

初等书单

徐翎目初等研究所

日期：2023 年 1 月 16 日

摘要

这篇文档是由徐翎目初等研究所的各位同心协力所完成的书单，书后的评价由推荐人自己给出，课程涵盖教育部指定的本科课程，希望对读者有所帮助。

1 分析与方程

1.1 数学分析

Walter Rudin: Principles of Mathematical Analysis 文风冷峻，简练。一句废话不加，对于每块知识都去直接处理最一般最核心的定理，这就导致读者获取不到足够多的细节和直觉令人感觉比较抽象和不自然；但辩证地看内容足够广，这是一本很好的参考书，在学数分的过程中，可以利用这本书作知识的深入探究。

常庚哲、史济怀：数学分析教程 整体是中规中矩的理科类数学分析教材但还满足不了数学系的需求。口语化讲述，选材没有过多亮点。不严谨的部分他都标出来了，属于教学上的处理。完备性方面较国外教材稍逊，很多概念没有站在一般的情形说明。习题部分读懂正文则不应该有困难。习题部分多半是技巧题，具有竞赛风格，价值密度远高于吉米多维奇，也可以不过分关注。

Terence Tao: Analysis I,II 教学可谓苦口婆心，从 Peano 公理出发搭建分析框架。特色则是严格化的实数系的共尾 Cauchy 列定义。

Apostol: Mathematical Analysis 基本上是 Rudin 的互补书籍，行文相对亲切。

张筑生: 数学分析新讲 品质上乘的中文数学分析教材，没有过多引入后续课程概念，但是讲得足够清晰，且材料编排有层次。

菲赫金哥尔茨: 微积分学教程 内容多，例题多（但是没有习题），有很多物理相关的例子。

H.Cartan: Differential Calculus 一本小册子，第一章讲 Banach 空间上的微分学，第二章讲微分方程。多元微分学部分就该像这书的第一章一样。此外，作者还有一本名为 Differential Forms 的册子，据说讲的很好很清楚，但没看过，不做评价。

于品: 数学分析讲义 是未怎么经过整理的讲义，保留了很多口语化特质。写得很细致，当然也有很多 typo（发现 typo 可以到香蕉空间去修改）。很多定理做得不够“一般”，但是在简单而易于理解的情形讲得足够清楚。尽管如此，读的时候需要动手计算，因为它太早就引入了数学的阴暗面。

1.2 实分析

Stein: Real Analysis 主要是课后习题质量高，exercise 很好地检验你对很多工具性的 theorem、collary、lemma 的熟练度。整体讲的比较浅显，虽然讲了抽象测度论但并不深入，比如带符号的测度，测度的绝对连续性，Jordan 分解这些都没有讲。重心仍然在 Lebesgue 测度与积分，一如既往的平易近人的风格。然后我觉得部分内容可以不看，比如第三章 NL 定理后面的内容不是很有必要去看，越到后面私货越多。

Terence Tao: An introduction to measure theory 从实分析最基本的东西讲起，因为 Tao 是 Stein 的学生，风格和第一本有一些相似之处，但是相对 Stein 相比，讲的基本内容会丰富很多。

1.3 复分析

Big Rudin: Real and Complex Analysis 书不厚相比 Stein 进度较快适合速通；不过有一个问题你要知道的是书薄就意味着内容不可能像 Folland 那样的厚书一样面面俱到，比如抽象的测度 Rudin 上就没有过多的介绍，像预测度，单调类就都没有讲；习题也没必要全做，不过 Baby Rudin 也就是这个系列的第一本，有时间和精力我的话建议把习题全部过一遍。个人观点是目前分析部分就按 Rudin 那 3 本的范围来学习，也可以看相关范围的书籍，例如 Stein，后面还有 PDE 也要学。要先让这 3 本书的内容烂熟于心（具体的例子可以不用记得非常熟，关键是理论）。本科主要还是以广度为主，分析可以先不用急于继续往更深的地方学（因为如果你以后不是做这个方向的话，后面的东西过于独立，用不到的话很容易忘）。目前先把重心放在代数/几何（拓扑）/分析上，把这 3 个方向都学好。

Stein: Complex Analysis 应该是标准的复分析教材了，感觉读这本书就像读小说一样，相当流畅。但深度不足，有些证明并不严谨。他后面还讲了很多解析数论有关的内容，讲的还是比较清楚，就是会把一些重要结论放习题，比如洛朗级数。

Eberhard Freitag: Complex Analysis 前四章集中讲述的复分析的基本结果，第五、六、七章依次对椭圆函数、椭圆模形式及解析数论做了初步的介绍，第八章给了所有习题的解答/提示。由于还没读完，优点不好概括，但经过对比，窃以为此书优于 J.B.Conway 的 GTM11。此外，由于是从德语翻译而来，故据说有部分地方翻译的不好。

L.Ahlfors: Complex Analysis 经典教材，内容非常丰富，但可能是因为写作风格的原因使人读起来不够顺畅。相比别的他可能更偏向几何一点。最后两章比较细致地讲了椭圆函数与解析延拓，提到了层论，可以参考。

1.4 常微分方程

Arnold: Ordinary Differential Equation 相比下不像其他 ODE 书那么无聊。

L.S.Pontryagin: Ordinary Differential Equation 感觉 ODE 没什么好书，除与众不同的

Arnold 以外，在较为常见的适用于本科 ODE 的书籍中，大概只有这本写的好了。

M.Hirsch, S.Smale, R.Devaney: Differential Equations, Dynamic System, and an Introduction to C

丘赛参考之一，微分动力系统导引。这可能才是真正现代的 ODE 讲法。

1.5 泛函分析

Jan V.Neerven: Functional Analysis 小白友好教材，妮可前辈推荐过，新书，看内容该

讲的都讲了。有些实分析事实他还会复习一遍。

Peter D.Lax: Functional Analysis 经典教材，出自作者在柯朗所的上课讲义，经典部分

应该都讲了。当然可能自学比较吃力，需要过来人指明哪些该看哪些可以后面补。

Albiac, Kalton: Topics in Banach Space Theory=GTM233 Banach 空间理论入门。

Barbra: Elementary Functional Analysis=GTM253 泛函分析入门级教材，没有废话一

堆点集拓扑的东西，从 Banach 空间一直讲到 C^* 代数，而且不厚通俗易懂，课后习题也不难。

2 代数

2.1 线性代数

Roger Godement: 代数学教程 在基础的抽代角度来讲述线性代数/高等代数中的知识，

各种概念的引入相当自然，读得懂就是爽文小说。整本书除了习题又多又不简单

(你甚至能看到习题让你证明 Hilbert 零点定理) 还没答案以外，没有缺点。

蓝以中: 高等代数简明教程 书比较代数化，从具体到抽象。习题有意思但是不见得困

难。

S.Axler: Linear Algebra Done Right 线性代数的几何理论经典教材，特地避开行列式开局，强调线性算子，叙述严格，选材足够（但是不过分），也可以当做有限维泛函的起手。另外，本书物理人可能也喜欢用。

S. Treil: Linear Algebra Done Wrong 明显直接跟前者对着干，表示“有行列式的讲法我也可以给你讲好”。前言中作者也说了选材偏向线性代数在后续分析/应用课程中的应用，且没有放弃矩阵语言（毕竟矩阵一眼能看到，线性映射比之更抽象），与前者可以配套。

2.2 抽象/近世代数

Paolo Aluffi: Algebra: Chapter 0 先直接引入范畴论最基本的语言，并例举了不少有趣或重要的范畴的例子，然后再讲述代数学中主要的题材，可以粗略地认为是超级友好版的 *lww* (?)。第二、三章讲解基本的群、环、域和模，并详细介绍了 Grp , Ring , 和 R-Mod 三个范畴以及少见（我读的书少，又只在这书里见过，所以我感觉应该挺少见）的自由群的详细构造过程，相当于提供了最基本的一些框架。从第四章才开始详细讨论抽象代数课程中的主要题材。特别地，整个教材一直在穿插一些同调代数的观念，不知其用意，但大概是为最后面的同调代数章节做准备？至于习题，凡是会在后面正文中引用的习题都会被标记，可谓是不太爱做题的人的福音。最后，本书小错极多，第二版的官方勘误见

<https://www.math.fsu.edu/~aluffi/algebraerrata.2016/Errata.html>

M.Artin: Algebra 材料丰富而广泛内容比较浅显，从线性代数到抽象代数，从交换代数到代数几何，几乎涵盖有关代数的所有本科领域；群作用部分力图直观且偏向几何。有些节数会简单介绍后续课程，方便拓展视野。这自然会带来系统性不强的不足，但这不能称之为此书的缺点，因为这本书亮点就是广度而非深度。

Dummit&Foote: Abstract Algebra 例子多, 只要是定理结论这书里几乎都有。相对的全面的代价就是太厚, 习题多到做不完, 不过好在都有答案。

2.3 Galois 理论

James Milne: Field and Galois Theory 讲了必备的 Galois 理论, 情形简化但是都核心。包含有限与无限 Galois 理论。

Joseph Rotman: Advanced Modern Algebra, Part I, Course A 中规中矩, 以根式可解为引子展开, 关键定理的证明都点出了要害。

3 几何与拓扑

3.1 一般拓扑/点集拓扑

Glen E. Bredon: Topology and Geometry 第一章为常用点集拓扑的知识, 清晰简洁, 不难的证明全跳了, 可用于速成。

J. Munkres: Topology 这本书的点集拓扑部分可以说是无人能出其右, 我现在都把这本书当作字典来查, 它的结果和证明都巨细无遗。此书的代数拓扑部分也是很好的代数拓扑入门。此书是国际公认的拓扑学基础教材也是 Yau 赛官方指定推荐用书; 视角很不一样比较直观。值得注意的是这书并不 care filter, 而 filter 一直是一般拓扑的核心概念。他为了图方便直接把 neighborhood 规定为开集, 而事实上我看过的另一本书在引入 filter 时还特地讲 neighborhood 的各种定义。

John. M. Lee: Introduction to topological manifolds 带背景的点集拓扑导引, Lee 一贯写作细致易读, 此书下接他的 Smooth manifold 或者别的代数拓扑书都比较容易。

Hatcher 还有一本简短的点集拓扑, 专门为他的代数拓扑准备的, 可以简单地通一遍基本的点集拓扑。电子版在他主页找。

3.2 微分几何（本科/古典）

陈卿，彭家贵：微分几何 用得挺多的本科微分几何教材，不厚，重点比较明确，也没有过分计算的部分。活动标架部分应该好好品味。

Do Carmo：曲线和曲面的微分几何 基本必称的教材/参考书，但是内容编排与前者不一致，参考时需要注意一点。

4 概率与统计

4.1 概率论/统计/随机过程（分析）

Rick Durrett：Probability Theory and Examples 虽然这本书在国外是研究生概率论教材，但内容相对比较基础对入门比较友善，证明简洁，结构清晰，选题恰当。而且这书不是特别强调实分析基础，在第一章还简要 review 了测度论和积分。也可以在有了一定测度论基础和一些概率基础之后再看。

Grimmett&Stirzaker：Probability and Random Processes 著名的千题解，足够应付本科四年