cases} \lambda_y = \sin\theta_x \\ \lambda_x = \cos\theta_x \end{cases} \text{ et } \lambda_x \neq 0$$

$\theta_D$  : Direction de  $\vec{V}$  avec  $0 \leq \theta_D < 90^\circ$

Le sens  $\theta_x$  du vecteur dépend des signes de ses composantes:

- 1 :  $\lambda_x > 0$  et  $\lambda_y > 0 \Rightarrow \theta_x = \theta_D$
- 2 :  $\lambda_x > 0$  et  $\lambda_y < 0 \Rightarrow \theta_x = 360^\circ - \theta_D$
- 3 :  $\lambda_x < 0$  et  $\lambda_y > 0 \Rightarrow \theta_x = 180^\circ - \theta_D$
- 4 :  $\lambda_x < 0$  et  $\lambda_y < 0 \Rightarrow \theta_x = 180^\circ + \theta_D$

**Expression vectorielle d'un vecteur en fonction de ses composantes:**

**Méthode :** On détermine l'expression vectorielle par les projections :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \text{ avec } \begin{cases} V_x = V \cos\theta_x \\ V_y = V \sin\theta_x \\ V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \end{cases}$$

**Expression de la somme des vecteurs:**

$$\left. \begin{array}{l} \vec{S} = \sum_i \vec{V}_i \Rightarrow \vec{S} = (\sum V_x) \vec{i} + (\sum V_y) \vec{j} \\ \vec{S} = \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{S} = S_x \vec{i} + S_y \vec{j} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} S_x = \sum V_x \\ S_y = \sum V_y \\ \theta_D = \left| \tan^{-1} \left( \frac{S_y}{S_x} \right) \right| \end{cases} \quad (\theta_D : \text{Direction de } \vec{S})$$