

北京邮电大学 2019——2020 学年第一学期

《算法设计与分析》期末考试试题（A 卷）

考试 注意 事项	一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。 二、书本、参考资料、书包等物品一律放到考场指定位置。 三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪或作弊行为者，按相应规定严肃处理。 四、学生必须将答题内容做在试题答卷上，做在试题及草稿纸上一律无效										
考试 课程	算法设计与分析				考试时间			2020 年 6 月 29 日 8:00-9:30			
题号	一	二	三	四	五	六					总分
满分	10	15	25	25	25						
得分											
阅卷 教师											

一、(15 分) 证明： $0.12n^2\sqrt{n} + 1000n^2 \log n = O(n^{5/2})$

二、(15 分) 求解线性递归关系：

$$\begin{cases} x_{n+1} = \frac{9}{2}x_n - \frac{9}{2}x_{n-1}, n \geq 1 \\ x_0 = 3, x_1 = 6 \end{cases}$$

三. (25 分) 快速排序算法是重要的高效分类算法之一。

(1) (5 分) 说明排序算法采用的算法设计方法, 以及该算法对无序数组分类的过程;

(2) (10 分) 用类 C/C++/Python 伪代码写出快速排序算法过程以及 partition 过程的实现;

(3) (5 分) 试证明: 在最好情况下, 快速排序算法的时间复杂度为 $T(n)=O(n\log n)$, 其中 n 为排序元素的个数;

(4) (5 分) 给定输入序列: {13, 3, 18, 10, 12, 9, 15}, 划分过程以第 1 个元素作为划分基准, 将输入序列按照非递减顺序排列, 描述执行快排算法的整个排序过程。

四. (25 分) 给定由 n 个整数 (也可能为负整数) 组成的整数序列 a_1, a_2, \dots, a_n , 求该序列形如 $\sum_{k=1}^j a_k$ 的子段和的最大值。(当所有整数均为负整数时定义其最大子段和为 0)。依上描述, 所有子段和的最大值定义为:

$$\max\left\{0, \max_{1 \leq i \leq j \leq n} \sum_{k=i}^j a_k\right\}$$

(1) (5 分) 利用动态规划策略, 给出求序列中当前元素最大子段和值 (最优值) 的递归式/状态方程;

(2) (10 分) 根据上面的关系写出求解最大字段和算法的 C/C++/Java 伪代码, 并估计算法复杂度;

(3) (10 分) 如果有多个段可取得最大值, 找出得到最大和的第一个子段的元素起始和结束位置, 写出伪代码。

五. (25 分) 码头上有 n 个集装箱要装上一艘载重量为 C 的轮船, 其中集装箱 i 的重量为 w_i , 请采用回溯法设计一个最优的装载方案, 即从全体集装箱中选取集装箱将该轮船尽可能的装满, 使得所装集装箱重量之和最接近 C 。该问题等价于:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n w_i x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq C \\ & x_i \in \{0,1\}, 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

- (1) (10 分) 设集装箱的数量 $n=4$, 轮船的载重量 $C=70$, 每个集装箱的重量 $W=[30, 50, 20, 10]$, 请给出本问题的解向量, 并画出解空间树;
- (2) (5 分) 给出搜索的剪枝策略;
- (3) (5 分) 写出基于 C/C++ 的算法伪代码;
- (4) (5 分) 分析所写算法的时间复杂性。