Partie 1, sans calculatrice

1. Traduisez $-2x^{-2/5}$ sous forme de radicaux. *Donnez une réponse n'ayant que des exposants positifs.*

2. Simplifiez les expressions suivantes. *Donnez les réponses n'ayant que des exposants positifs.*

a) $3-4\div 3x+2\left(x-1\right)\div 3+x$

b) $\dfrac{2x}{5}-\dfrac{3-x}{15}$

c) $3\left(\dfrac{2x-1}{3x+2}\right)^2\dfrac{2\left(3x+2\right)-\left(2x-1\right)3}{\left(3x+2\right)^2}$

d) $1-9^0\cdot 3x^{-1}$

e) $-\dfrac{35x^{-2}y^4}{-5x^6y^{-8}}$

f) $\left(1+3x\right)2x\left(1+3x\right)5\left(1+3x\right)\left(-x\right)\left(1+3x\right)$ *gardez l'expression factorisée (ne la développez pas)*

g) $\dfrac{15\sqrt[4]{x^3y}}{\sqrt{5xy}}$

h) $\dfrac{1-\dfrac{2}{x-3}}{x-5}$

i) $\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{x+5}{x^2-2x-3}$

Indiquez quelles sont les valeurs à exclure du domaine de la fraction résultante.

3. Sachant que $\left(2;-1\right)$ est une solution de l'équation à deux variables $y=3x^2+kx-1$, trouvez *k*.

4. Résolvez les équations et l'inéquation suivantes.

a) $\dfrac{2x+3}{5}-\dfrac{3x-1}{2}=\dfrac{4x+7}{2}$

b) $I=\dfrac{nE}{R+nr}$ pour *n*

c) $2x^2-5x-3=0$

d) $\dfrac{-8t-4}{3}\geq\dfrac{-16t}{5}-2$ *Exprimez votre réponse sous forme d'intervalle.*

5. Les trois sommets d'un triangle sont A(0;0), B(5;3) et C(0;10).

a) Quelle est l'équation de la droite perpendiculaire au segment AC qui passe par B ?

b) Déterminez les coordonnées du point d'intersection de la perpendiculaire au segment reliant A et C qui passe par B.

c) Si les coordonnées sont données en mètres, quelle est l'aire du triangle de sommets A, B et C ?

6. Déterminez le centre et le rayon du cercle d'équation $x^2+y^2+8x=6y$. Esquissez son graphique.

7. Déterminez l'équation du cercle centré en (-2;3) qui est tangent à l'axe des *y*.

Partie 2, avec calculatrice

1. La fonction $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+1}$ possède un trou en $x=-1$. Quelle est l'ordonnée du trou ? Représentez la fonction graphiquement.

2. Un objet est lancé verticalement vers le haut. La hauteur *h* (en mètres) de l'objet à partir du sol *t* secondes après avoir été lancé peut être modélisée par $h=-4{,}9t^2+30t+2$.

a) Selon ce modèle, de quelle hauteur l'objet a-t-il été lancé ?

b) Selon ce modèle, quelle est la hauteur de l'objet 5,1 secondes après avoir été lancé ?

c) Selon ce modèle, combien de temps s'écoule entre le lancer et le moment où l'objet frappe le sol ?

d) Complétez le carré à l'aide de votre TI (dans une fenêtre de calcul) pour déterminer la hauteur maximale atteinte par l'objet. Validez graphiquement.

3. Vous êtes responsable de la conception d'un contenant cylindrique de 1000 cm^3 dont le pourtour ainsi que les deux extrémités seront en aluminium. Vous trouvez que la quantité d'aluminium utilisée (mesurée en unités de surface, cm^2) est fonction du rayon de la boîte de conserve et est représentée par la fonction

$$q\left(r\right)=2\pi r^2+\frac{2000}{r} \text{ où } r>0\,.$$

a) Quelle sera la quantité d'aluminium utilisée si le rayon de la boîte de conserve est de 2,5 cm ? de 50 cm ? de 125 cm? (Travaillez dans une fenêtre de calculs. Donnez vos réponses en valeurs exactes et ensuite, arrondies à 2 décimales).

b) Utilisez le solveur (dans une fenêtre de calculs) de votre calculatrice pour déterminer quel doit être le rayon de la boîte de conserve afin d'utiliser exactement 800 cm^2 d'aluminium.

c) Tracez le graphe de la fonction $q\left(r\right)$ dans une fenêtre où $r\in\left[-5;25\right]$ et $q\in\left[-100;1500\right]$ et expliquez à l'aide du graphique pourquoi il y a plus d'une réponse possible en b). *Fournissez un graphique commenté.*

d) *BONUS* Montrez d'où vient la formule...

4. On veut préparer 6 L d'une solution de sucrose à 35 mg/L. Si on dispose d'une solution de sucrose à 10 mg/L et une solution à 100 mg/L, quel volume doit-on prendre de chacune des solutions pour obtenir la préparation voulue ?

Réponses, partie 1

1. $-2x^{-2/5} = -\dfrac{2}{\sqrt[5]{x^2}}$

2.

a) $\dfrac{x+7}{3}$

b) $\dfrac{7x-3}{15}$

c) $\dfrac{21(2x-1)^2}{(3x+2)^4}$

d) $\dfrac{x-3}{x}$

e) $\dfrac{7y^{12}}{x^8}$

f) $-10x^2(1+3x)^4$

g) $3\cdot 5^{1/2}\left(\dfrac{x}{y}\right)^{1/4} = 3\sqrt{5}\,\sqrt[4]{\dfrac{x}{y}}$

h) $\dfrac{1}{x-3}$

i) $\dfrac{4}{x+1}$ si $x \neq 3$

voyez p. 70 des notes de cours exemple 2.21 b)

3. $k=-6$

4. Vérifiez vos réponses à l'aide votre calculatrice, voici une idée comment...

$$\text{solve}\left(i=\frac{n\cdot e}{rr+n\cdot r},n\right) \qquad n=\frac{-i\cdot rr}{i\cdot r-e}$$

$$\text{solve}\left(\frac{-8\cdot t-4}{3}\geq\frac{-16\cdot t}{5}-2,t\right) \qquad t\geq\frac{-5}{4}$$

Attention, la calculatrice ne distingue pas R de r, j'ai donc remplacé R par rr pour le distinguer de r.

L'intervalle pour d) est $\left[-\frac{5}{4};\infty\right[$

5. **a)** y=3 **b)** (0;3) **c)** 25 m^2

6. centre (-4;3) et rayon 5 ; vérifiez votre graphique à l'aide de votre TI

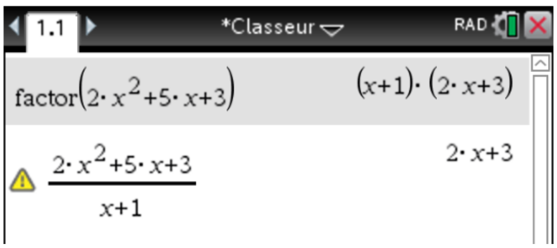
7. $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

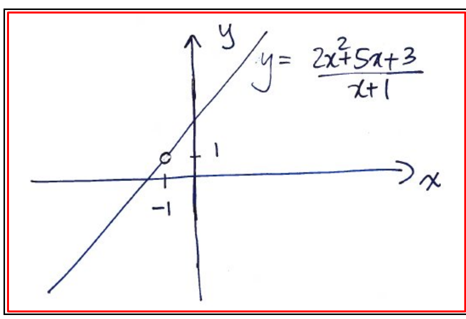
Réponses, partie 2

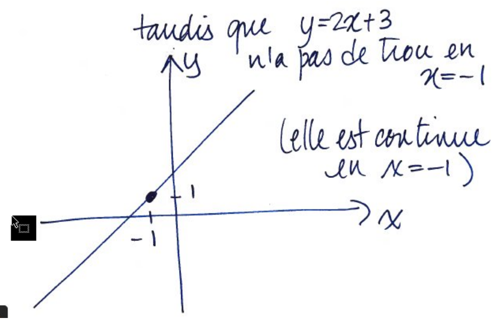
1. L'ordonnée du trou est 1.

Les deux graphiques (celui de $y=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+1}$ et de $y=2x+3$) sont identiques sauf en $x=-1$ car

$$\frac{2x^2+5x+3}{x+1}=\frac{(2x+3)(x+1)}{x+1}=2x+3 \text{ lorsque } x\neq -1$$







2. Exercice du chapitre 1 numéro 1.10 (a) et (b).

a) 2 m

b) Environ 27,55 m

c) $t\approx 6{,}19$ secondes

Notons que $t\approx -0{,}066$ est à exclure, car il s'agit d'un moment avant le lancer.

d) $h(t)\approx 47{,}92-4{,}9(t-3{,}06)^2$ donc, environ 47,92 m

3. On définit la fonction dans une fenêtre de calcul à l'aide du := $q(r):=2\pi r^2+\dfrac{2000}{r}$

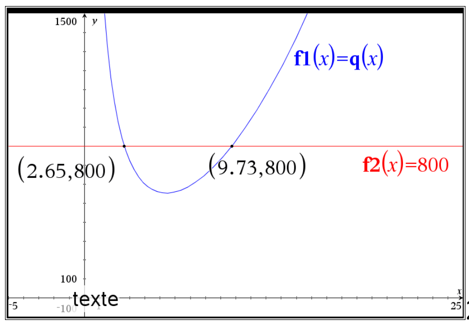
a) $q(2{,}5)\approx 839{,}27\,\text{cm}^2$, $q(50)=5000\pi+40\approx 15747{,}96\,\text{cm}^2$ et

$q(125)=31250\pi+16\approx 98190{,}77\,\text{cm}^2$

b) On résout l'équation $q(r)=800$ pour r et on trouve $r\approx 2{,}65$ cm ou $r\approx 9{,}73$ cm (on rejette la valeur négative -12,37 car elle ne correspond à rien dans le contexte)

$q(r):=2\cdot\pi\cdot r^2+\frac{2000}{r}$	*Terminé*
$q(2.5)$	839.27
$q(50)$	$5000\cdot\pi+40$
$5000\cdot\pi+40$	15747.963
$q(125)$	$31250\cdot\pi+16$
$q(125)$	98190.77
$\text{solve}(q(r)=800,r)$	$r=-12.371471$ or $r=2.6453998$ or $r=9.7260715$

c) La droite horizontale $y=800$ intersecte la courbe $y=q(r)$ à plus d'un endroit, approximativement en $(2,65;800)$ et $(9,73;800)$



2x^2

4. $\frac{13}{3}\approx 4,3$ L de la solution à 10 mg/L et $\frac{5}{3}\approx 1,7$ L de la solution à 100 mg/L