Echologie.org

Mathématiques 100 % Durables

$$M \text{ a pour } \textit{affixe } z = \begin{cases} x + iy & \textit{forme algébrique} \\ r(\cos\theta + i\sin\theta) & \textit{forme trigonométrique} \\ r\, e^{i\theta} & \textit{forme exponentielle} \end{cases}$$

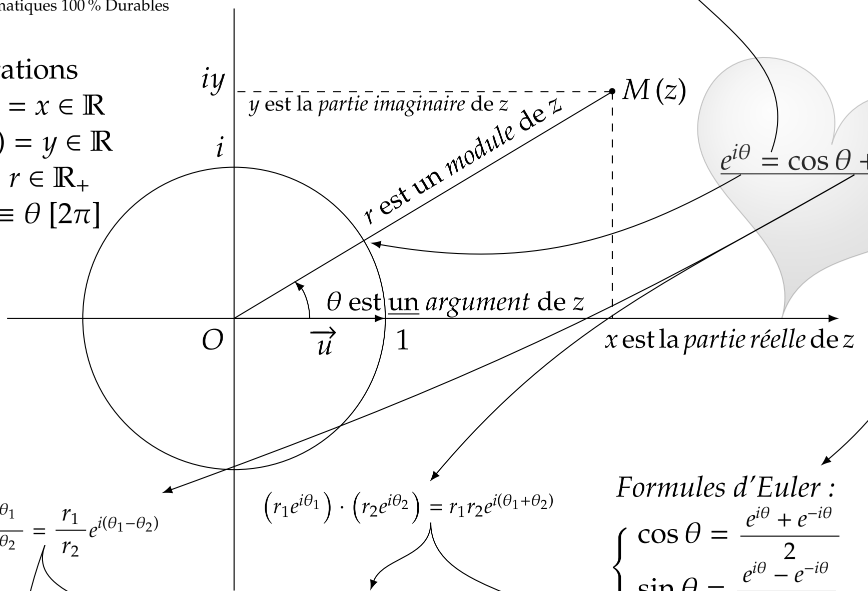
Notations

$\mathscr{R}e(z) = x \in \mathbb{R}$

$\mathscr{I}m(z) = y \in \mathbb{R}$

$|z| = r \in \mathbb{R}_+$

$\arg z \equiv \theta\ [2\pi]$



$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$$\frac{r_1 e^{i\theta_1}}{r_2 e^{i\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

$$\arg \frac{z_1}{z_2} \equiv \arg z_1 - \arg z_2$$

$$\left(r_1 e^{i\theta_1}\right) \cdot \left(r_2 e^{i\theta_2}\right) = r_1 r_2 e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

$$|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$\arg z_1 z_2 \equiv \arg z_1 + \arg z_2$$

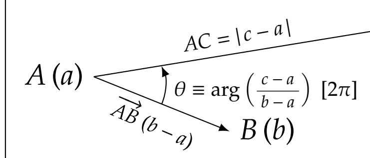
Formules d'Euler :

$$\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \\ \sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \end{cases}$$

Formule de Moivre :

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = (\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

$\mathscr{L}$angage de la géométrie plane	$\mathscr{L}$angage de l'algébre dans $\mathbb{C}$
A	a
B	b
C	c
D	d
J	j
G	g
$ABCD$ parallélogramme	$b - a = c - d$
$(AB) // (CD)$	$\exists k \in \mathbb{R}, b - a = k(d - c)$, *i.e.* $\frac{b-a}{d-c} \in \mathbb{R}$
A,B,C alignés	$\exists k \in \mathbb{R}, b - a = k(c - a)$ *i.e.* $\frac{b-a}{c-a} \in \mathbb{R}$
J milieu de $[AB]$	$j = \frac{a+b}{2}$
$G = \text{bar}\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$	$g = \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c}{\alpha + \beta + \gamma}$
ABC triangle isocèle rectangle en A	$\frac{c-a}{b-a} = \pm i$
ABC triangle rectangle en A	$\exists k \in \mathbb{R}, \frac{c-a}{b-a} = k\,i$, *i.e.* $\frac{c-a}{b-a} \in \mathbb{I}$
ABC triangle isocèle en A	$\exists\, \theta \in \mathbb{R}, \frac{c-a}{b-a} = e^{i\theta}$, *i.e.* $\left\lvert\frac{c-a}{b-a}\right\rvert = 1$
ABC triangle équilatérale	$\frac{c-a}{b-a} = e^{\pm i\frac{\pi}{3}}$
M est sur la médiatrice du segment $[AB]$	$\lvert b - z\rvert = \lvert a - z\rvert$
M est sur le cercle de centre Ω de rayon R	$\lvert z - z_0\rvert = R$



$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$$

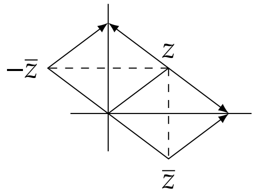
$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$\bar{z} = x - iy = re^{-i\theta}$ est le *conjugué* de z

$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ et $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$

$\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ et $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

$\overline{z^n} = \bar{z}^n$



$z + \bar{z} = 2\mathscr{R}e(z)$

$z - \bar{z} = 2i\mathscr{I}m(z)$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

$\mathscr{L}$angage des symétries planes	Repère complexe $(\Omega, \vec{u})$	Repère complexe $(O, \vec{u})$
O	$-z_0$	0
Ω	0	z_0
M	Z	z
M'	Z'	z'
M' est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{\Omega M}$	$Z' = Z + t$	$z' = z + t$
M' est l'image de M par la rotation de centre Ω d'angle θ	$Z' = e^{i\theta} Z$	$z' = e^{i\theta}(z - z_0) + z_0$
M' est l'image de M par l'homothétie de centre Ω de rapport k	$Z' = kZ$	$z' = k(z - z_0) + z_0$