

Sistemas complejos en Ecología, Análisis y Modelos

Test 2

1. Si variamos el parámetro en el mapa logístico, ¿Puede causar un cambio en la topología del atractor?

- A. Si
- B. No

2. El conjunto de condiciones iniciales que alcanzan un atractor se denomina la base de atracción. En el mapa logístico con parámetro $R=2$, la base de atracción del punto fijo $x=0.5$ es:

- A. No existe punto fijo
- B. La base de atracción es $(0, 1)$
- C. La base de atracción es únicamente el punto fijo $x=0.5$

3. ¿Tienen todas las órbitas periódicas del mapa logístico periodo múltiplo de dos: $(2, 4, 8, \dots)$?

- A. Si
- B. No

4. Cómo se denominan los espacios vacíos en el diagrama de bifurcaciones del mapa logístico?

- A. Es un efecto de la simulación numérica
- B. Atractores
- C. Estados de transición
- D. Órbitas periódicas inestables

5. ¿Cuántas variables tiene el péndulo doble?

- A. 2
- B. 3
- C. 6
- D. 4

6. Recordemos que en el péndulo simple ideal está caracterizado por dos variables, la posición (w) y la velocidad angular (w'). ¿En qué caso tenemos un punto fijo estable?

- A. $(w, w') = (0, 0)$
- B. $(w, w') = (\pi, 0)$
- C. $(w, w') = (3\pi, 0)$
- D. $(w, w') = (2\pi, 0)$

7. ¿En qué caso tenemos un punto de silla?

- A. $(w, w') = (0, 0)$
- B. $(w, w') = (\pi, 0)$
- C. $(w, w') = (3\pi, 0)$
- D. $(w, w') = (2\pi, 0)$

8. ¿En qué caso obtenemos un autovalor real positivo y un autovalor real negativo?

- A. $(w, w') = (0, 0)$
- B. $(w, w') = (\pi, 0)$
- C. $(w, w') = (3\pi, 0)$
- D. $(w, w') = (2\pi, 0)$

9. ¿En qué caso ambos autovalores son reales negativos?

- A. $(w, w') = (0, 0)$
- B. $(w, w') = (\pi, 0)$
- C. $(w, w') = (3\pi, 0)$
- D. $(w, w') = (2\pi, 0)$

10. Dada la siguiente matriz, ¿Cuáles son sus autovalores?

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- A. $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 5$
- B. $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -5$
- C. $\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 2$
- D. $\lambda_1 = -5, \lambda_2 = 2$

11. Dada una matrix 2x2 que captura cómo evoluciona el estado de un sistema dinámico. Si sus autovalores son todos reales y negativos, qué tipo de dinámica está reflejando?

- A. Órbita periódica
- B. Convergencia
- C. Caótica
- D. Divergencia

12. Los autovalores de dicha matriz definen:

- A. La dimensión del sistema
- B. Cómo de rápido se mueve una trayectoria a lo largo de su correspondiente autovector
- C. La dirección de movimiento
- D. Indica si la matriz está capturando el estado del sistema dinámico

Problema 1. Haz una representación esquemática de todos los puntos fijos del péndulo doble y di si son estables, inestables, puntos de silla o caóticos.

Problema 2. Trata de construir el diagrama de bifurcaciones para el mapa logístico. Tu programa debe tener los siguientes argumentos:

- Una condición inicial x_0
- Especificar el rango de r , (r_{min}, r_{max}) para tu eje x
- El intervalo Δr que va a definir cuántos ejes verticales vas a plotear
- El número de iteraciones n que va a realizar la simulación para cada uno de los parámetros

- Un número k de iteraciones que va a definir tu régimen de transición. Por tanto, eliminarás un número k de de iteraciones.

Problema 3. Considera el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales que describen la interacción entre dos especies conocido como comensalismo (la especie x se beneficia de la presencia de la especie y , pero la especie y no está influenciada por la especie x)

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -x + rxy - x^2 \\ \frac{dy}{dt} &= y(1 - y)\end{aligned}$$

donde $x \geq 0, y \geq 0, r > 1$.

- Interpreta los parámetros del sistema
- Calcula los puntos de equilibrio
- Calcula la matriz Jacobiana en el punto de equilibrio para valores $x > 0, y > 0$.
- Calcula los autovalores
- Basándote en tus resultados, clasifica el punto de equilibrio: punto estable, punto inestable, punto de silla, foco estable en espiral, foco inestable en espiral.