

# 第三周作业

洪艺中

2024 年 10 月 14 日

## 1 第一次作业

### 题目 1 单号

- (1) 0;
- (3) 0;
- (5)  $3 \times 5^5 = 9375$ , 提示: 分拆成全为 2 的列和只有 5 与 0 的列;
- (7) 0.

### 题目 2 双号

- (2)  $(a + b + c)^3$ ;
- (4)  $(-1)^{n-1}x^{n-2}$ , 提示: 习题课讲;
- (6)  $\prod_{i=1}^n a_i \cdot (n+1)b$ , 提示: 从第 1 列开始, 按顺序将第  $i$  列加到第  $i+1$  列上去, 可以得到一个对角阵;
- (8)  $x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n$ , 提示: 从第  $n$  列开始, 按顺序将第  $i+1$  列加到第  $i$  列上去, 再把最后一行挪到第一行, 可以得到一个对角阵;
- (10)  $\sum_{i=0}^n \prod_{j=0, j \neq i}^n a_j$ , 提示: 拆分行, 如第一列拆分为  $(a_0 \ 0)^T + (a_1 \ a_1)^T$ .

## 2 第二次作业

### 题目 1

- 1.  $D_n = 2 - \frac{n(n+1)}{2}$ ;
- 2. 即用  $t_i$  替换原行列式的第 1 行. 结果是  $t_1 - \sum_{j=2}^n t_j$ .

### 题目 2

$\frac{4}{3}n$ , 提示: 把  $D$  中其他行加到第  $i$  行上去, 得到的行列式的第  $i$  行都是 3, 再按行展开, 即得  $A_{ij}$  求和式的值.

## 题目 4

0, 提示:  $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = x^3 + px + q$ , 所以  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ .

## 题目 5

参考 49 页例题 2.3.4.

## 题目 6 (1)

$$\begin{cases} x_1 = 1; \\ x_2 = 3; \\ x_3 = 2; \\ x_4 = -1. \end{cases}$$

## 题目 7 (2) (5)

(2)  $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \frac{(n+1)n^{n-1}}{2}$ , 提示: 习题课讲;

(5)  $\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) \prod_{i < j} (x_i - x_j)$ , 提示: 补全为一个完整的 *Vandermonde* 行列式, 即补上  $n-1$  次的行, 同时在右边加一列  $y$  构成的列. 按新加的列展开, 会发现原行列式和  $y^{n-1}$  的系数有关系.