Standortplanung und strategisches SCM

Ecko Tan

14. Februar 2018

Don't panic!

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Volkswirtschaftliche und deskriptive Standortmodelle

1.1 Volkswirtschaftliche Standortmodelle

1.1.1 Die Wahl kostenminimaler Wohnstandorte

standortbezogenen Kosten

$$C(d) = Q \cdot p(d) + V \cdot k(d) \tag{1.1}$$

- d: die Entfernung des Standortes zum Stadtzentrum
- $C(d)$: die gesamten Standortkosten
- Q: die vorgegebene Größe der Wohnfläche
- $p(d)$: die standortabhängigen Mietkosten pro Flaâcheneinheit (z.B.Quadratmeter)
- V: die Anzahl der Fahrten ins Zentrum
- $k(d)$: standortabhängigen Fahrtkosten

Annahme

- $p(d)$ nehmen mit zunehmender Entfernung zum Stadtzentrum exponentiell ab:

$$p(d) = P_Z \cdot e^{-rd} \tag{1.2}$$

  - P_Z: der Mietpreis direkt im Zentrum
  - r: Verfallskonstante für die Entfernung

- die Fahrtkosten sind proportional zur Entfernung zum Zentrum

$$k(d) = K \cdot d \tag{1.3}$$

  - K: die Kosten pro Entfernungseinheit

Den kostenminimalen Standort findet man unter diesen Annahmen durch Minimierung der Funktion $C(d)$.

Ableiten der Funktion C nach d und anschließendem “Nullsetzen” der Ableitung $\Rightarrow$

$$d^* = \frac{1}{r}(\ln[r \cdot P_Z \cdot Q] - \ln[V \cdot K]) \tag{1.4}$$

Example 1.1.1. Aufgabe 1, Aufgabe 2

1.1.2 Theorie der Boden- und Flächennutzung

von Thünens Modell

- das zu untersuchende Gebiet ist eine kreisförmige, isolierte Fläche gleichmäßiger Produktivität
- es liegt ein einziger Absatzmarkt im Zentrum der Fläche vor
- die Transportverbindungen sind überall gleichmäßig gut
- die Produktion der Produkte ist überall und zu gleichen Kosten möglich
- die Transportkosten steigen proportional zur Entfernung
- es ist eine Menge von Produktions-Aktivitäten und deren Output-Mengen gegeben

Unter dem Gesichtspunkt der Gewinn-Maximierung stellt sich nun die Frage:

"Welches der Produkte soll in welcher Entfernung vom Absatzmarkt hergestellt werden?"

Algorithm 1 Verfahren (zur Bestimmung der oberen Einhüllenden)

Stelle für jede Produktions-Aktivität die zugehörige Profitfunktion auf:

$$R(d) = \max_i R_i(d) = \max_i (p_i - k_i d)$$

Setze $d' = 0$ und $I = 1, \ldots, n, L = \varnothing$

Bestimme der max. Profit $R_{i^*} = \underset{j=1,\ldots,n}{max} R_j(0)$ und damit die im Zentrum profitabelste Aktivität P_{i^*}

if (das Maximum ist nicht eindeutig) **then**

    wähle unter den maximalen Aktivitäten diejenige mit dem kleinsten k_j.

end if

$I = I \backslash \{i^*\}, L = L \cup \{i^*\}$

while (Es gibt Schnittpunkte($d_{ij} = \frac{P_i - P_j}{k_i - k_j}$)) $\wedge$ $(I \neq \varnothing)$ **do**

    Schneide R_{i^*} mit allen $R_j(\cdot), j \in I$

    Bestimme $S_{i^*j} = (d_{i^*j}, R_{i^* \backslash j}(d_{i^*j})$ als den Schnittpunkt mit dem kleinsten Wert $d_{i i^* j} > d'$

    if (Schneiden sich mehrere Profitfunktionen bei $d_{i i^* j}$) **then**

        wähle unter den Aktivitäten diejenige mit dem kleinsten k.

    end if

    $d' = d_{i i^* j}, i^* = j, I = I \backslash \{i^*\}$

    Füge d und i^* am Ende der Liste L an

end while

Füge $d^{\max}$ am Ende von L ein

Output: Die Liste L enthält dann die gesuchten Entfernungsintervalle und die zugehörigen, profitablen Produktionsaktivitäten.

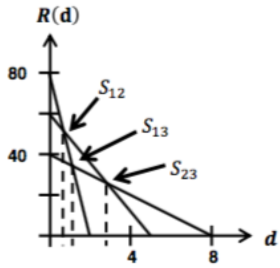
Example 1.1.2.

Beispiel

Gegeben seien drei Produktions-Aktivitäten für Produkte P_1, P_2 und P_3 mit den folgenden Charakteristika

- $p_1 = 80, k_1 = 40 \qquad d_1^{max} = 2$
- $p_2 = 60, k_2 = 12 \qquad d_2^{max} = 5$
- $p_3 = 40, k_3 = 5 \qquad d_3^{max} = 8$

Wir haben $I = \{1,2,3\}$ und $d' = 0$.



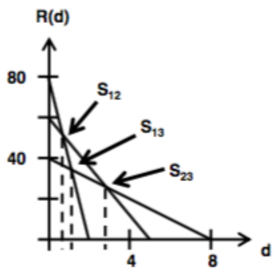
Im Zentrum ist Aktivität P_1 am profitabelsten, d.h. $i^* = 1$.
Setze $I = I\backslash\{1\} = \{2,3\}$ und $L = \{1\}$.

Schneide R_1 mit R_2 und R_3. Man erhält: $S_{12} = \left(\frac{5}{7}, \frac{360}{7}\right)$ und $S_{13} = \left(\frac{8}{7}, \frac{240}{7}\right)$
Da $d' < \frac{5}{7} < \frac{8}{7}$, haben wir $i^* = j = 2$, $d' = \frac{5}{7}$, $I = I\backslash\{2\} = \{3\}$ und $L = \left\{1, \frac{5}{7}, 2\right\}$.

Schneide nun R_2 mit R_3. Man erhält: $S_{23} = \left(\frac{20}{7}, \frac{180}{7}\right)$
Da $d' < \frac{20}{7}$, haben wir $i^* = j = 3$, $d' = \frac{20}{7}$, $I = I\backslash\{3\} = \{\,\}$ und $L = \left\{1, \frac{5}{7}, 2, \frac{20}{7}, 3\right\}$.

Da $I = \{\,\}$, füge $d^{max} = 8$ in L und beende das Verfahren.
Wir erhalten: $L = \left\{1, \frac{5}{7}, 2, \frac{20}{7}, 3, 8\right\}$.

Damit ist im Entfernungsbereich $\left[0, \frac{5}{7}\right]$ Produkt 1 das profitabelste. Danach erzielt man mit Produkt 2 den größten Gewinn im Bereich $\left]\frac{5}{7}, \frac{20}{7}\right]$, und Produkt 3 ist schließlich im Bereich $\left]\frac{20}{7}, 8\right]$ am profitabelsten.



Example 1.1.3. Aufgabe 3

1.2 Deskriptive überbetriebliche Standortmodelle

Sowohl Prülisten- als auch Rangfolge-Verfahren bestimmen den besten Standort für eine neue Einrichtung basierend auf Standortfaktoren.

1.2.1 Prüflisten-Verfahren

Vorgehensweise:

- Zusammenstellung der dem jeweiligen Problem angemessenen Standort- faktoren. Bei dieser Aufstellung bedarf es großer Umsicht.
- Für jeden, der als relevant erachteten Standortfaktoren, ist zu überprüfen und entsprechend zu kennzeichnen, z. B. durch ein Kreuz, an welchem Standort der Faktor küntig am besten erfüllt sein wird.

Bei dieser Vorgehensweise werden einige Standorte mehrere Kennzeichnungen auf sich vereinen und deshalb als besonders günstig erscheinen, während andere möglicherweise leer ausgehen.

Note 1. Wähle den Standort mit meisten Kreuze

Example 1.2.1.

Beispiel

Gegeben seien 6 Standorte, A – F, und 6 als relevant erkannte Faktoren (I – VI) zusammen mit den entsprechenden Markierungen, welche den höchsten Erfüllungsgrad unter allen Alternativen kennzeichnen.

Stand-ort	relevante Standortfaktoren					
	I	II	III	IV	V	VI
A		X				
B	X			X		
C						X
D						
E					X	
F			X			

← Standort B ist der am besten geeignete

Abbildung 1.1: Prüflisten-Verfahren Bsp

1.2.2 Rangfolge-Verfahren

Vorgehensweise:

- Zusammenfassung der dem Problem angemessenen Standortfaktoren
- Ermittlung einer Gewichtungszahl für jeden Standortfaktoren
- Finde die höchste Gesamtwertigkeit

Example 1.2.2.

Beispiel

Gegeben seien 6 Standorte (A – F) sowie 2 Standortfaktoren (I und II) zusammen mit den entsprechenden Gewichtungszahlen (GZ), Rangwerten (RW) und den daraus resultierenden Wertigkeitsziffern (WZ).

Standort	Standortfaktor I			Standortfaktor II			Gesamt-wertigkeit
	RW	GZ	WZ	RW	GZ	WZ	
A	2	0.3	0.6	4	0.7	2.8	3.4
B	1	0.3	0.3	2	0.7	1.4	1.7
C	3	0.3	0.9	1	0.7	0.7	1.6
D	4	0.3	1.2	6	0.7	4.2	5.4
E	5	0.3	1.5	5	0.7	3.5	5.0
F	6	0.3	1.8	3	0.7	2.1	3.9

Standort D, welcher die höchste Gesamtwertigkeit aufweist, ist als optimal zu bezeichnen.

Abbildung 1.2: Rangfolge-Verfahren Bsp

1.3 Standortplanung unter Wettbewerb

Ziel: eine oder mehrere neue Einrichtung so zu platzieren, dass der Marktanteil und Gewinn der eigenen Firma maximiert wird.

1.3.1 Modelle mit vollständiger Zuordnung

Der Bedarf jedes Kunden wird von genau einer Einrichtung vollständig befriedigt. (Bei diesen Modellen lässt sich für jeden Kunden eindeutig entscheiden, welche Einrichtung für ihn die Beste oder Attraktivste ist.)

Definition 1.3.1. Indifferenzmenge
die Menge aller Punkte, welche gleichweit von den beiden Standorten x_A und x_B entfernt liegen

$$IS_{AB} := \{x \in \mathbb{R} | l_2(x; x_A) = l_2(x; x_B)\} \tag{1.5}$$

1.3.1.1 Voroni-diagramm

Example 1.3.1. Aufgabe 5

1.3.2 Modelle mit partieller Aufteilung

Bei diesen Modellen verteilen die Kunden ihre Nachfrage anteilig auf mehrere Einrichtungen.

1.3.2.1 Gravitions-Modelle (Das Modell von Huff)

Definition 1.3.2. Anziehungskraft der Einrichtung E auf den Kunden K

$$A(E, K) = \frac{w_E}{d(K, E)^r} \tag{1.6}$$

- w_E: Größe der Einrichtung E an diesem Standort
- $d(K, E)$: die Entfernung vom Kunden K zum Standort der Einrichtung E
- r: eine Potenz (Verfallskonstante) für die Entfernung

Die Wahrscheinlichkeit P, dass ein Kunde eine Einrichtung an einem bestimmten Standort besucht, berechnet sich nach diesem Modell folgendermaßen:

$$P(E, K) = \frac{A(E, K)}{\sum_{\text{alle}\bar{E}} A(\bar{E}, K)} \tag{1.7}$$

Definition 1.3.3. Indifferenzmege zweier Einrichtungen
die Menge alle Punkte, welche beide Einrichtungen mit derselben Wahrscheinlichkeit aufsuchen.

Der Anteil der Nachfrage eines Kunden, welcher auf eine bestimmte Einrichtung entfällt, ergibt sich aus dem Produkt der Gesamtnachfrage des Kunden mit der „Besuchs“-Wahrscheinlichkeit

$$D(E, K) = D(K) \cdot P(K, E) \tag{1.8}$$

- $D(K)$: Gesammtnachfrage des Kunden

Gesamtnachfrage einer Einrichtung = Summe aller Anteile von Kundennachfragen

$$D(E) = \sum_{\text{alle } K} D(E, K) \tag{1.9}$$

gesamte Marktanteil der Einrichtung:

$$MS(E) = \frac{D(E)}{\sum_{\text{alle } K} D(K)} \tag{1.10}$$

Kriterium für Standort einer neuen Einrichtung $\bar{E}$:

$$\underset{\bar{E}}{\text{argmax}} \quad \text{MS(einige Firma)} = \frac{D(\bar{E}) + \sum_{\text{eigene, bereits exist. } E} D(E)}{\sum_{\text{alle } K} D(K)}$$

Zusammenfassung

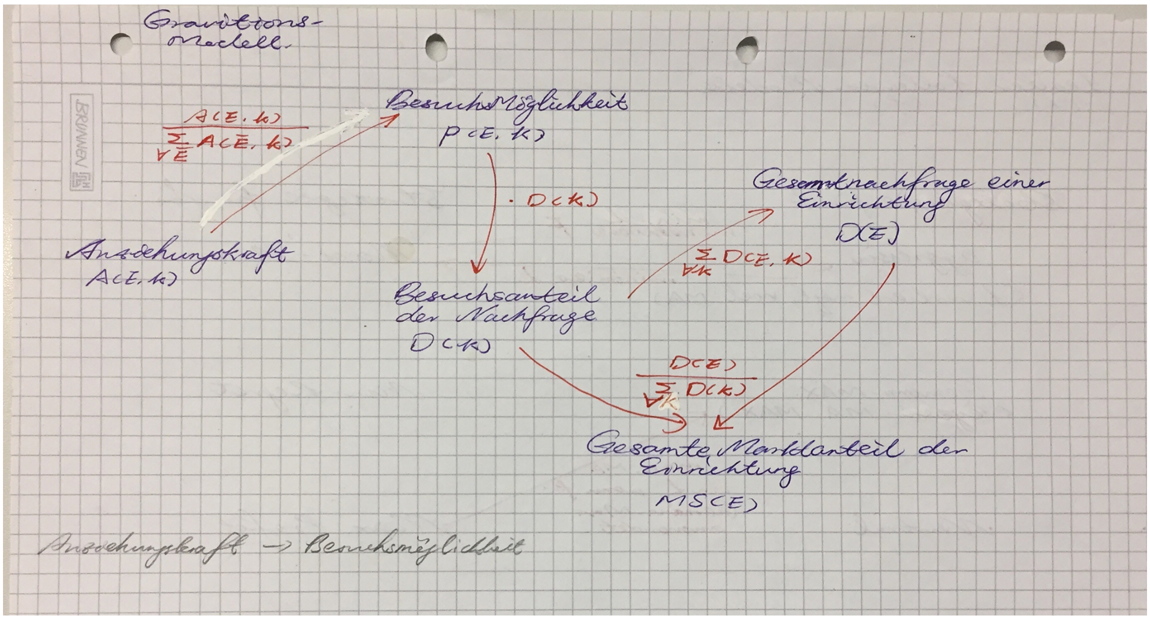


Abbildung 1.3: Gravitionsmodelle

Example 1.3.2. Aufgabe 4

1.3.3 Leader-Follower-Modelle

1.3.3.1 Regeln

- Bei diesen Modellen platzieren zwei Wettbewerber nacheinander neue Einrichtungen in einem (bisher unerschlossenen) Markt.
- Dabei wählt zuerst der Leader (Erstplatzierende) L Standorte für all seine neuen Einrichtungen und danach der Follower (Zweitplatzierende) F.
- Standortwahl von L und F beeinflussen sich gegenseitig.

1.3.3.2 Probleme / Herausforderungen

- Follower F: Braucht sich erst auf eine Platzierungsstrategie festlegen, wenn der Erstplatzierende L seine Standortwahl schon getroffen hat.
- Leader L: Hat das Problem, dass er die Platzierungsstrategie von F nicht kennt.

1.3.3.3 Typische Stategien für Follower F

- **Aggressiv**
  Platziere neue Einrichtungen so, dass L möglichst viel Marktanteil verliert.
- **Gewinnmaximierend**
  Platziere neue Einrichtungen so, dass der eigene Marktanteil maximal wird.
- **Neutral**
  Platziere neue Einrichtungen nach anderen Kriterien.

1.3.3.4 Verschiedene Strategien für Leader L

- **Maxi-Min**
  L platziert neue Einrichtungen so, dass sein Marktanteil maximal wird, wenn F eine aggressive Strategie anwendet, d. h. F das Ziel hat den Marktanteil von L zu minimieren.

- **Min-Regret (minimales Bedauern)**
  L platziert neue Einrichtungen so, dass, egal welche Standortentscheidung F dann trifft, der Zugewinn an Marktanteil für L durch eine mögliche Andersplatzierung seiner Einrichtungen (nachdem F seine Wahl getroffen hat) minimal wird.
- **Max-Profit**
  L platziert neue Einrichtungen so, dass ein Marktanteil maximal wird. wenn F ebenfalls eine gewinnmaximierende Strategie anwendet.

Zusammenfassung

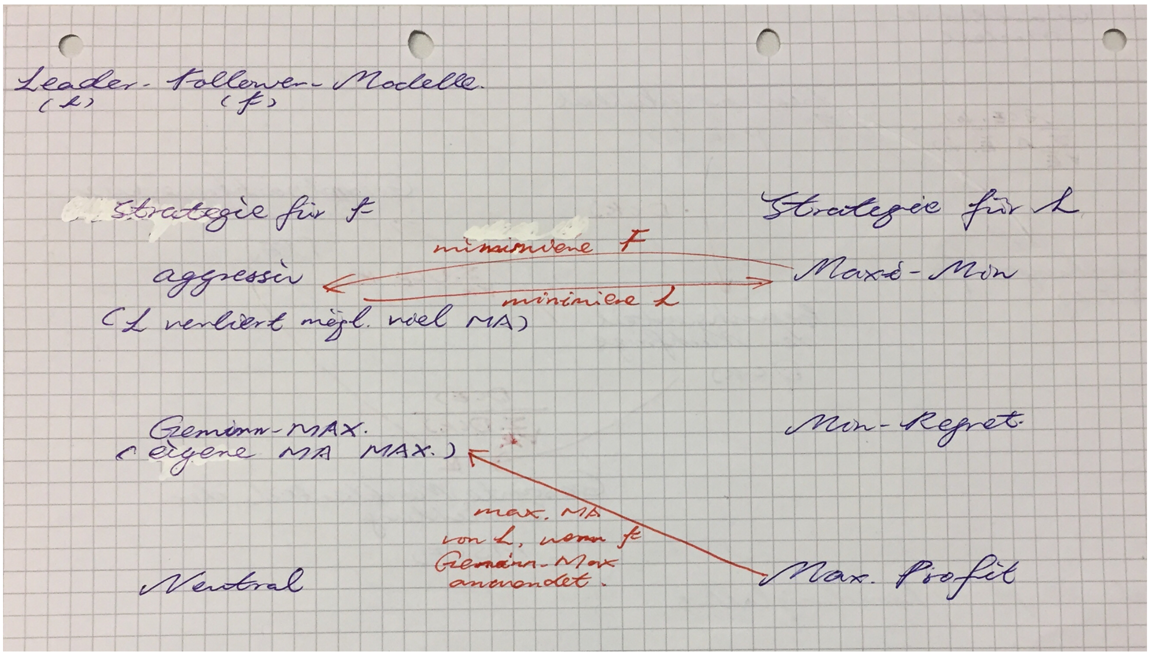


Abbildung 1.4: Leader-Follower-Modelle

Example 1.3.3. Aufgabe 6

Kapitel 2

Standortplanung in der Ebene

2.1 Theorie der Standortplanung

2.2 Begriffe und Notationen

2.3 1-Medianprobleme

2.3.1 1-Medianprobleme mit l_1-Metrik

2.3.2 1-Medianprobleme mit ${l_2}^2$-Metrik

2.3.3 1-Medianprobleme mit l_2-Metrik

2.4 1-Centerprobleme

2.4.1 1-Centerprobleme mit l_1-Metrik

2.4.2 1-Centerprobleme mit l_2-Metrik

2.5 Mehrstandortprobleme

2.5.1 Modelle mit Interaktion

2.6 Zuordnungs-Modelle

Kapitel 3

Standortplanung auf Netzwerken

3.1 Graphentheorie

3.2 1-Medianprobleme

3.2.1 1-Medianprobleme auf allgemeinen Graphen

3.2.2 1-Medianprobleme auf Bäume

3.3 1-Centerprobleme

3.3.1 1-Centerprobleme auf allgemeinen Graphen

3.3.2 1-Centerprobleme auf Bäume

3.4 Mehrstandortprobleme

Kapitel 4

Diskrete Standortplanung

4.1 Klassifikation diskreter Standortprobleme

4.2 Das Warehouse Location Problem (WLP)

4.2.1 Modellierug

4.2.2 Heuristiken

4.2.2.1 Greedy-Heuristik

4.2.2.2 Interchange-Heuristik

4.2.3 Das DUALOC-Verfahren

4.3 Hub-Location-Probleme

Kapitel 5

Gebietsplanung

Ziel: kleine geographische Einheiten (sogenannte Basisgebiete) zu über- geordneten Gebieten (häufig als Bezirke, Cluster oder Territorien bezeichnet) unter der Berücksichtigung verschiedener relevanter Planungskriterien zusammenzufassen.

5.1 Basismodell

5.1.1 Definitionen und Notationen

Ein Gebietsplanungsproblem umfasst eine Menge $V = \{1, \dots, M\}$ von Basisgebieten.

Ein **Basisgebiet** $i \in V$ ist durch seinen Mittelpunkt $b_i = (x_i, y_i)$ bestimmt.

Für jedes Basisgebiet $i \in V$ ist eine einzelne quantifizierbare Eigenschaft, das sogenannte **Aktivitätsmaß** w_i, gegeben.

Gebiet:

- Gebiete $D_1, \dots, D_p$ sind disjunkte Teilmengen der Basismenge, so dass jedes Basisgebiet in genau einem Gebiet enthalten ist:

$$D_1 \cup \dots \cup D_p = V \quad \text{und} \quad D_i \cap D_j = \varnothing, i \neq j, b < p$$

- Aktivitätsmaß oder die Größe eines Gebiets: die Summe der Aktivitätsmaße seiner Basisgebiete

$$w(D_j) = \sum_{i \in D_j} w_i$$

- **Zentrum** des Gebiets j: c_j (Im Allgemeinen entspricht c_j einem der Mittelpunkte der zum Gebiet j gehörenden Basisgebiete.)

Zusammenhang:
Basisgebiet $b_i = (x_i, y_i) \in$ Menge der Basisgebiete $V \supseteq$ Gebiet D_j

5.1.2 Modell-Kriterien

Balance

Alle Gebiete sollen balanciert sein, also möglichst gleich groß bzw. stark bezüglich der Aktivitätsmaße der Gebiete.

- **perfekt balnciert** $\Leftrightarrow$ sein Aktivitätsmaß entspricht dem durchschnittlichen Aktivitätsmaß aller Gebiete μ
$$w(D_j) = \mu = \frac{w(V)}{p} \tag{5.1}$$
Auf Grund der diskreten Struktur des Problems können perfekt balancierte Vertriebsgebiete im Allgemeinen NICHT erzielt werden.
- **relative Abweichung** des Aktivitätsmaßes eines Gebiet
$$bal(D_j) = \frac{|w(D_j) - \mu|}{\mu}$$

Kontiguität (Contiguity)
Zwei Basisgebiete werden als benachbart bezeichnet, wenn ihre geographischen Anordnungen nichtleere Schnittmengen besitzen.
Kompaktheit (Compactness)

- Reock-Test: Bilde das Verhältnis der Fläche des Gebiets zur Fläche des kleinsten, das Gebiet umschließenden Kreises.
$$cp(D_j) = \frac{A_{A_j}}{A_{uk}} \leq 1$$
- Schwartzberg-Test: Bilde das Verhältnis zwischen dem Umfang eines Kreises, der dadurch festgelegt ist, dass er den gleichen Flächeninhalt wie das Gebiet hat, und dem Umfangs des Gebiets.
$$cp(D_j) = \frac{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A_{D_j}}}{U_{D_j}} \leq 1$$

Je näher $cp(D_j)$ an 1, umso kompakter ist das Gebiet.

5.1.3 Ziel der Gebietsplanung

Untergliedere alle Basisgebiete V in p Gebiete, welche die Planungskriterien der Balance, Kompaktheit, Kontiguität und Disjunktheit erfüllen.

5.2 Vorgehensweisen zur Gebietsplanung

5.2.1 Notation

- V: Menge der Basisgebiete
- w_u: Aktivitätsmaß des Basisgebiets u
- p: Anzahl der Gebiete
- d_{uv}: Distanzen
- μ: Durchschnittsgröße bzgl. w ((5.1))
- τ: Toleranz der Balance
- $$x_{uv} = \begin{cases} 1 & \text{falls Basisgebiet } u \text{ einem Gebit mit dem Zentrum } v \text{ zugeordnet wird.} \\ 0 & sonst \end{cases}$$

5.2.2 LP-Formulierung

$$
\begin{aligned}
\min_{u,v\in V} \quad & d_{uv}^2 w_u x_{uv} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{v\in V} x_{uv} = 1 && (u \in V) \quad \text{(Vollst. Zuordnung)} \\
& \mu(1-\tau)x_{vv} \leq \sum_{u\in V} w_u x_{uv} \leq \mu(1+\tau)x_{vv} && (v \in V) \quad \text{(Balance)} \\
& \sum_{v\in V} x_{vv} = p \qquad (p \text{ Gebiete}) \\
& x_{uv} \in \{0,1\} \qquad (u,v \in V)
\end{aligned}
$$

5.3 Recursive-Partitioning-Algorithmus

(Bsp: Aufgabe 19)

Grundidee:

- Unterteile das Problem rekursiv auf geometrische Weise durch Linien in immer kleinere Teilprobleme.
- Wiederhole dies solange, bis eine elementare Größe erreicht ist, in welcher das Gebietsplanungsproblem in effizienter Zeit gelöst wird.

5.3.1 Definitionen

Partionsproblem
$PP = (B, q)$ wird als Partitionsproblem bezeichnet, falls $B \subseteq V$ und $1 \leq q \leq p$ gilt.

Linienpartition
$LP = (B_l, B_r, q_l, q_r)$ wird als Linienpartition bezeichnet, falls:

1. $B_l \cup b_r = B \text{und} B_l \cap B_r = \varnothing$
2. $\exists$ Line $L : B_l = B \cap H^{\leq}(L)$ und $B_r = B \cap H^{>}(L)$
3. $q \leq q_l, q_r \leq q$ und $q_l + q_r = q$

5.3.2 Recursive-Partitioning

Gleichmäßige Aufteilung:

- $q_l = q_r = \frac{q}{2}$, falls q gerade
- $q_l = \frac{q-1}{2}, q_r = \frac{q+1}{2}$ und $q_l = \frac{q+1}{2}, q_r = \frac{q-1}{2}$, falls q ungerade

Balance:

$$bal(LP) = \max\left\{\frac{|\frac{w(B_L)}{q_l} - \mu|}{\mu}, \frac{|\frac{w(B_r)}{q_r} - \mu|}{\mu}\right\}$$

Partionsposition:

Bestimme k', so dass $\frac{w(B_l^{k'})}{q_l} < \frac{w(B)}{q}$ und $\frac{w(B_l^{k'+1})}{q_l} \geq \frac{w(B)}{q}$

$$k^* = \begin{cases} k' & \text{falls } \frac{w(B)}{q} - \frac{w(B_l^{k'})}{q_l} \leq \frac{w(B_l^{k'+1})}{q_l} - \frac{w(B)}{q} \\ k'+1 & \text{sonst} \end{cases}$$

Kompaktheit:

$$cp(LP) = d(c_1.c_2) = l_2(c_!, c_2)$$

5.3.3 Algorithmus

Algorithm 2 Recursive-Partitioning-Algorithmus

Input: Anzahl Suchrichtungen K, β, V, p

Markiere Partitionsproblem $PP = (V, p)$ als ungelöst
while es gibt ungelöste Probleme **do**:
    Wähle ein ungelöstes Problem $PP = (B, q)$
    if $q = 1$ **then**
        füge B der Lösungsmenge DL hinzu und markiere PP als gelöst
    end if
    if $q > 1$ **then**
        Bestimme für jede Suchrichtung die Linienpartition $LP(k^*)$ mit der besten Balance und füge sie einer Menge FLP hinzu.
        Bewerte alle Linienpartitionen LP der Menge FLP durch:

$$rk(LP) = \beta \frac{bal(LP)}{bal^{max}} + (1 - \beta) \frac{cp(LP)}{cp^{max}}$$

        Wähle $LP^* = (B_l^*, B_r^*, q_l^*, q_r^*) = \min_{LP \in FLP} rk(FLP)$
        Erstelle Partitionsprobleme $PP_l = (B_l^*, q_l^*)$ und $PP_r = (B_r^*, q_r^*)$ und markiere sie als ungelöst, markiere PP als gelöst.
    end if
end while

Output: Gebietslayout DL