

北京邮电大学 2019—2020 学年第一学期

《算法设计与分析》期末考试试题 (A 卷)

线

订

装

线

封

密

姓名: _____

班内序号: _____ 学号: _____

班级: _____

专业: _____

考试注意事项	一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。 二、书本、参考资料、书包等物品一律放到考场指定位置。 三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪或作弊行为者，按相应规定严肃处理。 四、学生必须将答题内容做在试题答卷上，做在试题及草稿纸上一律无效									
考试课程	算法设计与分析				考试时间			2020 年 6 月 29 日 8:00-9:30		
题号	一	二	三	四	五	六				总分
满分	10	15	25	25	25					
得分										
阅卷教师										

一、(15 分) 证明: $0.12n^2\sqrt{n} + 1000n^2 \log n = O(n^{5/2})$

二、(15 分) 求解线性递归关系:

$$\begin{cases} X_{n+1} = \frac{9}{2}X_n - \frac{9}{2}X_{n-1}, & n \geq 1 \\ X_0 = 3, X_1 = 6 \end{cases}$$

三. (25 分) 快速排序算法是重要的高效分类算法之一。

- (1) (5 分) 说明排序算法采用的算法设计方法，以及该算法对无序数组分类的过程；
- (2) (10 分) 用类 C/C++/Python 伪代码写出快速排序算法过程以及 partition 过程的实现；
- (3) (5 分) 试证明：在最好情况下，快速排序算法的时间复杂度为 $T(n)=O(n \log n)$ ，其中 n 为排序元素的个数；
- (4) (5 分) 给定输入序列：{13, 3, 18, 10, 12, 9, 15}，划分过程以第 1 个元素作为划分基准，将输入序列按照非递减顺序排列，描述执行快排算法的整个排序过程。

四. (25 分) 给定由 n 个整数（也可能为负整数）组成的整数序列 a_1, a_2, \dots, a_n ，求该序列形如 $\sum_{k=i}^j a_k$ 的子段和的最大值。（当所有整数均为负整数时定义其最大子段和为 0）。依上描述，所有子段和的最大值定义为：

$$\max \left\{ 0, \max_{1 \leq i \leq j \leq n} \sum_{k=i}^j a_k \right\}$$

- (1) (5 分) 利用动态规划策略，给出求序列中当前元素最大子段和值（最优值）的递归式/状态方程；
- (2) (10 分) 根据上面的关系写出求解最大字段和算法的 C/C++/Java 伪代码，并估计算法复杂度；
- (3) (10 分) 如果有多个段可取得最大值，找出得到最大和的第一个子段的元素起始和结束位置，写出伪代码。

五. (25 分) 码头上有 n 个集装箱要装上一艘载重量为 C 的轮船, 其中集装箱 i 的重量为 w_i , 请采用回溯法设计一个最优的装载方案, 即从全体集装箱中选取集装箱将该轮船尽可能的装满, 使得所装集装箱重量之和最接近 C 。该问题等价于:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n w_i x_i \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq C \\ & x_i \in \{0, 1\}, 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

- (1) (10 分) 设集装箱的数量 $n=4$, 轮船的载重量 $C=70$, 每个集装箱的重量 $W=[30, 50, 20, 10]$, 请给出本问题的解向量, 并画出解空间树;
- (2) (5 分) 给出搜索的剪枝策略;
- (3) (5 分) 写出基于 C/C++ 的算法伪代码;
- (4) (5 分) 分析所写算法的时间复杂性。