

第六次作业

洪艺中 12335025

2024 年 4 月 16 日

0.1 148 页习题 7

题目 1. 设 (M^m, g) 为连通的 Einstein 流形, $m \geq 3$.

1. 若 $m = 3$, 则 (M^m, g) 为常曲率 Riemann 流形;
2. 若 (M^m, g) 的数量曲率 $\rho \neq 0$, 则 (M^m, g) 上不存在平行向量场.

解答.

0.2 149 页习题 10

题目 2. 从球面 $S^2(a) = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \sum_i (x^i)^2 = a^2\}$ 去掉点 $(0, 0, \pm a)$ 得到 Riemann 流形 M , 在 M 与直线 L 的直积空间 $K \times L$ 中引入 Riemann 度量

$$ds^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 + \left(dt - \frac{tx^3(x^1 dx^2 - x^2 dx^1)^2}{a((x^1)^2 + (x^2)^2)} \right)^2$$