任课教师：

学号：

姓名：

班级：

系别：

密封线内不要答题

南京大学数学课程试卷

2021-2022 学年度第 二 学期 考试形式： 闭卷 课程名称： 线性代数（A）

考试时间： 2022 年 6 月 13 日 考试成绩：

注：请同学们把答案写在此试卷上，答在草稿纸上无效.

题号	一	二	三	四	五	六	七	合计
得分								

一、简答题（每小题 7 分，共 4 题，计 28 分）.

1.计算行列式$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{vmatrix}$的值.

2.令$A=\begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. 计算$((A^*)^T)^*$.

3. 求使得方阵$\begin{pmatrix} 3 & x & 0 \\ x & 4 & y \\ 0 & y & 5 \end{pmatrix}$正定的所有实数对$(x,y)$在平面直角坐标系中所构成的区域面积..

4. 求 $\alpha_1=(0,2,1,1,0)^T,\alpha_2=(3,4,2,1,1)^T,\alpha_3=(0,0,0,7,2)^T,\alpha_4=(1,0,0,2,1)^T$ 的一组极大无关组，并将其余向量表达为极大无关组的线性组合.

二、（本题 12 分）利用分块矩阵计算$\begin{pmatrix}0&1&2&3\\1&0&3&2\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}^n$，$(n\geq 1)$.

三、（本题 12 分）设线性方程组$AX=B$中$r(A)=2$. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是其解向量，满足$4\alpha_1-3\alpha_2=(1,0,2,1)^T$，

$2\alpha_2+\alpha_3=(0,3,9,3)^T,3\alpha_1+3\alpha_3=(0,0,4,4)^T$. 求$AX=B$的通解.

四、（本题 12 分）用正交变换将实二次型$f(x,y,z)=3x^2+4y^2+5z^2+4xy-4yz$化成一个标准型并求$f(x,$

的正惯性指数和负惯性指数.,

五、（本题 12 分）线性空间$\mathbb{R}^3$中有两组基$\alpha_1=(1,1,0)^T,\alpha_2=(0,1,2)^T,\alpha_3=(2,0,0)^T$，和$\beta_1=(3,2,$

$\beta_2=(0,2,0)^T,\beta_3=(-2,2,4)^T$. 试用$\beta_1,\beta_2,\beta_3$的线性组合表达$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$.

（本题 12 分）令A为n阶实系数对称正交方阵.

1) 证明A的特征值为 1 或-1.

2) 证明可以找到n个两两正交的单位列向量$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-m}$，使得$A\alpha_i = \alpha_i, A\beta_j = -\beta_j$,

$\leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-m)$.

（本题 12 分）(1) 计算n阶上三角实方阵全体和n阶下三角实方阵全体分别构成的实线性空间V和W的维数.

(2) 计算实线性空间$V \cap W$和$V + W$的维数.