

- Soient $q \in \mathbb{R}$ et v une suite géométrique de raison q définie sur \mathbb{N} , i.e. vérifiant $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = q \cdot v_n$
- Soit V la série associée, i.e. la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} V_0 = v_0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, V_{n+1} = V_n + v_{n+1} \end{cases}$$

Ce qu'on note usuellement sous la forme : $V_n = \sum_{k=0}^n v_k$

- On cherche à exprimer V_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.
- Par distributivité du produit sur les sommes, on a, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite d'égalités suivante :

$$\begin{aligned} (1 - q)V_n &= V_n - q \cdot V_n \\ &= \sum_{k=0}^n v_k - q \cdot \sum_{k=0}^n v_k \\ &= \sum_{k=0}^n v_k - \sum_{k=0}^n q \cdot v_k \\ &= \sum_{k=0}^n v_k - \sum_{k=0}^n v_{k+1} \\ &= \sum_{k=0}^n v_k - \sum_{k=1}^{n+1} v_k \\ &= \left(\sum_{k=0}^n v_k - \sum_{k=0}^n v_k \right) + (v_0 - v_{n+1}) \\ &= v_0 - v_{n+1} \end{aligned}$$

- En définitive, nous avons $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = \frac{v_0 - v_{n+1}}{1 - q}$