

OLASILIK

• Örnek uzay: Bir deneyde elde edilebilecek tüm sonuçların kümesine denir ve E ile gösterilir.

İki madeni para atıldığında:

$$\{(Y,T), (T,Y), (Y,Y), (T,T)\}$$

😊 n tane para atıldığında örnek uzay: 2^n

n tane zar atıldığında örnek uzay: 6^n

2 tane zar havaya atıldığında $6^2 = 36$ tane durum olur.

Ayrık olaylar ve olasılık fonksiyonu:

$A \in E, B \in E$ ve $A \cap B = \emptyset$ ise A ve B olaylarına ayrık olaylar denir.

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

↓ ↓
imkansız kesin olay
olay

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

😊 A ve B ayrık olaylar ise $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

$P(A)$ = Bir olayın olma olasılığı

$s(A)$ = İstenilen durum

$s(E)$ = Tüm durum

olmak koşuluyla

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$$

1) $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ ve $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ olduğuna göre $P(A \cup B)$ nedir?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

(4) (2)

2) Bir deney için a, b, c gibi üç ayrık sonuç mümkündür. Sonucun a ya da b olma olasılığı $\frac{2}{3}$, b ya da c olma olasılığı $\frac{5}{6}$ olduğuna göre a, b, c sonuçlarına ait olasılıklar sırası ile nedir?

$$P(a) + P(b) = \frac{2}{3}$$

$$P(b) + P(c) = \frac{5}{6}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow P(c) = \frac{1}{3}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} + P(b) + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow P(b) = 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6}{6} - \frac{1}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$$

3) Üç kişilik bir yarışmada A nın yarısı kazanma olasılığı B nın 2 katı, B nın yarısı kazanma olasılığı C nın 3 katıdır. Buna göre A nın yarısı kazanma olasılığı nedir?

$$P(B) = 3 \cdot P(C) \quad \text{ve} \quad P(A) = 2 \cdot P(B)$$

↓ ↓ ↓ ↓
 $3p$ p $6p$ $3p$

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$10p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{10} \quad P(A) = 6p = \frac{6}{10}$$

4) Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının

a) Asal sayı olma olasılığı nedir?

$$\{2, 3, 5\} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) En az 2 pelme olasılığı nedir?

$$\{2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow \frac{5}{6}$$

c) Çift sayı olma olasılığı nedir?

$$\{2, 4, 6\} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

5) İki zarın birlikte atılması deneyinde

a) Üst yüze gelen sayıların toplamının 6 olma olasılığı nedir?

$$\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\} \quad \frac{5}{36}$$

b) Üst yüze gelen sayıların aynı olma olasılığı nedir?

$$\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) Üst yüze gelen sayıların ikisinin de tek sayı olma olasılığı nedir?

$$(1,1), (1,3), (1,5)$$

$$(3,1), (3,3), (3,5) \Rightarrow \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$(5,1), (5,3), (5,5)$$

d) Üst yüze gelen sayıların çarpımının 6 olma olasılığı nedir?

$$(1,6), (2,3), (3,2), (6,1) \Rightarrow \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

6) Bir torbada 3 beyaz, 5 siyah top vardır. Torbadan rastgele 2 top çekiliyor. Çekilen 2 topın ikisinin siyah, birinin beyaz olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{10 \cdot 3}{56} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

7) Bir torbada 4 kırmızı, 6 beyaz top vardır. Torbadan rastgele iki bilye çekiliyor. Çekilen bilyelerin

a) Birinin kırmızı, birinin beyaz olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

b) Çekilen bilyelerin ikisinin de kırmızı olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

c) Çekilen bilyelerin aynı renkte olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{2} + \binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6 + 15}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

8) 5 kız, 4 erkekten oluşan bir öğrenci topluluğundan rastgele 3 öğrenci seçiliyor. En az ikisinin kız olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{5}{3} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{9}{3}} = \frac{40 + 10}{84} = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}$$

9) 4 matematik öğretmeni ve 3 geometri öğretmeni arasından 3 kişilik bir kurul oluşturulacaktır.

Kurula en az bir geometri öğretmeni olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2} + \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{3}{3} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{7}{3}} = \frac{18 + 12 + 1}{35} = \frac{31}{35}$$

10) Bir odada altı evli çift vardır. Bu odadan rastgele iki kişi seçildiğinde bu iki kişinin karı koca olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{6}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

- 11) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp bir kutuya konuluyor. Kutudan bir kart çekiliyor, bu kartta yazılı 4 elemanlı bir küme olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{5}{4}}{2^5} = \frac{5}{32}$$

- 12) Birbirinden farklı 5 matematik, 4 kimya ve 2 geometri kitabı bir rafa yanyana diziliyor. Matematik kitaplarının yanyana olma olasılığı nedir?

(5m) 4K 2G
1

$$\frac{7! \cdot 5!}{11!} = \frac{1}{66}$$

- 13) Şekildeki 6 nokta ile çizilebilen çokgenlerden rastgele seçilen birinin beşgen olma olasılığı nedir?



$$\frac{\binom{6}{5}}{\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}} = \frac{6}{20+15+6+1} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

- 14) $A = \{-2, -1, 0, 1\}$
 $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ kümeleri veriliyor. $A \times B$ kartezyen çarpımından alınan bir elemanın (a, a) biçiminde olma olasılığı nedir?
 $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 24$
 $(-1, -1), (0, 0), (1, 1)$ } 3 tane dir.

$$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

- 15) Doğru bir para 3 defa atıldığında en az bir tura gelme olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{2^3} = \frac{3+3+1}{8} = \frac{7}{8}$$

- 16) Bir madeni para ard arda 6 defa atıldığında atışlardan 4 ünün yazı, 2 siğin tura gelme olasılığı nedir?

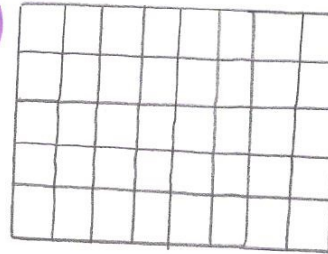
$$\frac{\binom{6}{4}}{2^6} = \frac{15}{64}$$

- 17) 5 pozitif, 3 negatif sayıdan rastgele seçilen 3 sayının çarpımının negatif olma olasılığı nedir?

--- ✓
-- +
- + + ✓
+++

$$\frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{3}{3} + \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{1+30}{56} = \frac{31}{56}$$

- 18) Yandaki şekil eş karelerden oluşmuştur.



Buna göre seçilen herhangi bir dikdörtgenin kare olma olasılığı nedir?

$$\text{Dikdörtgen sayısı} = \binom{5}{2} \cdot \binom{6}{2} = 36 \cdot 15 = 540$$

Kenarı 1 br $\Rightarrow 8 \cdot 5 = 40$
Kenarı 2 br $\Rightarrow 7 \cdot 4 = 28$
Kenarı 3 br $\Rightarrow 6 \cdot 3 = 18$
Kenarı 4 br $\Rightarrow 5 \cdot 2 = 10$
Kenarı 5 br $\Rightarrow 4 \cdot 1 = 4$
} Toplam 100 kare vardır.

$$\frac{100}{540} = \frac{5}{27}$$

- 19) Düzgün bir para 3 defa atıldığında, en çok bir tura gelme olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{0} + \binom{3}{3}}{2^3} = \frac{1 + 1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- 20) Bir madeni para ard arda 5 defa atıldığında otıslardan 3 ünün yazı, 2 sinin tura gelme olasılığı nedir?

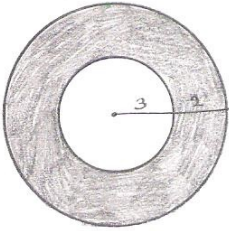
$$\frac{\binom{5}{3}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

- 21) $(2x-y)^{10}$ açılımındaki terimlerin katsayılarından biri rastgele seçiliyor. Seçilen katsayının negatif olma olasılığı nedir?

+, -, +, -, +, -, +, -, +, -, +

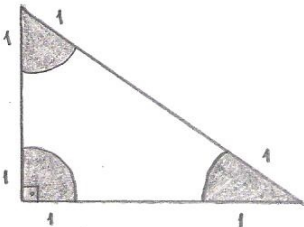
$$\frac{5}{11}$$

- 22) Yarıçapı 5 cm olan bir dairenin içinden seçilen bir noktanın merkeze olan uzaklığının en az 3 cm olma olasılığı nedir?



$$\frac{25\pi - 9\pi}{25\pi} = \frac{16\pi}{25\pi} = \frac{16}{25}$$

- 23) Dik kenarları 4 cm ve 8 cm olan bir dik üçgen içersinden rastgele seçilen bir noktanın köşelere olan uzaklığının 1 cm den küçük olma olasılığı nedir?

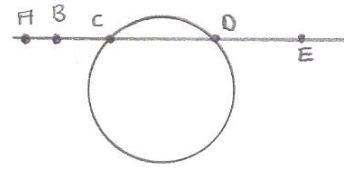


$$\text{Tam alan} : \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$$

$$\text{Görülen alan} = \text{Yarım daire} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\pi}{2}}{16} = \frac{\pi}{32}$$

24)



Yukarıda verilen noktalardan seçilecek olan herhangi iki noktanın yalnız birinin çembere ait olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

- 25) 4 eulü çift arasından rastgele 3 kişi seçilecektir. Seçilen 3 kişinin içinde herhangi bir eulü çiftin olması olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

• Koşullu olasılık:

A olayının olasılığı, B olayının gerçekleşmiş olmasına bağlı ise buna koşullu olasılık denir.

A olayının B koşullu olasılığı $P(A|B)$ şeklinde ifade edilirse

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- 26) Bir çift zarın atılması deneyinde zarlardaki sayılar toplamının 6 olduğu bilindiğine göre sayıların ikisinin de çift sayı olma olasılığı nedir?

$$\frac{\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}}{25} = \frac{2}{5}$$

- 27) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp, bir kutuya konuluyor. Bu kutudan rastgele bir kart çekiliyor. Çekilen karttaki kümenin 4 elemanlı bir küme olduğu bilindiğine göre bu kümede 2'nin bulunma olasılığı nedir?

$$\text{Üm durum : } \binom{6}{4} = 15$$

$$\text{İstenilen durum : } \frac{2}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

• Bağımlı ve bağımsız olaylar:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- 28) Bir zar ile bir madeni para birlikte havaya atılıyor. Zarın üst yüzünde tek sayı ve paranın üst yüzünde yazı gelme olasılığı nedir?

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

- 29) Bir çift zar ile iki madeni para atıldığında zarın üst yüzüne gelen sayıların toplamının 8 ve paraların ikisinin de tura gelme olasılığı nedir?

$$\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\} \quad \frac{5}{36}$$

$$\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\} \quad \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ = \frac{5}{36} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{144}$$

- 30) Bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor. Zarın 4 veya 4'ten küçük, paranın tura gelme olasılığı nedir?

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

- 31) Bir torbada aynı büyüklükte 4 kırmızı, 5 beyaz, 7 yeşil kalem vardır. Rastgele alınan bir kalemın kırmızı veya beyaz olma olasılığı nedir?

$$P(K \cup B) = P(K) + P(B) - P(K \cap B)$$

$$= \frac{4}{16} + \frac{5}{16} = \frac{9}{16}$$

- 32) Bir yarışmayı Kaan'ın kazanma olasılığı $\frac{3}{4}$, Zeynep'in kazanma olasılığı $\frac{2}{3}$ dir. Bu iki olay birbirinden bağımsız olduğuna göre bu yarışmayı Kaan'ın ya da Zeynep'in kazanma olasılığı nedir?

$$P(K \cup Z) = P(K) + P(Z) - P(K \cap Z) \\ = P(K) \cdot P(Z)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \\ = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} - \frac{6}{12} = \frac{11}{12}$$

- 33) Bir zar ile bir madeni para birlikte havaya atılıyor.

Zarın üstünde 2'den büyük sayı veya paranın yazı gelme olasılığı nedir?

$$P(2 \text{ den büyük } \cup \text{ yazı}) = P(2 \text{ den büyük}) + P(\text{yazı}) - P(2 \text{ den büyük ve yazı}) \\ = \frac{4}{6} + \frac{1}{2} - \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \\ = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

- 34) Bir torbada 2 tane mauî, 5 tane yeşil mendil vardır. Bu torbadan geri atılmamak koşuluyla iki kez birer mendil çekiliyor. Bu iki çekilişin birincisinden mauî, ikincisinden yeşil mendil çekme olasılığı nedir?

$$m_y \rightarrow \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21}$$

- 35) A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı

B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır.

Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor ve öteki torbaya atılıyor.

Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı nedir?

$$BB + KK \rightarrow \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{7}$$

$$\rightarrow \frac{15}{49} + \frac{8}{49} = \frac{23}{49}$$

- 36) Bir torbaya eşit sayıda kırmızı ve beyaz bilyeler konuluyor. Bu torbadan geri konulmamak üzere ard arda çekilen iki bilyenin ikincisinde kırmızı olma olasılığı $\frac{8}{33}$ tür.

İlk durumda torbada kaç bilye vardır?

$$\text{Kırmızı} \rightarrow x$$

$$\text{Beyaz} \rightarrow x$$

$$KK \rightarrow \frac{x}{2x} \cdot \frac{x-1}{2x-1} = \frac{8}{33}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{x-1}{2x-1} = \frac{8}{33}$$

$$\Rightarrow 33x - 33 = 32x - 16$$

$$x = 17$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kırmızı} \rightarrow 17 \\ \text{Beyaz} \rightarrow 17 \end{array} \right\} \text{ toplam 34 tane dir.}$$

- 37) İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 4 beyaz 6 siyah ve ikincisinde 2 beyaz, 5 siyah top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor.

Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekildiğinde bunun beyaz olma olasılığı nedir?

$$BB + SB \rightarrow \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{8} + \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{8}$$

$$\rightarrow \frac{12}{80} + \frac{12}{80} = \frac{24}{80} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

- 38) İçerisinde 5 siyah, 4 beyaz ve 3 sarı bilye bulunan bir torbadan ard arda ve çekilen bilye geri iade edilmek koşulu ile yapılan üç çekilişte

- a) Üçüncüde sarı olma olasılığı nedir?

$$SSS \rightarrow \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{64}$$

- b) Birincinin siyah, ikincinin beyaz ve üçüncünün sarı olma olasılığı nedir?

$$SBS \rightarrow \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{5}{144}$$

- c) Birinin siyah, birinin beyaz, birinin sarı olma olasılığı nedir?

$$SBS \rightarrow \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot 3!$$

↓
sıra belirtmediğinden
3 bilye kendi arala-
rında yer değiştirebilir.

$$= \frac{5}{144} \cdot 6 = \frac{5}{24}$$

Soru 1:

A , B independent events (bağımsız) iki olayı olsun.

$P(A) = \frac{2}{3}$ ve $P(B) = \frac{2}{5}$ ise **$P(A \cup B)$ kaçtır?**

**Soru 2:**

$P(A) = 0,2$ $P(B) = 0,5$ olsun.

A ve B bağımsız olaylar ise **$P(A \cup B)$ kaçtır?**

**Soru 3:**

A , B aynı uzayda bağımsız iki olay olsun.

$P(A) = \frac{2}{7}$ ve $P(A \cup B) = \frac{9}{14}$ ise **$P(B)$ kaçtır?**

**Soru 4:**

A , B independent events (bağımsız) iki olayı olsun.

$P(A) = \frac{2}{3}$ ve $P(B) = \frac{2}{5}$ ise **$P(A \cap B)$ kaçtır?**

**Soru 5:**

A , B aynı uzayda bağımsız iki olayı olsun.

$P(A) = \frac{2}{7}$ ve $P(A \cap B) = \frac{3}{14}$ ise **$P(B)$ kaçtır?**

**Soru 6:**

A , B aynı uzayda bağımsız iki olayı olsun.

$P(A') = \frac{2}{7}$ ve $P(A' \cup B') = \frac{9}{14}$ ise **$P(A \setminus B)$ kaçtır?**



Soru 7:

A , B mutally events (kesişmeyen) 2 olay olsun

$$P(A) = \frac{2}{7} \quad \text{ve} \quad P(A \cup B) = \frac{9}{14} \quad \text{ise } P(B) \text{ kaçtır?}$$

**Soru 8:**

$$P(A) = 0,2 \quad P(B) = 0,5 \quad \text{olsun.}$$

A ve B ayrık olaylar (mutally exculuve) ise $P(A \cup B)$ kaçtır?

**Soru 9:**

A ve B , E örnek uzayının ayrık iki olayı olsun.

$$P(A') = \frac{3}{5} \quad \text{ve} \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3} \quad \text{ise } P(B') \text{ kaçtır?}$$

**Soru 10:**

A ve B , E örnek uzayının ayrık iki olayı olsun.

$$P(A') = \frac{3}{5} \quad \text{ve} \quad P(B) = \frac{2}{5} \quad \text{ise } P(A \cup B) \text{ kaçtır?}$$

**Soru 11:**

$$P(A) = 0,2 \quad P(B) = 0,5 \quad \text{olsun.}$$

Given that $P(A \cup B) = 0,6$ ise $P(A \setminus B)$ kaçtır?

**Soru 12:**

A ve B , E örnek uzayının iki olayı olsun.

$$P(A) = \frac{2}{3} \quad , \quad P(B) = \frac{2}{5} \quad \text{ve} \quad P(A' \cap B') = \frac{1}{6} \quad \text{ise } P(A \cap B) \text{ kaçtır?}$$

