Varian

Manual del profesor

UN ENFOQUE ACTUAL

MICROECONOMÍA INTERMEDIA

8ª Edición

Manual del profesor

Microeconomía intermedia

Octava edición

Manual del profesor

Microeconomía intermedia
Octava edición

Hal R. Varian
University of California, Berkeley
Theodore C. Bergstrom
University of California, Santa Barbara

Traducción de
Mª Esther Rabasco
Luis Toharia
Universidad de Alcalá

Antoni Bosch editor

Publicado por Antoni Bosch, editor, S.A.
Palafolls, 28 - 08017 Barcelona – España
Tel. (+34) 93 206 0730
info@antonibosch.com
www. antonibosch.com

Título original de la obra:
Instructor's Manual, Intermediate Microeconomics, 8th edition.

ISBN: 978-84-95348-62-3

Maquetación: JesMart
Corrección: Nuria Pujol i Valls

Índice

Primera parte:
Capítulos resumidos

1. El mercado 9
2. La restricción presupuestaria 13
3. Las preferencias 17
4. La utilidad 21
5. La elección 25
6. La demanda 29
7. La preferencia revelada 31
8. La ecuación de Slutsky 35
9. La compra y la venta 37
10. La elección intertemporal 41
11. Los mercados de activos 45
12. La incertidumbre 47
13. Los activos inciertos 49
14. El excedente del consumidor 51
15. La demanda del mercado 53
16. El equilibrio 57
17. Las subastas 61
18. La tecnología 65
19. La maximización del beneficio 67
20. La minimización de los costes 69
21. Las curvas de costes 71
22. La oferta de la empresa 73
23. La oferta de la industria 75
24. El monopolio 79
25. La conducta del monopolio 81
26. Los mercados de factores 83
27. El oligopolio 85
28. La teoría de los juegos 89
29. Aplicaciones de la teoría de los juegos 93
30. Economía del comportamiento 97
31. El intercambio 101
32. La producción 105
33. El bienestar 107
34. Las externalidades 109
35. La tecnología de la información 113
36. Los bienes públicos 117
37. La información asimétrica 121

Segunda parte:
Ejercicios y respuestas

1. El mercado 127
2. La restricción presupuestaria 131
3. Las preferencias 141
4. La utilidad 155
5. La elección 169
6. La demanda 183
7. La preferencia revelada 195
8. La ecuación de Slutsky 209
9. La compra y la venta 219
10. La elección intertemporal 233
11. Los mercados de activos 245
12. La incertidumbre 257
13. Los activos inciertos 269
14. El excedente del consumidor 273
15. La demanda del mercado 281
16. El equilibrio 289
17. Las subastas 301
18. La tecnología 315
19. La maximización del beneficio 325
20. La minimización de los costes 337
21. Las curvas de costes 347
22. La oferta de la empresa 353
23. La oferta de la industria 361
24. El monopolio 373
25. La conducta del monopolio 379
26. Los mercados de factores 391
27. El oligopolio 395
28. La teoría de los juegos 407
29. Aplicaciones de la teoría de los juegos 417
30. Economía del comportamiento 429
31. El intercambio 437
32. La producción 449
33. El bienestar 457
34. Las externalidades 465
35. La tecnología de la información 475
36. Los bienes públicos 487
37. La información asimétrica 497

Primera parte
Capítulos resumidos

1 El mercado

Escribí este capítulo para tener algo de que hablar el primer día de clase. Quería que los estudiantes se hicieran una idea de qué era la economía y de cómo serían mis clases, sin entrar no obstante en materia realmente importante para el curso (en Michigan, los estudiantes aún andan un poco desorientados el primer día y no está claro que asistan todos a clase).

Decidí estudiar el mercado de la vivienda porque permite describir algunas ideas económicas en un lenguaje muy sencillo y da una buena idea de cómo será el curso. En este capítulo buscaba deliberadamente *resultados sorprendentes*: ideas analíticas que surgieran «estudiando simplemente» un problema. Los dos resultados más sorprendentes que presento en ese capítulo son el ejemplo de la venta de viviendas a sus arrendatarios y el ejemplo de los impuestos del apartado 1.6. Merece la pena insistir en clase en las razones por las que se efectúan exactamente estos resultados y cómo ilustran el poder de los modelos económicos.

También tiene sentido describir sus limitaciones. Supongamos que, cada vez que se pone una vivienda a la venta, se divide en dos apartamentos. ¿Qué ocurriría en ese caso con el precio de los apartamentos? Supongamos que la venta de las viviendas a los arrendatarios atrajera a los habitantes de los barrios situados en las afueras de la ciudad que, de no ser así, no considerarían la posibilidad de alquilar un apartamento. En cada uno de los dos casos, el precio de los apartamentos restantes subiría cuando se vendieran las viviendas a los arrendatarios.

El objetivo de un sencillo modelo económico como el que se examina aquí es centrar la atención en los efectos relevantes, no llegar a una conclusión definitiva sobre el mercado urbano de la vivienda. Lo que muestran realmente estos ejemplos es que cuando se analiza el efecto de esta política específica, hay que examinar *tanto* el lado de la oferta *como* el de la demanda del mercado de la vivienda.

El único concepto con el que parece que tienen problemas los estudiantes en este capítulo es la idea de eficiencia en el sentido de Pareto. Normalmente me extiendo algo más al respecto que en el libro y la reformulo unas cuantas veces. Aunque les digo que no se angustien, que la veremos detenidamente más adelante en el curso.

Los problemas del libro de ejercicios son bastante sencillos. La mayor dificultad es conseguir que los estudiantes tracen la verdadera (discontinua) curva de demanda, como en la figura 1.1, y no simplemente una curva de demanda de pendiente negativa como la de la figura 1.2. Éste es un buen momento para insistir a los alumnos en que cuando se les da unos números que describen una curva, tienen que utilizarlos; no pueden dibujar cualquier cosa que se les ocurra.

El mercado

A. Ejemplo de un modelo económico: el mercado de apartamentos.
   1. Los modelos son simplificaciones de la realidad.
   2. Supongamos, por ejemplo, que todos los apartamentos son idénticos.
   3. Algunos están cerca de la universidad, otros están muy lejos.
   4. El precio de los apartamentos del círculo exterior es **exógeno**, es decir, se determina fuera del modelo.
   5. El precio de los apartamentos del círculo interior es **endógeno**, es decir, se determina dentro del modelo.

B. Dos principios de economía.
   1. El **principio de la optimización**: los individuos eligen las acciones que redundan en su beneficio.
   2. El **principio del equilibrio**: las acciones de los individuos deben acabar siendo coherentes entre sí.

C. Construcción de la curva de demanda.
   1. Se ordenan las personas en función de su disposición a pagar. Véase la figura 1.1.
   2. Cuando hay un gran número de personas, la curva es esencialmente continua, como en la figura 1.2.

D. La curva de oferta.
   1. Depende del marco temporal.
   2. Pero examinaremos el **corto plazo**, es decir, el periodo en el que la oferta de apartamentos es fija.

E. El equilibrio.
   1. Cuando la demanda es igual a la oferta.
   2. El precio que equilibra el mercado.

F. Estática comparativa.
   1. ¿Cómo se ajusta el equilibrio cuando cambia la situación económica?
   2. «Comparativa»: compara dos equilibrios.
   3. «Estática»: sólo se examinan los equilibrios, no el ajuste.
   4. Ejemplo: un aumento de la oferta reduce el precio; véase la figura 1.5.
   5. Ejemplo: vender viviendas que compran los arrendatarios; no afecta al precio; véase la figura 1.6.

G. Otras formas de asignar los apartamentos.
   1. El monopolista discriminador.
   2. El monopolista ordinario.
   3. El control de los alquileres.

H. Comparación de diferentes instituciones.
   1. Se necesita un criterio para comparar la eficiencia de estos diferentes métodos de asignación.
   2. Una asignación es **eficiente en el sentido de Pareto** si no es posible mejorar el bienestar de alguna persona sin empeorar el de ninguna otra.
   3. Si algo *no* es eficiente en el sentido de Pareto, *hay* alguna manera de mejorar el bienestar de algunas personas sin empeorar el de ninguna otra.
   4. Si algo no es eficiente en el sentido de Pareto, hay algún tipo de «despilfarro» en el sistema.

I. Comprobación de la eficiencia de diferentes métodos.
  1. Libre mercado: eficiente.
  2. Monopolista discriminador: eficiente.
  3. Monopolista ordinario: ineficiente.
  4. Control de los alquileres: ineficiente.

J. El equilibrio a largo plazo.
  1. La oferta variará.
  2. También puede examinarse la eficiencia en este contexto.

2 La restricción presupuestaria

La mayor parte de la materia que se presenta en este capítulo es bastante sencilla. Debe ponerse especial énfasis en la fórmula de la pendiente de la recta presupuestaria, haciendo hincapié en la manera que se obtiene en la página 24. Pruebe con alguna otra notación para asegurarse de que ven la *idea* de la recta presupuestaria y no memorizan simplemente las fórmulas. En el libro de ejercicios, utilizamos diferentes tipos de notación precisamente por esa razón. También merece la pena señalar que la pendiente de una línea recta depende de la elección (arbitraria) de la variable que se representa en el eje de ordenadas. Es sorprendente ver con qué frecuencia suscita confusión esta cuestión.

Los estudiantes a veces tienen problemas con la idea de bien numerario. Comprenden el álgebra, pero no cuándo se utiliza. Un excelente ejemplo es el mercado de divisas. Si tenemos libras esterlinas y dólares americanos, podemos calcular la riqueza total que tenemos en dólares o en libras eligiendo como numerario uno de los dos bienes o el otro.

En el cuaderno de ejercicios, los estudiantes se encuentran a veces con ejercicios en los que uno de los bienes tiene un precio negativo, por lo que la recta presupuestaria tiene pendiente positiva. Eso pasa por tratar de memorizar fórmulas y cifras en lugar de estudiar el problema. ¡Éste es un buen ejercicio para advertir a los estudiantes de los peligros de estudiar mecánicamente!

La restricción presupuestaria

A. La teoría del consumidor: los consumidores eligen las mejores cestas de bienes que pueden alcanzar.
   1. Ésta es, en pocas palabras, casi toda la teoría.
   2. Pero esta teoría tiene muchas consecuencias sorprendentes.

B. La teoría consta de dos partes.
   1. «Pueden adquirir»: **restricción presupuestaria**.
   2. «Mejores»: según las **preferencias** de los consumidores.

C. ¿Qué queremos hacer con la teoría?
   1. Contrastarla, es decir, ver si es adecuada para describir la conducta del consumidor.
   2. Predecir cómo cambia la conducta cuando cambia el entorno económico.
   3. Utilizar la conducta observada para estimar los valores subyacentes.
      a) Análisis coste-beneficio.
      b) Predecir los efectos de una política económica.

D. La cesta de consumo
   1. (x_1, x_2): qué cantidad se consume de cada bien.
   2. (p_1, p_2): precios de los dos bienes.
   3. m: el dinero que tiene el consumidor para gastar.
   4. restricción presupuestaria: $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$.
   5. Todas las cestas (x_1, x_2) que satisfacen esta restricción constituyen el **conjunto presupuestario** del consumidor. Véase la figura 2.1.

E. Dos bienes
   1. La teoría funciona con más de dos bienes, pero no se pueden trazar gráficos.
   2. A menudo el bien 2 (por ejemplo) se concibe como un bien compuesto, que representa el dinero que tiene el consumidor para gastar en otros bienes.
   3. La restricción presupuestaria se convierte en $p_1x_1 + x_2 \leq m$.
   4. El dinero gastado en el bien 1 (p_1x_1) más el dinero gastado en el bien 2 (x_2) tiene que ser menor o igual que la cantidad de que puede disponerse (m).

F. La recta presupuestaria
   1. $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.
   2. También se expresa de la siguiente manera: $x_2 = m/p_2 - (p_1/p_2)x_1$.
   3. La recta presupuestaria tiene una pendiente de $-p_1/p_2$ y una ordenada en el origen de m/p_2.
   4. Igualando x_1 a 0, se obtiene la ordenada en el origen (m/p_2) e igualando x_2 a 0 se halla la abscisa en el origen (m/p_1).
   5. La pendiente de la recta presupuestaria mide el coste de oportunidad del bien 1, es decir, a qué cantidad del bien 2 hay que renunciar para consumir una cantidad mayor del bien 1.

G. Cambios de la recta presupuestaria
   1. Cuando aumenta m, la recta presupuestaria se desplaza paralelamente hacia fuera. Véase la figura 2.2.
   2. Cuando sube p_1, la recta presupuestaria se vuelve más inclinada. Véase la figura 2.3.
   3. Cuando sube p_2, la recta presupuestaria se vuelve más plana.
   4. Ver cómo varían exactamente la abscisa y la ordenada en el origen.
   5. Multiplicar todos los precios por t es exactamente lo mismo que dividir la renta por t.
   6. Cuando se multiplican todos los precios y la renta por t, la recta presupuestaria no varía.
      a) «Una inflación perfectamente equilibrada no altera las posibilidades de consumo».

H. El numerario
   1. Puede asignar arbitrariamente a un precio el valor de 1 y medir otro precio en relación con él.
   2. Es útil cuando se miden precios relativos; por ejemplo, libras esterlinas por dólar, dólares de 1987 frente a dólares de 1974, etc.

I. Impuestos, subvenciones y racionamiento
   1. Impuesto sobre la cantidad: impuesto recaudado sobre las unidades compradas: $p_1 + t$.
   2. Impuesto sobre el valor: impuesto recaudado sobre los euros gastados: $p_1 + \tau p_1$. También se conoce con el nombre de impuesto *ad valorem*.
   3. Subvenciones: lo contrario de un impuesto.
      a) $p_1 - s$.
      b) $(1 - \sigma)p_1$.
   4. Tasa fija o subvención en una cantidad fija: la cuantía del impuesto o de la subvención es independiente de las decisiones del consumidor. También se llama impuesto de capitación.
   5. Racionamiento: no se puede consumir más que una determinada cantidad de un bien.

J. Ejemplo: los cupones de alimentación
   1. Hasta 1979, fue una subvención *ad valorem* a los alimentos.
      a) Se pagaba una cierta cantidad de dinero para adquirir cupones de alimentación que valían más de lo que costaban.
      b) Un cierto componente de racionamiento: sólo podía comprarse una cantidad máxima de cupones de alimentación.
   2. A partir de 1979, se convirtió en una subvención de suma fija que podría gastarse en cupones de alimentación. No es exactamente una subvención de suma fija pura, ya que los cupones sólo pueden gastarse en alimentos.

3 Las preferencias

Este capítulo es más abstracto, por lo que precisa mayor motivación que los capítulos anteriores. Probablemente sería buena idea hablar de las relaciones en general antes de presentar las relaciones de preferencia. Pruebe con las relaciones de «más alto» y «más pesado» y «más alto y más pesado». Señale que «más alto y más pesado» no es una relación completa, mientras que las otras lo son. Este análisis general puede motivar la idea general de las relaciones de preferencia.

Asegúrese de que los estudiantes aprenden los ejemplos específicos de preferencias como los sustitutivos perfectos, los complementarios perfectos, etc. En las próximas semanas, ¡utilizarán muchas, muchas veces estos ejemplos!

Cuando describa las ideas de los sustitutivos perfectos, haga hincapié en que la característica definitoria es que la pendiente de las curvas de indiferencia es constante, no que es –1. En el texto, siempre me baso en el caso en el que la pendiente es –1, pero en el libro de ejercicios a menudo trato el caso general. La advertencia es la misma en el caso de los complementarios perfectos. Analizo el caso simétrico en el texto y trato de que los estudiantes resuelvan el caso asimétrico en el libro de ejercicios.

El signo de la relación marginal de sustitución suscita confusión. ¿Debe definirse la *RMS* como un número negativo o positivo? En el libro he optado por dar a la *RMS* su signo natural, pero advierto a los estudiantes de que muchos economistas tienden a referirse a la *RMS* como un valor absoluto. Ejemplo: la relación marginal de sustitución decreciente se refiere a una situación en la que el *valor absoluto* de la *RMS* disminuye a medida que nos movemos por una curva de indiferencia. ¡El valor efectivo de la *RMS* (un número negativo) es *creciente* en este movimiento!

Es aquí donde los estudiantes a menudo comienzan a tener dificultades con los problemas del libro de ejercicios. Su primera confusión es que les desconcierta la idea de que las curvas de indiferencia midan las direcciones en las que las preferencias son constantes y trazan líneas que indican las direcciones en las que las preferencias son crecientes. El segundo problema que se les presenta es que no saben cuándo hay que trazar simplemente curvas arbitrarias que representen cualitativamente una conducta u otra y cuándo hay que trazar curvas exactas.

Pruebe a pedir a los estudiantes que tracen sus curvas de indiferencia entre monedas de dos euros y monedas de un euro. Ofrézcase a comerciar con ellos basándose en lo que trazan. Además de conseguir que piensen, es una buena manera de complementar su sueldo de profesor.

Preferencias

A. Las preferencias son relaciones entre cestas:
   1. Si un consumidor eligiera la cesta (x_1, x_2) cuando existe la cesta (y_1, y_2), es lógico decir que este consumidor prefiere la cesta (x_1, x_2) a la (y_1, y_2).
   2. Las preferencias se refieren a toda la *cesta* de bienes, no a bienes individuales.

B. Notación:
   1. $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ significa que la cesta x se **prefiere estrictamente** a la cesta y.
   2. $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ significa que al consumidor le resulta **indiferente** elegir entre la cesta x y la cesta y.
   3. $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ significa que la cesta x es **al menos tan buena como** la cesta y (se prefiere a la cesta y o al consumidor le resulta indiferente elegir entre ella y la cesta y).

C. Supuestos sobre las preferencias:
   1. Completas: es posible comparar dos cestas cualesquiera.
   2. Reflexivas: cualquier cesta es al menos tan buena como ella misma.
   3. Transitivas: si $X \succeq Y$ e $Y \succeq Z$, entonces $X \succeq Z$.
      a) La transitividad es necesaria para la teoría de la elección *óptima*.

D. Las curvas de indiferencia:
   1. Representan gráficamente el conjunto de cestas ante las cuales el consumidor se muestra indiferente. Véase la figura 3.1.
   2. Las curvas de indiferencia son como las curvas de nivel de un mapa.
   3. Obsérvese que las curvas de indiferencia que describen dos niveles distintos de preferencias no pueden cortarse. Véase la figura 3.2.
      a) Demostración: utilícese la transitividad.

E. Ejemplos de preferencias:
   1. Sustitutivos perfectos. Figura 3.3.
      a) Lápices rojos y lápices azules; botellas de 1 litro y botellas de 2 litros.
      b) Relación constante de sustitución de un bien por otro.
   2. Complementarios perfectos. Figura 3.4.
      a) Siempre se consumen juntos.
      b) Zapatos del pie derecho y zapatos del pie izquierdo; café y leche.
   3. Males. Figura 3.5.
   4. Neutrales. Figura 3.6.
   5. Saciedad o punto de máxima felicidad. Figura 3.7.

F. Las preferencias regulares:
   1. Preferencias monótonas: cuanto más, mejor.
      a) Implica que las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa. Figura 3.9.
   2. Convexidad: se prefieren las medias a los extremos. Figura 3.10.
      a) La pendiente es cada vez más plana a medida que nos desplazamos hacia la derecha.
      b) Ejemplo de preferencias no convexas.

G. La relación marginal de sustitución:
   1. Pendiente de la curva de indiferencia.
   2. $RMS = \Delta x_2 / \Delta x_1$ a lo largo de una curva de indiferencia. Figura 3.11.

3. Problema del signo: el signo natural es negativo, ya que las curvas de indiferencia generalmente tienen pendiente negativa.
4. Mide la relación a la que el consumidor está dispuesto a intercambiar el consumo del bien 1 por el consumo del bien 2. Figura 3.12.
5. Mide la disposición marginal a pagar (a renunciar).
   a) No es igual a la cantidad que tenemos que pagar,
   b) sino a la cantidad que estaríamos *dispuestos* a pagar.

4 La utilidad

En este capítulo, el nivel de abstracción sube otro peldaño. Los estudiantes a menudo tienen problemas con la idea de la utilidad. A veces a los economistas ya formados nos resulta difícil ponernos en su lugar, porque nos parece un concepto absolutamente obvio.

He aquí una manera de abordar el tema. Supongamos que volvemos a la idea de la relación «más pesado que» que analizamos en el capítulo anterior. Imaginemos que tenemos una gran balanza con dos platillos. Podemos poner a una persona en cada una de ellas y ver cuál pesa más, pero no tenemos ningún juego de pesas estandarizadas. No obstante, tenemos una forma de averiguar si x pesa más que y.

Supongamos ahora que decidimos establecer una escala. Cogemos unas cuantas piedras, comprobamos que todas pesan lo mismo y medimos el peso de las personas en piedras. Está claro que x pesa más que y si el peso de x en piedras es mayor que el de y en piedras.

También podrían utilizarse otras unidades de medición: kilogramos, libras, o cualquier otra. Da lo mismo para saber quién pesa más. Ahora es fácil trazar una analogía con la utilidad: de la misma forma que los kilos permiten representar numéricamente el orden «más pesado que», la utilidad permite representar numéricamente el orden de preferencias. Las unidades de utilidad son tan arbitrarias como las unidades de peso.

Esta analogía también puede utilizarse para explorar el concepto de transformación monótona positiva, concepto con el que los estudiantes tienen muchos problemas. Dígales que una transformación monótona es simplemente lo mismo que cambiar las unidades de medición en el ejemplo del peso.

Sin embargo, también es importante que los estudiantes comprendan que los cambios de las unidades pueden ser no lineales. He aquí un excelente ejemplo para explicarlo. Supongamos que la madera siempre se vende en montones que tienen forma de cubos. Pensemos en la relación «un montón tiene más madera que otro». Esta relación puede representarse observando la medida de los lados de los montones, el área de los montones o el volumen de los montones. Es decir, x, x^2 o x^3 permiten realizar exactamente la misma comparación entre los montones. Cada uno de estos números es una representación diferente de la utilidad de un cubo de madera.

Asegúrese de que analiza detenidamente los ejemplos que se exponen aquí. El ejemplo de la función de utilidad Cobb-Douglas es importante, ya que la utilizamos mucho en el libro de ejercicios. Haga hincapié en que no es más que una forma funcional que permite obtener expresiones útiles. Asegúrese de que explica más detenidamente la idea de que $x_1^a x_2^b$ es la forma general de las preferencias Cobb-Douglas, pero que algunas transformaciones monótonas (por ejemplo, el logaritmo) pueden hacer que parezca muy diferente. Calcular la *RMS* de unas cuantas representaciones de la función de utilidad Cobb-Douglas en clase para que los alumnos puedan ver cómo se hacen y, lo que es más importante, para que vean que la *RMS* no cambia cuando se cambia la representación de la utilidad será de gran ayuda.

El ejemplo sobre la conducta de los consumidores en sus desplazamientos al trabajo que se encuentra al final del capítulo es muy bueno. Si lo explica correctamente, convencerá a sus alumnos de que la utilidad es un concepto operativo. Dígales que se pueden emplear los mismos métodos en los estudios de mercado, en los estudios sobre de las admisiones en las universidades, etc.

Los problemas del libro de ejercicios de este capítulo son muy importantes, ya que asientan prácticamente las ideas. Muchas veces los estudiantes *piensan* que entienden una cosa, pero no es verdad, y estos ejercicios se lo demostrarán. Será buena idea dejar que los alumnos descubran por sí mismos que un método infalible para saber si una función de utilidad representa las mismas preferencias que otra es calcular las dos funciones de la relación marginal de sustitución. Si no comprenden esta idea por sí solos, puede plantearla como una pregunta y ayudarles a encontrar la respuesta.

La utilidad

A. Dos formas de ver la utilidad:
   1. La antigua:
      a) Mide lo «satisfecho» que está un consumidor:
         1) No es operativa.
         2) Otros muchos problemas.
   2. La nueva:
      a) Resume las preferencias.
      b) Una función de utilidad asigna un número a cada cesta de bienes de tal manera que las cestas que más se prefieren tienen un número más alto.
      c) Es decir, $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.
      d) Sólo es importante la ordenación de las cestas, por lo que ésta es una teoría de la **utilidad ordinal**.
      e) Ventajas:
         1) Operativa.
         2) Permite tener una teoría completa de la demanda.

B. Las funciones de utilidad no son únicas:
   1. Si $u(x_1, x_2)$ es una función de utilidad que representa algunas preferencias y $f(\cdot)$ es cualquier función creciente, $f(u(x_1, x_2))$ representa las mismas preferencias.
   2. ¿Por qué? Porque $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ sólo si $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$.
   3. Por lo tanto, si $u(x_1, x_2)$ es una función de utilidad, cualquier transformación monótona de ella también es una función de utilidad que representa las mismas preferencias.

C. La construcción de una función de utilidad:
   1. Puede construirse mecánicamente utilizando las curvas de indiferencia. Figura 4.2.
   2. Puede construirse utilizando el «significado» de las preferencias.

D. Ejemplos
   1. Cómo se obtienen las curvas de indiferencia a partir de la utilidad.
      a) Es fácil: basta con representar todos los puntos en los que la utilidad es constante.
   2. Cómo se obtiene la utilidad a partir de las curvas de indiferencia.
   3. Ejemplos
      a) Sustitutivos perfectos: lo único importante es el número total de lápices, por lo que sirve la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.

   1) También podemos utilizar cualquier transformación monótona, como log $(x_1 + x_2)$.
b) Complementarios perfectos: lo importante es el mínimo del número de zapatos que tengamos del pie izquierdo y del pie derecho, por lo que sirve la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$.
c) Preferencias cualisilineales: las curvas de indiferencia son verticalmente paralelas. Figura 4.4.
   1) La función de utilidad tiene la forma $u(x_1, x_2) = v(x_1, x_2)$.
d) Preferencias Cobb-Douglas. Figura 4.5.
   1) La utilidad tiene la forma $u(x_1, x_2) = x_1^b x_2^c$
   2) Es útil tomar la transformación $f(u) = u^{1/b+c}$ y escribir $x_1^{b/b+c}\ x_2^{c/b+c}$.
   3) O $x_1^a x_2^{1-a}$, donde $a = b/(b + c)$.

E. La utilidad marginal
   1. Utilidad adicional generada por el consumo adicional de uno de los bienes, manteniendo fijo el otro.
   2. Ésta es una derivada, pero es un tipo especial de derivada: una derivada *parcial*.
   3. Eso significa simplemente que analizamos la derivada de $u(x_1, x_2)$ manteniendo fijo x_2, es decir, tratándolo como una constante.
   4. Ejemplos
      a) Si $u(x_1, x_2) = x_1, x_2$, $UM_1 = \partial u/\partial x_1 = 1$.
      b) Si $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, $UM_1 = \partial u/\partial x_1 = a x_1^{a-1} x_2^{1-a}$.
   5. Obsérvese que la utilidad marginal depende de la función de utilidad que se elija para representar las preferencias.
      a) Si multiplicamos la utilidad por 2, multiplicamos la utilidad marginal por 2.
      b) Por lo tanto, no es un concepto operativo.
      c) Sin embargo, la *UM* está estrechamente relacionada con la *RMS*, que es un concepto operativo.
   6. La relación entre la *UM* y la *RMS*:
      a) $u(x_1, x_2) = k$, donde k es una constante, describe una curva de indiferencia.
      b) Queremos medir la pendiente de una curva de indiferencia, la *RMS*.
      c) Por lo tanto, consideramos un cambio (dx_1, dx_2) que mantiene constante la utilidad. Entonces

$$UM_1 dx_1 + UM_2 dx_2 = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

      d) por lo tanto,

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{UM_1}{UM_2}$$

      e) de modo que, conociendo la función de utilidad, podemos calcular la *RMS*.

F. Ejemplo
   1. ¿Ir a trabajar en autobús o en automóvil?
   2. Sea x_1 el tiempo que se tarda en llegar hasta el automóvil, y_1 el tiempo que se tarda en coger el autobús. Sea x_2, el coste del automóvil, etc.
   3. Supongamos que la función de utilidad toma la forma lineal $U(x_1, \ldots, x_n) = \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_n x_n$.
   4. Podemos observar un número de elecciones y utilizar técnicas estadísticas para estimar los parámetros β_i que mejor describen las elecciones.
   5. Un estudio que empleó este procedimiento pudo predecir la elección real más del 93 por ciento de las veces.

6. Una vez que tenemos la función de utilidad, podemos hacer muchas cosas con ella:
   a) Podemos calcular la relación marginal de sustitución entre dos características.
      1) ¿A cuánto dinero renunciaría el consumidor medio para tardar menos tiempo en llegar al trabajo?
   b) Podemos predecir la respuesta de los consumidores a los cambios propuestos.
   c) Podemos estimar si un cambio propuesto merece la pena desde el punto de vista de los beneficios y los costes.

5 La elección

Éste es el capítulo en el que lo unimos todo. Asegúrese de que los estudiantes comprenden el *método* de la maximización y no se limitan a memorizar los distintos casos especiales. Los problemas del libro de ejercicios están pensados para mostrar la inutilidad de memorizar los casos especiales, pero los estudiantes suelen memorizarlos de todas maneras.

El contenido del apartado 5.4 es muy importante; preséntelo diciendo: «¿Por qué debe *interesarnos* saber que la *RMS* es igual a la relación de precios?» La respuesta es que eso permite que los economistas averigüen datos sobre los intercambios de los individuos observando los precios de mercado. Permite, pues, realizar un análisis coste-beneficio.

El contenido del apartado 5.5 sobre la elección de los impuestos es el primer resultado importante y no obvio de la utilización de las ideas de la teoría del consumidor. Lo analizo muy detenidamente para asegurarme de que los estudiantes comprenden el resultado y hago hincapié en la forma en que este análisis utiliza las técnicas que hemos desarrollado. Insista en la idea de que las técnicas analíticas de la microeconomía dan muchos frutos, ya que nos permiten responder a preguntas a las que no podríamos responder sin ellas.

Si en su curso utiliza habitualmente el cálculo, asegúrese de que dedica algún tiempo a explicar el apéndice de este capítulo. Haga hincapié en que para resolver un problema de maximización sujeta a restricciones, hay que tener dos ecuaciones. Una de las ecuaciones es la restricción y la otra es la condición de optimización. Normalmente resuelvo un problema con una función de utilidad Cobb-Douglas y un problema con complementarios perfectos para explicarlo. En el caso Cobb-Douglas, la condición de optimización es que la *RMS* es igual a la relación de precios. En el caso de los complementarios perfectos, la condición de optimización es que el consumidor elige una cesta situada en la esquina.

La elección

A. La elección óptima:
   1. Nos desplazamos a lo largo de la recta presupuestaria hasta que el conjunto preferido no corta al conjunto presupuestario. Figura 5.1.
   2. Obsérvese que la tangencia se encuentra en el punto óptimo: condición necesaria para que la elección sea óptima. En símbolos, *RMS* = –relación de precios = $-p_1/p_2$.
      a) Excepción: los gustos con vértice. Figura 5.2
      a) Excepción: el óptimo de esquina. Figura 5.4.
   3. La tangencia no es suficiente. Figura 5.4.

  a) A menos que las curvas de indiferencia sean convexas.
  b) A menos que el óptimo sea interior.
4. La elección óptima es la cesta demandada.
  a) Cuando variamos los precios y la renta, obtenemos funciones de demanda.
  b) Queremos ver cómo varía la elección óptima –la cesta demandada– cuando varían el precio y la renta.

B. Ejemplos:
1. Sustitutivos perfectos: $x_1 = m/p_1$ si $p_1 < p_2$; en caso contrario, 0. Figura 5.5.
2. Complementarios perfectos: $x_1 = m/(p_1 + p_2)$. Figura 5.6.
3. Neutrales y males: $x_1 = m/p_1$.
4. Bienes discretos. Figura 5.7.
  a) Supongamos que el bien o se consume o no se consume.
  b) Comparemos $(1, m - p_1)$ con $(0, m)$ y veamos cuál es mejor.
5. Preferencias cóncavas: similares a los sustitutivos perfectos. Obsérvese que la tangencia no funciona. Figura 5.8.
6. Preferencias Cobb-Douglas: $x_1 = am/p_1$. Obsérvese que las proporciones presupuestarias son constantes, a = proporción presupuestaria del bien 1.

C. Estimaciones de la función de utilidad:
1. Examinamos datos de consumo.
2. Vemos si podemos ajustar una función de utilidad a estos datos.
3. Por ejemplo, si las proporciones de gasto son más o menos constantes, la función Cobb-Douglas da un buen ajuste.
4. Podemos utilizar la función de utilidad ajustada como guía para tomar decisiones de política económica.
5. En la vida real, se utilizan formas más complicadas, pero la idea básica es la misma.

D. Consecuencias de la condición de la *RMS*
1. ¿Por qué nos interesa saber que *RMS* = –relación de precios?
2. Si todo el mundo tiene que pagar los mismos precios, todo el mundo tiene la misma relación local de intercambio entre los dos bienes, independientemente de la renta y de los gustos.
3. Como todo el mundo valora localmente de la misma forma la relación de intercambio, podemos valorar las propuestas que conllevan la introducción de variaciones en el consumo. ¿Merece la pena sacrificar un bien para obtener una cantidad mayor del otro? Los precios permiten conocer las valoraciones marginales relativas.

E. Aplicación: la elección de los impuestos. ¿Qué es mejor? ¿Gravar los bienes o gravar la renta?
1. Podemos demostrar que un impuesto sobre la renta siempre es mejor, en el sentido de que dado un impuesto cualquiera sobre un bien, hay un impuesto sobre la renta que mejora el bienestar del consumidor. Figura 5.9.
2. Esbozamos el argumento:
  a) restricción presupuestaria inicial: $p_1x_1 + p_2x_2 = m$
  b) restricción presupuestaria con impuesto: $(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m$
  c) elección óptima con impuesto: $(p_1 + t)x_1^* + p_2x_2^* = m$
  d) los ingresos recaudados son iguales a tx_1^*
  e) el impuesto sobre la renta que genera la misma cantidad de ingresos lleva a la restricción presupuestaria: $p_1x_1 + p_2x_2 = m - tx_1^*$
    1) esta recta tiene la misma pendiente que la recta presupuestaria inicial,
    2) también pasa por (x_1^*, x_2^*)

3) demostración: $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m - tx_1$
4) eso significa que (x_1^*, x_2^*) es asequible con el impuesto sobre la renta, por lo que la elección óptima con el impuesto sobre la renta debe ser incluso mejor que (x_1^*, x_2^*).

3. Advertencias
   a) Sólo se aplica a un consumidor: para cada consumidor hay un impuesto sobre la renta que es mejor.
   b) La renta es exógena: si la renta responde al impuesto, hay problemas.
   c) No se examina la respuesta de la oferta: sólo se analiza el lado de la demanda.

F. Apéndice: cómo se halla la elección óptima
1. Problema de cálculo: maximización sujeta a restricciones
2. max $u(x_1, x_2)$ s.a. $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.
3. Método 1: formulamos $RMS = p_1/p_2$ y la restricción presupuestaria y resolvemos.
4. Método 2: introducimos la restricción en la función objetivo y resolvemos.
5. Método 3: método de Lagrange.
   a) Escribimos el lagrangiano: $L = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$.
   b) Diferenciamos con respecto a x_1, x_2, λ.
   c) Resolvemos las ecuaciones.
6. Ejemplo 1: problema Cobb-Douglas del libro.
7. Ejemplo 2: preferencias cuasilineales
   a) max $u(x_1, x_2)$ s.a. $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.
   b) Las sustituciones son más fáciles, pero funciona igual.

6 La demanda

Este capítulo es muy importante, ya que unifica toda la materia del capítulo anterior. También es el capítulo que separa el grano de la paja. Si el estudiante ha prestado atención en los 5 capítulos anteriores y ha realizado religiosamente las tareas para casa, es bastante fácil abordar este capítulo. Desgraciadamente, a menudo he observado que los estudiantes se han confiado después de ver las restricciones presupuestarias, pasan por encima de los análisis de la preferencia y la utilidad y se estrellan al llegar al capítulo 6.

Por lo tanto, lo primero que hay que hacer es que repasen los capítulos anteriores. Haga hincapié en que cada capítulo se basa en los anteriores y en que el 6 representa la culminación de todos ellos. El capítulo 6 es la base del análisis posterior y debe dominarse para poder continuar.

El problema reside en parte en que en este capítulo hay un gran número de conceptos nuevos: las curvas de oferta, las curvas de demanda, las curvas de Engel, los bienes inferiores, los bienes Giffen, etc. A menudo es útil hacer una lista de estas ideas junto con sus definiciones y la página en la que se encuentran para aprender de memoria los conceptos.

Si está impartiendo un curso en el que utiliza habitualmente el cálculo, el apéndice sobre las preferencias cuasilineales es muy importante. Más adelante nos referiremos a él cuando estudiemos el excedente del consumidor, por lo que es una buena idea analizarlo ahora detenidamente.

Los estudiantes normalmente tienen dificultades con los problemas del libro de ejercicios. Creo que se debe en parte a que ahora ya tenemos una masa crítica de ideas y a que tienen que asimilarlas antes de que puedan comenzar a adquirir ideas nuevas. Unas pocas palabras de aliento serán aquí de gran ayuda, así como establecer las relaciones con los capítulos anteriores. La mayoría de los estudiantes retrocederán por su cuenta y verán qué es lo que dejaron pasar en la primera lectura si se les dice que es bueno hacerlo. Recuerde que el objetivo de los problemas del libro de ejercicios es que los estudiantes vean lo que *no* comprenden, no darles una palmadita en la espalda. Corresponde al profesor darles una palmadita en la espalda o zarandearlos suavemente, según proceda.

La demanda

A. Las funciones de demanda: relacionan los precios y la renta con las elecciones.

B. ¿Cómo varían las elecciones cuando varía el entorno económico?
   1. Variaciones de la renta:
      a) Desplazamiento paralelo de la recta presupuestaria hacia fuera.
      b) Un aumento de la renta eleva la demanda: bien **normal**. Figura 6.1.

c) Un aumento de la renta reduce la demanda: bien **inferior**. Figura 6.2.
d) Cuando varía la renta, la elección óptima se mueve a lo largo de la **senda de expansión de la renta**.
e) La relación entre la elección óptima y la renta, con precios fijos, se llama **curva de Engel**. Figura 6.3.

2. Variaciones del precio
   a) La recta presupuestaria se inclina o pivota.
   b) Un descenso del precio eleva la demanda: bien **ordinario**. Figura 6.9.
   c) Un descenso del precio reduce la demanda: bien **Giffen**. Figura 6.10.
   d) Cuando varía el precio, la elección óptima se mueve a lo largo de la **curva de oferta**.
   e) La relación entre la elección óptima y un precio, con la renta y el otro precio fijos, se llama **curva de demanda**.

C. Ejemplos
1. Sustitutivos perfectos. Figura 6.12.
2. Complementarios perfectos. Figura 6.13.
3. Bien discreto. Figura 6.14.
   a) Precio de reserva: precio en el que al consumidor le da exactamente igual consumir la siguiente unidad del bien que no consumirla.
   b) $u(0, m) = u(1, m - r_1)$.
   c) Caso especial: preferencias cuasilineales.
   d) $v(0) + m = v(1) + m - r_1$.
   e) Supongamos que $v(0) = 0$.
   f) Entonces, $r_1 = V(1)$.
   g) Asimismo, $r_2 = v(2) - v(1)$.
   h) Los precios de reserva miden simplemente las **utilidades marginales**.

D. Sustitutivos y complementarios
1. Una subida de p_2 aumenta la demanda de x_1: sustitutivos.
2. Una subida de p_2 reduce la demanda de x_1: complementarios.

E. Curva inversa de demanda
1. Normalmente, la curva de demanda mide la cantidad en función del precio, pero también puede medir el precio en función de la cantidad.
2. Ésta es la **curva inversa de demanda**.
3. Se trata de la misma *relación*; lo único que ocurre es que se representa de forma distinta.

7 La preferencia revelada

En este capítulo se introduce un gran cambio de ritmo, que normalmente es bien acogido. La idea básica de la preferencia revelada, que se describe en el apartado 7.1, es muy intuitiva. Lo único que hay que hacer en este capítulo es dar a los estudiantes los instrumentos necesarios para expresar esta intuición algebraicamente.

Creo que la materia del apartado 7.3 sobre la recuperación de las preferencias es muy apasionante. Comience con la idea de la preferencia revelada indirecta, representada en la figura 7.2. Señale que el modelo de optimización nos permite predecir cómo se comportaría esta persona si tuviera que elegir entre (x_1, x_2) y (z_1, z_2), ¡*aunque nunca hayamos observado a esa persona ante esa elección*! Ésta es una *gran* idea y una idea muy importante. Una vez más, insista en que el modelo económico de optimización nos permite hacer poderosas predicciones sobre la conducta.

La figura 7.3 es la extensión natural de esta línea de razonamiento. Dada la idea de la preferencia revelada y, lo que es más importante, la idea de la preferencia revelada *indirecta*, podemos averiguar la forma de las curvas de indiferencia subyacentes observando los datos sobre las elecciones. Yo motivo a los alumnos planteando cuestiones de coste-beneficio, pero también podría analizarse la predicción de la demanda de productos en un estudio de mercado o parecidas aplicaciones.

Una vez que los estudiantes comprenden la idea de la preferencia revelada, normalmente pueden comprender inmediatamente el axioma débil. Sin embargo, generalmente tienen dificultades para verificar si se satisface realmente el axioma débil mediante algunos números reales. He añadido el apartado 7.5 por esta razón: esboza simplemente una manera sistemática de verificar el axioma débil. Los estudiantes pueden omitirlo en la primera lectura, pero a lo mejor quieren volver a verlo cuando comiencen a hacer los ejercicios. Si sus estudiantes saben algo de programación informática, podría pedirles que piensen cómo puede desarrollarse un programa informático para verificar el axioma débil.

Estos comentarios también son válidos en el caso del análisis y la verificación del axioma fuerte. Probablemente sea una exageración, pero he observado que los estudiantes no podían resolver realmente el problema 7.5 del libro de ejercicios sin tener alguna idea de cómo se verifica sistemáticamente el axioma fuerte. Hablando del libro de ejercicios, los problemas de este apartado son realmente divertidos. Me gustan sobre todo el 7.6 y el 7.7. Advertimos a las personas que tengan ediciones anteriores del libro que en el problema 7.9 había algunos errores.

Por último, es muy útil el apartado sobre los números índices. Los estudiantes están en permanente contacto con los índices de precios y los índices del coste de la vida, por lo que es útil describir la teoría en la que se basan estas ideas.

Las preferencias reveladas

A. Motivación
   1. Hasta ahora hemos comenzado con las preferencias y hemos descrito la conducta.
   2. Comenzar con las preferencias reveladas es «trabajar retrocediendo»: empezar por la conducta y describir las preferencias.
   3. Recuperación de las preferencias: cómo utilizar las elecciones observadas para «estimar» las curvas de indiferencia.

B. Idea básica
   1. Si se elige (x_1, x_2) cuando (y_1, y_2) es asequible, sabemos que (x_1, x_2) es al menos tan buena como (y_1, y_2).
   2. En ecuaciones: si se elige (x_1, x_2) cuando los precios son (p_1, p_2) y $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$, $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.
   3. Véase la figura 7.1.
   4. Si $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$, decimos que el consumidor **revela directamente que prefiere** (x_1, x_2) a (y_1, y_2).
   5. Si el consumidor revela directamente que prefiere X a Y y revela directamente que prefiere Y a Z (etc.), decimos que **revela indirectamente que prefiere** X a Z. Véase la figura 7.2.
   6. Las «cadenas» de preferencia revelada pueden suministrarnos una gran cantidad de información sobre las preferencias. Véase la figura 7.3.
   7. La información sobre los gustos revelada por las elecciones puede utilizarse para formular la política económica.

C. El axioma débil de la preferencia revelada
   1. La recuperación de las preferencias sólo tiene sentido si el individuo es realmente un consumidor maximizador.
   2. Qué ocurriría si observáramos un caso como el de la figura 7.4.
   3. En este caso, se revela que se prefiere X a Y ¡y también se revela que se prefiere Y a X!
   4. En símbolos, tenemos que se compra (x_1, x_2) a los precios (p_1, p_2) y (y_1, y_2) a los precios (q_1, q_2) y que $p_1x_1 + p_2x_2 > p_1y_1 + p_2y_2$ y $q_1y_1 + q_2y_2 > q_1x_1 + q_2x_2$.
   5. Este tipo de conducta es incoherente con el modelo de optimización de la elección del consumidor.
   6. El axioma débil de la preferencia revelada excluye este tipo de conducta.
   7. Axioma débil de la preferencia revelada: si un consumidor revela directamente que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2), no puede revelar directamente que prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2).
   8. Axioma débil de la preferencia revelada: si $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$, debe ocurrir que $q_1y_1 + q_2y_2 \leq q_1x_1 + q_2x_2$.
   9. Esta condición puede verificarse manualmente o por medio de un ordenador.

D. El axioma fuerte de la preferencia revelada
   1. El axioma débil de la preferencia revelada sólo es una condición necesaria para que la conducta sea coherente con la maximización de la utilidad.
   2. Axioma fuerte de la preferencia revelada: si un consumidor revela, directa o *indirectamente,* que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2), no puede revelar, ni directa ni indirectamente, que prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2).
   3. El axioma fuerte de la preferencia revelada es una condición *necesaria y suficiente* para la maximización de la utilidad.
   4. Eso significa que si el consumidor está maximizando la utilidad, su conducta debe ser coherente con el axioma fuerte de la preferencia revelada.

5. Además, si la conducta observada es coherente con el axioma fuerte de la preferencia revelada, siempre podemos encontrar una función de utilidad que explique la conducta del consumidor como una conducta maximizadora.
6. El axioma fuerte de la preferencia revelada también puede verificarse por ordenador.

E. Los números índices
1. Dados el consumo y los precios de 2 años, el año base b y algún otro año t.
2. ¿Qué diferencia hay entre el consumo del año t y el consumo del año base?
3. Forma general de un índice de consumo:

$$\frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}.$$

4. Es natural utilizar los precios como pesos.
5. Se obtienen dos índices dependiendo de que se utilicen los precios del periodo t o los del periodo b.
6. El índice de Paasche utiliza pesos del periodo t (del periodo actual):

$$\frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}.$$

7. El índice de Laspeyres utiliza pesos del periodo b (del periodo base):

$$\frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

8. Obsérvese la conexión con la preferencia revelada: si el índice de Paasche es mayor que 1, el periodo t debe ser mejor que el periodo b:
   a) $$\frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1.$$
   b) $$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b.$$
   c) por lo tanto, se revela que se prefiere el periodo t al periodo b.
9. Puede hacerse lo mismo con el índice de Laaspeyres: si el índice de Laaspeyres es menor que 1, el bienestar del consumidor es menor.

8 La ecuación de Slutsky

La mayoría de los libros se refieren al efecto-renta y al efecto-sustitución, pero no desarrollan estas ideas. En mi opinión, hay que ayudar al estudiante a comprender lo suficiente una idea para que pueda hacer cálculos con ella; de lo contrario, ¿qué sentido tiene?

La descomposición de Slutsky es un instrumento analítico que nos permite comprender cómo varía la demanda cuando varía un precio dividiendo la variación total de la demanda en partes más pequeñas. El signo del efecto total depende del signo de las partes, pero el signo de las partes es más fácil de averiguar.

En este capítulo hemos utilizado la definición de Slutsky del efecto-sustitución, porque es mucho más fácil calcular ejemplos utilizando esta definición. La definición hicksiana es más elegante desde el punto de vista teórico, pero los estudiantes no pueden hacer cálculos con ella hasta que tienen instrumentos analíticos más avanzados.

Se consigue en gran medida que los estudiantes comprendan esta materia convenciéndolos simplemente de que lean el libro. La variación de la renta necesaria para compensar por una variación del precio no es ni un concepto difícil ni un cálculo difícil, pero hay que repetirlo unas cuantas veces para que los alumnos lo comprendan.

Una manera de describir el efecto-renta y el efecto-sustitución es poner un ejemplo basado en sus propias pautas de consumo. Hábleles de un estudiante que gasta toda su paga en alimentos y libros. Suponga que el precio de los libros baja a la mitad, pero sus padres se enteran y le reducen la paga. ¿Cuánto se la reducen si quieren que siga pudiendo tener el mismo nivel de consumo que antes?

Una vez que los alumnos comprenden la idea del efecto-sustitución y el efecto-renta, no es difícil aunar ambos conceptos en el apartado 8.4. El siguiente obstáculo real consistirá en expresar la ecuación de Slutsky en tasas de variación, como se hace en el apartado 8.5. Ésta es la forma que normalmente llamamos ecuación de Slutsky en los capítulos posteriores, por lo que merece la pena realizar el análisis algebraico para que puedan ver de dónde procede. Sin embargo, si no quiere realizar los cálculos algebraicos, asegúrese simplemente de que comprenden la cuestión básica: la variación de la demanda puede descomponerse en un efecto-sustitución (siempre negativo, es decir, en sentido contrario a la variación del precio) y un efecto-renta (positivo o negativo dependiendo de que el bien sea normal o inferior).

Normalmente omito los apartados optativos de este capítulo, pero están ahí para consultarlos si es necesario. Me gusta el apartado sobre la devolución de impuestos, pero es un poco sofisticado. Haga hincapié en la idea de que aunque se devuelva el dinero del impuesto a los consumidores, la demanda del bien disminuirá y empeorará el bienestar de los consumidores.

La ecuación de Slutsky

A. Queremos disponer de un procedimiento para descomponer el efecto de la variación de un precio en partes «más simples».
   1. De eso es de lo que trata el *análisis*.
   2. Dividimos en partes para averiguar la conducta del todo.

B. Dividimos la variación del precio en un **giro** y un **desplazamiento**. Véase la figura 8.2.
   1. Estas variaciones son hipotéticas.
   2. Podemos examinar cada variación por separado y analizar la suma de dos variaciones.

C. La variación de la demanda que se debe a un giro es el **efecto-sustitución**.
   1. Indica cómo varía la demanda cuando modificamos los precios, manteniendo fijo el poder adquisitivo.
   2. ¿Cuánto demandaría una persona si tuviera justo el dinero suficiente para consumir la cesta inicial?
   3. Así se aísla el efecto puro de la variación de los precios relativos.
   4. El efecto-sustitución *debe* ser negativo debido a la preferencia revelada.
      a) «negativo» significa que la cantidad varía en sentido contrario al precio.

D. La variación de la demanda que se debe a un desplazamiento es el **efecto-renta**.
   1. Aumentar la renta manteniendo fijos los precios.
   2. El efecto-renta puede aumentar o reducir la demanda dependiendo de que el bien sea normal o inferior.

E. La variación total de la demanda es el efecto-sustitución más el efecto-renta.
   1. Si el bien es normal, el efecto-sustitución y el efecto-renta se refuerzan mutuamente.
   2. Si el bien es inferior, el efecto total es ambiguo.
   3. Véase la figura 8.3.

F. Ejemplos específicos.
   1. Complementarios perfectos. Figura 8.4.
   2. Sustitutivos perfectos. Figura 8.5.
   3. Cuasilineal. Figura 8.6.

G. Aplicación: devolución de un impuesto.
   1. Se establece un impuesto sobre la gasolina y se devuelven los ingresos recaudados.
   2. Restricción presupuestaria inicial: $px^* + y^* = m$.
   3. Restricción presupuestaria después del impuesto: $(p + t)x' + y' = m + tx'$.
   4. Por lo tanto, el consumo después del impuesto satisface la igualdad $px' + y' = m$.
   5. Por lo tanto, (x', y') era asequible inicialmente y se rechazó a favor de (x^*, y^*).
   6. El bienestar del consumidor debe haber empeorado.

H. Las tasas de variación.
   1. El efecto de Slutsky también puede expresarse en *tasas de variación.*
   2. Adopta la forma

$$\frac{\partial x}{\partial p} = \frac{\partial x^s}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial m} x.$$

   3. Cada una de las partes puede interpretarse exactamente de la misma forma que antes.

9 La compra y la venta

La idea de la dotación es importante, por lo que quería dedicarle todo un capítulo en lugar de analizarla superficialmente como se hace en la mayoría de los libros. Resulta poco natural en un contexto en el que hay dos bienes, por lo que merece la pena señalarles esa artificialidad a los estudiantes y hacer hincapié en que el concepto de dotación tiene perfecto sentido en un contexto más general.

Insista en la afirmación del apartado 9.3 de que un aumento del valor de la dotación aumenta las posibilidades de consumo de los dos bienes. ¡Estará encantado de haberlo hecho cuando analice el valor actual! Asegúrese de que explica por qué un consumidor prefiere necesariamente una dotación de mayor valor, mientras que puede o no preferir una cesta de consumo que tenga mayor valor.

El apartado sobre las variaciones de los precios es una excelente aplicación de los argumentos de la preferencia revelada. Los estudiantes suelen apreciar mucho más esta idea después de ver estas aplicaciones.

El análisis de la ecuación de Slutsky de este capítulo es bastante claro, pero algo enrevesado. Señale que en el análisis inicial de la ecuación de Slutsky la renta monetaria no variaba cuando variaban los precios: sólo variaba el poder adquisitivo del dinero. En este capítulo, en el que los consumidores obtienen dinero por la venta de sus dotaciones, la renta monetaria *sí* varía cuando varía el poder adquisitivo y este efecto hay que explicarlo.

He observado que para observar esta cuestión es de gran ayuda ampliar la figura 9.7 y seguir paso a paso el movimiento. Señale que si suprimimos la recta presupuestaria que pasa por el punto C, tenemos el diagrama convencional del capítulo anterior. El movimiento de D a C es lo único nuevo que hemos añadido en este capítulo.

Si tiene un grupo con capacidad de abstracción, el análisis del apéndice de este capítulo será interesante. Explica cómo se obtiene *exactamente* la ecuación de Slutsky en este caso.

El apartado 9.7 contiene un ejemplo muy breve de la ecuación de Slutsky cuando hay una dotación. Señale que el resultado se deriva únicamente de la hipótesis de la maximización y que sería muy difícil averiguarlo sin algunos instrumentos analíticos. Para eso se utilizan algunos instrumentos analíticos como la ecuación de Slutsky: hacen que este tipo de cálculo sea mecánico de manera que no haya que reproducir una compleja senda de razonamiento en cada caso concreto.

El último tema de este capítulo es el análisis de la oferta de trabajo. Lo primero que hacemos es manipular la restricción presupuestaria para que encaje en el modelo estudiado antes. Haga hincapié en que esta estrategia de análisis es frecuente: plantear el problema de que se trate de manera que se parezca a algo que hemos visto antes. También es útil insisitir en la interpretación de la dotación en este contexto: la dotación es lo que acabamos consumiendo si no realizamos ninguna transacción de mercado.

Una vez planteado el problema de la oferta de trabajo en el modelo convencional, podemos aplicar todos los instrumentos que tenemos a nuestra disposición. El primero es la ecuación de Slutsky. En el apartado 9.9, realizo un análisis incorrecto y después lo corrijo para mostrar cuál es el análisis correcto. Creo que eso es bueno en este caso, ya que muchas personas entienden mal el análisis de la oferta de trabajo. Una curva de oferta de trabajo que retrocede no es un fenómeno Giffen. La curva de oferta de trabajo retrocede porque la dotación de ocio vale más cuando sube el salario y eso puede llevar a consumir más ocio debido al efecto-renta.

El ejemplo de las horas extraordinarias es una ilustración realmente buena de los efectos-sustitución. A veces introduzco la idea examinando la siguiente paradoja: si un empresario sube el salario por todas las horas trabajadas, puede que sus trabajadores acaben decidiendo trabajar menos. Pero si el empresario paga el *mismo* salario más alto como una prima por horas extraordinarias, los trabajadores nunca decidirán trabajar menos y probablemente decidirán trabajar más. ¿No es paradójico que si se da más dinero a los trabajadores (subiendo el salario por todas las horas trabajadas), su oferta de trabajo disminuya? Desde el punto de vista del efecto-sustitución y de la preferencia revelada, todo tiene perfecto sentido, pero sin esas ideas, este fenómeno común puede parecer muy confuso.

La compra y la venta

A. Hasta ahora, la gente sólo tenía dinero para intercambiar bienes. Pero en realidad, la gente vende cosas que posee (por ejemplo, trabajo) para adquirir bienes. Queremos desarrollar esta idea en un modelo.

B. Demandas netas y brutas
   1. **Dotación**: (ω_1, ω_2), es lo que tenemos antes de entrar en el mercado.
   2. **Demandas brutas**: (x_1, x_2), es lo que acabamos consumiendo.
   3. **Demandas netas**: $(x_1 - \omega_1, x_2 - \omega_2)$, es lo que compramos (demanda neta positiva) y lo que vendemos (demanda neta negativa) realmente.
   4. Para los economistas las demandas más importantes son las demandas brutas; para los profanos, las demandas más importantes son las demandas netas.

C. La restricción presupuestaria
   1. Valor de lo que consumimos = valor de lo que vendemos.
   2. $p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$.
   3. $p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0$.
   4. Recta presupuestaria representada en la figura 9.1. Obsérvese que la dotación siempre es asequible.
   5. Con dos bienes, el consumidor siempre es un demandante neto de un bien, un oferente neto del otro.

D. Estática comparativa
   1. Variación de la dotación
      a) Bien normal e inferior.
      b) Un aumento del valor de la dotación mejora el bienestar del consumidor. Obsérvese que es diferente de un aumento del valor de la cesta de consumo. Es necesario acceder al mercado.
   2. Variación de los precios
      a) Si baja el precio del bien que vende el consumidor y éste decide seguir vendiéndolo, su bienestar disminuye. Véase la figura 9.3.
      b) Si el consumidor es un comprador neto de un bien y el precio baja, el consumidor continuará siendo un comprador neto. Figura 9.4.

c) Etc.
3. Curvas de oferta y de demanda
   a) Curvas de oferta: lo que el consumidor «se ofrece» a comprar o vender.
   b) Curva de demanda bruta.
   c) Curvas de demanda neta (y curvas de oferta neta).

E. La ecuación de Slutsky.
1. Cuando los precios varían, ahora tenemos tres efectos.
   a) Efecto-sustitución ordinario.
   b) Efecto-renta ordinario.
   c) Efecto-renta-dotación: la variación del valor de la dotación afecta a la demanda.
2. La figura 9.7 muestra los tres efectos.
3. El efecto-renta depende de la *demanda neta*.
4. Ahora la ecuación de Slutsky adopta la forma

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1{}^s}{\partial p_1} + (\omega_1 - x_1)\,\frac{\partial x_1}{\partial m}.$$

5. Léase la demostración en el apéndice.

F. La oferta de trabajo.

G. Dos bienes.
1. El consumo (C).
2. El trabajo (L): la cantidad máxima que puedo trabajar es $\overline{L}$.
3. El dinero (M).

H. La restricción presupuestaria de la oferta de trabajo.
1. $pC = M + wL$.
2. Definimos $\overline{C} = M/p$.
3. $pC + w(\overline{L} - L) = p\overline{C} + w\overline{L}$.
4. Definimos el ocio $R = \overline{L} - L$; obsérvese que $\overline{R} = \overline{L}$.
5. $pC + wR = p\overline{C} + w\overline{R} = p\overline{C} + w\overline{L}$.
6. Esta restricción es exactamente igual que la restricción presupuestaria ordinaria.
7. La oferta de trabajo es como la demanda de ocio.
8. w/p es el precio del ocio.

I. Estática comparativa.
1. Aplicar la ecuación de Slutsky a la ecuación de demanda para obtener

$$\frac{\partial R}{\partial w} = \text{efecto-sustitución} + (\overline{R} - R) \times \text{efecto renta}$$

2. La subida del salario produce un efecto ambiguo en la oferta de trabajo. Depende de cuánto trabajo se haya ofrecido ya.
3. Curva de oferta de trabajo que se dobla hacia atrás.

J. Las horas extraordinarias.
1. Si se ofrece a los trabajadores un salario más alto, es posible que trabajen menos.
2. Si se les ofrece unas primas por horas extraordinarias más altas, deben trabajar al menos tanto como antes.
3. Las primas por horas extraordinarias son una forma de provocar un efecto-sustitución.

10 La elección intertemporal

Éste es uno de mis temas favoritos, ya que utiliza la teoría del consumidor de una forma fundamental y, además, tiene muchas consecuencias importantes y prácticas.

La restricción presupuestaria intertemporal es bastante sencilla. A veces trazo la restricción en dos tramos que se obtiene con diferentes tipos de interés para pedir préstamos y para prestar, simplemente para consolidar la idea. Es bueno subrayar la importancia de las elecciones intertemporales convexas y monótonas. Pregúnteles a sus alumnos cómo se comportaría como ahorradora una persona que tuviera preferencias intertemporales *convexas*.

La diferencia entre la formulación de la restricción presupuestaria en valor actual y en valor futuro puede verse como una elección del numerario.

La estática comparativa son simplemente los gráficos que hemos visto antes con nuevas etiquetas, pero aún así merece la pena describirla detalladamente como un ejemplo concreto.

Creo que merece la pena repetir varias veces la conclusión del apartado 10.6, ya que parece que los estudiantes tienen dificultades para asimilarla. Una inversión que desplaza la dotación de una forma que aumenta su valor actual es una inversión que *todos* los consumidores deben preferir (mientras puedan pedir préstamos y prestar al mismo tipo de interés). Expresar este punto de diversas formas acostumbra a ser una buena idea. Especialmente importante es hablar explícitamente de las inversiones como variaciones de la dotación (Δm_1, Δm_2) y señalar que cualquier inversión que tenga un valor actual neto positivo merece la pena.

Haga hincapié en que el valor actual es realmente una operación lineal, a pesar de las apariencias. Dado un cuadro de valores actuales, como el 10.1, muestre lo fácil que es calcular los valores actuales.

El ejemplo del préstamo bancario devuelto a plazos es muy interesante. Es bueno comenzar considerando primero el caso de una persona que pide un préstamo de 1.000 euros y devuelve 1.200 un año más tarde. ¿Qué tipo de interés está pagando? Demuestre que este tipo puede hallarse resolviendo la ecuación

$$1.000(1 + r) = 1.200,$$

que puede expresarse de la forma siguiente:

$$1.000 = \frac{1.200}{1 + r}.$$

A continuación, es muy lógico afirmar que el tipo de interés *mensual* del préstamo bancario devuelto a plazos viene dado por el tipo i que resuelve la ecuación

$$1.000 = \frac{100}{1+i} + \frac{100}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{100}{(1+i)^{12}}.$$

Hay (al menos) dos formas de calcular el tipo anual. Una consiste en seguir la convención contable y utilizar la fórmula $r = 12i$. Otra, quizá más sensata, consiste en acumular los rendimientos mensuales y utilizar la fórmula $1 + r = (1 + i)^{12}$. He seguido la convención contable en las cifras publicadas en el libro.

Los problemas del libro de ejercicios de este capítulo también son relevantes. El problema 10.1 es un excelente ejemplo del análisis del valor actual, que utiliza las fórmulas de los bonos a perpetuidad. El problema 10.6 muestra la restricción presupuestaria con diferentes tipos de interés para pedir préstamos y prestar.

La elección intertemporal

A. La restricción presupuestaria.
   1. (m_1, m_2): la cantidad de dinero que tiene el consumidor en cada periodo es la dotación.
   2. Suponemos que el consumidor puede pedir préstamos y prestar al tipo r.
   3. $c_2 = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$.
   4. Obsérvese que este análisis es válido tanto en el caso en el que el consumidor puede pedir préstamos como prestar, siempre y cuando el tipo de interés sea el mismo.
   5. Varias formas de la restricción presupuestaria.
      a) $(1 + r)\ c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$: valor futuro.
      b) $c_1 + c_2/(1 + r) = m_1 + m_2/(1 + r)$: valor actual.
      c) Elección del numerario.
      d) Véase la figura 10.2.
   6. Preferencias: es muy natural que las preferencias sean convexas y monótonas.

B. Estática comparativa
   1. Si el consumidor es inicialmente un prestamista y el tipo de interés sube, sigue siendo un prestamista. Figura 10.4.
   2. El bienestar de un prestatario empeora si sube el tipo de interés. Figura 10.5.
   3. La ecuación de Slutsky nos permite examinar el efecto de una subida del precio del consumo actual (una subida del tipo de interés).
      a) variación del consumo actual cuando sube el tipo de interés = efecto-sustitución + $(m_1 - c_1)$ efecto-renta.
      b) Suponiendo que el bien es normal, una subida del tipo de interés reduce el consumo actual de un prestatario y produce un efecto ambiguo en el caso del prestamista.
      c) Explíquelo intuitivamente.

C. La inflación
   1. Suponemos que los precios son $p_1 = 1$ y p_2.
   2. La restricción presupuestaria adopta la forma

$$p_2 c_2 = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1),$$

   3. o sea,

$$c_2 = \frac{m_2}{p_2} + \frac{(1+r)}{p_2}(m_1 - c_1),$$

   4. si ϖ es la tasa de inflación, $p_2 = (1 + \varpi)p_1$.

5. $1 + \rho = (1 + r)/(1 + \varpi)$ es el tipo de interés real.
6. $\rho = (r - \varpi)/(1 + \varpi)$, o sea, $\rho \approx r - \varpi$.

D. El valor actual: un análisis más detallado.
1. Valor futuro y valor actual: ¿qué significan?
2. Si el consumidor puede pedir préstamos y prestar libremente, siempre debe preferir una pauta de consumo que tenga un valor actual mayor.

E. El valor actual se puede calcular cualquiera que sea el número de periodos.

F. Utilización del valor actual.
1. La forma correcta de ordenar las decisiones de inversión.
2. Es una operación lineal, por lo que es relativamente fácil de calcular.

G. Los bonos.
1. Cupón, x; fecha de vencimiento, T; valor nominal, F.
2. Bonos a perpetuidad.
3. El valor de un bono a perpetuidad viene dado por $VA = x/r$.
   a) Demostración: $x = r \times VA$.

H. Los préstamos bancarios devueltos a plazos.
1. Solicitud de un préstamo con la promesa de devolverlo en un determinado periodo de tiempo.
2. ¿Cuál es el verdadero tipo de interés?
3. Ejemplo: supongamos que pedimos un préstamo de 1.000 euros con la promesa de devolverlo en 12 plazos mensuales de 100 euros cada uno.
4. Tenemos que valorar la corriente de pagos de 1.000, –100, …, –100.
5. ¡Resulta que el verdadero tipo de interés es de un 35 por ciento aproximadamente!

11 Los mercados de activos

Este capítulo encaja perfectamente con los cálculos del valor actual del capítulo anterior. La idea de que todos los activos inciertos deben generar la misma tasa de rendimiento en condiciones de equilibrio es una idea muy poderosa y generalmente no recibe el debido tratamiento en los libros de texto de microeconomía intermedia.

Me gusta especialmente el argumento del arbitraje y mostrar que equivale a vender todos los activos a sus valores actuales. Las aplicaciones del modelo de Hotelling de los precios del petróleo y el modelo de la gestión de un bosque son bastante atractivos para los estudiantes.

Un interesante extensión que podría señalarse en el problema del bosque es que el valor de *mercado* del bosque existente siempre será su valor actual y que el valor actual crece al tipo de interés, como cualquier otro activo. Sin embargo, el valor del bosque *talado* crece más deprisa que el tipo de interés hasta que llegamos al momento óptimo de la tala y a continuación crece menos deprisa.

Los problemas del libro de ejercicios son de carácter bastante práctico y merece la pena señalárselo a los alumnos. Haga hincapié en que los cálculos del valor actual son el elemento básico del análisis de la inversión.

Los mercados de activos

A. Considere un mundo en el que no existe ninguna incertidumbre. En ese caso, todos los activos deben tener la misma tasa de rendimiento.
   1. Si la tasa de rendimiento de un activo fuera más alta que la de otro, ¿quién compraría el activo cuya tasa de rendimiento es más baja?
   2. ¿Cómo se ajustan los precios de los activos? Respuesta: **arbitraje sin riesgo**.
      a) Dos activos. El bono genera r; otro activo cuesta ahora p_0.
      b) Invertimos 1 euro en un bono y obtenemos $1 + r$ euros mañana.
      c) Invertimos $p_0 x = 1$ euro en otro activo y obtenemos $p_1 x$ euros mañana.
      d) Las cantidades deben ser iguales, lo que quiere decir que $1 + r = p_1/p_0$.
   3. Ésta no es más que otra forma de decir valor actual.
      a) $p_0 = p_1/(1 + r)$.
   4. Pensemos en el proceso de ajuste.

B. Ejemplo del mercado de valores
   1. Futuros sobre índices y activos subyacentes que constituyen los futuros.

   2. No hay riesgo en la inversión, aunque los valores de los activos sean inciertos, ya que existe una relación fija entre los dos activos en el momento del vencimiento.

C. Ajustes para tener en cuenta las diferencias entre las características de los activos.
   1. Liquidez y costes de transacción.
   2. Impuestos.
   3. Tipo de rendimientos: rendimiento en forma de consumo y rendimiento financiero.

D. Aplicaciones.
   1. Recursos agotables: el precio del petróleo.
      a) Sea p_t el precio del petróleo en el periodo t.
      b) El petróleo del subsuelo es exactamente igual que el dinero colocado en el banco, por lo que $p_{t+1} = (1 + r)p_t$.
      c) La demanda es igual a la oferta con el paso del tiempo.
      d) Sea T el momento en el que se agota el petróleo, D la demanda anual y S la oferta existente. Por lo tanto, $T = S/D$.
      e) Sea C el coste de la siguiente alternativa mejor (por ejemplo, el carbón licuado).
      f) El arbitraje implica que $p_0 = C/(1 + r)^T$.
   2. La tala de un bosque.
      a) $F(t)$ = valor del bosque en el periodo t.
      b) Es natural pensar que aumenta rápidamente al principio y después a un ritmo más lento.
      c) El bosque se tala cuando su tasa de crecimiento es igual al tipo de interés. Figura 11.1.

E. Esta teoría indica las relaciones que tienen que cumplirse entre los precios de los activos, dado el tipo de interés.

F. ¿Pero de qué depende el tipo de interés?
   1. Respuesta: de la conducta agregada en la petición y la concesión de préstamos.
   2. O sea, de las decisiones de consumo y de inversión a lo largo del tiempo.

G. ¿Qué hacen las instituciones financieras?
   1. Ajustan el tipo de interés de manera que la cantidad que la gente quiere pedir prestada sea igual a la que quiere prestar.
   2. Modifican la pauta de consumo posible a lo largo del tiempo. Ejemplo del estudiante universitario y del jubilado.
   3. Ejemplo del empresario y de los inversores.

12 La incertidumbre

Este capítulo comienza con la idea del consumo contingente y un ejemplo del mercado de seguros. Cerciórese de que define el concepto de «contingente», ya que muchos alumnos desconocen el término (la definición se encuentra en el libro). En este primer apartado se pone el acento en la idea de que para analizar la elección en condiciones de incertidumbre pueden utilizarse exactamente los mismos instrumentos que hemos empleado antes, por lo que merece la pena hablar de lo que ocurre con la recta presupuestaria cuando varía el precio del seguro, etc.

El análisis de la utilidad esperada es razonablemente elemental. Sin embargo, a menudo es difícil explicar intuitivamente la hipótesis de la utilidad esperada sin ver muchas aplicaciones. La introduzco por si algunas universidades quieren disponer de un análisis elemental del tema para utilizarlo en otros cursos, como los cursos de economía financiera.

La aplicación más fácil de la teoría de la utilidad esperada que se me ocurrió fue el hecho de que los maximizadores de la utilidad esperada que se encuentran ante un seguro actuarialmente justo se asegurarían totalmente. En el capítulo sobre la información asimétrica, me refiero al riesgo moral y a la selección adversa en los mercados de seguro; podría ser divertido debatir estas ideas en clase.

Los tres últimos apartados sobre la diversificación, la difusión del riesgo y el papel del mercado de valores son importantes ideas económicas. Normalmente las analizamos en términos verbales y omitimos los detalles del análisis de la utilidad esperada. Parece una opción razonable para un curso de microeconomía intermedia general.

La incertidumbre

A. El consumo contingente
   1. Qué consumo o qué riqueza obtendremos en cada uno de los resultados posibles de un acontecimiento aleatorio.
   2. Ejemplo: llueve o hace sol, el automóvil se avería o no, etc.
   3. Al consumidor le interesa la pauta de consumo contingente: $U(c_1, c_2)$.
   4. El mercado nos permite intercambiar las pautas de consumo contingente: el mercado de seguros. La prima de seguro es como un precio relativo de los diferentes tipos de consumo.
   5. Podemos utilizar los instrumentos convencionales para analizar la elección del consumo contingente.

B. Las funciones de utilidad
   1. Las preferencias en cuanto al consumo en circunstancias diferentes dependen de las probabilidades de que ocurran dichas circunstancias.
   2. Por lo tanto, $u(c_1, c_2, \varpi_1, \varpi_2)$ será la forma general de la función de utilidad.
   3. Postulando algunos supuestos razonables, la utilidad puede expresarse como una función lineal de las probabilidades, $p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2)$. Es decir, la utilidad de una pauta de consumo es simplemente la utilidad esperada de los resultados posibles.

C. La aversión al riesgo
   1. La forma de la función de utilidad esperada describe las actitudes hacia el riesgo.
   2. Represente la utilidad de la riqueza y la utilidad esperada del juego. Observe que una persona prefiere una cosa segura a un valor esperado. Figura 12.2.
   3. La diversificación y la difusión del riesgo.

D. El papel de la bolsa de valores
   1. Ayuda a diversificar y difundir el riesgo.
   2. De la misma forma que un empresario puede reorganizar sus pautas de consumo a lo largo del tiempo cotizando en bolsa, también puede reorganizar su consumo entre los estados de la naturaleza.

13 Los activos inciertos

La primera parte de este capítulo se dedica simplemente a presentar la notación y a repasar los conceptos de media y desviación típica. Si los alumnos han estudiado algo de estadística, estas ideas deberían resultarles familiares. Si no han estudiado nada de estadística, asegúrese de que comprenden lo básico antes de seguir.

En este capítulo la idea importante está en la figura 13.2. En el espacio media-desviación típica, la «restricción presupuestaria» es una línea recta. Una vez más, puede utilizarse todos los instrumentos técnicos de la teoría del consumidor para analizar este problema de elección. Pregunte qué ocurre con el «precio del riesgo» cuando baja el tipo libre de riesgo. ¿Qué piensan sus estudiantes que ocurrirá con la recta presupuestaria y con la elección de cartera? No les permita hacer conjeturas: oblíguelos a razonar sus afirmaciones.

El apartado 13.2 es un poco impreciso. Defino el riesgo beta en una nota a pie de página, pero no realizo realmente paso a paso los cálculos del modelo de la fijación del precio de los activos de capital.

La idea del tipo de interés ajustado para tener en cuenta el riesgo y la explicación de cómo se ajustan los riesgos son útiles y deben ser accesibles a la mayoría de los estudiantes que comprenden el caso del ajuste en ausencia de incertidumbre.

Tal vez merezca la pena señalar que los participantes en la bolsa de valores se toman muy en serio todo esto. Hay servicios de consultoría que venden a un elevado precio sus estimaciones de beta y las utilizan continuamente como medidas del riesgo.

Los activos inciertos

A. La utilidad depende de la media y de la desviación típica de la riqueza.
   1. Utilidad = $u(\mu_w, \sigma_w)$.
   2. Esta forma de la función de utilidad describe los gustos.

B. La inversión en una cartera incierta (que tiene un rendimiento esperado de r_m) y un activo libre de riesgo (que tiene un rendimiento de r_f).
   1. Supongamos que invertimos una parte x en el activo incierto.
   2. Rendimiento esperado = $xr_m + (1 - x)r_f$.
   3. Desviación típica del rendimiento = $x\sigma_m$.
   4. Esta relación da la «recta presupuestaria» de la figura 13.2.

C. En el óptimo, el precio del riesgo debe ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria: $RMS = (r_m - r_f)/\sigma_m$.
   1. El valor observable $(r_m - r_f)/\sigma_m$ es el precio del riesgo.
   2. Puede utilizarse para valorar otras inversiones, como cualquier otro precio.

D. La medición del riesgo de una acción: depende de cómo contribuya al riesgo de la cartera total.
   1. β_i = covarianza del activo i entre el rendimiento de la acción y el rendimiento del mercado dividida por la varianza del rendimiento del mercado.
   2. En general, β_i mide la sensibilidad de un activo al mercado en su conjunto.
   3. Los activos que tienen una beta negativa valen mucho, ya que reducen el riesgo.
   4. Cómo se ajustan los rendimientos: represente la recta de mercado.

E. El equilibrio
   1. Las tasas de rendimiento ajustadas para tener en cuenta el riesgo deben igualarse.
   2. En ecuaciones,

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) = r_j - \beta_j(r_m - r_f).$$

   3. Supongamos que el activo j es un activo libre de riesgo; en ese caso,

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) = r_f.$$

   4. Este modelo se denomina modelo de fijación del precio de los activos de capital.

F. Ejemplos del uso del modelo de fijación del precio de los activos de capital.
   1. Cómo se ajustan los rendimientos; véase la figura 13.4.
   2. Elección de la tasa de rendimiento de los servicios públicos.
   3. Cómo se ordenan los fondos de inversión.
   4. Análisis de inversiones públicas y privadas.

14 El excedente del consumidor

En este capítulo derivo el excedente del consumidor utilizando la teoría de la demanda de bienes discretos que presentamos en los capítulos 5 y 6. Repaso esta teoría en el apartado 14.1 simplemente por seguridad. Una vez realizada esa derivación, es fácil retroceder para obtener su utilidad.

Más adelante en este capítulo introduzco la idea de variación compensatoria y equivalente. En mi análisis utilizo el ejemplo de un impuesto, pero otro ejemplo algo más cercano es la idea de los índices del coste de la vida de varios lugares posibles de residencia. Pongamos el ejemplo de un ejecutivo de Nueva York al que le ofrecen un trabajo en Valencia. Los precios relativos son muy distintos en estos dos lugares. ¿Cuánto dinero necesitaría el ejecutivo a los precios de Valencia para disfrutar del mismo bienestar que en Nueva York? ¿Cuánto dinero tendría que pagarle la empresa neoyorquina para que disfrutara del mismo bienestar que si se trasladara a Valencia?

El ejemplo que se encuentra justo antes del apartado 14.9 muestra que la variación compensatoria y la equivalente son iguales en el caso de la utilidad cuasilineal. Por último, el apéndice de este capítulo contiene un análisis del excedente del consumidor basado en el cálculo, así como algunos cálculos de unas cuantas funciones de demanda especiales y una comparación numérica del excedente del consumidor, la variación compensatoria y la variación equivalente.

El excedente del consumidor

A. La idea básica del excedente del consumidor
   1. Queremos una medida de cuánto está dispuesta a pagar una persona por algo. Cuánto está dispuesta a sacrificar una persona por una cosa para obtener otra.
   2. El precio mide la disposición marginal a pagar, por lo que sumamos los diferentes resultados para hallar la disposición total a pagar.
   3. Beneficio total (o excedente bruto del consumidor), excedente neto del consumidor, variación del excedente del consumidor. Véase la figura 14.1.

B. La demanda discreta.
   1. Recuérdese que los precios de reserva miden la «utilidad marginal».
   2. $r_1 = v(1) - v(0)$, $r_2 = v(2) - v(1)$, $r_3 = v(3) - v(2)$, etc.
   3. Por lo tanto, $r_1 + r_2 + r_3 = v(3) - v(0) = v(3)$ (ya que $v(0) = 0$).
   4. Ésta es simplemente el área total situada debajo de la curva de demanda.
   5. En general, para hallar la utilidad «neta», o sea, el excedente neto del consumidor, hay que restar la cantidad que tiene el consumidor para gastar con el fin de hallar estos beneficios.

C. La demanda continua. Figura 14.2.
   1. Supongamos que la utilidad tiene la forma $v(x) + y$.
   2. En ese caso, la curva inversa de demanda tiene la forma $p(x) = v'(x)$.
   3. Por el teorema fundamental del cálculo:

$$v(x) - v(0) = \int_0^x v'(t)\,dt = \int_0^x p(t)\,dt$$

   4. Ésta es la generalización del argumento de la demanda discreta.

D. La variación del excedente del consumidor. Figura 14.3.

E. El excedente del productor: el área situada encima de la curva de oferta. La variación del excedente del productor.
   1. Véase la figura 14.6.
   2. Interpretación intuitiva: la suma de la disposición marginal a ofrecer.

F. Esta teoría es muy buena en el caso de la utilidad cuasilineal, ¿pero qué se hace en general?

G. Variaciones compensatorias y equivalentes. Véase la figura 14.4.
   1. Variación compensatoria: ¿cuánto dinero adicional necesitaríamos *después* de una variación del precio para disfrutar del mismo bienestar que antes de la variación del precio?
   2. Variación equivalente: ¿cuánto dinero adicional necesitaríamos *antes* de la variación del precio para disfrutar del mismo bienestar que después de la variación del precio?
   3. En el caso de la utilidad cuasilinieal, estos dos números son exactamente iguales a la variación del excedente del consumidor.
   4. En general, son diferentes… pero la variación del excedente del consumidor normalmente es una buena aproximación.

15 La demanda del mercado

Sería lógico pasar directamente a analizar la teoría de la empresa, pero quería hacer una pausa en el análisis puro de la optimización y examinar algunas ideas del análisis de equilibrio. Creo que un cambio de perspectiva ayuda a los estudiantes a ver a dónde van y la utilidad de todos estos conceptos.

La idea más importante en este capítulo es la elasticidad. Ya la introduje en el capítulo 6, pero entonces nunca hice nada con ella. Aquí podemos ponerla a funcionar. Los cálculos son todos ellos bastante convencionales, pero insisto y aclaro especialmente la distinción entre la elasticidad y el valor absoluto de la elasticidad.

Si utiliza el cálculo, asegúrese de que calcula las elasticidades en el caso lineal y en el caso logarítmico lineal.

Me encanta el ejemplo de la curva de Laffer del apéndice. Contiene algunos cálculos muy sencillos con elasticidades que aclaran una importante cuestión de política económica. En clase, hago mucho hincapié en este ejemplo para mostrar a los alumnos que lo que han aprendido puede ayudarlos realmente a juzgar con conocimiento de causa la política económica.

La demanda del mercado

A. Para hallar la demanda del mercado, se suman simplemente las demandas de todos los consumidores.
   1. Se suman horizontalmente las demandas de todos los consumidores.
   2. Se tienen debidamente en cuenta las demandas nulas; figura 15.2.

B. A menudo se supone que el mercado se comporta como una sola persona.
   1. Modelo del **consumidor representativo**.
   2. No es cierto en general, pero es un supuesto razonable para este curso.

C. La curva inversa de demanda agregada mide la *RMS* de todos los consumidores que compran el bien.

D. Modelo del precio de reserva.
   1. Es adecuado cuando un bien se encuentra en grandes unidades discretas.
   2. El precio de reserva es el precio que hace que una persona sea indiferente.
   3. Viene definido por $u(0, m) = u(1, m - p_1^*)$.
   4. Véase la figura 15.3.

5. Se suman las curvas de demanda para hallar la curva de demanda agregada.

E. La elasticidad.
   1. Mide la sensibilidad de la demanda al precio.
   2. $$\varepsilon = \frac{p}{q}\ \frac{dq}{dp}$$
   3. Ejemplo: la elasticidad de una curva de demanda lineal.
      a) en el caso de una demanda lineal, $q = a - bp$, por lo que $\varepsilon = -bp/q = -bp/(a - bp)$.
      b) Obsérvese que $\varepsilon = -1$ cuando nos encontramos en la mitad de la curva de demanda.
      c) Véase la figura 15.4.
   4. Supongamos que la demanda adopta la forma $q = Ap^{b}$.
   5. En ese caso, la elasticidad viene dada por
   $$\varepsilon = -\frac{p}{q}\ bAp^{-b-1} = \frac{-bAp^{-b}}{Ap^{-b}} = -b.$$
   6. Por lo tanto, la elasticidad es constante a lo largo de esta curva de demanda.
   7. Obsérvese que $\log q = \log A - b \log p$.
   8. ¿De qué depende la elasticidad? En general, ¿cuántos sustitutivos tiene un bien y en qué medida son sustitutivos cercanos?

F. ¿Cómo varía el ingreso cuando modificamos el precio?
   1. $R = pq$, por lo que $\Delta R = (p + dp)(q + dq) - pq = pdq + qdp + dpdq$.
   2. El último término es muy pequeño en relación con otros.
   3. $dR/dp = q + pd\,q/dp$.
   4. Véase la figura 15.5.
   5. $dR/dp > 0$ cuando $|e| < 1$.

G. ¿Cómo varía el ingreso cuando modificamos la cantidad?
   1. Ingreso marginal = $IM = dR/dq = p + q\ dp/dq = p[1 + 1/\varepsilon]$.
   2. **Elástica**: el valor absoluto de la elasticidad es mayor que 1.
   3. **Inelástica**: el valor absoluto de la elasticidad es menor que 1.
   4. Aplicación: el monopolista nunca fija un precio donde $|\varepsilon| < 1$, ya que siempre podría ganar más dinero reduciendo la producción.

H. La curva de ingreso marginal.
   1. Siempre se da el caso de que $dR/dq = p + q\ dp/dq$.
   2. En el caso de la demanda lineal (inversa), $p = a - bq$, $IM = dR/dq = p - bq = (a - bq) - bq = a - 2bq$.

I. La curva de Laffer.
   1. ¿Cómo responden los *ingresos fiscales* a las modificaciones de los tipos impositivos?
   2. Idea de la curva de Laffer: figura 15.8.
   3. La teoría es correcta, pero ¿cuáles tienen que ser las magnitudes?
   4. Modelo del mercado de trabajo, figura 15.9.
   5. Ingresos fiscales = $T = t\overline{w}S(w(t))$, donde $w(t) = (1 - t)\overline{w}$.
   6. ¿Cuándo es $dT/dt < 0$?
   7. Calcule la derivada para hallar que la curva de Laffer tendrá pendiente negativa cuando
   $$\frac{dS}{dw}\ \frac{w}{s} > \frac{1 - t}{t},$$

8. por lo tanto, si el tipo impositivo es igual a 0,50, la elasticidad de la oferta de trabajo tendría que ser mayor que 1 para producir el efecto Laffer.
9. Esta magnitud tan grande es muy poco probable.

16 El equilibrio

Algunas personas han sugerido que tendría más sentido posponer este capítulo hasta después de analizar las curvas de oferta, pero sigo pensando que está mejor colocado aquí. Después de todo, los alumnos ya han visto curvas de oferta de trabajo y curvas de oferta neta en el curso, por lo que no les va a impresionar ahora que se analicen juntas la demanda y la oferta.

La primera parte del capítulo es bastante convencional, aunque pongo especial esmero en ser claro para subrayar la idea de las curvas inversas de demanda y de oferta. Les digo a los estudiantes que las funciones inversas describen la misma relación, sólo que desde otro punto de vista.

El análisis de los impuestos es más minucioso de lo habitual. Me gusta la idea de analizar la tributación de varias formas. Es una buena idea hacer hincapié en que en un problema de impuestos hay realmente *cuatro* variables distintas: el precio de la demanda p_d, el precio de la oferta p_s, la cantidad demandada q_d y la cantidad ofrecida q_s. Ante un problema de impuestos, lo *primero* que debe hacer es formular las relaciones entre estas cuatro variables.

El conjunto de relaciones más representativo es

$$p_d = p_s + t$$
$$q_d = q_s.$$

Pero también son posibles otras relaciones. Por ejemplo, si se establece un impuesto en especie como en el problema del rey Kanuta del libro de ejercicios, la cantidad demandada será *diferente* de la cantidad ofrecida. De hecho, sólo se puede analizar sistemáticamente el problema del rey Kanuta formulando con mucho cuidado las relaciones entre las cuatro variables.

Debe hacer hincapié en que la incidencia del impuesto no depende de quién diga la legislación que es responsable de pagar el impuesto. Las cotizaciones a la Seguridad Social son un ejemplo realmente bueno. En Estados Unidos, representan un 15 por ciento del salario nominal. El empresario «paga» la mitad del impuesto y el trabajador «paga» la otra mitad. Pero eso es, por supuesto, una ficción. Muestre a los estudiantes cómo podríamos redefinir el salario nominal de manera que fuera el trabajador el que pagara todo el impuesto o fuera el empresario el que lo pagara y no variara el salario neto del trabajador.

Eso conduce naturalmente al análisis de la incidencia real de un impuesto, las ideas de la «traslación de un impuesto», etc.

Aquí, me gusta utilizar el viejo ejemplo del lápiz rojo y el lápiz azul. Si los lápices rojos y los lápices azules son sustitutivos perfectos en el consumo y en la producción, ¿qué efecto produce un impuesto sobre los lápices rojos? Produce un gran efecto en la producción: el consumo y la producción de lápices rojos se reducirían a cero. Pero ¿qué efecto produce en la utilidad del consumidor y en los beneficios del productor? Cero: los consumidores y los productores se dedican entonces simplemente a realizar otras actividades. Eso lleva naturalmente a la idea de medir el efecto de un impuesto por medio del excedente del consumidor y del productor, como se hace en el apartado 16.8.

Los dos ejemplos con los que termina el capítulo, el mercado de préstamos y las subvenciones a los alimentos, son realmente maravillosos y merecen un análisis detenido. Me gusta señalar a los estudiantes que cometerían un gran error si trataran de comprender estos ejemplos sin los métodos analíticos de la economía.

El equilibrio

A. Las curvas de oferta: miden la cantidad que quiere ofrecer el oferente a cada precio.
   1. Repase la idea de oferta neta del capítulo 9.

B. El equilibrio.
   1. El mercado competitivo: cada agente considera que los precios están fuera de su control.
      a) Muchos pequeños agentes.
      b) Unos cuantos agentes que piensan que los demás mantienen fijos los precios.
   2. El precio de equilibrio: el precio en el que la demanda deseada es igual a la oferta deseada.
      a) $D(p) = S(p)$.
   3. Casos especiales: figura 16.1.
      a) Oferta vertical: cantidad determinada por la oferta, precio determinado por la demanda.
      b) Oferta horizontal: cantidad determinada por la demanda, precio determinado por la oferta.
   4. Una definición equivalente de equilibrio: punto en el que la curva inversa de demanda corta a la curva inversa de oferta.
      a) $P_d(q) = P_s(q)$.
   5. Ejemplos con curvas lineales.

C. Estática comparativa.
   1. Desplazamiento de cada curva por separado.
   2. Desplazamiento de las dos curvas a la vez.

D. Impuestos: excelente ejemplo de estática comparativa.
   1. Precio de la demanda y precio de la oferta: son diferentes en el caso de los impuestos.
   2. $p_d = p_s + t$.
   3. El equilibrio se alcanza cuando $D(p_d) = S(p_s)$.
   4. Uniendo las ecuaciones,
      a) $D(p_s + t) = S(p_s)$.
      b) o $D(p_d) = S(p_d - t)$.
   5. También puede resolverse utilizando demandas inversas:
      a) $P_d(q) = P_s(q) + t$.
      b) o $P_d(q) - t = P_s(q)$.

E. La traslación de un impuesto: figura 16.5.
   1. Curva de oferta horizontal.
   2. Curva de oferta vertical.

F. La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por los impuestos: figura 16.7.
   1. Beneficios para los consumidores.

2. Beneficios para los productores.
3. Valor de la producción perdida.

G. El mercado de crédito.
1. El sistema tributario subvenciona los créditos, grava los préstamos.
2. Sin ningún impuesto: $D(r^*) = S(r^*)$.
3. Con impuesto: $D(1 - t)r') = S(1 - t)r')$.
4. Por lo tanto, $(1 - t)r' = r^*$. La cantidad prestada es la misma.
5. Véase la figura 16.8.

H. Las subvenciones a los alimentos.
1. Comprar la cosecha y revenderla a mitad de precio.
2. Antes del programa: $D(p^*) + K = S$.
3. Después del programa: $D(\hat{p}/2) + K = S$.
4. Por lo tanto, $\hat{p} = 2p^*$.
5. Créditos hipotecarios subvencionados: a menos que cambie el mercado de la vivienda, el coste no resulta afectado.

I. La eficiencia en el sentido de Pareto.
1. La producción es eficiente en el punto en el que la demanda es igual a la oferta.
2. Porque es el punto en el que el precio de la demanda es igual al precio de la oferta.
3. Es decir, la disposición marginal a comprar es igual a la disposición marginal a vender.
4. La pérdida irrecuperable de eficiencia mide la pérdida provocada por la ineficiencia.

17 Las subastas

Este capítulo es divertido, ya que introduce algunos ejemplos de la vida real y hace observaciones nada obvias sobre un tipo de mercado muy utilizado. La clasificación es sencilla, pero sería bueno pedir a los estudiantes que pongan ejemplos de subastas de valor común y de valor privado (si hay un mercado de reventa, la distinción puede ser algo borrosa). Podría hablar de las subastas en línea como eBay.

Las reglas para pujar también son bastante sencillas. La parte interesante es el apartado sobre el diseño de las subastas, que merece un análisis con detenimiento. Es útil describir la causa de la ineficiencia en el caso de la maximización del beneficio. En esencia, el vendedor monopolístico maximizador del beneficio limita la producción esperada, exactamente igual que el monopolista ordinario limita la producción efectiva.

El argumento de la subasta de Vickrey es muy bonito, algo abstracto, pero no demasiado difícil de demostrar.

Merece la pena examinar aquí el ejemplo de las bandas de subasteros del capítulo 24, simplemente para mostrar cómo funciona la colusión.

Por último, la maldición del ganador es una bonita historia. Conozco a una persona que subasta un jarrón lleno de céntimos, que es una bonita subasta de valor común. Siempre gana dinero en la subasta, ¡un buen ejemplo de la maldición del ganador!

Las subastas

A. Las subastas son uno de los tipos más antiguos de mercados.
   1. 500 años a. C. en Babilonia
   2. Subastas en los años setenta para vender el derecho a hacer prospecciones petrolíferas en la costa.
   3. Subastas del espectro de frecuencias de la FCC (Federal Communications Commission) en los años noventa.
   4. Varios proyectos de privatización.

B. Clasificación de las subastas.
   1. Subastas de valor privado.
   2. Subastas de valor común.

C. Reglas para pujar.
   1. Subasta inglesa, precio de reserva, incremento fijo.

2. Subasta holandesa.
3. Subasta mediante plicas.
4. Subasta de Vickrey (subasta filatélica, subasta al segundo precio más alto).

D. El diseño de la subasta.
1. Caso especial de diseño de un mecanismo económico.
2. Objetivos posibles.
   a) La eficiencia en el sentido de Pareto.
   b) La maximización del beneficio.
3. La eficiencia en el sentido de Pareto en la subasta de valor privado.
   a) La persona que más valora el bien es la que lo consigue.
   b) De lo contrario, habría una mejora posible en el sentido de Pareto.
4. Caso 1: el vendedor conoce los valores $v_1, \ldots, v_n$.
   a) Respuesta trivial: fijar el precio en el valor más alto.
   b) Esta respuesta es eficiente en el sentido de Pareto.
5. Caso 2: el vendedor no conoce el valor.
   a) Hacer una subasta inglesa.
   b) La persona que más valora el bien es la que lo consigue.
   c) Eficiente en el sentido de Pareto.
   d) Paga un precio igual al segundo valor más alto.
6. La maximización del beneficio en las subastas de valor privado.
   a) Depende de las creencias de los vendedores sobre los valores que conceden al bien los compradores.
   b) Ejemplo: 2 postores para los que el bien tiene un valor de 10 euros o de 100.
   c) Supongamos que son igualmente probables, por lo que las posibilidades son (10, 10), (10, 100), (100, 10) o (100, 100).
   d) Incremento fijo mínimo de 1 euro; lanzamiento de una moneda al aire en caso de empate.
   e) El ingreso será (10, 11, 11, 100).
   f) El ingreso esperado será de 33 euros.
   g) ¿Es esto lo mejor que puede hacer el vendedor?
   h) ¡No! Si fija un precio de reserva de 100 euros, obtiene (0, 100, 100, 100).
   i) El beneficio esperado es de 75 euros, que es mucho mejor.
   j) *No* es eficiente en el sentido de Pareto.
7. La subasta holandesa, la subasta mediante plicas.
   a) Podría no ser eficiente en el sentido de Pareto.
8. La subasta de Vickrey
   a) Si todo el mundo revela el verdadero valor, será eficiente.
   b) Pero ¿querrá todo el mundo decir la verdad?
   c) ¡Sí! Examinemos el caso especial de dos compradores.
   d) Ganancia = $\text{Prob}(b_1 \geq b_2)\,[v_1 - b_2]$.
   e) Si $v_1 > b_2$, queremos que probabilidad = 1.
   f) Si $v_1 < b_2$, queremos que probabilidad = 0.
   g) Compensa decir la verdad (en este caso).
   h) Obsérvese que este resultado es esencialmente el mismo que se obtiene en la subasta inglesa.

E. Problemas de las subastas.
1. Vulnerables a las colusiones (grupos de subasteros).
2. Los postores pueden retirarse (licencias australianas de televisión por satélite).

F. La maldición del ganador.
   1. La subasta de valor común.
   2. Supongamos que cada persona puja el valor estimado.
   3. En ese caso, gana el postor más optimista.
   4. Aunque es casi seguro que sea una sobreestimación del valor.
   5. La estrategia óptima es ajustar la puja a la baja.
   6. La cantidad en que se ajuste a la baja depende del número de otros postores.

18 La tecnología

En este capítulo comenzamos nuestro análisis de la conducta de la empresa. Analizamos los conceptos que utilizan los economistas para describir las tecnologías. Casi toda la materia que se presenta aquí es bastante sencilla, sobre todo porque los estudiantes ya han tenido contacto con las curvas de indiferencia, las funciones de utilidad, etc.

Dado que los estudiantes ya están familiarizados con las funciones de utilidad Cobb-Douglas, debe asegurarse de que hace hincapié en que las transformaciones monótonas ya no están justificadas, ya que ahora el valor de la función de producción representa una cantidad física real de producción. Naturalmente, podría optar por medir la producción en diferentes unidades, en cuyo caso los parámetros de la función de producción variarían. Pero dadas las unidades de medición, no podemos elegir de ninguna manera la forma de medir la producción.

Las nuevas ideas son las ideas del corto plazo y el largo plazo y la idea de los rendimientos de escala. Estas ideas aparecerán varias veces en los siguientes capítulos, por lo que el análisis inicial es bastante breve. En el cuaderno de ejercicios, proponemos varios ejemplos de tecnologías y nos preguntamos por sus propiedades desde el punto de vista de los rendimientos de escala. Sugiero realizar uno o dos ejemplos para mostrar a los estudiantes lo que ocurre.

La tecnología

A. Necesitamos describir de alguna manera las restricciones tecnológicas con las que se encuentra una empresa.
   1. ¿Qué pautas de factores y productos son viables?

B. Los factores.
   1. Los factores de producción.
   2. Clasificaciones: el trabajo, la tierra, las materias primas, el capital.
   3. Normalmente se trata de considerarlos variables flujo.
   4. Capital financiero frente a capital físico.

C. Cómo se describen las restricciones tecnológicas.
   1. El conjunto de producción: combinaciones de factores y de productos que son pautas de producción viables.
   2. La función de producción: límite superior del conjunto de producción.
   3. Véase la figura 17.1.

4. Las isocuantas: todas las combinaciones de factores que generan un nivel constante de producción.
5. Las isocuantas (nivel constante de producción) son exactamente iguales que las curvas de indiferencia (utilidad constante).

D. Ejemplos de isocuantas.
1. Proporciones fijas: un hombre, una pala.
2. Sustitutivos perfectos: lápices.
3. Cobb-Douglas: $y = Ax_1{}^a x_2{}^b$.
4. ¡Ya no pueden adoptar transformaciones monótonas!

E. Las propiedades de la tecnología
1. Monótonas: con una cantidad mayor de factores, se obtiene el mismo volumen de producción.
2. Convexas: las medias producen más que los extremos.

F. El producto marginal.
1. El PM_1 es la cantidad adicional de producción que obtenemos utilizando una cantidad adicional del bien 1.
2. Manteniendo fijo el bien 2.
3. $PM_1 = \partial f(x_1, x_2)/\partial x_1$.

G. La relación técnica de sustitución.
1. Como la relación marginal de sustitución.
2. Viene dada por el cociente entre los productos marginales.
3. $$RTS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial f/\partial x_1}{\partial f/\partial x_2}.$$

H. El producto marginal decreciente.
1. Cuanto mayor es la cantidad de un factor, mayor es la producción, pero a una tasa decreciente. Véase la figura 17.5.
2. La ley de los rendimientos decrecientes.

I. La relación técnica de sustitución decreciente.
1. Equivalente a la convexidad.
2. Obsérvese la diferencia entre el PM decreciente y la RTS decreciente.

J. El largo plazo y el corto plazo.
1. Todos los factores pueden alterarse: largo plazo.
2. Algunos factores se mantienen fijos: corto plazo.

K. Los rendimientos de escala.
1. Rendimientos constantes: caso de referencia.
2. Rendimientos crecientes.
3. Rendimientos decrecientes.

19 La maximización del beneficio

Comienzo el capítulo con una cuidadosa definición de los beneficios: hay que valorar cada producto y cada factor a su precio de *mercado*, independientemente de que el bien se venda o no realmente en un mercado, ya que el precio de mercado mide el precio al que *podría* venderse el factor y, por lo tanto, mide el verdadero coste de oportunidad de utilizar el factor en este proceso de producción en lugar de destinarlo a algún otro fin.

Propongo algunos ejemplos corrientes de esta idea, pero no vendrá mal facilitar algunos más. Es conveniente que entiendan ahora perfectamente este concepto, ya que así será mucho más fácil analizar la idea de los beneficios nulos a largo plazo cuando aparezca. Esta idea normalmente es un escollo para los alumnos, por lo que un examen detenido de la definición precisa de beneficios económicos contribuye en gran medida a su comprensión.

El análisis del valor en bolsa es algo que se suele obviar en la mayoría de los libros de texto, pero, como hemos analizado detenidamente los mercados de activos, podemos establecer la relación entre la maximización del beneficio y la maximización del valor en bolsa.

El resto del capítulo es bastante convencional. La única novedad es el enfoque de la conducta de la empresa basado en la rentabilidad revelada. Este apartado, el 18.10, muestra cómo puede utilizarse el hecho de que la empresa maximiza el beneficio para extraer conclusiones de estática comparativa. Si ha analizado detenidamente la preferencia revelada en el consumo, los estudiantes no deberían tener ningún problema con este enfoque.

La maximización del beneficio

A. Los beneficios son los ingresos menos los costes.
   1. Valorar cada producto y cada factor a su precio de mercado, aunque no se venda en un mercado.
   2. Podría venderse, por lo que utilizarlo en la producción y no para otro fin es un **coste de oportunidad**.
   3. Se miden como una variable flujo. En general, se maximiza el valor actual del flujo de beneficios.

B. El valor en bolsa.
   1. En ausencia de incertidumbre, el valor en bolsa es igual al valor actual de la corriente de beneficios.
   2. Por lo tanto, la maximización del valor en bolsa es igual que la maximización del valor actual de los beneficios.
   3. La incertidumbre: el análisis es más complicado, pero sigue siendo útil.

C. La maximización a corto plazo y a largo plazo.
   1. Los factores fijos: planta y equipo.
   2. Los factores cuasifijos: pueden eliminarse si la producción es nula (publicidad, electricidad, calefacción, etc.).

D. La maximización del beneficio a corto plazo. Figura 18.1.
   1. max $pf(x) - wx$.
   2. $pf'(x^*) - w = 0$.
   3. En palabras: el valor del producto marginal es igual al salario.
   4. Estática comparativa: modificar w y p y ver cómo responden x y $f(x)$.

E. La maximización del beneficio a largo plazo.
   1. $p\partial f/\partial x_1 = w_1$, $p\partial/\partial x_2 = w_2$.

F. La maximización del beneficio y los rendimientos de escala.
   1. Los rendimientos constantes de escala implican que los beneficios son nulos.
      a) Obsérvese que eso no significa que los factores económicos no sean retribuidos correctamente.
      b) Ponga ejemplos.
   2. Los rendimientos crecientes de escala implican que el modelo competitivo no tiene sentido.

G. La rentabilidad revelada.
   1. Forma sencilla y rigurosa de hacer estática comparativa.
   2. Observe dos elecciones en el periodo t y en el periodo s.
   3. (p^t, w^t, x^t) y (p^s, w^s, y^s, x^s).
   4. Si la empresa maximiza el beneficio, debe cumplirse que

$$p^ty^t - w^tx^t \geq p^ty^s - w^tx^s$$
$$p^sy^s - w^sx^s \geq p^sy^t - w^sx^t.$$

   5. Formulamos estas ecuaciones de la forma siguiente:

$$p^ty^t - w^tx^t \geq p^ty^s - w^tx^s$$
$$-p^sy^t + w^sx^t \geq -p^sy^s - w^sx^s.$$

   6. Sumamos estas dos desigualdades:

$$(p^t - p^s)y^t - (w^t - w^s)x^t \geq (p^t - p^s)y^s - (w^t - w^s)x^s.$$

   7. Reordenamos:

$$(p^t - p^s)\ y^t - (w^t - w^w)(x^t - x^s) \geq 0.$$

   8. O sea, $\Delta p\Delta y - \Delta w\Delta x \geq 0$.
   9. Consecuencias para las variaciones de los precios de los productos y de los factores.

20 La minimización de los costes

El análisis de este capítulo es bastante convencional, salvo el apartado sobre la minimización revelada del coste. Sin embargo, los estudiantes ya han visto este tipo de análisis tres veces, por lo que no deberían tener muchas dificultades para entenderlo.

Merece la pena hacer hincapié en la diferencia entre las funciones de demanda no condicionadas de los factores del capítulo 18 y las funciones de demanda condicionadas de los factores del capítulo 19. Aquí analizamos la mejor elección de los factores manteniendo fijo el precio del producto. En el capítulo 18 buscamos la mejor elección de los factores manteniendo fijo el precio del producto y ajustando la producción a su nivel más rentable.

Es importante que se entienda el apartado sobre los rendimientos de escala y la función de costes, ya que en futuros capítulos nos referiremos a los casos de coste medio creciente, coste medio decreciente, etc. Asimismo, hay que insistir en la necesidad de ser capaz de relacionar estas ideas con las de los rendimientos de escala analizadas en los capítulos anteriores.

Los apartados 20.4 y 20.5 sientan las bases necesarias para entender las ideas que se analizarán más detenidamente en el siguiente capítulo. Ambos apartados analizan simplemente algunas definiciones. El apartado 20.4 se utilizará para analizar las formas de las curvas de coste a corto plazo y a largo plazo. El 20.5 se empleará para distinguir entre dos conceptos diferentes de costes fijos a corto plazo y a largo plazo.

La minización de los costes

A. El problema de la minimización de los costes.
   1. Minimizar el coste para obtener un nivel dado de producción:
$$\min_{x_1, x_2} \quad w_1 x_1 + w_2 x_2$$
$$\text{s.a.} \quad f(x_1, x_2) = y.$$
   2. Solución geométrica: la pendiente de la isocuanta es igual a la pendiente de la curva isocoste. Figura 19.1.
   3. La ecuación es: $w_1/w_2 = PM_1/PM_2$.
   4. Las elecciones óptimas de los factores son las **funciones de demanda condicionadas de los factores**.
   5. El coste óptimo es la **función de costes**.
   6. Ejemplos.
      a) Si $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, entonces $c(w_1, w_2) = \min\{w_1, w_2\}y$.

b) Si $f(x_1, x_2) = \min\{w_1, w_2\}$, entonces $c(w_1, w_2, y) = (w_1 + w_2)y$.
c) Se pueden calcular otras respuestas utilizando el cálculo.

B. La minimización revelada del coste.
1. Supongamos que mantenemos fija la producción y observamos las elecciones a diferentes precios de los factores.
2. Cuando los precios son $(w_1{}^s, w_2{}^s)$, la elección es $(x_1{}^s, x_2{}^s)$ y cuando los precios son $(w_1{}^t, w_2{}^t)$, la elección es $(x_1{}^t, x_2{}^t)$.
3. Si las elecciones minimizan el coste, debemos tener que

$$\begin{gathered} w_1{}^t x_1{}^t + w_2{}^t x_2{}^t \leq w_1{}^t x_1{}^s + w_1{}^t x_2{}^s \\ w_1{}^s x_1{}^s + w_1{}^s x_2{}^s \leq w_1{}^s x_1{}^t + w_2{}^s x_2{}^t. \end{gathered}$$

4. Éste es el axioma débil de la minimización del coste.
5. ¿Qué implica sobre la conducta de la empresa?
6. Multiplicando la segunda ecuación por –1, tenemos que

$$\begin{gathered} w_1{}^t x_1{}^t + w_2{}^t x_2{}^t \leq w_1{}^t x_1{}^s + w_1{}^t x_2{}^s \\ -w_1{}^s x_1{}^t - w_1{}^s x_2{}^t \leq -w_1{}^s x_1{}^s - w_2{}^s x_2{}^s. \end{gathered}$$

7. Sumando estas dos desigualdades,

$$\begin{aligned} (w_1{}^t - w_1{}^s)\ (x_1{}^t - x_1{}^s) + (w_2{}^t - w_2{}^s)\ (x_1{}^t - x_1{}^s) &\leq 0 \\ \Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 &\leq 0. \end{aligned}$$

8. En general, «las demandas de factores varían en sentido contrario a las variaciones de sus precios».
9. En concreto, *las curvas de demanda de factores deben tener pendiente negativa.*

C. Los rendimientos de escala y la función de costes.
1. Los rendimientos crecientes de escala implican un *CMe* decreciente.
2. Los rendimientos constantes implican un *CMe* constante.
3. Los rendimientos decrecientes implican un *CMe* creciente.

D. Los costes a largo plazo y a corto plazo.
1. A largo plazo: todos los factores son variables.
2. A corto plazo: algunos factores son fijos.

E. Los costes fijos y cuasifijos.
1. Fijos: deben pagarse cualquiera que sea el nivel de producción.
2. Cuasifijos: sólo se pagan cuando el nivel de producción es positivo (calefacción, electricidad, etc.).

21 Las curvas de costes

Llegamos ahora a la parte básica de la microeconomía intermedia. El primer apartado explica las razones por las que las curvas de coste medio tienen forma de U. Para mí la razón más lógica es que los costes fijos son constantes y los costes variables medios son crecientes.

En muchos libros de texto no se analiza la relación entre los costes marginales y los costes variables, pero es importante para comprender el excedente del productor.

Me gusta mucho la función de costes $c(y) = y^2 + 1$ y la utilizo en muchos ejemplos. Asegúrese de que explica cómo se obtiene y de que muestra cómo da lugar a las distintas curvas de costes.

El apartado en el que explico cómo se obtiene la curva de coste a largo plazo a partir de la curva de coste a corto plazo es bastante sencillo. Tal vez sea algo más fácil comenzar primero por el apartado 21.5 y trazar después muchas más curvas a corto plazo para llegar al diagrama de la figura 21.7.

Las curvas de costes

A. La familia de curvas de costes.
  1. El coste total: $c(y) = c_v(y) + F$.
  2. $$\frac{c(y)}{y} = \frac{c_v(y)}{y} + \frac{F}{y}$$
     $CMe = CVMe + CFMe$.
  3. Véase la figura 21.1.
  4. El coste marginal es la variación que experimenta el coste cuando varía la producción $c'(y) = dc(y)/dy = dc_v(y)/dy$.
     a) El coste marginal es igual al *CVMe* en cero unidades de producción.
     b) Pasa por el punto mínimo de *CMe* y *CVMe*. Figura 21.2.
        1) $$\frac{d}{dy}\frac{c(y)}{y} = \frac{yc'(y) - c(y)}{y^2}.$$
        2) Esta expresión es negativa (por ejemplo) cuando $c'(y) < c(y) y$.
        3) El teorema fundamental del cálculo implica que
        $$c_v(y) = \int_0^y c'(t)\, dt.$$

c) En términos geométricos, el área situada debajo de la curva de coste marginal representa los costes variables totales. Figura 21.3.

d) Intuitivamente, la curva de coste marginal mide el coste de cada unidad adicional, por lo que sumando los *CM* se obtiene el coste variable.

B. Ejemplo: $c(y) = y^2 + 1$.
1. $CMe = y + 1/y$.
2. $CVMe = y$.
3. $CM = 2y$.
4. Figura 21.4.

C. Del coste a corto plazo al coste a largo plazo
1. Costes medios: figura 21.8.
2. Costes marginales: figura 21.9.

22 La oferta de la empresa

Después de todo el material sobre la tecnología y los problemas de optimización, es divertido volver a la conducta de las unidades económicas «reales». Dedico bastante tiempo a exponer la idea de mercado puramente competitivo. Es importante distinguir entre la definición de mercado competitivo y las razones por las que se define de esa forma. Según la *definición*, es un mercado en el que las empresas consideran dado el precio de mercado, independiente de lo que hacen las demás. La razón por la que se postula este supuesto es que cada empresa representa una parte insignificante del mercado.

Sin embargo, también es importante hacer hincapié en que incluso los mercados que tienen un número de empresas ni muy grande ni muy pequeño pueden actuar de una manera razonablemente competitiva. Por ejemplo, si cada empresa cree que las demás mantendrán fijos sus precios independientemente del precio que cobre, tenemos un modelo en el que cada empresa se enfrenta a una curva de demanda de su producto esencialmente horizontal. Es importante comprender esta idea, a saber, la distinción entre la curva de demanda del mercado y la curva de demanda a la que se enfrenta una empresa. Los economistas a menudo hablan de la empresa que fija la cantidad o de la empresa que fija el precio, pero estas ideas se alejan bastante de la realidad. Las empresas reales fijan las dos variables. Pero en un mercado muy competitivo una empresa no tiene muchas posibilidades reales de decidir el precio: si quiere vender algo, tiene que cobrar el precio al que todas las demás están vendiendo. La única variable real que puede decidir una empresa competitiva es la cantidad que quiere vender al precio vigente en el mercado.

La oferta de la empresa

A. La empresa está sujeta a dos tipos de restricciones.
   1. Las restricciones tecnológicas: resumidas por la función de costes.
   2. Las restricciones del mercado: ¿cómo reaccionarán los consumidores y otras empresas a una decisión de una empresa dada?

B. La competencia pura.
   1. Formalmente, se considera que el precio de mercado está dado, es decir, fuera del control de la empresa.
   2. Ejemplo: muchos pequeños precio-aceptantes.
   3. La curva de demanda a la que se enfrenta una empresa competitiva: figura 22.1.

C. La decisión de oferta de una empresa competitiva.
   1. $\max_y py - c(y)$.
   2. Condición de primer orden: $p = c'(y)$.
   3. La igualdad del precio y el coste marginal determina la oferta en función del precio.
   4. Condición de segundo orden: $-c''(y) \leq 0$, o sea, $c'(y) \geq 0$.
   5. Solo es importante la parte ascendente de la curva de coste marginal.
   6. ¿Es rentable producir?
      a) Compárese $py - c_v(y) - F$ con $-F$.
      b) Los beneficios generados por la producción serán mayores cuando $p > c_v(y)\,y$.
      c) Se debe producir cuando el precio cubre los costes variables medios.

D. Por lo tanto, la curva de oferta es la parte ascendente de la curva *CM* que se encuentra por encima de la curva *CVMe*.
   1. Véase la figura 22.3.

E. La curva inversa de oferta.
   1. $p = c'(y)$ mide directamente la curva de coste marginal.

F. Ejemplo: $c(y) + y^2 + 1$.
   1. $p = 2y$ es la curva (inversa) de oferta.
   2. ¿Es $p \geq CVMe$?
      a) Sí, ya que $2y \geq y$ para todo $y \geq 0$.
   3. Véase la figura 22.7.

G. El excedente del productor.
   1. El excedente del productor es $py - c_v(y)$.
   2. Dado que $c_v(y)$ = área situada debajo de la curva de coste marginal.
   3. El excedente del productor también es el área situada encima de la curva de coste marginal.
   4. También podemos utilizar el «rectángulo» para la parte del *EP* y el «área situada encima del *CM*» para el resto.
   5. Véase la figura 22.5.

H. La oferta a largo plazo: utilice el *CM* a largo plazo. A largo plazo, el precio debe ser más alto que el *CMe*.

I. Caso especial: el coste medio constante (rendimientos constantes de escala): curva de oferta horizontal.
   1. Véase la figura 22.10.

23 La oferta de la industria

El análisis de este capítulo de la oferta de la industria en el caso en el que hay libertad de entrada es más satisfactorio que el que se suele considerar. Trazo simplemente las curvas de oferta de diferentes números de empresas y busco la intersección más baja que permite que los beneficios no sean negativos. Después de trazar unos cuantos ejemplos de este tipo, los alumnos están bastante preparados para creer que el precio de equilibrio nunca puede ser muy superior al coste medio mínimo. Eso lleva naturalmente a la consideración habitual de que la curva de oferta aproximada de la industria competitiva es horizontal en el nivel en el que el precio es igual al coste medio mínimo.

La idea de que los beneficios a largo plazo son cero de los apartados 23.4 y 23.5 es muy importante y a menudo se comprende mal. Asegúrese de que pone énfasis en el sentido exacto en que es cierta.

La otra gran idea de este capítulo es la idea de la renta económica. Me gusta expresar la relación entre las dos ideas de esta forma:

> En las industrias competitivas los beneficios a largo plazo siempre son nulos. Si no hay barreras a la entrada, la entrada de empresas reduce a cero los beneficios. Si hay factores específicos que impiden la entrada, la competencia para adquirir esos factores reduce a cero los beneficios. En cierto sentido, el intento de entrar en una industria siempre es el que reduce los beneficios a cero: entran nuevas empresas en la industria o bien creando empresas en la industria, o bien comprando empresas existentes. El primer tipo de entrada aumenta la oferta y reduce los precios; el segundo tipo de entrada no afecta a la oferta, sino que presiona simplemente al alza sobre los precios de los factores y los costes. Pero de cualquiera de las dos formas, los beneficios se reducen a cero.

Me gusta bastante el análisis de la renta económica y los aspectos políticos de la renta económica. Un magnífico ejemplo de búsqueda de rentas es el análisis de los costes sociales de los robos. No es la transferencia de propiedad la que representa una pérdida social; es todo el gasto social que hay que realizar para *prevenir* los robos lo que supone tal pérdida. El verdadero coste social de los robos no son los televisores perdidos sino ¡el coste de los cerrojos que hay que poner en las puertas! Si los estudiantes advierten la idea subyacente en esta frase, están en el buen camino para convertirse en verdaderos economistas (si no la advierten, pensarán simplemente que el profesor está loco).

Por último, el análisis de la política energética del apartado 23.10 es muy divertido. Los estudiantes comienzan realmente a comprender por qué es importante el coste marginal después de ver este ejemplo.

La oferta de la industria

A. La oferta de la industria a corto plazo.
   1. La suma de las curvas *CM*.
   2. El equilibrio a corto plazo.
      a) Buscar el punto en el que $D(p) = S(p)$.
      b) A continuación pueden medirse los beneficios de las empresas.
      c) Véase la figura 23.2.

B. La oferta de la industria a largo plazo.
   1. Cambio de la tecnología a largo plazo.
   2. Entrada y salida de empresas.
      a) Examinar curvas con diferente número de empresas.
      b) Buscar la curva más baja coherente con unos beneficios no negativos.
      c) Véase la figura 23.3.

C. La curva de oferta a largo plazo.
   1. Exacta: véase la figura 23.4.
   2. Aproximada: horizontal en $p = CMe$ mínimo,
   3. como en el valor de réplica.

D. Los impuestos a largo plazo y a corto plazo
   1. Véase la figura 23.6.
   2. En la industria con entrada y salida.
   3. Parte del impuesto recae en cada una de las partes.
   4. A largo plazo: todo el impuesto recae en los consumidores.

E. El significado de unos beneficios nulos.
   1. Los beneficios económicos puros significan que cualquiera puede obtenerlos.
   2. Una industria madura puede mostrar beneficios contables, pero los beneficios económicos probablemente sean nulos.

F. La renta económica.
   1. ¿Qué ocurre si algunos factores son escasos a largo plazo?
      a) licencias: bebidas alcohólicas, taxis
      b) materias primas, tierra, etc.
   2. Fijos desde el punto de vista de la industria, variables desde el punto de vista de la empresa.
   3. En este caso, la industria sólo puede tener un cierto número de empresas.
   4. Cualquier factor que impida la entrada obtiene rentas.
      a) Siempre existe la posibilidad de entrada que reduce los beneficios a cero.
      b) Si están obteniéndose beneficios, entran empresas en la industria
         1) introduciendo nuevos recursos.
         2) presionando al alza sobre los precios de los recursos existentes.
   5. Véase la figura 23.7.
   6. Descontar el flujo de rentas para hallar el valor del activo.
   7. Los aspectos políticos de la renta económica.
      a) Las rentas son un excedente puro.
      b) Aunque la gente compite por esas rentas.
      c) Las licencias de los taxis: los titulares actuales desean fervientemente impedir la entrada.
      d) Las subvenciones y las rentas: la incidencia de la subvención recae en las rentas.

        1) Las subvenciones al tabaco.
        2) La política agrícola en general
    e) La búsqueda de rentas.

G. La política energética.
    1. La fijación doble del precio del petróleo.
    2. Los controles de los precios.
    3. El programa de asignaciones.

24 El monopolio

En este capítulo se analiza la teoría del monopolio y se compara con la de la competencia. La idea importante en este capítulo es la ineficiencia del monopolio. La primera forma de establecerla es utilizar la definición fundamental de mejora en el sentido de Pareto: siempre que el precio es más alto que el coste marginal, debe haber todo un conjunto de transacciones que representan una mejora en el sentido de Pareto. La segunda manera es sumar el excedente del consumidor y el del productor para medir la pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el monopolio.

El ejemplo de la vida óptima de una patente es una excelente manera de mostrar por qué la sociedad puede permitir que existan ciertos tipos de monopolios. A menudo me refiero al candente tema actual de los fabricantes de programas informáticos que quieren proteger el «aspecto» de sus programas.

El monopolio

A. La maximización del beneficio.
   1. max $r(y) - c(y)$ implica que $r'(y) = c'(y)$.
   2. max $p(y)y - c(y)$ implica que $p(y) + p'(y)y = c'(y)$.
   3. También puede expresarse de la forma siguiente:

$$p(y)\left[1 + \frac{dp}{dy}\frac{y}{p}\right] = c'(y).$$

   4. O sea, $p(y)\ [1 + 1/\varepsilon] = c'(y)$.
   5. El caso lineal.
      a) En el caso de la demanda lineal, $p = a - by$, el ingreso marginal viene dado por $IM = a - 2by$.
      b) Véase la figura 24.1.
   6. La elasticidad constante, $q = Ap^{\varepsilon}$.
      a) En este caso, $IM = p[1 + 1/\varepsilon]$.
      b) Por lo tanto, la condición óptima es $p[1 + 1/\varepsilon] = c'(y)$.
      c) El margen sobre el coste marginal.
      d) Véase la figura 24.2.

B. Los impuestos.
   1. El caso lineal: el precio sube la mitad de la cuantía del impuesto. Figura 24.3.

2. El caso logarítmico: el precio sube en una cuantía superior a la del impuesto, ya que el precio es un margen sobre el *CM*.

C. La ineficiencia del monopolio.
1. Eficiente en el sentido de Pareto significa que no es posible mejorar el bienestar de un grupo sin empeorar el de ningún otro.
2. *In*eficiente en el sentido de Pareto significa que *existe* alguna forma de mejorar el bienestar de un grupo sin empeorar el de ningún otro.
3. El monopolio es ineficiente en el sentido de Pareto, ya que $P > CM$.
4. Medida de la pérdida irrecuperable de eficiencia: valor de la producción perdida.
5. Véase la figura 24.5.

D. Las patentes.
1. A veces queremos pagar este coste de la ineficiencia.
2. Las patentes: disyuntiva entre la innovación y las pérdidas provocadas por el monopolio.

E. El monopolio natural.
1. A menudo se considera que los servicios públicos (el gas, la electricidad, el teléfono) son **monopolios naturales**.
2. Ocurre cuando $p = cm$ no es rentable: *CMe* decreciente.
3. Figura 24.6.
4. Ocurre a menudo cuando los costes fijos son altos y los costes marginales son bajos.
5. Cómo abordarlo
   a) El Estado gestiona y cubre el déficit a partir de los ingresos generales.
   b) Regula la fijación de los precios de manera que precio = *CMe*.

F. Causa del monopolio.
1. La EME es grande en relación con el tamaño del mercado.
2. La colusión.
3. La legislación (las naranjas, los deportes, etc.).
4. Las marcas comerciales, los derechos de reproducción, etc.

25 La conducta del monopolio

Este capítulo se ocupa de la discriminación de precios, la diferenciación del producto, la competencia monopolística, etc.

La discriminación de precios es un importante tema de análisis. Es bueno poner ejemplos de discriminación de precios extraídos de la vida de los estudiantes. Muchos cines tienen un «día del espectador». En los bares de barrio hay horas en las que los precios de las consumiciones son más bajos. La compañía eléctrica cobra precios no lineales por el suministro de electricidad. Hay muchos más ejemplos de este tipo.

En la cuarta edición describí la discriminación de precios de primer grado, de segundo grado y de tercer grado de una forma más sistemática. Creo que el análisis de la discriminación de precios de segundo grado es bastante interesante, ya que sólo utiliza el análisis del excedente de los consumidores.

Los apartados sobre la venta de paquetes de bienes y sobre las tarifas de dos tramos también son bastante interesantes. Hay cientos de ejemplos de venta de paquetes de bienes que puede analizar. Las tarifas de dos tramos también son bastante frecuentes y tienen la ventaja de que son un buen ejemplo de la discriminación de precios de primer grado. Puede hablar de sus consecuencias para la eficiencia.

Por último, el ejemplo del paseo marítimo de Hotelling es muy útil. En el libro, hago hincapié en que el ejemplo puede llevar a la diferenciación extrema del producto, así como a la ausencia de diferenciación, incluso en el caso en el que hay dos jugadores.

La conducta del monopolio

A. La discriminación de precios.
   1. De primer grado: discriminación perfecta de precios.
      a) La producción es eficiente en el sentido de Pareto.
      b) Es igual que la oferta de «o lo tomas o lo dejas».
      c) El productor obtiene todo el excedente.
   2. De segundo grado: fijación no lineal de los precios.
      a) Dos curvas de demanda.
      b) Al discriminador le gustaría cobrar a cada uno el excedente total.
      c) Pero tiene que cobrar menos al que tiene una demanda mayor para garantizar la autoselección.
      d) Pero en ese caso quiere reducir la cantidad ofrecida al consumidor menor.
   3. De tercer grado: es la más frecuente.

a) max $p_1(y_1)y_1 + p_2(y_2)y_2 - c(y_1 + y_2)$,
b) nos da las condiciones de primer orden.

$$p_1 + p_1'(y_1)y_1 = c'(y_1 + y_2)$$
$$p_2 + p_2'(y_2)y_2 = c'(y_1 + y_2),$$

c) o sea,

$$p_1\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_1|}\right] = CM$$

$$p_2\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_2|}\right] = CM,$$

d) resultado: si $p_1 > p_2$, entonces $|\varepsilon_1| < |\varepsilon_2|$.
e) Los usuarios cuya demanda es más elástica pagan precios más bajos.

B. Las tarifas de dos tramos.
1. ¿Qué ocurre si todo el mundo es igual?
2. Precio por entrar = excedente total.
3. Precio por usar = coste marginal.

C. La venta de paquetes de bienes.
1. Tipo A: disposición a pagar 120 euros por el procesador de textos, 100 euros por la hoja de cálculo.
2. Tipo B: disposición a pagar 100 euros por el procesador de textos, 120 euros por la hoja de cálculo.
3. Beneficios si se venden los dos bienes por separado = 400 euros.
4. Beneficios si se venden los dos bienes juntos = 440 euros.
5. Reduce la dispersión de la disposición a pagar.

D. La competencia monopolística.
1. Es raro ver un monopolio puro.
2. Diferenciación del producto: permite tener algún poder de mercado.
3. Libre entrada.
4. Resultado: teorema del exceso de capacidad.
   a) Véase la figura 25.6.
   b) (¿Pero, la hay realmente?).
5. Modelo de la diferenciación del producto basado en la localización.
   a) Los vendedores ambulantes de helado en un paseo marítimo.
   b) Es socialmente óptimo situarse a una distancia desde el extremo del paseo equivalente a una cuarta parte y tres cuartas partes, respectivamente de la longitud del mismo.
   c) Pero eso es «inestable».
   d) La única configuración estable es aquella en la que los dos se colocan en el medio.
   e) ¿Existe demasiada conformidad en los mercados diferenciados?

26 Los mercados de factores

He añadido este capítulo para analizar algunos de los problemas que plantea la competencia imperfecta en los mercados de factores. Hay tres temas: la demanda de un factor por parte de un monopolista, el monopsonio y los monopolios integrados verticalmente.

La demanda del monopolista es muy fácil si los estudiantes saben algo de cálculo. En caso contrario, es necesario explicárselo de palabra. No estoy seguro de que merezca realmente la pena poner mucho énfasis en este tema si los estudiantes no tienen los conocimientos matemáticos necesarios para abordarlo.

El apartado sobre el monopsonio es bastante convencional; el ejemplo del salario mínimo es útil. Podría referirme brevemente a la situación existente en los deportes profesionales para mostrar a los alumnos que en la vida real *hay* ejemplos de monopsonios.

Me gusta el ejemplo del monopolio integrado. El hecho de que el monopolio integrado tenga un precio *más bajo* es sorprendente. Muestra que en la legislación antimonopolio, ¡el remedio a veces es peor que la enfermedad!

Los mercados de factores

A. El monopolio en el mercado de productos.
   1. El producto marginal, PM_x.
   2. El ingreso marginal, IM_y.
   3. El ingreso del producto marginal, IPM_x.
   4. El valor del producto marginal, pPM_x.
      a) $$IPM = p\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right].$$
      b) Obsérvese que es menor que el valor del PM.

B. El monopolio/monopsonio en el mercado de factores.
   1. El poder de mercado del demandante de un factor.
   2. Maximizar $pf(x) - w(x)x$.
   3. Se obtiene $IM = CM$, pero con una forma particular.
   4. Ahora $CM = w\left[1 + \frac{1}{\varepsilon}\right]$.

5. Ejemplo lineal: figura 25.2.
6. El salario mínimo.

C. El caso de dos monopolios en cadena.
1. Un monopolista produce un factor que vende a otro monopolista.
2. Supongamos que una unidad del factor produce una unidad de producto en el monopolista de abajo.
3. Cada monopolista quiere fijar el precio de su producto con un margen sobre el coste marginal.
4. El resultado es un **doble margen**.
5. Si las empresas estuvieran integradas, sólo habría un margen.
6. El precio bajaría.

27 El oligopolio

Este capítulo es un serio intento de mostrar algunos de los modelos convencionales de interacción estratégica a los estudiantes de microeconomía intermedia. Este objetivo es ambicioso, pero puede alcanzarse con alguna motivación. En este capítulo he seguido un camino intermedio entre el enfoque tradicional del oligopolio y el enfoque más moderno de la teoría de los juegos.

Me he alejado del orden que se sigue habitualmente, ya que creo que es *mucho* más claro el que sigo yo.

Comienzo con un pequeño sistema de clasificación: las empresas pueden elegir los precios o las cantidades y pueden mover simultánea o consecutivamente. Eso nos permite analizar cuatro casos. Llegado a este punto, podría analizar otras variables estratégicas: la diferenciación del producto, las decisiones de inversión, la entrada, etc.

A continuación, analizo el caso del liderazgo en la elección de la cantidad: el modelo de Stackelberg. Aquí debe hacer hincapié en la importancia de pensar estratégicamente: de ponerse en el lugar del otro y pensar cómo reaccionará a sus decisiones. Partiendo de esa idea, es bastante sencillo realizar el análisis.

El caso siguiente es el del liderazgo en la elección del precio. La lógica es exactamente la misma y los cálculos son incluso más sencillos.

A continuación, pasamos a analizar la elección simultánea de la cantidad: el modelo de Cournot/Nash. He puesto cuidado en formular el concepto de equilibrio de Cournot como un equilibrio en las predicciones, así como en las acciones: cada empresa maximiza su beneficio dadas sus predicciones sobre las decisiones de la otra y cada una observa que sus predicciones se confirman en el equilibrio. Observo que es muy útil calcular un ejemplo de equilibrio, para que los estudiantes puedan ver la riqueza de la idea. El análisis gráfico también es muy útil.

El apartado 27.7 dedicado al ajuste para llegar al equilibrio es un tanto engañoso. No es realmente coherente con un análisis riguroso basado en la teoría de los juegos, pero lo he introducido de todas formas porque parece que gusta a los estudiantes. Muestra gráficamente que un proceso de ajuste aparentemente razonable puede llevar al equilibrio de Cournot.

El apartado 27.8 dedicado al caso en el que hay muchas empresas es una excelente ilustración de la idea de la «curva de demanda a la que se enfrenta una empresa». La idea de que un equilibrio de Cournot se acerca al equilibrio competitivo a medida que las cuotas de mercado se reducen a cero es útil y los cálculos de este apartado aportan una poderosa explicación intuitiva de esta idea.

A continuación, analizo la elección simultánea del precio, es decir, el modelo de Bertrand. Me gusta la interpretación de «pujar» por los consumidores. Hay algunos ejemplos del mundo real en los que, cuando se obliga a hacer ofertas mediante plicas, los precios son mucho más bajos. La lógica subyacente es esencialmente la de la competencia de Bertrand. En Ann Arbor, los servicios locales de reprografía suelen cobrar 5 centavos por copia, pero cuando se hace una subasta mediante plicas, los precios acaban siendo de menos de 2,5 centavos.

El apartado 27.10 sobre la colusión también es muy importante. Normalmente, lo introduzco poniendo el ejemplo de la OPEP. Cada empresa negocia para fijar una cuota de producción que maximice los beneficios totales del cártel… y después cada empresa trata de engañar al cártel. Merece la pena señalar que la ecuación 27.6 implica que cuanto menor es la producción de la empresa 1 en relación con la de la empresa 2, más incentivos tiene la empresa 2 para incumplir el acuerdo del cártel. Eso es así porque

$$\frac{\Delta\varpi_1}{\Delta y_1} = -\frac{\Delta p}{\Delta Y} y_2^*.$$

Si la producción de la empresa 2 es grande, $\Delta\varpi_1/\Delta y_1$ será grande.

En la figura 27.5, es útil señalar que la razón por la que obtenemos toda una variedad de niveles de producción que maximizan los beneficios de la industria se halla en que hemos supuesto que los costes marginales son idénticos; de hecho, hemos supuesto que son cero para ambas empresas. Si los costes marginales fueran diferentes, lo más probable es que obtuviéramos una única solución para el cártel.

El oligopolio

A. El oligopolio es el estudio de la interacción de un pequeño número de empresas.
   1. El duopolio es el caso más sencillo.
   2. Es improbable que se obtenga una solución general; depende de la estructura del mercado y de los detalles específicos de la forma en que interactúan las empresas.

B. Clasificación de las teorías.
   1. No colusorio.
      a) Movimientos consecutivos.
         1) Elección de la cantidad: Stackelberg.
         2) Elección del precio: líder en la elección del precio.
      b) Movimientos simultáneos.
         1) Elección de la cantidad: Cournot.
         2) Elección del precio: Bertrand.
   2. Colusorio.

C. La conducta de Stackelberg
   1. Asimetría: una empresa, líder en la elección de la cantidad, consigue ser la primera en elegir la cantidad.
   2. Maximizar los beneficios, dada la reacción de la otra empresa.
   3. Tener en cuenta que la otra empresa seguirá mi ejemplo.
   4. Realizar el análisis a la inversa.
   5. Empresa 2
      a) $\max_{y_2} P(y_1 + y_2)y_2 - c(y_2)$.
      b) Condición de primer orden: $P(y_1 + y_2) + P'(y_1 + y_2)y_2 = c'(y_2)$.
      c) La solución es la **función de reacción**, $f_2(y_1)$.
   6. Empresa 1
      a) $\max_{y_1} P(y_1 + f_2(y_1))y_1 - c(y_1)$.
      b) Condición de primer orden: $P(y_1 + f_2(y_1)) + P'(y_1 + f_2(y_1))y_1 = c'(y_1)$.
      c) Véase la figura 27.2.
   7. Solución gráfica en la figura 27.4.

D. La conducta en la elección del precio.
   1. El líder elige el precio y el seguidor lo considera dado.
   2. Dado p_1, la empresa 2 ofrece $S_2(p_1)$.
   3. Si la demanda es $D(p)$, $D(p_1) - S_2(p_1)$ en el caso del líder.
   4. Por lo tanto, el líder quiere maximizar $p_1 y_1 - c(y_1)$ tal que $y_1 = D(p_1) - S_2(p_1)$.
   5. El líder se enfrenta a una «curva de demanda residual».

E. El equilibrio de Cournot: la elección simultánea de la cantidad.
   1. Cada empresa elige un nivel de producción, dada su predicción del nivel de producción de la otra.
   2. Sea y_1 el nivel de producción elegido por la empresa 1 e y_2^e las predicciones de la empresa 1 sobre la elección del nivel de producción de la empresa 2.
   3. Problema de maximización $\max_{y1} p(y_1 + y_2^e)y_1 - c(y_1)$.
   4. Sea $Y = y_1 + y_2^e$.
   5. La condición de primer orden es

$$p(Y) + p'(Y)y_1 = c'(y_1).$$

   6. De esa manera obtenemos la curva de reacción de la empresa 1: cómo elige el nivel de producción dadas sus predicciones sobre el nivel de producción de la empresa 2.
   7. Véase la figura 27.1.
   8. Buscar el equilibrio de Cournot: se encuentra donde se confirman las expectativas de cada empresa en el equilibrio.
   9. Por lo tanto, $y_1 = y_1^e$ e $y_2 = y_2^e$.

F. Ejemplo de Cournot
   1. Suponemos que los costes son nulos.
   2. Función lineal de demanda $p(Y) = a - bY$.
   3. Función de beneficios: $[a - b(y_1 + y_2)]y_1 = ay_1 - b_1^2 - by_1y_2$.
   4. Obtener la función de reacción.
      a) Maximizar los beneficios
      b) $a - 2by_1 - by_2 = 0$.
      c) Despejar para obtener $y_1 = (a - by_2)/2b$.
      d) Hacer lo mismo para obtener la curva de reacción de la otra empresa.
   5. Buscar la intersección de las curvas de reacción.

G. Bertrand: elección simultánea del precio.
   1. Consideremos el caso en el que el coste marginal es constante e igual para los dos duopolistas.
   2. Si la empresa 1 cree que la otra empresa elegirá p_2, ¿qué debe elegir?
   3. Si creo que p_2 es mayor que mi *CM*, elijo un nivel de p_1 algo menor que p_2.
   4. Consigo todos los clientes y obtengo beneficios positivos.
   5. Sólo son *coherentes* (de equilibrio) las predicciones $p_1 = p_2 = CM$.

H. La colusión
   1. Las empresas se reúnen para maximizar los beneficios conjuntos.
   2. El efecto marginal de la venta de la producción de cualquiera de las dos empresas en los beneficios conjuntos debe ser el mismo.
   3. $\max p(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - c(y_1) - c(y_2)$.
   4. $P(y_1 + y_2) + P'(y_1 + y_2)\ [y_1 + y_2] = c'(y_1) = c'(y_2)$.
   5. Obsérvese la inestabilidad: si la empresa 1 cree que la 2 mantendrá fijo su nivel de producción,

siempre le compensará aumentar su propia producción.
6. Problemas en la OPEP.
7. Si no cree que la otra empresa mantendrá fijo su nivel de producción, ¡será la primera en incumplir el acuerdo!

28 La teoría de los juegos

Este capítulo es divertido. A los estudiantes les gusta mucho y los profesores normalmente disfrutan impartiéndolo. La teoría de los juegos es actualmente un tema candente en economía y este capítulo trata de explicar algunas de las razones de ello.

Los dos primeros conceptos de equilibrio, el de equilibrio de estrategias dominantes y el de equilibrio de Nash, son razonablemente fáciles de explicar. La idea de equilibrio de Nash en las estrategias mixtas es algo más difícil. He aquí un ejemplo que ayudará explicar intuitivamente la idea.

Consideremos el deporte del béisbol. El lanzador tiene dos estrategias: lanzar alto o lanzar bajo. Asimismo, el bateador tiene dos estrategias, batear alto o batear bajo. Si el bateador toca la pelota, obtiene un resultado de 1 y el lanzador obtiene un resultado de cero. Si el bateador no toca la pelota, el lanzador obtiene un resultado de 1.

¿Cuáles son los equilibrios de Nash en este juego? Si el lanzador siempre lanza alto, el bateador siempre bateará alto y si el lanzador siempre lanza bajo, el bateador siempre bateará bajo. Es evidente en esta observación –y viendo partidos de béisbol– que la estrategia de equilibrio debe implicar una *estrategia mixta*. El lanzador tirará una moneda al aire y decidirá lanzar alto o bajo y el bateador lanzará una moneda al aire para decidir si batea alto o bajo. El bateador tocará la pelota el 50 por ciento de las veces. Llegados a este punto, los estudiantes están dispuestos a aceptar que la estrategia óptima es asignar una probabilidad a cada elección.

Si realmente desea dejar a los estudiantes boquiabiertos, puede hablarles de la siguiente paradoja. Si el bateador cree realmente que el lanzador lanzará aleatoriamente alto el 50 por ciento de las veces y bajo el 50 por ciento de las veces, podría muy bien batear alto todo el tiempo. Pero, naturalmente, cuando el lanzador detecte que el bateador no elige aleatoriamente, modificará su propia conducta para explotar la dejadez del bateador. Este ejemplo establece la importante observación de que lo que mantiene a los jugadores en el equilibrio de Nash es el deseo de evitar que los calen sus adversarios.

La mayoría de los estudiantes ya han oído hablar del dilema de los presos, pero no han visto el análisis del juego repetido. La razón por la que el juego repetido es diferente del juego que sólo se juega una vez se halla en que en el juego repetido la elección de la estrategia en el periodo t puede depender de toda la historia del juego hasta el periodo t. Por lo tanto, las elecciones en el periodo $t-1$ pueden influir en las elecciones en el periodo t. Eso permite utilizar la estrategia del «ojo por ojo» y otras estrategias que pueden permitir llegar a soluciones de cooperación.

El análisis de los juegos consecutivos y especialmente el de la disuasión de la entrada es un tema muy interesante. A los estudiantes les apasiona realmente este tipo de análisis, ya que creen que los ayudará a ser mejores gestores (bueno, quién sabe, ¡tal vez los ayude!)

La teoría de los juegos

A. La teoría de los juegos estudia la interacción estratégica, desarrollada por von Neumann y Morgenstern alrededor de 1950.

B. Cómo se representan los resultados del juego con diferentes estrategias.
   1. Dos jugadores.
   2. Dos estrategias.
   3. Ejemplo.

		Columna: Izquierda	Columna: Derecha
Fila	Arriba	1, 2	0, 1
	Abajo	2, 1	1, 0

      a) Representa una **estrategia dominante**.
      b) Cada persona tiene una estrategia que es la mejor independientemente de lo que haga la otra persona.
      c) Está muy bien cuando ocurre, pero no ocurre tan a menudo.

C. El equilibrio de Nash
   1. ¿Qué ocurre si no hay una estrategia dominante?
   2. En este caso, hay que buscar la estrategia que es mejor si el otro jugador elige su mejor estrategia.
   3. Obsérvese la «circularidad» de la definición.
   4. Adecuado cuando el adversario es «racional».
   5. Cada persona elige la mejor estrategia dadas sus expectativas sobre la estrategia de la otra persona y las expectativas se confirman realmente.
   6. Ejemplo.

		Columna: Izquierda	Columna: Derecha
Fila	Arriba	2, 1	0, 0
	Abajo	0, 0	1, 2

      a) Obsérvese que (Arriba, Izquierda) es un equilibrio de Nash y (Abajo, Derecha) también es un equilibrio de Nash.
   7. Puede no existir un equilibrio de Nash en las estrategias puras.

		Columna: Izquierda	Columna: Derecha
Fila	Arriba	0, 0	0, –1
	Abajo	1, 0	–1, 3

   8. Pero si se permite que haya estrategias mixtas (y a la gente sólo le interesa el *resultado esperado*), siempre existirá un equilibrio de Nash.

D. El dilema de los presos.
   1. 2 presos, cada uno puede confesar (e implicar al otro) o negar.

2. Matriz de resultados

		Columna	
		Izquierda	Derecha
Fila	Arriba	–3, –3	0, –6
	Abajo	–6, 0	–1, –1

3. Obsérvese que (confesar, confesar) es un equilibrio único de estrategia dominante, pero (negar, negar) es eficiente en el sentido de Pareto.
4. Ejemplo: incumplir los acuerdos de un cártel.
5. Ejemplo: acordar deshacerse de los espías.
6. Problema: no hay forma de comunicarse y llegar a acuerdos vinculantes.

E. Los juegos repetidos.
1. Si se repite el juego con los mismos jugadores, puede haber formas de imponer una solución mejor al dilema de los presos.
2. Supongamos que se repite el dilema de los presos 10 veces y que la gente lo sabe.
   a) En ese caso, la inducción, en sentido retrospectivo, dice que incumplir el acuerdo en cada ronda es una estrategia dominante
3. Supongamos que se repite el dilema de los presos un número indefinido de veces.
   a) En ese caso, es posible que compense cooperar.
4. Experimento de Axelrod: la estrategia del «ojo por ojo».

F. Ejemplo: el cumplimiento de las reglas de un cártel y las guerras de precios.

G. Juego consecutivo: el orden temporal en que se elige es importante.

H. Ejemplo:

		Columna	
		Izquierda	Derecha
Fila	Arriba	1, 9	1, 9
	Abajo	0, 0	2, 1

1. (Arriba, Izquierda) y (Abajo, Derecha) son ambos equilibrios de Nash.
2. Pero en forma extensiva (Arriba, Izquierda) no es razonable. Figura 28.1.
3. Para resolver el juego, se comienza por el final y se analiza hacia atrás.
4. (Arriba, Izquierda) no es un equilibrio, ya que la elección de Arriba no es una elección creíble.

I. Ejemplo: la disuasión de la entrada.
1. Permanecer fuera y luchar.
2. Exceso de capacidad para impedir la entrada: cambio de los resultados.
3. Véase la figura 28.2.
4. Ineficiencia estratégica.

29 Aplicaciones de la teoría de los juegos

Este capítulo es para los que quieren profundizar más en la teoría de los juegos. Contiene esencialmente ejemplos de aplicaciones de la teoría de los juegos. La mayoría son independientes, por lo que se puede elegir el que se quiera.

Hay cuatro grandes temas: la cooperación (los juegos de coordinación), la competencia (los juegos de suma cero), la coexistencia (los juegos evolutivos) y el compromiso (la perfección de los subjuegos).

Comienzo con una descripción de las funciones de mejor respuesta, ya que son un útil instrumento para calcular los equilibrios de Nash. Esta parte formaliza simplemente algunos de los temas que ya presenté en el capítulo anterior.

A continuación, describo los juegos básicos de coordinación: la batalla de los sexos, el dilema de los presos, los juegos de la garantía y el juego del gallina. Aquí se introduce la idea del punto focal y de la importancia de la posibilidad de observar las elecciones y del compromiso.

A continuación, paso a analizar los juegos de competencia: los juegos de suma cero, utilizando como ejemplo el lanzamiento de un penalti en el fútbol.

El siguiente apartado se refiere a la coexistencia, que es una brevísima introducción a la teoría de los juegos evolutivos. He dejado de lado el tema de la estrategia evolutivamente estable, ya que no quería introducir todos los detalles.

Por último, analizo algunos juegos consecutivos en los que el compromiso es importante.

Obsérvese que el juego del «secuestrador amable» de Schelling tiene un argumento parecido al de la película *Nasty People*. Un secuestrador toma un rehén y después le entra miedo. El problema estriba en que si libera a su víctima, la estrategia racional para la víctima es acudir a la policía e identificar al secuestrador. El problema de este juego consecutivo es que la víctima no tiene forma de comprometerse a no acudir a la policía.

La solución de Schelling es como siempre ingeniosa: sugiere que la víctima permita al secuestrador fotografiarla haciendo algo vergonzoso. Eso le permite al secuestrador amenazarla: si la víctima llega a revelar alguna vez la identidad del secuestrador, éste puede publicar la foto. Los estudiantes piensan que este juego es muy divertido. Puede pedirles que propongan algunos «actos vergonzosos» que podría sugerir la víctima.

Aplicaciones de la teoría de los juegos

A. En el capítulo anterior presentamos los aspectos básicos, aquí los aplicamos.
   1. Cuatro temas: cooperación, competencia, coexistencia y compromiso.

B. Las curvas de mejor respuesta.
   1. Juego de dos personas (para simplificar el análisis).
   2. La curva de mejor respuesta: la elección que maximiza el resultado de uno de los jugadores, dada la elección del otro.
   3.

		Columna	
		Izquierda	Derecha
Fila	Arriba	2, 1	0, 0
	Abajo	0, 0	1, 2

      a) si columna elige Izquierda, fila debe elegir Arriba.
      b) si columna elige Derecha, la mejor respuesta de fila es Abajo.
   4. Obsérvese que (Arriba, Izquierda) es mutuamente coherente.
      a) Si fila piensa que columna elegirá Izquierda, fila quiere elegir Arriba.
      b) Si columna piensa que fila elegirá Arriba, columna quiere elegir Izquierda.
      c) Hay un equilibrio de Nash.

C. Definición de equilibrio de Nash.
   1. $m_c(f)$ = la mejor respuesta de columna a la elección f de fila.
   2. $m_f(c)$ = la mejor repuesta de fila a la elección c de columna.
   3. El equilibrio de Nash

$$c^* = m_c(f^*)$$
$$f^* = m_f(c^*).$$

D. Ejemplos: el equilibrio de Cournot es un equilibrio de Nash en las estrategias de fijación de la producción; el equilibrio de Bertrand es un equilibrio de Nash en las estrategias de fijación de los precios.

E. Las estrategias mixtas.
   1. Las elecciones son las probabilidades de elegir diferentes estrategias puras.
   2. La mejor respuesta es una elección de las probabilidades.

F. Los juegos de coordinación.
   1. La batalla de los sexos.
      a) Un chico y una chica quieren salir juntos, pero cada uno prefiere un lugar distinto.
      b) Por ejemplo, una película de acción o una película de arte y ensayo.
      c)

		Chico	
		Acción	Arte y ensayo
Chica	Acción	2, 1	0, 0
	Arte y ensayo	0, 0	1, 2

      d) Tres equilibrios: ambos Arte y ensayo, ambos Acción o cada uno elige su lugar preferido con una probabilidad de 2/3.
      e) Punto focal: algo fuera del juego que los ayuda a elegir un equilibrio, como qué cine está más cerca.

2. El dilema de los presos.
    a) Quieren coordinarse para negar.
    b) Domina la estrategia de confesar.
3. El juego de la garantía.
    a) Despliegue de misiles de Estados Unidos y la Unión Soviética.
    b) Lo mejor para ambos es abstenerse de desplegar los misiles.
    c) Pero si uno de ellos los despliega, el otro también quiere desplegarlos.
    d) Soluciones: inspecciones.
4. El juego del gallina.
    a) Dos automóviles conducen en línea recta uno hacia el otro.
    b) Elecciones: virar o no virar.
    c) El que vire pierde, pero si no vira ninguno de los dos, ambos colisionan.
    d) Una solución: el compromiso (colocar una palanca para bloquear la dirección).
5. El compromiso.
    a) Uno de los jugadores mueve primero.
    b) Se compromete a seguir un curso de acción.
    c) Bueno para la garantía, batalla de los sexos; no sirve en el caso del dilema de los presos.

G. La competencia.
1. Los juegos de suma cero: lo que obtiene uno, lo pierde el otro.
2. El lanzamiento de un penalti en el fútbol.
    a) El lanzador del penalti: lanza hacia la izquierda, lanza hacia la derecha.
    b) El portero: se tira hacia la izquierda, se tira hacia la derecha.
    c) Evidentemente, lo mejor es una estrategia mixta (¿por qué?)
    d) Véase el ejemplo en el libro.
    e) Cada jugador quiere maximizar su resultado mínimo (maximin).

H. La coexistencia.
1. Las fuerzas evolutivas ajustan el tamaño de la población.
2. Las diferentes conductas de la población generan un equilibrio mixto.
3. Ejemplo: el juego de los halcones y las palomas.
    a) Los perros silvestres pueden pelearse o compartir.
    b) La pelea da buenos resultados cuando el otro perro se comporta como una paloma.
    c) La pelea da malos resultados cuando el otro perro se comporta como un halcón.
    d) Compartir da buenos resultados cuando el otro perro se comporta como una paloma.
    e) Compartir da malos resultados cuando el otro perro se comporta como un halcón.
    f) Supongamos que el tipo que obtiene mejores resultados se reproduce más deprisa.
    g) Si el resultado de ser un halcón es mayor que el de ser una paloma, habrá más halcones, lo que tiende a reducir el resultado de ser un halcón.
    h) Por lo tanto, habrá alguna proporción de equilibrio de halcones.
    i) EEE = estrategia evolutivamente estable.
    j) El equilibrio EEE también es un equilibrio de Nash.

I. El compromiso.
1. La rana y el escorpión.
    a) El escorpión dice: pásame el río.
    b) La rana dice: me picarás.
    c) ¿Cuáles son los resultados?
2. El secuestrador amable.
    a) Quiere dejar que se vaya el rehén, pero teme ser identificado.

   b) ¿Cómo puede comprometerse el rehén a no desvelar la identidad del secuestrador?
3. El juego de los cerdos.
   a) Un cerdo dominante y un cerdo subordinado en una pocilga.
   b) Si se aprieta una palanca en un extremo, se libera una ración de comida en el otro.
   c) ¿Quién aprieta la palanca? ¿Quién consigue la comida?
   d) ¿Cómo puede comprometerse el cerdo dominante a compartir?
4. Los ahorros y las pensiones.
   a) Los mayores: ahorrar o gastar.
   b) Los jóvenes: ayudar o dejar morir de hambre.
   c) Equilibrio perfecto en los subjuegos: gastar, ayudar.
5. Atracar.
   a) Contratista: cobrar un precio alto, cobrar los costes.
   b) Cliente: pagar la cantidad, buscar otro pintor.
   c) El contratista cobra un precio alto, el cliente paga.
   d) Soluciones: contratos, depositar una fianza, reputación, repetición.

J. La negociación.
1. El modelo de negociación de Rubinstein.
   a) Un euro para repartir.
   b) Alicia hace una oferta, Roberto puede hacer una contraoferta, etc.
   c) El valor del euro se reduce cada día (debido al valor temporal del dinero).
   d) Empezar el análisis por el último día.
2. El juego del ultimátum.
   a) Observar el último movimiento del modelo de Rubinstein.
   b) ¿Cómo se comporta realmente la gente?
   c) Tiende a rechazar las ofertas «injustas».
   d) El que elige no muestra necesariamente una conducta racional, pero el que reparte tiene que reconocer la posibilidad de que la conducta sea irracional.

30 Economía del comportamiento

Éste es un nuevo capítulo sobre uno de los temas más candentes en economía, la economía del comportamiento. He tratado de ofrecer una visión panorámica de algunos de los resultados más interesantes, pero hay mucho material nuevo e interesante en la web, por lo que asegúrese de mirar ahí también.

He observado que todo el mundo puede identificarse con estos temas, ya que todos pasamos por periodos de conducta irracional.

La mayoría de estos temas pueden presentarse inmediatamente después de los capítulos sobre la teoría del consumidor, pero los he colocado después de la teoría de los juegos porque algunos de los que se encuentran al final del capítulo se basan en cuestiones estratégicas.

Economía del comportamiento

A. La teoría de la elección del consumidor es elegante, pero no siempre es precisa.
   1. La economía del comportamiento conjuga las ideas de la economía y de la psicología.
   2. A menudo se basa en experimentos de psicología.

B. Efectos de presentación.
   1. Las elecciones pueden depender de cómo se presenten.
   2. Una grave enfermedad amenaza a 600 personas. Hay que elegir entre dos tratamientos, el A y el B, que dan los siguientes resultados.
      a) **Tratamiento A**. Se salvan 200 vidas con toda seguridad.
      b) **Tratamiento B**. Hay una probabilidad de 1/3 de que se salven 600 vidas y una probabilidad de 2/3 de que no se salve ninguna.
   3. ¿Cuál elegiremos? Consideremos ahora los siguientes tratamientos:
      a) **Tratamiento C**. Morirán 400 personas con toda seguridad.
      b) **Tratamiento D**. Hay una probabilidad de 2/3 de que mueran 600 personas y una probabilidad de 1/3 de que no muera ninguna.
   4. ¿Cuál elegiremos?
   5. Muchas personas eligen A frente a B, pero D frente a C.
   6. ¡Pero son iguales!

C. Efectos de anclaje.
   1. La información espuria puede influir en las elecciones.
   2. Hacer girar una rueda de la fortuna.

3. ¿Es el número de países africanos miembros de las Naciones Unidas mayor o menor que el número que salió en la rueda de la fortuna?
4. A continuación preguntar cuántos países hay en África.
5. El número que salió en la rueda de la fortuna influyó en la respuesta.
6. El experimento del vino.
    a) ¿Pagaría por esta botella de vino una cantidad igual a los dos últimos dígitos del número de su carnet de identidad?
    b) ¿Cuánto está dispuesto a pagar?
    c) De nuevo, la primera respuesta influyó en la segunda.
7. Los planes de pensiones.
    a) En la conducta de la gente en la participación en un plan de pensiones influye mucho la opción por defecto.
    b) Podrían conseguirse más ahorros si se cambiara la opción por defecto.

D. Agrupamiento.
1. Tenemos dificultades para predecir nuestro propio comportamiento.
2. Elección de un tentempié.
    a) Elegir de antemano.
    b) Elegir en cada clase.
    c) Cuando se eligió con antelación, se eligió un número mucho más variado.

E. Demasiadas posibilidades de elección.
1. Experimento de la mermelada.
    a) Un puesto de degustación ofrecía 24 sabores.
    b) Otro puesto de degustación ofrecía 6 sabores.
    c) Se paraban más en el primero, compraban más en el segundo.
2. Preferencias construidas.
    a) Según los psicólogos, descubrimos nuestras preferencias.
    b) Observar el proceso de elección en la práctica.
    c) La teoría convencional considera que las preferencias están dadas.
    d) Las pruebas psicológicas sugieren que se construyen.
    e) No son necesariamente incompatibles.

F. La incertidumbre.
1. La ley de los pequeños números: las muestras pequeñas influyen indebidamente en la gente.
2. Hospital grande: nacen 45 niños al día.
3. Hospital pequeño: nacen 15 niños al día.
4. Durante 1 año, cada hospital anotó los días en los que más del 60 por ciento de los niños nacidos eran varones.
5. ¿Qué hospital anotó más días?
6. Resultados de la encuesta.
    a) El 22 por ciento pensaba que el hospital grande.
    b) El 56 por ciento pensaba que el número de días era aproximadamente el mismo.
    c) Sólo el 22 por ciento dio la respuesta correcta: el hospital más pequeño anotó más días.
7. La gente tiene muchas dificultades para reconocer la aleatoriedad.
    a) Describir 150 lanzamientos aleatorios de una moneda al aire.
    b) En el 15 por ciento de estas sucesiones salió cara o cruz tres veces consecutivas.
    c) Ocurriría aleatoriamente alrededor del 25 por ciento de las veces.
    d) Importante en la teoría de los juegos debido a las estrategias mixtas.
    e) Ejemplo del tenis: servir no es totalmente aleatorio, pero casi.

G. Integración de activos y aversión a las pérdidas.
   1. En principio, debe interesarnos la cantidad total de riqueza.
   2. Pero a muchas personas les interesa la cantidad de la apuesta.
      a) Supongamos que ganamos 100.000 euros al año.
      b) Nos ofrecen tirar una moneda al aire; recibiremos 14 euros si sale cara y perderemos 10 si sale cruz.
      c) Valor esperado positivo, efecto insignificante en la riqueza.
      d) Aunque muchas personas no aceptarán la apuesta.
      e) En los mercados de seguros, la gente a menudo se asegura excesivamente contra pequeños acontecimientos.
      f) ¿Aversión al riesgo o aversión a las pérdidas?

H. El experimento de la taza de café.
   1. Se dio una taza de café a la mitad de la clase.
   2. Se preguntó a los que tenían una taza cuál era el precio más bajo al que la venderían.
   3. Se preguntó a los que no tenían taza cuál era el precio más alto al que la comprarían.
   4. Las respuestas deberían ser más o menos las mismas, pero fueron muy diferentes.
   5. Los sujetos que tenían una taza eran más reacios a desprenderse de ella.
   6. Similar a la falacia de los costes irrecuperables.

I. El descuento del tiempo.
   1. Descuento exponencial frente a descuento hiperbólico.
   2. Coherencia temporal y autocontrol.
   3. Incoherencia temporal: los planes son diferentes de los resultados.
   4. ¿Cómo puedo comprometerme a hacer una determinada cosa en el futuro?
      a) ¿Píldoras para los alcohólicos?
      b) ¿Grapado de estómago?

J. El exceso de confianza en uno mismo.
   1. Los que realizan pocas operaciones: rendimiento del 18 por ciento.
   2. Los que realizan muchas operaciones: rendimiento del 11,3 por ciento.
   3. Un importante factor: el sexo.
   4. ¡Realizar operaciones bursátiles puede ser peligroso para la riqueza!

K. Normas sociales.
   1. El juego del ultimátum.
   2. ¿Qué afecta al comportamiento?
      a) El sexo.
      b) La cultura.
      c) Especificar lo que haríamos de antemano o en tiempo real.
      d) Justicia.
      e) Tamaño de la tarta.
   3. Los juegos de castigo.
      a) Un tercero castigará a los que hacen repartos injustos, aunque tenga un coste para él.

L. Evaluación.
   1. Ninguna teoría es correcta al cien por cien (al menos en las ciencias sociales).
   2. ¿De qué magnitud deben ser los errores para que rechacemos una teoría?
   3. La gente no comprende ni siquiera los problemas de física sencillos, aunque vivamos en un mundo físico.

4. La física aparentemente intuitiva basta para la vida diaria.
5. Los mercados pueden ayudar a corregir los sesgos graves (como el coste irrecuperable).
6. Algunas anomalías del comportamiento parecen similares a las ilusiones ópticas.
7. Otras son más profundas.
8. Mejor consejo: ser crítico y objetivo lo más posible.

31 El intercambio

Este capítulo comienza con un análisis relativamente convencional del intercambio en una caja de Edgeworth, que lleva naturalmente a la idea de asignaciones eficientes en el sentido de Pareto como resultado de un proceso de intercambio voluntario. Dadas las numerosas posibilidades a que puede dar lugar un intercambio voluntario sin estructurar, a continuación examino un mecanismo específico de intercambio: el mecanismo competitivo de mercado.

Es importante hacer hincapié en que si solo hay realmente dos jugadores, el mecanismo de mercado no es muy razonable. Suponemos que nuestros dos jugadores consideran dados los precios; este supuesto sólo es razonable en un modelo con muchos jugadores. Una manera de resolver este problema es suponer que hay cien jugadores *A* y cien jugadores *B* y que la caja de Edgeworth representa la cesta que tiene cada tipo. Si hay doscientos pequeños consumidores en la caja de Edgeworth, su comportamiento competitivo no plantea ningún problema.

El resto del análisis es bastante convencional. La demostración por reducción al absurdo del apartado 31.10 desconcierta a algunos estudiantes: generalmente han olvidado la lógica que habían aprendido cuando entraron en la universidad. Por lo tanto, si quiere ver esta demostración, debe recordarles la lógica que utiliza.

El principal problema que plantea la presentación de los dos teoremas del bienestar es que los estudiantes no tienen ningún otro ejemplo de mecanismos de asignación de los recursos con los que comparar el mercado walrasiano. Esa es la razón por la que me gusta el monopolio en el ejemplo de la caja de Edgeworth. Un monopolista convencional en la caja de Edgeworth es un ejemplo de un sistema de asignación de los recursos basado en el mercado que da como resultado una asignación ineficiente en el sentido de Pareto. Un monopolista perfectamente discriminador es un ejemplo de un sistema de asignación de los recursos basado en el mercado distinto de la competencia pura que es eficiente en el sentido de Pareto. Estos dos ejemplos ayudan a ilustrar la riqueza de la idea de eficiencia en el sentido de Pareto, así como algunas de sus limitaciones.

Las consecuencias de los dos teoremas del bienestar son profundas, pero a veces es difícil hacerles reparar en su profundidad. A los alumnos les resulta útil ver los distintos aspectos de estas ideas si pueden debatirlas un poco.

El intercambio

A. El equilibrio parcial: la teoría de un mercado.

B. El equilibrio general: interacciones entre muchos mercados.

1. Complementarios y sustitutivos.
2. Los precios afectan a la renta…pero la renta afecta a los precios.

C. Primero intercambio puro, después producción.

D. La caja de Edgeworth.
   1. Figura 31.1.
   2. La asignación.
   3. La asignación viable.
   4. Las cestas de consumo.
   5. La dotación inicial.
   6. La asignación final.

E. El comercio.
   1. Desplazarse a un punto preferido en el sentido de Pareto.
   2. Seguir desplazándose hasta que no hay intercambios mutuamente preferidos.

F. Las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.
   1. Donde se detiene el intercambio: no es posible ninguna mejora mutua.
   2. Eficiente en el sentido de Pareto: no es posible mejorar el bienestar de las dos personas.
   3. Las curvas de indiferencia deben ser tangentes.
   4. Conjunto de Pareto o curva de contrato: conjunto de todos los puntos eficientes en el sentido de Pareto.

G. El intercambio de mercado.
   1. Forma específica de comerciar: utilización del sistema de precios.
   2. Demandas brutas y demandas netas; figura 31.3.
   3. Equilibrio del mercado: donde la oferta es igual a la demanda.
   4. Véase la figura 31.4.

H. El álgebra.
   1. Sólo tiene que equilibrarse uno de los mercados.
   2. La ley de Walras: si cada persona satisface su restricción presupuestaria, el mercado en su conjunto debe satisfacer su restricción presupuestaria.
   3. ¿Existencia de equilibrio?

I. La eficiencia.
   1. ¿Agota el mercado todas las ganancias derivadas del comercio?
   2. ¿Es eficiente el resultado del mercado?
   3. Primer teorema de la economía del bienestar: sí.
   4. ¿Es cualquier asignación eficiente un equilibrio del mercado?
   5. Segundo teorema de la economía del bienestar: sí, si las cosas son debidamente convexas.
   6. Véase la figura 31.8.

J. El significado del primer teorema del bienestar.
   1. Supuestos implícitos: ausencia de externalidades.
   2. Conducta competitiva.
   3. Existencia.
   4. Muestra que hay un mecanismo general que logra resultados eficientes.
   5. Puede descentralizar las decisiones.

K. El significado del segundo teorema del bienestar.
   1. Los precios desempeñan un papel de asignación y de distribución.
   2. Utiliza el mercado para desempeñar el papel de asignación y la redistribución de la renta para desempeñar el papel distributivo.
   3. Pero hay problemas en la economía de producción.
      a) ¿Cómo medir las dotaciones?
      b) ¿Cómo redistribuir las dotaciones?

32 La producción

En este capítulo describo un modelo de producción de equilibrio general, la economía clásica de Robinson Crusoe. Normalmente, comienzo mi clase disculpándome por el hecho de que en este ejemplo solo haya dos bienes y una persona, ya que es un contexto en el que un análisis con dos bienes parece poco natural. Por otra parte, no es fácil evitar este análisis poco natural y poder utilizar aún así un enfoque gráfico.

La idea fundamental es que el sistema de precios sirve para descentralizar los problemas de asignación de los recursos. Robinson, el consumidor, sólo tiene que conocer los precios públicos, su propia renta y sus propios gustos. Robinson, el productor, sólo tiene que conocer los precios. El consumidor no tiene que saber qué es tecnológicamente viable y la empresa no tiene que saber nada sobre los gustos. Toda la información relevante sobre los gustos y la tecnología acaba resumiéndose en los precios de equilibrio.

Este papel descentralizador del sistema de precios no es muy interesante en la economía de una o dos personas, pero si hay miles de personas, puede ser extraordinariamente importante. Por lo tanto, es importante comprender los casos en los que el sistema de precios funciona bien como mecanismo de descentralización y los casos en los que funciona mal.

En este capítulo, la eficacia del sistema de precios depende de la naturaleza de la tecnología: todo funciona perfectamente si hay rendimientos de escala decrecientes o constantes, pero si hay rendimientos crecientes de escala, todo falla. Es una buena idea comparar los problemas que surgen con una tecnología de rendimientos crecientes de escala aquí analizada con los problemas que surgen con la tecnología de costes medios decrecientes analizada en el capítulo sobre el monopolio. Son simplemente dos formas de describir el mismo fenómeno: la fijación del precio basada en el coste marginal no es viable, ya que genera unos beneficios negativos.

En el apartado 32.10 describo la idea básica de la ventaja comparativa. Es una idea muy importante en economía, pero a menos que los alumnos estudien comercio internacional, probablemente no la verán después del análisis convencional del curso de principios de economía.

La producción

A. Queremos estudiar la producción en un contexto de equilibrio general.
   1. El modelo de dos bienes es algo artificial.
   2. Pero es necesario para realizar un análisis gráfico.

B. La economía de Robinson Crusoe.
   1. Robinson es tanto un consumidor como un productor.

2. Consume ocio y cocos.
3. Puede elegir directamente el ocio y el consumo como en la figura 32.1.
4. O puede elegirlos indirectamente a través del mercado.

C. Crusoe, S.A.: elecciones de la empresa.
 1. La empresa examina los precios y elige un plan maximizador del beneficio.
 2. Genera algunos beneficios π^*. Véase la figura 32.2.

D. Robinson el consumidor.
 1. Robinson obtiene beneficios como renta no laboral.
 2. Observa el precio y el salario y decide cuánto va a trabajar.
 3. Elige el punto óptimo de consumo. Véase la figura 32.3.

E. En condiciones de equilibrio, la demanda es igual a la oferta.
 1. La demanda de trabajo es igual a la oferta de trabajo.
 2. La demanda de consumo es igual a la oferta de consumo.

F. La descentralización.
 1. Cada «agente» de la economía sólo tiene que observar los precios y tomar sus propias decisiones.
 2. El consumidor no tiene por qué saber nada sobre el problema de producción.
 3. El productor no tiene por qué saber nada sobre el problema del consumidor.
 4. Toda la información se encuentra en los precios.
 5. En una economía formada por una persona, eso es una tontería.
 6. Pero en una economía formada por muchas personas, pueden conseguirse grandes ahorros.

G. Diferentes tipos de tecnologías.
 1. Rendimientos constantes de escala: beneficios nulos.
 2. Rendimientos decrecientes de escala: beneficios positivos.
 3. Rendimientos crecientes de escala: los mercados competitivos no funcionan. Problema del monopolio natural.

H. Los teoremas del bienestar.
 1. El primer teorema del bienestar: los mercados competitivos son eficientes en el sentido de Pareto.
 2. El segundo teorema del bienestar: los mercados competitivos pueden lograr cualquier resultado eficiente en el sentido de Pareto.

I. Las posibilidades de producción.
 1. Si hay una cantidad mayor de un bien, podemos ilustrar el conjunto de producción. Figura 32.7.
 2. Si hay más de una forma de producir, los productores pueden explotar la ventaja comparativa. Figura 32.8.
 3. Las posibilidades de producción y la caja de Edgeworth. Figura 32.9.

33 El bienestar

Me gusta describir las cuestiones de las preferencias desde el punto de vista de la manipulación. La votación por mayoría es mala porque el resultado puede depender del orden de votación y eso puede llevar a manipular el orden. La votación mediante ordenaciones es mala porque la introducción de una nueva opción puede alterar el resultado del proceso, lo que también permite manipular el proceso político. Puede interpretarse que el teorema de Arrow dice que no es posible evitar esas posibilidades de manipulación.

Sin embargo, una vez dicho eso, normalmente recurrimos a examinar formas sencillas de agregar las preferencias utilizando funciones de bienestar. Lo esencial que hay que entender aquí es la relación entre la eficiencia en el sentido de Pareto y la maximización del bienestar: todo máximo de bienestar es eficiente. Por otra parte, toda asignación eficiente, sujeta a las condiciones habituales de convexidad, es un máximo de bienestar para *alguna* función de bienestar.

El apartado sobre las asignaciones justas es divertido. A los estudiantes les gusta, ya que aborda de una manera bonita los problemas de equidad. A veces hablo de otros métodos de división justa, por ejemplo, una persona hace las partes y la otra elige, etc.

El bienestar

A. Incorporar las consideraciones distributivas al análisis.

B. Necesidad de algún procedimiento para comparar las preferencias o utilidades individuales.

C. Agregación de las preferencias.
   1. La votación por mayoría.
   2. La paradoja de la votación; véase el cuadro 33.1.
   3. Votación mediante ordenaciones.
   4. La dependencia de las alternativas irrelevantes; véase el cuadro 33.2.

D. El teorema de la imposibilidad de Arrow.

E. Las funciones sociales de bienestar.
   1. Se suman las utilidades de alguna forma.
   2. Utilitaria clásica: $\sum_{i=1}^{n} u_i$.
   3. Suma poderada de las utilidades: $\sum_{i=1}^{n} a_i u_i$.

4. Mínimax: min $\{u_1, \ldots, u_n\}$.

F. La maximización del bienestar.
 1. Todo máximo de bienestar es eficiente. Figura 33.1.
 2. Toda asignación eficiente en el sentido de Pareto es un máximo de bienestar (si el conjunto de posibilidades de utilidad es convexo).

G. Las asignaciones justas.
 1. Generalización de la idea del tratamiento asimétrico.
 2. Si $u_i(x_j) > u_i(x_i)$, decimos que *i* **envidia** a *j*.
 3. Normalmente, es posible encontrar asignaciones en las que no hay envidia y son eficientes.
 4. Demostración: partimos de una división igual y dejamos que la gente realice intercambios en un mercado competitivo.
 5. Las rentas acaban siendo iguales: si una persona envidia a otra, no podrían haber comprado la mejor cesta que podían alcanzar.

34 Las externalidades

Tengo auténtica debilidad por el ejemplo de los fumadores y los no fumadores en la caja de Edgeworth. Creo que permite entender de una forma muy sencilla las principales observaciones sobre las externalidades. El eje de ordenadas confunde a veces a los alumnos. Haga hincapié en que es la cantidad total de humo que hay en el apartamento, no cuánto fuma cada persona. Sólo una persona genera humo, pero las dos tienen que consumirlo.

Esta presentación muestra lo especial que es el caso en el que hay un único nivel óptimo de externalidad. Eso sólo ocurre esencialmente cuando las preferencias son cuasilineales, como muestra la figura 34.2. Por cierto, la figura 34.2 es una gran ilusión óptica; las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto forman una línea recta horizontal, aunque parezca que la curva está algo inclinada.

Las preferencias cuasilineales tienen mucho sentido en el contexto de la producción; al fin y al cabo, las funciones de beneficio son cuasilineales. En el apartado 34.4. Analizo el impuesto pigouviano convencional, pero la idea más profunda de ese apartado es la de que el resultado eficiente es independiente de la asignación de los derechos de propiedad. Los estudiantes se resisten a la idea de que un contaminador puede tener derecho a contaminar y su víctima tenga que comprarle agua limpia. Pero si comprenden la idea, comprenderán mucho mejor las externalidades.

El apartado 34.5 también es importante, ya que muestra que si hay una externalidad productiva que sólo afecta a unas cuantas empresas, hay una señal natural del mercado para internalizar la externalidad. Hace unas semanas hubo un maravilloso ejemplo en la serie de TV *La ley de Los Ángeles.* Una compañía de suministro de agua estaba contaminando el subsuelo de un camping de caravanas vecino. El ejecutivo malo de la compañía decía que era razonable pagar cada cierto número de años un millón de dólares por los daños causados, ya que le costaría 30 millones de dólares limpiar su tecnología. Eso le daba mucho dramatismo al programa, pero el análisis económico era penoso. Lo sensato era que la compañía comprara el camping –lo que le costaría seguramente mucho menos de un millón de dólares– y desalojara a los inquilinos. De esa forma podría internalizar la externalidad y mejorar el bienestar de todo el mundo. Desgraciadamente, los abogados de *La ley de Los Ángeles* no le sugirieron eso. Quizá temían perder sus honorarios.

Las externalidades

A. Existe una externalidad en el consumo cuando a un agente le afecta directamente el consumo o la producción de un bien por parte de otro.
   1. Poner la música a todo volumen.
   2. Fumar un cigarrillo de mala calidad.

B. Existe una externalidad en la producción cuando la función de producción de una empresa depende de las elecciones de otra empresa o de otro consumidor.
   1. Un manzanar y las abejas.
   2. La contaminación.

C. Ejemplo: los fumadores y los no fumadores.
   1. Dos compañeros de habitación consumen humo y dinero; a uno le gusta el humo y al otro no.
   2. Representar las preferencias.
   3. Representar la dotación.
      a) Cada uno tiene 100 euros.
      b) Pero ¿cuál es la dotación inicial de humo?
      c) La dotación depende del sistema jurídico, exactamente igual que los derechos de propiedad privada.
      d) Derecho al aire limpio
      e) Derecho a fumar.
      f) Cantidades de humo y de dinero eficientes en el sentido de Pareto.
      g) Curva de contrato; cómo comerciar.
      h) Figura 34.1.
      i) El mecanismo de precios genera un «precio del humo».
      j) Surgen problemas porque los derechos de propiedad no están bien definidos.
   4. En algunas condiciones, la cantidad de humo es independiente de la asignación de los derechos de propiedad. Figura 34.2.

D. Las externalidades en la producción.
   1. S es una acería y F es una piscifactoría.
   2. Acería: $\max_s p_s s - c_s(s, x)$.
   3. Piscifactoría: $\max_f p_f f - c_f(f, x)$
   4. Condición de primer orden de la acería:

$$p_s = \frac{\partial c_s}{\partial s}$$

$$0 = \frac{\partial c_s}{\partial x}.$$

   5. Condición de primer orden de la piscifactoría:

$$p_f = \frac{\partial c_f(f, x)}{\partial f}.$$

E. La solución eficiente.
   1. Fusionarse y maximizar los beneficios conjuntos.
   2. **Internalizar** la externalidad.
   3.

$$\max_{s, f} p_s s + p_f f - c_s(s, x) - c_f(f, x).$$

   4. Se obtiene $p_s = \partial c_s / \partial s$, $p_f = \partial d_f / \partial f$ y

$$0 = \frac{\partial c_s}{\partial x} + \frac{\partial c_f}{\partial x} = \text{coste social marginal.}$$

   5. La empresa conjunta tiene en cuenta la interacción.

6. Costes privados y sociales.
7. Cómo conseguir que las empresas reconozcan el coste social.
    a) Impuesto pigouviano: fijar un precio de la contaminación igual al coste social.
    b) Derechos de contaminación de mercado.
    c) Asignar derechos de propiedad y dejar que las empresas negocien la cantidad de contaminación.
8. Solución de las externalidades basada en el mercado.
    a) Cualquiera de las dos empresas tiene incentivos para comprar a la otra e internalizar la externalidad.
    b) Dado que los beneficios de la coordinación son mayores que los beneficios sin coordinación.
    c) A veces funciona con las externalidades en el consumo.

35 La tecnología de la información

Actualmente, existe tanto debate sobre Internet, la economía de la información y la sociedad de la información que pensé que sería divertido tratar de presentar algunas de estas ideas en la clase. Lo notable es lo poco informados que están la mayoría de los observadores sobre el análisis económico básico, y no digamos sobre algunas de las investigaciones que se han realizado sobre la economía de redes, la propiedad intelectual, etc. En este capítulo trato de poner algunos ejemplos sencillos que muestran que la simple aplicación de la microeconomía intermedia permite extraer importantes conclusiones. Véase Carl Shapiro y Hal R. Varian, *Information Rules: A Strategic Guide to the Network Economy* (Boston, Harvard Business School Press, 1999) para muchas historias que harán más amenas sus clases.

Comienzo con un análisis de la *competencia entre sistemas.* Introduje el concepto de «complementadores» que es muy útil para comprender las industrias de alta tecnología. Este concepto se explica con el ejemplo de la CPU (Unidad Central de Proceso) y el SO (Sistema Operativo). Describo el análisis de Cournot que lleva al sorprendente resultado de que una fusión de los complementadores reduce el precio del sistema. Eso lleva naturalmente a varias formas (además de la fusión) de resolver el «problema de los complementarios».

A continuación, paso a analizar los costes de cambiar y los usuarios atrapados. Lo principal es que en un mercado competitivo las empresas invierten para conseguir que sus clientes queden atrapados, pero al hacer eso el beneficio se reduce a cero como consecuencia de la competencia.

A continuación, describo algunas ideas sobre la economía de redes. Este análisis (que tiene más de 25 años) es excelente para examinar todo tipo de fenómenos de redes. Una vez que sus estudiantes comprenden la idea básica, podría sugerirles que pongan otros ejemplos de redes. Hay un interesante grupo de ejemplos en los que hay *dos* bienes en la red: las cintas de vídeo y los magnetoscopios o los ordenadores y los programas informáticos. Nadie quiere un ordenador si no existen programas informáticos y nadie quiere programas informáticos si no hay un ordenador. Se trata de una leve generalización del modelo presentado en el libro y es divertido estudiarlo.

Los dos temas siguientes de este capítulo están relacionados con la propiedad intelectual. El primero es un sencillo modelo de gestión de los derechos que muestra la disyuntiva entre el valor y las ventas: unos términos y condiciones más liberales aumentan el valor, pero reducen las ventas. El secreto es equilibrar estos dos efectos para maximizar el beneficio.

El último modelo es un modelito encantador de uso compartido. El resultado final dice básicamente que los productores ganan más dinero permitiendo que un producto sea compartido si es más barato compartir una única copia que producir múltiples copias. Resulta un poco sorprendente al principio, pero si se piensa, tiene mucho sentido. También en este caso es útil analizar ejemplos: los alquileres de películas de vídeo, los libros de las bibliotecas, los préstamos interbibliotecarios, los esquís de alquiler, los automóviles de alquiler, etc.

La tecnología de la información

A. Competencia entre sistemas.
   1. Los componentes de la tecnología de la información son *complementarios.*
   2. Preocuparse tanto por los «complementadores» como por los competidores.

B. Las CPU y los SO como complementarios.
   1. El precio del sistema es $p_1 + p_2$, por lo que la demanda es $D(p_1 + p_2)$.
   2. Cuando cada empresa fija el precio por separado, no tiene en cuenta el efecto de difusión.
   3. La fusión internaliza esta externalidad.
   4. Otras formas de resolver el problema de los complementarios.
      a) Negociar.
      b) Repartir el ingreso.
      c) «Homogeneizar el complementario».

C. Usuarios atrapados.
   1. El coste de cambiar.
   2. Cuando es muy alto, los usuarios están atrapados.
   3. Por ejemplo, cambiar de proveedor de servicios de Internet.

D. Ejemplo de los proveedores de servicios de Internet.
   1. c = coste de suministrar el servicio.
   2. p = precio del servicio.
   3. Si no hay costes de cambiar, $p = c$.
   4. Ahora se introduce el coste de cambiar de s.
   5. Supongamos que el vendedor puede ofrecer un descuento en el primer periodo de la cuantía d.
      a) El consumidor cambia si

$$(p - d) + \frac{p}{r} + s > p + \frac{p}{r},$$

      b) e implica que $d = s$, lo cual significa que el proveedor cubre los costes de cambiar.
   6. La competencia reduce el beneficio a cero.

$$(p - s) - c + \frac{p - c}{r} = 0$$

      a) E implica que

$$p = c + \frac{r}{1 + r} s.$$

      b) Interpretación: el proveedor de servicios de Internet invierte en el descuento y la recupera en los periodos posteriores cobrando una cantidad mayor que el coste.

E. Existen externalidades de red cuando el valor que tiene un bien para un consumidor depende de cuántos otros consumidores lo compren.
   1. Ejemplos: el fax, el módem, las conexiones a Internet, …

F. Modelo: supongamos que hay 1.000 personas dispuestas a pagar $v = 1, 2, 3, \ldots, 1.000\ldots$
   1. Por lo tanto, el número de personas cuya disposición a pagar más de p o p es $1.000 - p$.
   2. Ésta es, de hecho, la curva de demanda del bien.

G. Pero supongamos ahora que el valor de un fax es vn, donde n es el número de personas que compran un fax.
   1. Si el precio es p, la persona marginal satisface

$$p = \hat{v}n.$$

   2. Todas las personas para las que el valor del fax es mayor que para ésta compran el fax, por lo que

$$n = 1.000 - \hat{v}\cdot$$

   3. Uniendo estas dos ecuaciones, tenemos que

$$p = n(1.000 - n).$$

   4. ¡Obsérvese la peculiar forma de esta curva de demanda!

H. Supongamos que los faxes se producen con un coste marginal constante de c.
   1. En ese caso, habrá 3 niveles de producción en los que la demanda será igual a la oferta.
   2. Obsérvese que el equilibrio intermedio es inestable; si los costes disminuyen con el tiempo, el sistema puede alcanzar una «masa crítica».
   3. Ejemplos: Adobe, Internet.

I. La gestión de los derechos.
   1. El ofrecimiento de términos y condiciones más liberales aumenta el valor, reduce las ventas.
   2. Caso de referencia.
      a) y = cantidad consumida.
      b) $p(y)$ = demanda inversa.
      c) $\max_y p(y)y$.
   3. Términos y condiciones más liberales.
      a) $Y = \beta y$ siendo $\beta > 1$.
      b) $P(Y) = \alpha p(Y)$ siendo $\alpha > 1$.
      c)

$$\max_Y \alpha p(Y) \frac{Y}{\beta}.$$

      d)

$$\max_Y \frac{\alpha}{\beta} p(Y) Y.$$

   4. Conclusiones.
      a) Se consume la misma cantidad.
      b) Se produce menos.
      c) Los beneficios aumentan si $\alpha > \beta$ y disminuyen si se invierte la desigualdad.

J. El uso compartido de la propiedad intelectual.
   1. Ejemplos de uso compartido.
   2. Maximización del beneficio del monopolio: $p(y)y - cy - F$ genera la producción $\hat{y}$.
   3. ¿Qué ocurre si el bien es compartido por k usuarios? Si se producen y copias, se utilizan $x = kx$ copias, por lo que la disposición marginal a pagar es $p(x)$. La incomodidad de compartir nos da una disposición marginal a compartir de $p(x)t$.

4. ¿Qué ocurre con la demanda por parte del grupo? Es $k[p(ky) - t]$.
5. La disposición a pagar aumenta debido a que la k aparece al principio y disminuye debido a la k que aparece dentro de la función.

K. La maximización del beneficio.

$$\max_{y} k[p(ky) - t]y - cy - F$$

L. Reordenando, tenemos que

$$\max_{x} p(x)x - \left(\frac{c}{k} + t\right) x - F.$$

M. En este problema, el coste marginal es $(c/k + t)$. ¿Qué diferencia hay entre este coste marginal y el del problema inicial?

1. Los beneficios serán mayores cuando es posible el alquiler cuando

$$\frac{c}{k} + t < c$$

o sea,

$$\left(\frac{k}{k+1}\right) t < c.$$

a) Si k es alto, se reduce a $t < c$.

2. Interpretación: ¿es más barato producir una copia más o que la copia existente sea compartida por más consumidores?

36 Los bienes públicos

Comienzo introduciendo la idea básica de bien público, que es un bien de cuyo consumo no puede excluirse a nadie. El análisis convencional de los libros de texto lleva directamente a las condiciones de Samuelson, pero creo que tiene mucho más sentido analizar la provisión pública de un bien discreto. Formulo la condición de optimalidad en este contexto, a saber, que la suma de los precios de reserva es mayor que el coste del bien. Una vez que los estudiantes conocen este ejemplo, el caso Samuelson es una extensión relativamente fácil.

A continuación, analizo el problema del polizón y lo relaciono con el dilema de los presos. El ejemplo es un poco forzado, pero permite entender la cuestión: si cada persona toma independientemente su decisión sobre el bien público, la provisión de ese bien puede ser insuficiente. Es divertido hablar de otros tipos de polizón, por ejemplo, ¿quién limpia el salón?

A continuación, analizo las condiciones clásicas de eficiencia de Samuelson cuando pueden suministrarse diferentes niveles de producción del bien público. Examino el problema del polizón en el apartado 36.6. La figura 36.2 es un diagrama realmente bonito y merece un estudio detenido.

El siguiente tema que analizo es cómo «resolver» el problema de los bienes públicos. A los estudiantes se les han enseñado los ideales democráticos en las clases de ciudadanía de la escuela secundaria, por lo que podría sorprenderlos enterarse de que la votación no es un mecanismo tan bueno para tomar decisiones sobre los bienes públicos. Aquí merece la pena poner algunos ejemplos en los que a una persona le interesa mucho algo y estaría dispuesta a compensar a otras, pero la votación no permitirá tomar una decisión eficiente en el sentido de Pareto. Puede explicar cómo sortean los procesos políticos del mundo real este problema –por ejemplo, el intercambio de favores políticos– aunque eso tiende a confundirlos, a menos que sepan algo de ciencia política.

Por último, analizo el impuesto de Clarke, que es una forma de «resolver» realmente el problema de los bienes públicos, al menos en un caso especial. La mejor forma de que los estudiantes comprendan el impuesto de Clarke es hacer que lo utilicen. Un colega que conozco hacía que su clase utilizara un procedimiento basado en el impuesto de Clarke para fijar la fecha del examen parcial. Éste es, desde luego, un problema de bienes públicos y los estudiantes comprendían realmente lo que ocurría cuando participaban. Pero aunque no se pueda decidir la provisión de un bien público real, como la fecha del examen parcial, es interesante analizar un problema numérico, como el que hay en el libro.

Los bienes públicos

A. Los bienes públicos implican un cierto tipo de externalidad: todo el mundo debe disponer de la misma cantidad del bien.

B. Ejemplos: la defensa nacional, el alumbrado de las calles, las carreteras, etc.: debe suministrarse la misma cantidad a todo el mundo.

C. Pero la gente puede valorar el bien público de forma distinta.

D. Los bienes privados.
   1. Cada persona consume una cantidad diferente, pero la valora igual (en el margen).

E. Los bienes públicos.
   1. Cada persona consume la misma cantidad, pero la valora de forma distinta.

F. Dos cuestiones sobe los bienes públicos.
   1. ¿Cuál es la cantidad óptima de un bien público?
   2. ¿Cómo funcionan algunas instituciones sociales en el suministro de la cantidad óptima de un bien público?

G. Ejemplo: un televisor para dos compañeros de habitación. El compañero i contribuirá con $g_i \geq 0$ a la compra. Se comprará el televisor si $g_1 + g_2 \geq C$.
   1. Consideremos los precios de reserva r_1 y r_2. Éstos miden la disposición máxima de cada persona a pagar por tener el televisor.
   2. Supongamos que podemos hallar (g_1, g_2) tal que $r_1 \geq g_1$, $r_2 \geq g_2$ y $g_1 + g_2 \geq C$.
   3. En ese caso, suministrar el televisor es claramente una buena idea.
   4. Por lo tanto, si $r_1 + r_2 \geq C$, podemos hallar los valores de g_1 y g_2 que cubren los costes y debe suministrarse el televisor.
   5. Si $r_1 + r_2 < C$, no debe suministrarse el televisor.
   6. La condición de eficiencia es que la suma de las disposiciones a pagar debe ser mayor que el coste de la provisión.
   7. En el caso de un bien divisible (por ejemplo, cuánto gastar en un televisor), se alcanza el óptimo cuando la suma de las disposiciones marginales a gastar es igual al coste marginal.
      a) Si la suma de las *RMS* es mayor que el coste marginal, es posible mejorar el bienestar de todo el mundo aumentando la cantidad del bien público.
      b) Si la suma de las *RMS* es menor que el coste marginal, debe reducirse la cantidad del bien público.

H. Ejemplo de bien divisible.
   1. Dos personas contribuyen cada una con g_1 para tener un televisor. La persona i obtiene una utilidad $u_i(g_1 + g_2) - g_i$.
   2. La asignación eficiente maximiza la suma de las utilidades:

$$\max\ u_1(g_1 + g_2) + u_2(g_1 + g_2) + -g_1 - g_2.$$

   3. Condición de primer orden:

$$u_1'(g_1^* + g_2^*) + u_2'(g_1 + g_2^*) = 1.$$

   4. Así se determina la cantidad óptima del bien público: $G^* = g_1^* + g_2^*$.
   5. Si hubiera n personas, la condición sería

$$\sum_{i=1}^{n} u_i'(G^*) = 1.$$

I. Consideremos varias instituciones sociales para suministrar el bien público.

1. Las aportaciones voluntarias.
    a) La persona 1 aportará hasta que $u_1'(g_1 + g_2) = 1$.
    b) La persona 2 aportará hasta que $u_2'(g_1 + g_2) = 1$.
    c) La persona cuya disposición a pagar sea mayor aportará toda la cantidad.
    d) Otra persona se comporta como un **polizón**: no aporta nada.
2. La votación por mayoría.
    a) Supongamos que hay $n > 2$ personas.
    b) Supongamos que cada una paga $1/n$ del bien público si se suministra.
    c) Si se suministran B unidades del bien público, la persona i obtiene un beneficio igual a

    $$u_i(B) - \frac{1}{n}B.$$

    d) La persona i votará a favor de un aumento de la cantidad del bien público si

    $$u_i'(B) > \frac{1}{n}.$$

    e) Si la mayoría de la gente vota a favor de un aumento del bien público, obtenemos un pequeño aumento.
    f) Por lo tanto, la cantidad del bien público es determinada por la condición de que el votante mediano sea feliz con la cantidad actual.
        1) El votante mediano significa que la mitad de los votantes quiere más y la mitad de los votantes quiere menos.
        2) Si m es el votante mediano, debe cumplirse que

        $$u_m'(B) \frac{1}{n} B.$$

    g) En general, ésta no es la cantidad óptima del bien público.
    h) Pensemos en el caso en el que algunos votantes quieren realmente una cantidad mucho mayor del bien público y estarían dispuestos a compensar a los que no quieren más.
    i) La votación no tiene en cuenta la *intensidad* de las preferencias.
3. El impuesto de Clark y Groves.
    a) Para obtener una cantidad eficiente del bien público, cada persona debe enfrentarse a los costes sociales de su decisión.
    b) Hay formas de «pujar» por el bien público que lo consiguen.

37 La información asimétrica

A los estudiantes les gusta mucho este capítulo sobre la economía de la información, pero debe trabajarlo a fondo para que se comprendan realmente las ideas.

El primer tema es el famoso mercado de «cacharros». Me resultó fácil hacer entender la idea, pero es necesario hacer hincapié en la lógica. Esa es la razón por la que analizo el modelo de la elección de la calidad en el siguiente apartado. La primera parte de este modelo es básicamente la misma idea, pero en un contexto distinto. A continuación, resumo la idea fundamental, a saber, la idea de la selección adversa. Aquí es divertido analizar otros ejemplos de selección adversa.

El tema siguiente es el riesgo moral. Una vez más, es útil analizar otros ejemplos para asegurarse de que los estudiantes comprenden la idea.

El tercer tema son las señales. El modelo de las señales educativas de Spence constituye un maravilloso ejemplo para los estudiantes universitarios. Asegúrese sobre todo de que analiza el ejemplo del «efecto del pergamino» que se pone en el libro. Parece que el título debe transmitir una señal, además del conocimiento real que representa; tal vez su clase quiera debatir sobre las señales que transmite exactamente un título.

Por último, analizo el tema de los incentivos. La cuestión básica que hay que entender aquí es la equivalencia de todos los sistemas de remuneración en presencia de información asimétrica. Merece la pena hacer hincapié en la idea de que el sistema de aparcería puede ser un sistema de incentivos eficiente cuando la información es imperfecta.

La información

A. Hasta ahora, hemos supuesto que la información era completa: los consumidores y las empresas saben cuál es la calidad de los bienes que compran y venden.

B. Pero en la vida real, la información a menudo es incompleta.

C. En ese caso, la gente tiene que deducir la calidad a partir del precio o de otras señales.

D. Las empresas pueden suministrar esas señales intencionadamente o no.
   1. Los automóviles usados: ¿por qué se venden?
   2. Las garantías: señal de calidad.

E. El modelo del mercado de automóviles usados.

1. Se venden 50 automóviles que son «cacharros» y 50 que una «ganga».
2. Los compradores están dispuestos a pagar 2.400 euros por una «ganga» y 1.200 por un «cacharro».
3. Los vendedores venden las «gangas» por 2.000 euros y los «cacharros» por 1.000.
4. Solución cuando la información es completa.
   a) Las «gangas» se venden por un precio comprendido entre 2.400 y 2.000 euros.
   b) Los «cacharros» se venden por un precio comprendido entre 1.200 y 1.000 euros.
5. Solución cuando la información es incompleta.
   a) No se puede saber si un automóvil es una «ganga» o un «cacharro».
   b) Se estima la calidad observando la calidad media de los automóviles que hay en el mercado.
   c) Supongamos que se pusieran a la venta todos los automóviles.
   d) En ese caso, la disposición a pagar por tener un automóvil sería

$$\frac{1}{2}2.400 + \frac{1}{2}1.200 = 1.800.$$

   e) A este precio, los propietarios de «gangas» no venderían.
   f) Sólo venderían los propietarios de «cacharros».
   g) ¡Pero en ese caso la cantidad máxima que estarían dispuestos a pagar los compradores sería 1.200 euros!
   h) Sólo hay equilibrio cuando se venden «cacharros» en el mercado y el precio está comprendido entre 1.000 y 1.200 euros.
   i) Los automóviles malos han «expulsado» a los buenos.
   j) Hay una externalidad entre los automóviles buenos y los malos.

F. La elección de la calidad.
1. En el modelo de los «cacharros», la calidad es exógena; ¿qué ocurriría si fuera endógena?
2. El mercado de paraguas.
   a) Los consumidores están dispuestos a pagar 14 euros por un paraguas de buena calidad y 8 por uno de mala calidad.
   b) Si una proporción q son paraguas de buena calidad, la disposición a pagar es

$$p = 14q + 8(1 - q).$$

   c) Supongamos que cuesta 11,50 euros producir paraguas de buena calidad y 11 producir paraguas de mala calidad.
   d) En ese caso, si hay muchas empresas y cada una piensa que su influencia en el precio es insignificante, cada una decidirá producir un paraguas de mala calidad.
   e) Pero la cantidad que la gente está dispuesta a pagar por un paraguas de mala calidad (8 euros) es mayor que el coste de producción (11 euros).
   f) ¡La posibilidad de producir un paraguas de mala calidad ha destruido el mercado!
3. La selección adversa.
   a) Consideremos un mercado de seguros.
   b) La gente que necesita un seguro es la que es más probable que lo compre.
   c) Las tarifas basadas en la experiencia *media* de la población no cubrirán necesariamente los costes.
   d) Los consumidores de alto riesgo pueden expulsar a los de bajo riesgo.
   e) El seguro obligatorio puede mejorar en promedio el bienestar de la gente.

G. Las señales.
   1. Hemos visto que cuando la calidad que hay en el mercado es diversa, la mala calidad puede expulsar a la buena.
   2. Incentivos de las empresas para identificar los bienes de buena calidad enviando una *señal* a los consumidores.
   3. Ejemplo: una garantía.
   4. Los productores de bienes de buena calidad pueden permitirse ofrecer una garantía, los productores de bienes de baja calidad no.
   5. En condiciones de equilibrio, una garantía puede diferenciar las dos calidades.
   6. Ejemplo: señales por medio de la adquisición de educación.
      a) Dos tipos de trabajadores: capacitados e incapacitados.
      b) Los capacitados tienen un *PM* de a_2, los incapacitados tienen un *PM* de a_1 y $a_2 > a_1$.
      c) Si la empresa puede observar la calidad de un trabajador, cada tipo percibe su *PM*.
      d) Si no puede observar la calidad, debe pagar un salario igual a la media de los *PM*.
      e) Supongamos que pueden adquirir una señal que indique de qué tipo son.
      f) Supongamos, por ejemplo, que los trabajadores pueden elegir el nivel de educación.
      g) El coste de adquirir educación (no necesariamente el coste monetario) será más bajo para los trabajadores más capacitados.
      h) En ese caso, podemos tener un equilibrio en el que los trabajadores capacitados adquieren educación para distinguirse de los incapacitados.
      i) *Aunque* la educación no altera su *PM*.
      j) Inversión socialmente despilfarradora: sólo sirve para distinguir un grupo de otro.

Segunda parte
Ejercicios y respuestas

1 El mercado

Introducción

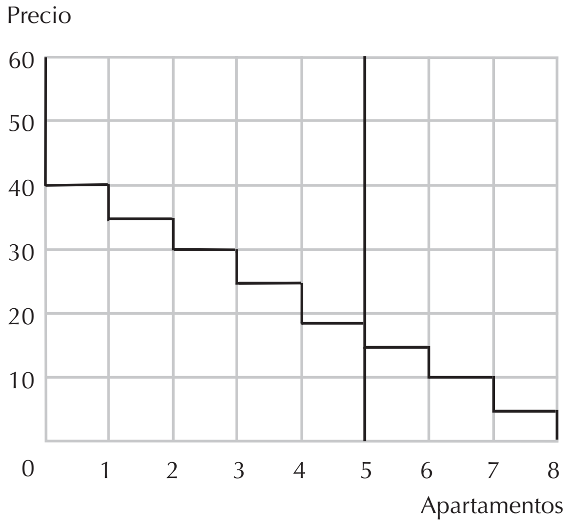
Los problemas de este capítulo examinan algunas variaciones relativas al mercado de apartamentos descrito en el libro de texto. En la mayoría de los problemas tendremos en consideración la verdadera curva de demanda construida a partir de los precios de reserva de los consumidores, en lugar de la curva de demanda «suavizada» que empleábamos en el libro de texto.
Recuerda que el precio de reserva de un consumidor es el precio al cual éste estaría completamente indiferente entre alquilar o no un apartamento. A cualquier precio que sea inferior al precio de reserva, el consumidor demandará un apartamento; a cualquier precio superior al precio de reserva, el consumidor no demandará ningún apartamento y, a exactamente su precio de reserva, el consumidor será indiferente entre alquilar o no alquilar un apartamento.

1.1 (3) Supongamos que 8 personas quieren alquilar un apartamento. En la tabla adjunta se indican sus precios de reserva. (Para no manejar cifras muy elevadas, imaginemos que son miles de euros.)

Persona =	A	B	C	D	E	F	G	H
Precio =	40	25	30	35	10	18	15	5

(a) Representa en el gráfico siguiente la curva de demanda de mercado. (Pista: si el precio del mercado es igual al precio de reserva de algún consumidor *i*, serán demandadas dos cantidades diferentes de apartamentos, ya que el consumidor *i* será indiferente entre alquilar o no un apartamento.)

(b) Supongamos que la oferta de apartamentos está limitada a 5 unidades. En este caso hay un amplio surtido de precios que serán precios de equilibrio. ¿Cuál es el precio máximo al cual la demanda de apartamentos es igual a 5 unidades? **18 euros**.



(c) ¿Cuál es el precio mínimo al cual la demanda de apartamentos es igual a 5 unidades? **15 euros**.

(d) Si la oferta es de solamente 4 apartamentos, ¿qué personas, de la A a la H, conseguirán un apartamento? **A, B, C, D**.

(e) Si la oferta de apartamentos se incrementa a 6 unidades. ¿Cuál es la sucesión de los precios de equilibrio? **De 10 a 15 euros**.

1.2 (3) Supongamos que inicialmente se ofrecen al mercado 5 apartamentos y que uno de ellos se vende y pasa a ser una vivienda en propiedad.

(a) Supongamos que la persona A decide adquirir la vivienda. ¿Cuál es el precio más alto al cual la demanda de apartamentos será igual a la oferta? ¿Y cuál será el precio más bajo? Escribe tu respuesta en la columna A de la siguiente tabla. Calcula sucesivamente los precios de equilibrio en el caso de que las personas B, C, ... decidan adquirir una vivienda.

Persona	A	B	C	D	E	F	G	H
Precio máximo	18	18	18	18	25	25	25	25
Precio mínimo	15	15	15	15	18	15	18	18

(b) Supongamos que los apartamentos disponibles fueran 10 y que hubiera dos personas por cada precio de reserva. ¿Cuál es el precio máximo al cual la demanda es igual a la oferta? 18. Supongamos que uno de los apartamentos se convierte en una vivienda en propiedad. ¿Sigue siendo ese precio un precio de equilibrio? **Sí**.

1.3 (2) Supongamos ahora que todos los apartamentos son propiedad de una monopolista que está tratando de determinar qué precio y qué cantidad ofertada maximizará sus ingresos.

(a) Completa la tabla con el precio máximo y los ingresos que la monopolista puede obtener en el caso de que alquile 1, 2, ..., 8 apartamentos. (Damos por sentado que se ve obligada a cobrar el mismo precio por cada uno de los apartamentos.)

Número	1	2	3	4	5	6	7	8
Precio	40	35	30	25	18	15	10	5
Ingresos	40	70	90	100	90	90	70	40

(b) ¿Cuáles de las personas de la A a la F conseguirán los apartamentos? **A, B, C, D**.

(c) Si una ley impusiera a la monopolista poner en alquiler exactamente 5 apartamentos, ¿cuál es el precio que tiene que cobrar para maximizar sus ingresos? **18 euros**.

(d) ¿Quiénes conseguirán los apartamentos? **A, B, C, D, F**.

(e) Si esta propietaria pudiera cobrar un precio diferente a cada persona y conociera los precios de reserva de cada una, ¿cuáles son los ingresos máximos que podría obtener si alquilara los 5 apartamentos? **148 euros**.

(f) Si alquilara esos 5 apartamentos, ¿quiénes los conseguirían? **A, B, C, D, F**.

1.4 (2) Supongamos que hay 5 apartamentos para alquilar y que el comité municipal para el control de los alquileres establece una cuota máxima de 9 mil euros. Supongamos, además, que las personas A, B, C, O y E se las ingenian para conseguir un apartamento, mientras que F, G y H son excluidas.

(a) Si la práctica del subarriendo es legal –o al menos, se practica–, ¿quién subarrendará a quién en equilibrio? (Suponemos que las personas que subarriendan pueden evadir las restricciones impuestas para el control de los alquileres.) **E, que sólo está dispuesto a pagar 10 euros por un apartamento, subarrendaría a F, que está dispuesto a pagar 18 euros**.

(b) ¿Cuál sería la cantidad máxima que se podría cobrar por un subarriendo? **18 euros**.

(c) Si existe un control de alquileres y se permite una cantidad ilimitada de subarriendo, ¿cuáles de las personas de la A a la H conseguirán los 5 apartamentos? **A, B, C, D, F**.

(d) ¿Cómo podemos comparar esta situación con la que se produce en un mercado competitivo? **Es igual**.

1.5 (2) En el libro de texto sosteníamos que el impuesto sobre la propiedad no se transferiría a los inquilinos. ¿Qué ocurriría si, por el contrario, el impuesto sobre los apartamentos fuera aplicado a los inquilinos?

(a) Para contestar a esta pregunta, consideremos el grupo de personas descritas en el problema 1. ¿Cuál es el precio máximo que cada una de ellas estaría dispuesta a pagar a la propietaria por un apartamento si tuviera que pagar un impuesto municipal de 5 mil euros? Completa la tabla siguiente con estos precios de reserva.

Persona	A	B	C	D	E	F	G	H
Precio de reserva	35	20	25	30	5	13	10	0

(b) Con esta información determina el máximo precio de equilibrio si se ofrecen 5 apartamentos en alquiler. **13 euros**.
(c) Naturalmente, el precio total que una inquilina tiene que pagar se compone del precio del alquiler más el importe del impuesto. **Esta suma se eleva a 18 euros**.

(d) ¿Cómo se puede comparar esta situación con la producida cuando el impuesto se aplica a las propietarias de los apartamentos? **Es igual**.

2 La restricción presupuestaria

Introducción

Hemos diseñado estos ejercicios con la intención de ayudarte a adquirir la habilidad necesaria para describir una situación económica por medio del álgebra elemental y de los gráficos. Empezamos con las restricciones presupuestarias porque en este caso la representación gráfica y el álgebra son muy sencillas. Cuando se trata de dos bienes, si un consumidor consume X_1 unidades del bien 1 y X_2 unidades del bien 2 se dice que consume la *cesta de consumo* (x_1, x_2). Cualquier cesta de consumo se puede representar por un punto en un diagrama cartesiano de dos dimensiones, midiendo la cantidad del bien 1 en el eje horizontal y la cantidad del bien 2 en el eje vertical. Si los precios para el bien 1 son p_1 y para el bien 2 son p_2 y el consumidor tiene una renta de m, entonces puede adquirir cualquier cesta de consumo, (x_1, x_2), tal que $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$. La *recta presupuestaria* no es más que el segmento de recta que representa en el diagrama cartesiano la ecuación $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, donde x_1 y x_2 tienen que ser números no negativos. La recta presupuestaria es la frontera del *conjunto presupuestario.* Todos los puntos que el consumidor puede adquirir se encuentran a un lado de la recta y todos los puntos que no puede adquirir se encuentran al otro lado de la recta.

Si conocemos los precios y la renta podemos construir la recta presupuestaria de un consumidor a partir «solamente» de las dos cestas de consumo que el consumidor puede adquirir, trazando la recta que une estos dos puntos.

Ejemplo: Martirio dispone de 50 euros para gastar. Sólo consume albaricoques y bananas. Los albaricoques cuestan 2 euros cada uno y las bananas cuestan 1 euro cada una. Vamos a construir su recta presupuestaria midiendo los albaricoques en el eje horizontal y las bananas en el eje vertical. Nótese que, si destina todos sus ingresos a la adquisición de albaricoques, puede adquirir 25 albaricoques y 0 bananas. Por lo tanto, su recta presupuestaria pasa por el punto (25, 0) en el eje horizontal. Si destina todos sus ingresos a la adquisición de bananas, puede adquirir 50 bananas y 0 albaricoques. Por lo tanto, su recta presupuestaria pasa por el punto (0, 50) en el eje vertical. Señala estos dos puntos en tu gráfico. Traza después una línea recta entre ambos. Ésta es la recta presupuestaria de Martirio.

¿Qué ocurriría en el caso de que no conozcamos los precios o la renta, pero sí conozcamos las dos cestas de consumo que el consumidor solamente puede adquirir? Entonces, si solamente hay dos bienes, tenemos información suficiente para trazar su recta presupuestaria, porque sabemos que entre dos puntos sólo puede trazarse una recta.

Ejemplo: Laurelio consume solamente cerveza y pan. Si gasta todos sus ingresos, sólo puede adquirir 20 botellines de cerveza y 5 barras de pan. Otra cesta de consumo que puede adquirir empleando todos sus ingresos consta de 10 botellines de cerveza y 10 barras de pan. Si el precio de un botellín de cerveza es 1 euro, ¿cuáles son los ingresos de Laurelio? Podemos resolver este problema mediante un gráfico. Medimos la cerveza en el eje horizontal y el pan en el eje vertical. Identificamos los dos puntos (20, 5) y (10, 10) que como sabemos pertenecen a su recta presupuestaria. Trazamos una línea recta entre esos dos puntos y la extendemos hasta el eje horizontal. Este punto corresponde a la cantidad de cerveza que Laurelio puede adquirir si destina todos sus ingresos para el consumo de cerveza. Como la cerveza cuesta 1 euro por botellín, sus ingresos en euros tienen que ser igual al mayor número de botellines de cerveza que puede adquirir. Podemos utilizar también un proceso alternativo.

Como las cestas de consumo (20, 5) y (10, 10) representan el mismo coste, si Laurelio renuncia a 10 botellines, eso le permite adquirir 5 barras de pan adicionales. Por consiguiente, el pan cuesta el doble que la cerveza. Como el precio de los botellines es 1 euro, el precio del pan es, por lo tanto, 2 euros. La adquisición de la cesta de consumo (20, 5) equivale a todos sus ingresos, por lo que éstos tienen que ascender a $20 \times 1 + 5 \times 2 = 30$.

Cuando hayas resuelto estos ejercicios, esperamos que estés en condiciones de:

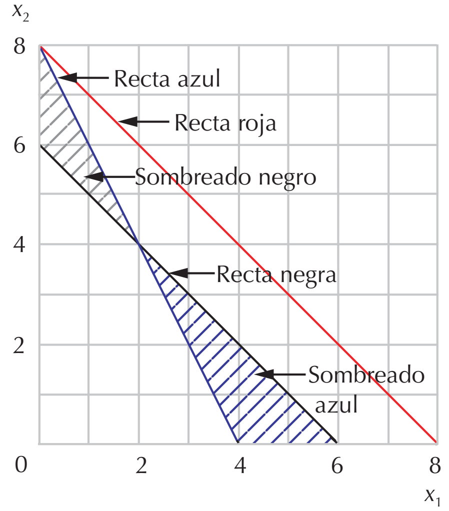
- Escribir una ecuación para la recta presupuestaria y representar en un gráfico el conjunto presupuestario dados los precios y los ingresos, o dados dos puntos de la recta presupuestaria.
- Representar gráficamente los efectos de una variación de los precios y/o de los ingresos en el conjunto presupuestario.
- Asimilar el concepto de *numerario* y aprender cómo varía el conjunto presupuestario si multiplicamos los ingresos y los precios por un número positivo cualquiera.
- Representar el conjunto presupuestario en el caso de que uno o los dos precios sean números negativos.
- Asimilar que el concepto de «conjunto presupuestario» se puede aplicar al caso de elecciones restringidas donde las restricciones de los bienes a elegir pueden ser distintas a las monetarias.

2.1 (0) Dispones de una renta de 40 euros para adquirir dos bienes. El bien 1 cuesta 10 euros por unidad y el bien 2 cuesta 5 euros por unidad.

(a) Escribe tu ecuación presupuestaria. $\mathbf{10x_1 + 5x_2 = 40}$.

(b) Si gastaras toda tu renta en adquirir el bien 1, ¿cuántas unidades podrías comprar? **4**.

(c) Si gastaras toda tu renta en adquirir el bien 2, ¿cuántas unidades podrías comprar? **8**. Representa en color azul tu recta presupuestaria en el gráfico adjunto.



(d) Supongamos que el precio del bien 1 disminuye a 5 euros mientras que todo lo demás permanece constante. Escribe la ecuación de tu nueva restricción presupuestaria. $\mathbf{5x_1 + 5x_2 = 40}$. En el gráfico adjunto, traza en color rojo la nueva recta presupuestaria.

(e) Supongamos que tu renta desciende a 30 euros mientras que los precios de ambos bienes se mantienen en 5 euros. Escribe la ecuación de tu recta presupuestaria en este caso. $\mathbf{5x_1 + 5x_2 = 30}$. Representa en color negro esta recta.

(f) Utiliza color azul en tu diagrama para sombrear el área que corresponde a las cestas de consumo que puedes adquirir con el presupuesto del apartado *(e)* pero que no puedes adquirir con el presupuesto del apartado *(a)*. Utiliza color negro o lápiz para sombrear el área que corresponde a las cestas de consumo que puedes adquirir con el presupuesto del apartado *(a)* pero que no puedes adquirir con el presupuesto del apartado *(e)*.

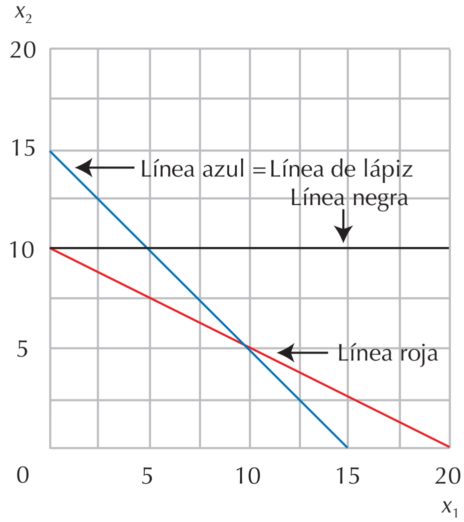
2.2 (0) En el gráfico que sigue, traza una recta presupuestaria para cada uno de los siguientes casos:

(a) $p_1 = 1$, $p_2 = 1$, $m = 15$ (en color azul).

(b) $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $m = 20$ (en color rojo).

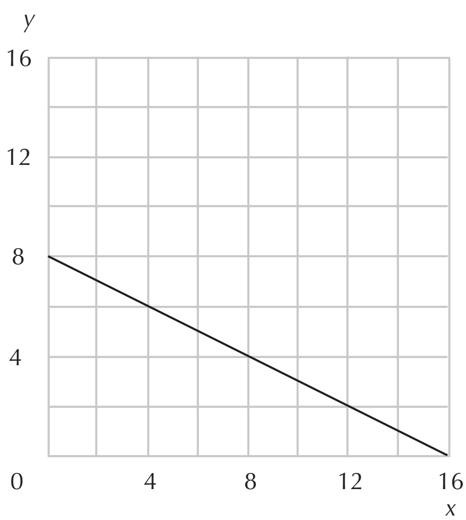
(c) $p_1 = 0$, $p_2 = 1$, $m = 10$ (en color negro).

(d) $p_1 = p_2$ y $m = 15\ p_1$ (en lápiz o en color negro). (Pista: ¿qué cantidad del bien 1 puedes adquirir si empleas todo tu presupuesto en adquirir el bien 1?)



2.3 (0) Dispones de un presupuesto tal, que si gastaras toda tu renta, podrías adquirir o bien 4 unidades del bien x y 6 unidades del bien y o bien 12 unidades del bien x y 2 unidades de l bien y.

(a) Representa estas dos cestas de consumo y traza la recta presupuestaria en el gráfico siguiente.



(b) ¿Cuál es la relación entre el precio de *x* y el precio de *y*? **1/2**.

(c) Si empleas toda tu renta en adquirir el bien *x,* ¿cuántas unidades de *x* puedes comprar? **16**.

(d) Si empleas toda tu renta en adquirir el bien *y,* ¿cuántas unidades de *y* puedes comprar? **8**.

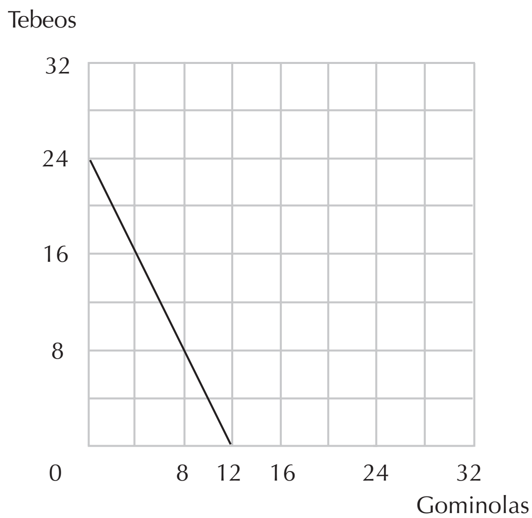
(e) Escribe una ecuación que corresponda a esta recta presupuestaria, donde el precio de *x* es igual a 1. $\boldsymbol{x + 2y = 16}$.

(f) Escribe otra ecuación presupuestaria que corresponda a esta misma recta, pero donde el precio de *x* es igual a 3. $\boldsymbol{3x + 6y = 48}$.

2.4 (1) Mario consumía 100 unidades de *X* y 50 unidades de *Y*. El precio de *X* aumentó de 2 a 3. El precio de *Y* permaneció en 4.

(a) ¿En cuánto tendría que aumentar la renta de Mario para que éste pudiera permitirse el continuar adquiriendo exactamente 100 unidades de *X* y 50 unidades de *Y*? **100 euros**.

2.5 (1) Si Amelia se gastara toda su paga semanal podría adquirir 8 gominolas y 8 tebeos a la semana, o bien solamente 10 gominolas y 4 tebeos a la semana. El precio de una gominola es 50 céntimos. Traza su recta presupuestaria en el gráfico que sigue. ¿Cuál es la paga semanal de Amelia? **6 euros**.



2.6 (0) En un pequeño país próximo al mar Báltico hay solamente tres bienes de consumo: patatas, mandarinas y juanolas. Los precios se han mantenido espectacularmente estables durante los últimos 50 años. Un saco de patatas cuesta 2 coronas, un kilo de mandarinas cuesta 4 coronas y una cajita de *juanolas* cuesta 6 coronas.

(a) Escribe la ecuación presupuestaria de un ciudadano llamado Gunnar que tiene una renta de 360 coronas al año. Indicamos con *P* el número de sacos de patatas, *M* representa el número de kilos de mandarinas y *J* es el número de cajitas de *juanolas* que consume Gunnar anualmente. $\boldsymbol{2P + 4M + 6J = 360}$.

(b) Los ciudadanos de este país son por lo general personas muy inteligentes, pero no son muy diestras multiplicando por 2. Esto hace que la adquisición de patatas sea dificultosa para muchos de ellos. Por eso, decidieron introducir una nueva unidad monetaria, de tal forma que ésta fuera el bien *numerario.* Un saco de patatas cuesta ahora una unidad de la nueva moneda, mientras que los precios relativos a los otros bienes son los mismos de siempre. ¿Cuál es el precio de las mandarinas con respecto a la nueva moneda? **2 coronas**.

(c) ¿Cuál es el precio de las *juanolas* con respecto a la nueva moneda? **3 coronas**.

(d) ¿Cuáles tendrían que ser los ingresos de Gunnar, expresados en la nueva moneda, para que pudiera adquirir las mismas cestas de consumo que adquiría antes del cambio monetario? **180 coronas**.

(e) Escribe la nueva ecuación presupuestaria de Gunnar. $P + 2M + 3J = 180$. ¿Hay alguna diferencia entre el nuevo conjunto presupuestario de Gunnar y el anterior? **No**.

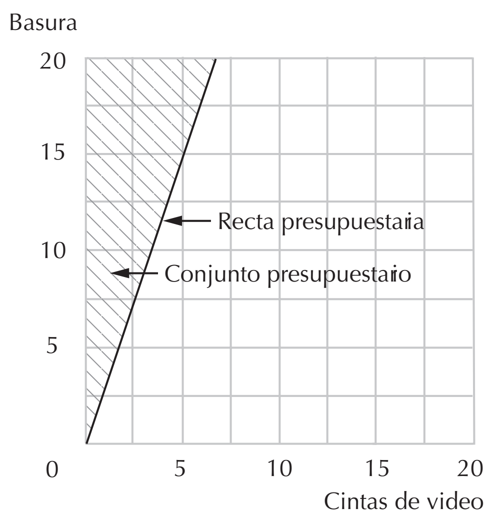
2.7 (0) Edmundo Sansegundo consume dos bienes: basura y vídeos de música punky. No es que él coma literalmente basura, pero la almacena en su jardín, donde es consumida por varias cabras y diversos gusanos. La razón por la que acepta esta basura es que el vecindario le paga 2 euros por saco de basura que recoge de sus casas y puede conservar toda la que quiera en su jardín. No dispone de otra fuente de ingresos. Cada vídeo le cuesta 6 euros.

(a) Si Edmundo no recoge ningún saco de basura, ¿cuántas cintas de vídeo puede adquirir? **0**.

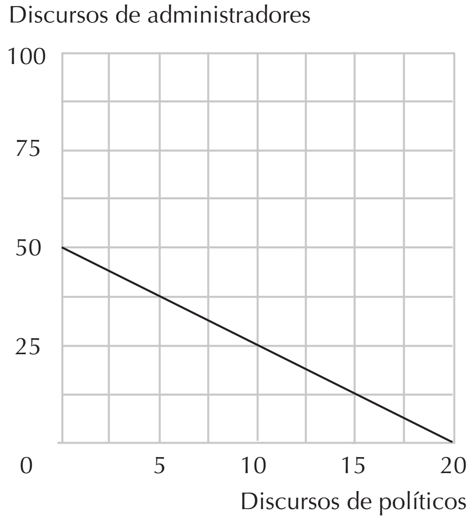
(b) Si recoge 15 sacos de basura, ¿cuántas cintas de vídeo puede adquirir? **5**.

(c) Escribe una ecuación para su recta presupuestaria. $\mathbf{6C - 2G = 0}$.

(d) Traza la recta presupuestaria de Edmundo en el gráfico que sigue y colorea su conjunto presupuestario.



2.8 (0) Si pensabas que Edmundo era un individuo estrafalario, espera a ver a su hermano Emeterio. Emeterio consume discursos de políticos y de administradores universitarios. Recibe 1 euro la hora por escuchar a los políticos y 2 euros la hora por escuchar a los administradores universitarios. (Emeterio está muy solicitado para ayudar a llenar los asientos vacíos en conferencias públicas por su distinguida presencia y su habilidad para abstenerse de hacer ruidos molestos.) Emeterio consume un bien por el cual tiene que pagar y, como hemos prometido no revelar de qué bien se trata, sólo podemos decir que cuesta 15 euros por unidad y lo llamaremos bien *X*. Además de los ingresos que percibe por consumir discursos, Emeterio recibe una pensión de 50 euros semanales.



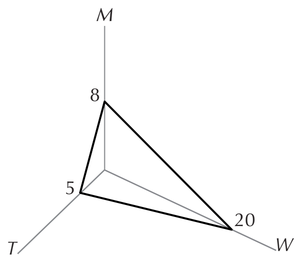
(a) Escribe una ecuación presupuestaria que exprese las combinaciones de los tres bienes: bien *X*, horas de discursos de políticos (*P*) y horas de discursos de administradores (*A*) que Emeterio puede consumir a la semana. $\mathbf{15X - 1P - 2A = 50}$.

(b) Representa en el gráfico anterior un diagrama de dos dimensiones que muestre el lugar geométrico de los dos tipos de discursos que podría consumir si consumiera 10 unidades del bien *X* a la semana.

2.9 (0) Jonathan Livingstone Yuppie es un próspero abogado que, según sus propias palabras, «sobrepasa los límites que definen el modelo de dos bienes». Jonathan consume tres bienes: puro whisky escocés, zapatillas de tenis de marca y comidas en restaurantes franceses de lujo. El precio de su marca de whisky favorita es 20 dólares la botella, el precio de las zapatillas de tenis de marca es 80 dólares el par y el precio de las comidas en un buen restaurante francés es 50 dólares por comida. Después de pagar todos sus impuestos y la pensión alimenticia a su ex esposa, a Jonathan le quedan 400 dólares a la semana.

(a) Escribe la ecuación presupuestaria de Jonathan en donde *W* se refiera al número de botellas de whisky, *T* sea el número de pares de zapatillas de tenis y *C* el número de comidas que consume. $\mathbf{20W + 80T + 50C = 400}$.

(b) Dibuja un diagrama de tres dimensiones que represente su conjunto presupuestario. Señala las intersecciones de este conjunto presupuestario con cada uno de los ejes.



(c) Supongamos que elige adquirir un par de zapatillas de tenis de marca a la semana. ¿Cuál es la ecuación que debe satisfacer en este caso las combinaciones de comidas en restaurantes y botellas de whisky que puede adquirir? $\mathbf{20W + 50C = 320}$.

2.10 (0) Miranda está preparando los exámenes de economía y sociología. Dispone de tiempo para estudiar, o bien 40 páginas de economía y 30 páginas de sociología o bien 30 páginas de economía y 60 páginas de sociología.

(a) Suponiendo que el número de páginas por hora que puede estudiar de cada asignatura no depende del modo en el cual decida disponer de su tiempo, ¿cuántas páginas de sociología podría estudiar si decide emplear todo su tiempo en estudiar sociología y nada de economía? **150 páginas**. (Pista: tenemos dos puntos de su recta presupuestaria, por lo tanto podemos determinar la recta entera.)

(b) ¿Cuántas páginas de economía podría estudiar si decide emplear todo su tiempo en estudiar economía y nada de sociología? **50 páginas**.

2.11 (1) Harry Hype dispone de 5.000 euros para invertir en la publicidad de un nuevo tipo de *sushi* deshidratado. (El *sushi* es un plato japonés que consiste en un bollito que generalmente se sirve relleno de pescado crudo.) Investigaciones de mercado muestran que las personas con mayor probabilidad de adquirir este nuevo producto son los recién licenciados en economía y los abogados que poseen baños con hidromasaje. Harry está considerando dos posibilidades: insertar los anuncios en una aburrida revista económica o insertarlos en una revista de moda destinada al público que desearía estar viviendo en California. La información de que dispone es la siguiente:

Dato 1: Los anuncios en la aburrida revista económica cuestan 500 euros y en la revista de moda 250 euros.

Dato 2: Cada uno de los anuncios en la aburrida revista económica será leído por 1.000 economistas y por 300 abogados.

Dato 3: Cada uno de los anuncios en la revista de moda será leído por 300 economistas y por 250 abogados.

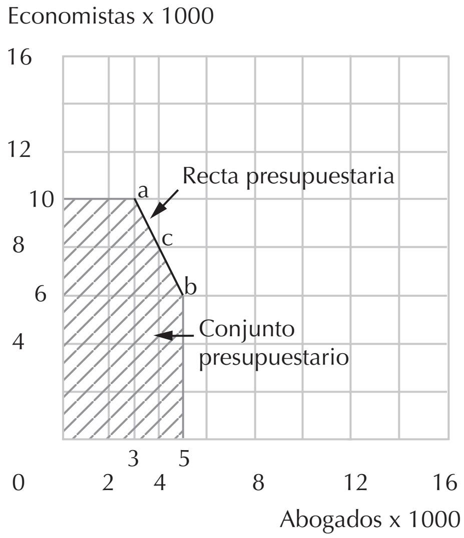
Dato 4: Nadie lee más de un anuncio y una persona que lee una de las revistas no lee la otra.

(a) Si Harry emplea todo su presupuesto publicitario para anunciarse en la revista económica, su anuncio será leído por **10.000** economistas y por **3.000** abogados.

(b) Si Harry emplea todo su presupuesto publicitario para anunciarse en la revista de moda, su anuncio será leído por **6.000** economistas y por **5.000** abogados.

(c) Supongamos que emplea la mitad del presupuesto en insertar el anuncio en una de las publicaciones y la otra mitad en la otra publicación, su anuncio será leído por **8.000** economistas y por **4.000** abogados.

(d) Traza una «recta presupuestaria» que represente las combinaciones de lectores de los dos tipos que Harry puede conseguir si gasta totalmente su presupuesto publicitario. ¿Llega esta línea hasta ambos ejes? **No**. Dibuja, sombrea y etiqueta el conjunto presupuestario que está formado por todas las combinaciones de economistas y abogados a los que puede llegar *sin gastar más que* su presupuesto.



(e) Indiquemos con E el número de lectores de un anuncio leído por los economistas y con A el número de lectores de un anuncio leído por los abogados. Esta recta presupuestaria es un segmento de recta representada por la ecuación $\boldsymbol{E + 2A = 16}$. Si Harry dispone de un presupuesto publicitario fijo, ¿a cuántos lectores economistas tiene que renunciar para conseguir un lector adicional entre los abogados? **2**.

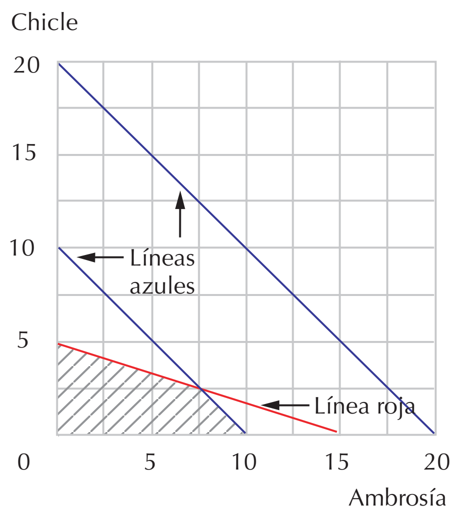
2.12 (0) En el planeta Mungo existen dos tipos de monedas: la moneda roja y la moneda azul. Cada bien tiene dos precios: un precio expresado en moneda roja y un precio expresado en moneda azul. Cada mungoniano tiene dos ingresos: un ingreso rojo y un ingreso azul.

Para adquirir un objeto, un mungoniano tiene que pagar con moneda roja el precio rojo de tal objeto y con moneda azul el precio azul. (Todas las tiendas disponen de dos cajas registradoras y un cliente tiene que pasar por ambas a la hora de adquirir un objeto.) Está prohibido intercambiar un tipo de moneda con el otro y esta norma la obliga a cumplir estrictamente la implacable y eficiente policía monetaria del planeta.

- Solamente hay dos bienes de consumo en Mungo: ambrosía y chicle. Todos los mungonianos prefieren cantidades mayores de los dos bienes a cantidades menores.
- Los precios azules son 1 uma (uma se refiere a «unidad monetaria azul») por una unidad de ambrosía y 1 uma por una unidad de chicle.

- Los precios rojos son 2 umr (umr se refiere a «unidad monetaria roja» por un a unidad de ambrosía y 6 umr por una unidad de chicle.

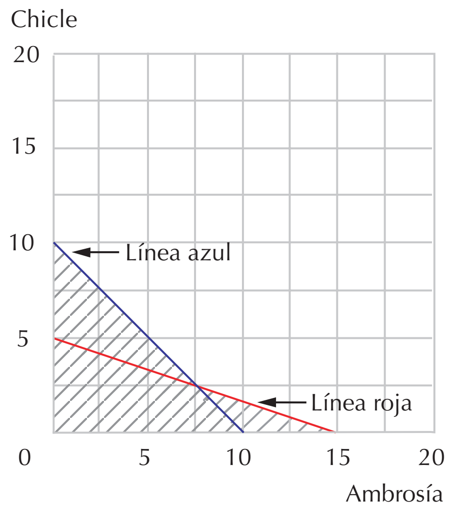
(a) En el gráfico siguiente, representa el presupuesto rojo (en color rojo) y el presupuesto azul (en color azul) para un mungoniano, de nombre Hércules, cuyo ingreso azul es 10 y cuyo ingreso rojo es 30. Sombrea el «conjunto presupuestario» que contiene todas las cestas de consumo que Hércules puede adquirir, dadas sus dos restricciones presupuestarias. Recuerda que Hércules tiene que tener una cantidad suficiente de moneda azul *y* una cantidad suficiente de moneda roja para pagar tanto el precio azul como el precio rojo de los bienes que desee consumir.



(b) Otra mungoniana, Gladiola, se enfrenta a los mismos precios que Hércules y tiene el mismo ingreso en moneda roja que él, pero su ingreso en moneda azul es 20. Explica por qué Gladiola nunca se gastará totalmente su ingreso azul independientemente de cuáles sean sus gustos. (Pista: traza las rectas presupuestarias de Gladiola.) **La recta presupuestaria de color azul se encuentra totalmente por encima de la recta presupuestaria roja, por lo que para satisfacer ambos presupuestos, una debe estar totalmente por debajo de la recta presupuestaria roja**.

(c) Un grupo de economistas radicales de Mungo opinan que las reglas monetarias son injustas. Se cuestionan lo siguiente: «¿por qué todos tenemos que pagar dos precios por todos los productos?». Ellos proponen el siguiente proyecto de reforma: Mungo continuará teniendo dos tipos de monedas, los bienes tendrán ahora un precio azul y un precio rojo y cada mungoniano continuará recibiendo un ingreso azul y un ingreso rojo. Sin embargo, nadie deberá pagar dos precios, al contrario, cada habitante del planeta deberá declararse o bien un comprador en moneda azul (un «azul») o bien un comprador en moneda roja (un «rojo») antes de realizar ninguna compra. Los azules deberán pagar en moneda azul los precios azules empleando únicamente su ingreso azul y los rojos deberán pagar en moneda roja los precios rojos empleando únicamente su ingreso rojo.

Supongamos que Hércules dispone de los mismos ingresos después de esta reforma y que los precios no varían. Antes de declarar a qué tipo de compradores quiere pertenecer, Hércules considera los conjuntos de las combinaciones de consumo que puede adquirir después de decidirse por ser un azul o un rojo. Digamos que una cesta de consumo es «alcanzable» si Hércules la puede adquirir declarándose un «azul» y la paga con moneda azul o si Hércules se declara un «rojo» y la paga con moneda roja. En el siguiente diagrama, colorea todas las combinaciones alcanzables.



2.13 (0) Las rectas presupuestarias de los mungonianos ¿son exclusivamente fruto de nuestra imaginación? ¿Se te ocurren situaciones reales en las cuales un individuo tenga que satisfacer más de una restricción presupuestaria? ¿Es la moneda el único recurso escaso que las personas agotan cuando consumen algún bien? **Para consumir muchos bienes se necesita tiempo y dinero. La gente tiene que satisfacer simultáneamente una restricción presupuestaria temporal y una restricción presupuestaria monetaria. Otros ejemplos: la gente puede tener una restricción presupuestaria calórica o una restricción presupuestaria de colesterol o una restricción presupuestaria de ingesta de alcohol**.

3 Las preferencias

Introducción

En el capítulo precedente hemos aprendido a representar gráficamente el conjunto de las cestas de consumo que un consumidor puede adquirir. En este capítulo aprenderemos cómo se representan en un diagrama de esta misma clase las informaciones relativas a las preferencias de un consumidor. En la mayor parte de los problemas se pide dibujar las curvas de indiferencia. En ocasiones facilitamos la ecuación correspondiente a esta curva, y naturalmente, ya sabemos dibujarla cuando conocemos la ecuación correspondiente.

En otros problemas, sin embargo, solamente será facilitada alguna información «cualitativa» sobre las preferencias del consumidor y tendrás que representar esquemáticamente algunas curvas de indiferencia coherentes con esta información. Esto requiere una reflexión más precisa. No te sorprendas o decepciones si no puedes vislumbrar inmediatamente la respuesta al problema y no esperes encontrarla oculta en cualquier página de tu libro de texto. El mejor método que conocemos para resolver un problema de este tipo es «pensar y bosquejar». Dibuja en una hoja un diagrama cartesiano con los ejes y sus nombres, marca un punto y pregúntate a ti mismo: «¿qué otros puntos encontraría el consumidor indiferentes a este punto?». Si es posible, dibuja la curva que conecte tales puntos, asegurándote de que la forma de la línea que has dibujado refleja las características requeridas por el problema. De este modo obtenemos una curva de indiferencia. Podemos repetir sucesivamente este procedimiento eligiendo un punto preferido al elegido inicialmente y dibujando la curva que pasa por ese punto.

Ejemplo: A Giocasta le encanta bailar y detesta hacer la limpieza de la casa. Sus preferencias son estrictamente convexas: prefiere bailar a desarrollar cualquier otra actividad y nunca se cansa, pero cuanto más tiempo emplea en limpiar la casa, más infeliz es. Dibujemos una curva de indiferencia que sea coherente con sus preferencias. No contamos con suficiente información para representar con precisión su curva de indiferencia, pero podemos determinar algunos datos acerca de su forma. Coge una hoja del cuaderno y dibuja un diagrama cartesiano: el eje horizontal representará las «horas de limpieza diarias» y el eje vertical las «horas de baile diarias». Señala un punto un poquito arriba del eje vertical y escribe al lado el número 4. En correspondencia con este punto, Giocasta baila 4 horas diarias y no hace limpieza alguna. Otros puntos indiferentes a éste deberán corresponder a un mayor número de horas de baile *y* a un número mayor de horas de limpieza. El desagrado que le inspire la limpieza adicional será compensado por el placer de disponer de horas adicionales bailando. Por lo tanto, una curva de indiferencia de Giocasta tiene que tener una pendiente positiva. Como a ella le encanta bailar y detesta hacer la limpieza, tiene que cumplirse que prefiere todos los puntos que están por encima de esta curva de indiferencia a todos aquellos que se encuentran en la curva o por debajo de ella. Dado que sus preferencias son estrictamente convexas, si trazamos una línea que una dos puntos cualesquiera pertenecientes a la misma curva de indiferencia, todos los puntos de esta línea (a excepción de los extremos) son preferidos a los extremos. Para que esto resulte así, la curva de indiferencia tiene que hacerse más inclinada cuanto más nos desplacemos a la derecha. Tienes que llegar a este convencimiento dibujando sobre el papel curvas con pendiente positiva que pasen a través del punto (0, 4) y que se hacen más inclinadas a medida que te desplazas a la derecha.

Cuando hayas completado estos ejercicios, esperamos que estés en condiciones de:

- Dibujar una curva de indiferencia y determinar su pendiente correspondiente a cualquier punto, dada su representación algebraica.
- Determinar si un consumidor prefiere una cesta de consumo a otra o es indiferente entre ambas, dadas algunas de sus curvas de indiferencia específicas.
- Dibujar curvas de indiferencia correspondientes a los casos de dos bienes que sean sustitutivos perfectos o complementarios perfectos.
- Dibujar curvas de indiferencia correspondientes a los casos en que una persona no valore uno de los bienes o ninguno de los dos.
- Dibujar curvas de indiferencia correspondientes a los casos en que una persona decida consumir un bien hasta determinada cantidad, pero que pueda acabar con «demasiada» cantidad de uno o más bienes.
- Identificar los conjuntos ligeramente preferidos y determinar si son convexos, y establecer si las preferencias que les corresponden son convexas.
- Asimilar el concepto de relación marginal de sustitución y determinar si una curva de indiferencia tiene una «relación marginal de sustitución decreciente».
- Determinar si una relación de preferencia o cualquier otra relación entre pares de objetos goza de las propiedades transitiva, reflexiva y completa.

3.1 (0) A Carlitos le gustan los albaricoques y las bananas y no consume ninguna otra cosa. La cesta de consumo que representa el consumo de Carlitos de x_A kilos de albaricoques al año y de x_B kilos de bananas al año viene dada por (x_A, x_B). El año pasado Carlitos consumió 20 kilos de albaricoques y 5 kilos de bananas. A Carlitos le es indiferente consumir la cesta (20, 5) o cualesquiera otras cestas (x_A, x_B) tales que $x_B = 100/x_A$. En otras ocasiones Carlitos es indiferente entre la cesta de consumo (10, 15) y cualquiera de las cestas (x_A, x_B) tales que $x_B = 150/x_A$.

(a) En el gráfico siguiente, determina algunos puntos pertenecientes a la curva de indiferencia que atraviesa el punto (20, 5) y dibuja esta curva en color azul. Repite el procedimiento, ahora en color rojo, para la curva que atraviesa el punto (10, 15).

(b) Utiliza un lápiz para sombrear el conjunto de las cestas de consumo que Carlitos prefiere ligeramente a la cesta (10, 15) y en color azul el conjunto de las cestas de consumo que prefiere débilmente a la cesta (20, 5).

Discrimina cuáles de las siguientes afirmaciones relativas a las preferencias de Carlitos son «verdaderas» o «falsas».

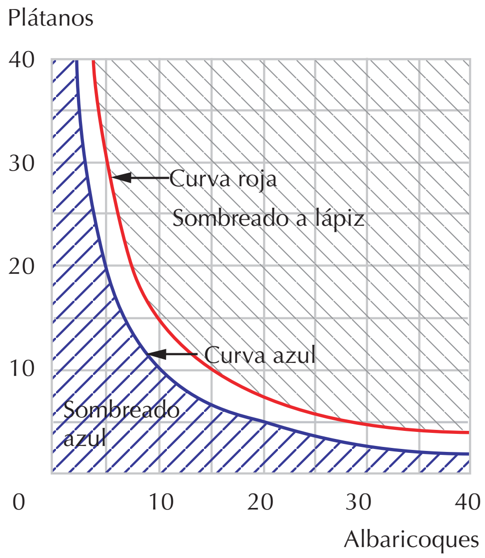
(c) $(30, 5) \sim (10, 15)$ **Verdadera**.

(d) $(10, 15) \succ (20, 5)$ **Verdadera**.

(e) $(20, 5) \succcurlyeq (10, 10)$ **Verdadera**.

(f) $(24, 4) \succcurlyeq (11, 9.1)$ **Falsa**.

(g) $(11, 14) \succ (2{,}49)$ **Verdadera**.



(h) Un conjunto es convexo si, para dos puntos cualesquiera, el segmento de la recta que une estos dos puntos pertenece también al conjunto. El conjunto de cestas de consumo que Carlitos prefiere ligeramente a la cesta (20, 5), ¿es un conjunto convexo? **Sí**.

(i) El conjunto de las cestas que a Carlitos le satisfacen menos que la cesta (20,5), ¿es un conjunto convexo? **No**.

(j) La pendiente de la curva de indiferencia de Carlitos que atraviesa el punto (X_A, X_B), se conoce como **relación marginal de sustitución** que corresponde a ese punto.

(k) Recuerda que la curva de indiferencia de Carlitos que atraviesa el punto (10, 10) corresponde a la ecuación $X_B = 100/x_A$. Quien tenga conocimiento del cálculo diferencial sabe que la pendiente de una curva en un punto no es otra cosa que su derivada, que en este caso es $-100/x^2_A$. (Si no sabes cálculo, tendrás que hacer un acto de fe en este caso.) Determina la relación marginal de sustitución de Carlitos que corresponde al punto (10, 10). **–1**.

(l) ¿Cuál es la relación marginal de sustitución de Carlitos que corresponde al punto (5, 20)? **–4**.

(m) ¿Cuál es la relación marginal de sustitución de Carlitos que corresponde al punto (20, 5)? **(–0,25)**.

(n) Las curvas de indiferencia que has dibujado, ¿presentan una relación marginal de sustitución decreciente? **Sí**.

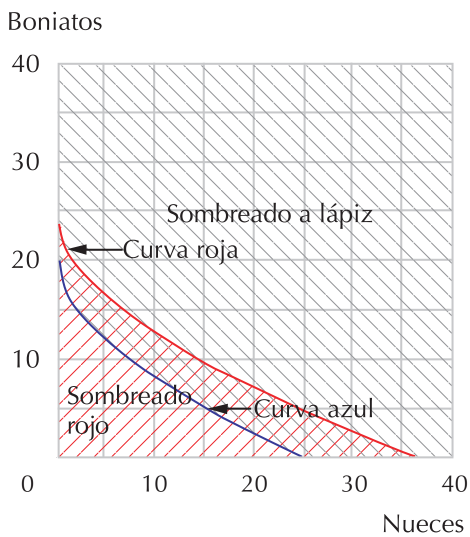
3.2 (0) Ambrosio consume solamente nueces y boniatos que, afortunadamente para él, le gustan mucho. La cesta de consumo en la cual Ambrosio consume x_1 unidades de nueces a la semana y x_2 unidades de boniatos a la semana viene dada por (x_1, x_2). Ambrosio es indiferente entre la cesta de consumo (1, 16) y cualquier cesta de consumo de la forma $(x_1\ x_2)$ tal que $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ y $x_2 = 20 - 4\sqrt{x_1}$. En otras ocasiones Ambrosio es indiferente entre la cesta de consumo (36, 0) y cualquier otra cesta del conjunto de las cestas de consumo de la forma (x_1, x_2) tal que $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ y $x_2 = 24 - 4\sqrt{x_1}$.

(a) En el gráfico siguiente, determina algunos puntos pertenecientes a la curva de indiferencia que atraviesa el punto (1, 16) y dibuja esta curva en color azul. Repite el procedimiento, ahora en color rojo, para la curva de indiferencia que atraviesa el punto (36, 0).

(b) Utiliza un lápiz para determinar el conjunto de las cestas de consumo que Ambrosio prefiere débilmente a la cesta (1, 16) y en color rojo el conjunto de las cestas de consumo que prefiere débilmente a la cesta (36, 0). El conjunto de las cestas de consumo preferidas a la cesta (1, 16), ¿es un conjunto convexo? **Sí**.

(c) ¿Cuál es la pendiente de la curva de indiferencia de Ambrosio en el punto (9, 8)? (Pista: si sabes cálculo diferencial calcula la derivada de la función; en caso contrario, dibuja cuidadosamente la curva y estima la pendiente.) **–2/3**.

(d) ¿Cuál es la pendiente de la curva de indiferencia en el punto (4, 12)? **–1**.



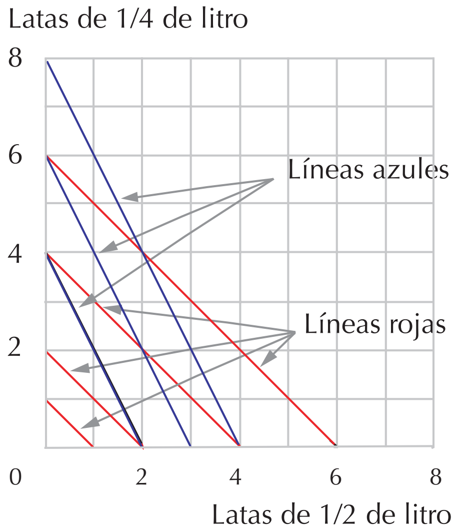
(e) ¿Cuál es la pendiente de la curva de indiferencia en el punto (9, 12)? –2/3 ¿y en el punto (4, 16)? **–1**.

(f) Las curvas de indiferencia que has dibujado, ¿presentan una relación marginal de sustitución decreciente? **Sí**.

(g) ¿Tiene Ambrosio curvas de indiferencia convexas? **Sí**.

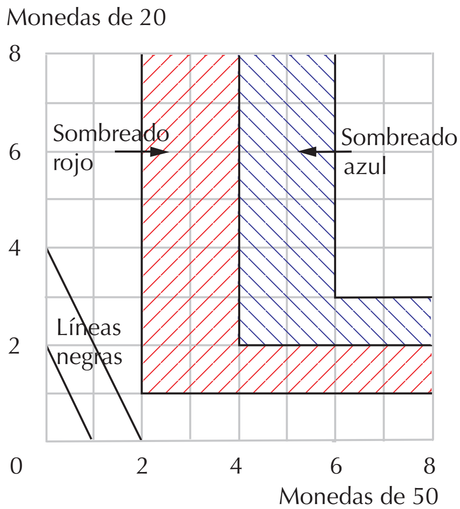
3.3 (0) Sara Simpar tiene el hábito de beber cerveza todas las noches mientras ve «Lo mejor del 1, 2, 3» en la televisión. Como Sara tiene un dedo pulgar poderoso y una nevera espaciosa, no le preocupa cuál sea el tamaño de las latas que contengan la cerveza, a ella sólo le importa la cantidad de cerveza que puede consumir.

(a) En el gráfico siguiente, dibuja en color azul algunas de las curvas de indiferencia de Sara entre las latas de 1/4 de litro y las latas de 1/2 de litro.



(b) A Linda Quina, por otra parte, le gusta beber cerveza mientras ve el programa «Su medio limón» en la televisión. Ella solamente se permite beber un 1/4 de litro cada noche. Como a su gato no le gusta la cerveza y ella detesta la cerveza macerada, si la capacidad de la lata es superior a 1/4 de litro, vierte la cantidad sobrante por la pila del fregadero. (Carece de escrúpulos morales sobre el desperdicio de la cerveza.) En el gráfico facilitado dibuja algunas de las curvas de indiferencia de Linda en color rojo.

3.4 (0) En una tórrida y polvorienta mañana de un domingo, Eladio se encuentra enfrente de *una* máquina de *Inca-Cola*. La máquina no devuelve cambio: solamente se puede obtener una lata de *Inca-Cola* si se dispone de la cantidad exacta de dinero: 2 monedas de 50 céntimos de euro y 1 de 20 céntimos. Ninguna otra combinación de monedas conseguirá sacar nada de la máquina. No hay ninguna tienda abierta ni nadie a la vista. Eladio tiene tanta sed que lo único que le importa es la cantidad de latas que puede adquirir con las monedas que tiene en su bolsillo, cuantas más mejor. Mientras Eladio rebusca en los bolsillos, tu tarea es dibujar en algunas de las curvas de indiferencia relativas a las monedas que encontrará.



(a) Si Eladio encuentra 2 monedas de 50 céntimos y 1 de 20 céntimos, puede comprar 1 lata. ¿Cuántas latas comprará si encuentra 4 monedas de 50 céntimos y 2 de 20 céntimos? **2**.

(b) Sombrea en color rojo la superficie que corresponde a las combinaciones de monedas de 50 céntimos y de 20 que para Eladio son exactamente indiferentes a 2 de 50 céntimos y 1 de 20 (naturalmente, Eladio puede encontrar en su bolsillo fracciones de las monedas de 50 y de 20, pero son inservibles en este caso). Sombrea ahora en color azul la superficie que corresponde a las combinaciones que para Eladio son exactamente indiferentes a 4 monedas de 50 y 2 de 20. Advierte que las preferencias de Eladio están representadas por «bandas» y no por curvas de indiferencia.

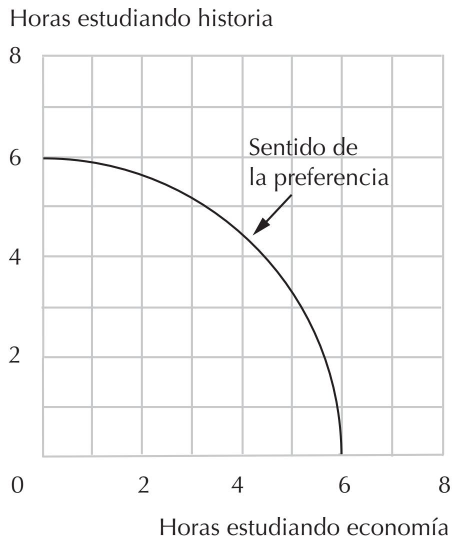
(c) Las preferencias de Eladio relativas a las monedas de 50 y de 20 céntimos, ¿son convexas? **Sí**.

(d) ¿Prefiere Eladio siempre cantidades indefinidamente mayores de los dos tipos de monedas? **No**.

(e) ¿Tiene Eladio un punto de saturación? **No**.

(f) Si Eladio hubiera ido a la máquina de *Inca-Cola* un sábado, la tienda de la calle de enfrente habría estado abierta. En esta tienda hay un contenedor de bebidas y hubiera podido comprar toda la *Inca-Cola* que hubiera querido al precio de 8 céntimos de euros el decilitro, y la tendera hubiera aceptado cualquier combinación de monedas como pago. Supongamos que Eladio decide gastarse un sábado todo el dinero de su bolsillo en esta tienda. Representa en color negro en el gráfico anterior una o dos curvas de indiferencia de Eladio relativas a las monedas de 20 y 50 céntimos en este caso. (Para simplificar, supongamos que Eladio puede emplear cualquier fracción de las monedas.) Describe verbalmente estas nuevas curvas de indiferencia. **Segmentos lineales de pendiente –2,5**.

3.5 (0) Raimundo Ruano detesta estudiar tanto economía como historia. Cuanto más tiempo dedica a estudiar cada materia, más infeliz es. Sin embargo, Raimundo tiene preferencias estrictamente convexas.



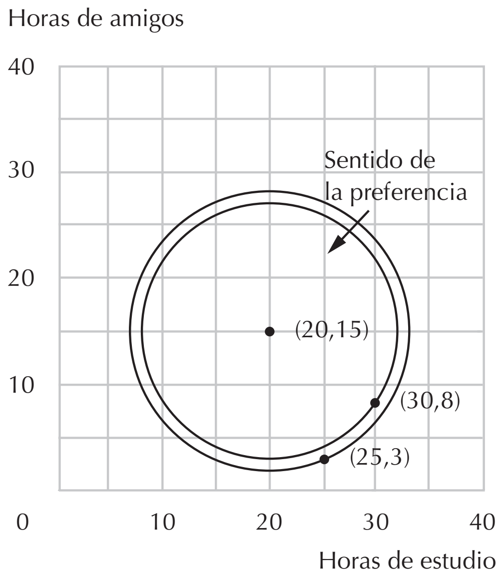
(a) Dibuja una curva de indiferencia de Raimundo considerando que los dos bienes (males) son las horas a la semana que estudia economía y las horas a la semana que estudia historia. ¿Es la pendiente de las curvas de indiferencia positiva o negativa? **Negativa**.

(b) Las curvas de indiferencia de Raimundo, ¿se hacen más inclinadas o menos inclinadas a medida que nos desplazamos a lo largo de una de ellas desde la izquierda hacia la derecha? **Más inclinadas**.

3.6 (0) A Florita Tesoro le gusta pasar parte del tiempo estudiando y parte del tiempo saliendo con amigos. De hecho, sus curvas de indiferencia relativas a las horas semanales dedicadas al estudio y a las horas semanales dedicadas a los amigos, son círculos concéntricos en torno a su combinación favorita, 20 horas de estudio y 15 horas de amigos a la semana. Cuanto más se acerca a esta combinación favorita, tanto más feliz es.

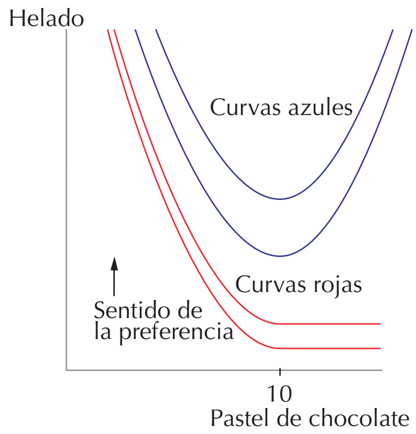
(a) Supongamos que Florita está dedicando 25 horas al estudio a la semana y 3 horas semanales a los amigos. ¿Preferiría estar estudiando 30 horas a la semana y pasar 8 horas a la semana con los amigos? **Sí**. (Pista: ¿recuerdas cómo se determina la distancia entre dos puntos de un plano?)

(b) En el gráfico correspondiente, representa algunas de las curvas de indiferencia de Florita de modo que ilustren cuál de las dos asignaciones discutidas anteriormente resultará la preferida.



3.7 (0) A Ximena le encanta el pastel de chocolate y el helado, pero después de 10 raciones de pastel no puede con más y seguir comiéndolo la hace infeliz. Por el contrario, Ximena siempre prefiere tomar más helado. Los padres de Ximena la obligan a comer todo lo que tenga en el plato. Dibuja en el diagrama en color azul el conjunto de las curvas de indiferencia que representan sus preferencias relativas a los platos que contengan cantidades diferentes de pastel y de helado. No olvides denominar correctamente los ejes.

(a) Supongamos que las preferencias de Ximena son las mismas que las descritas anteriormente, pero que ahora sus padres le permiten dejar en el plato aquello que no desee comer. Dibuja en color rojo algunas curvas de indiferencia que representen sus preferencias relativas a los platos que contengan cantidades diferentes de pastel y de helado.

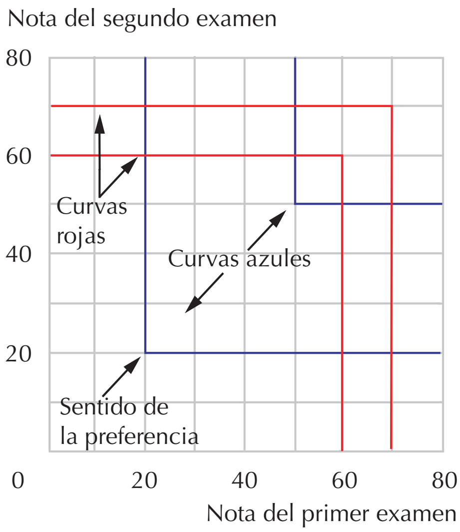


3.8 (0) El profesor Buencorazón siempre programa dos exámenes escritos en sus clases de contabilidad, y para evaluar a un estudiante solamente tiene en cuenta la puntuación más alta obtenida en los dos exámenes.

(a) Natalia Lejarreta quiere maximizar su nota este curso. Si x_1 es su puntuación en el primer examen y x_2 es su puntuación en el segundo examen, ¿qué combinación de puntuaciones preferirá: $x_1 = 20$ y $x_2 = 70$ o $x_1 = 60$ y $x_2 = 60$? **(20, 70)**.

(b) En el gráfico de abajo, dibuja en color rojo una curva de indiferencia que represente todas las combinaciones de puntuaciones que Natalia considera exactamente igual de buenas a $x_1 = 20$ y $x_2 = 70$. También en color rojo, dibuja una curva de indiferencia que represente las combinaciones que Natalia considera tan buenas como $x_1 = 60$ y $x_2 = 60$.

(c) Las preferencias de Natalia relativas a estas combinaciones, ¿son convexas? **No**.



(d) Natalia está asistiendo asimismo a un curso de economía del profesor Castigo. El profesor Castigo también realiza dos exámenes, pero en lugar de descartar la puntuación más baja, descarta la más alta. Digamos que x_1 es la nota del primer examen y que x_2 es la nota del segundo. ¿Qué combinación de puntuaciones preferirá Natalia: $x_1 = 20$ y $x_2 = 70$ o $x_1 = 60$ y $x_2 = 50$? **(60, 50)**.

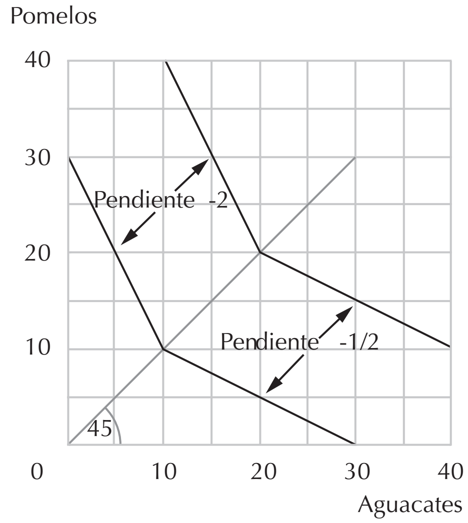
(e) En el gráfico anterior, dibuja en color azul una curva de indiferencia que represente todas las combinaciones de puntuaciones de los exámenes de economía que Natalia considera exactamente tan buenas como $x_1 = 20$ y $x_2 = 70$. También en azul, dibuja una curva de indiferencia que represente las combinaciones que sean para Natalia tan buenas como $x_1 = 60$ y $x_2 = 50$. Las preferencias de Natalia relativas a estas combinaciones, ¿son convexas? **Sí**.

3.9 (0) A Gabriela Granola le encanta consumir dos bienes, pomelos y aguacates.

(a) En el gráfico siguiente, la pendiente de una curva de indiferencia relativa a las combinaciones en las cuales Gabriela ha consumido más pomelos que aguacates es –2. Esto significa que cuando consume más pomelos que aguacates, Gabriela está dispuesta a renunciar a 2 pomelo(s) para conseguir un aguacate.

(b) En el mismo gráfico, la pendiente de una curva de indiferencia relativa a las combinaciones en las cuales Gabriela ha consumido menos pomelos que aguacates es –1/2. Esto significa que cuando consume menos pomelos que aguacates, Gabriela está dispuesta a renunciar a 1/2 pomelo(s) para conseguir un aguacate.

(c) Dibuja en el gráfico una curva de indiferencia que atraviese el punto (20*A*, 10*P*) (*A* = aguacate y *P* = pomelo) y la que pasa por el punto (20*A*, 20*P*).



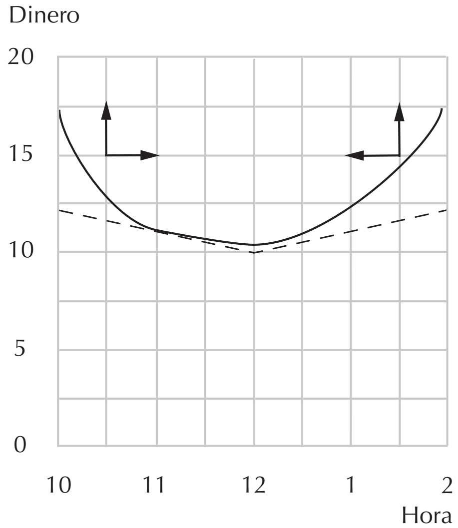
(d) ¿Son convexas las preferencias de Gabriela? **Sí**.

3.10 (2) A Rafael Rígido le gusta almorzar a las doce en punto. Sin embargo, también le gusta ahorrar dinero para poder adquirir otros bienes acudiendo a los almuerzos para los «tempraneros» y para los de «última hora» que sirven en su restaurante local. Rafael dispone de 15 euros diarios para gastar en el almuerzo y en otros bienes. El almuerzo al mediodía cuesta 5 euros y si lo retrasa t horas después del mediodía o lo adelanta t horas al mediodía, el precio del almuerzo se reduce a $5 - t$. (Esto es válido para las fracciones de horas y para los enteros de horas.)

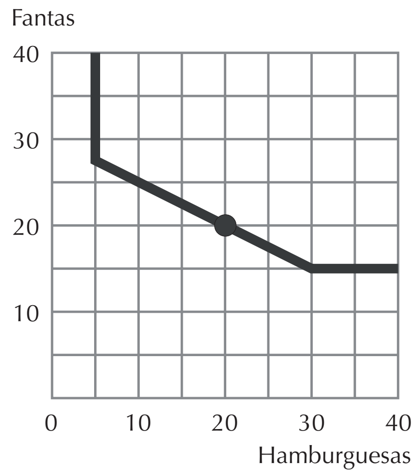
(a) Si Rafael almuerza a las doce, ¿cuánto dinero le queda al día para adquirir otros bienes? **10 euros**.

(b) ¿Cuánto dinero le quedaría al día para adquirir otros bienes si almuerza a las 2 de la tarde? **12 euros**.

(c) En el gráfico correspondiente, traza en color azul la línea fragmentada que representa las únicas combinaciones de las horas de almuerzo y de dinero para otros bienes que Rafael puede adquirir. En este mismo gráfico dibuja algunas de las curvas de indiferencia coherentes con la elección del almuerzo a las 11 de la mañana.



3.11 (0) Hilario Herrera consume 20 hamburguesas y 20 *fantas* a la semana. Representamos en el gráfico correspondiente una típica curva de indiferencia de Hilario.



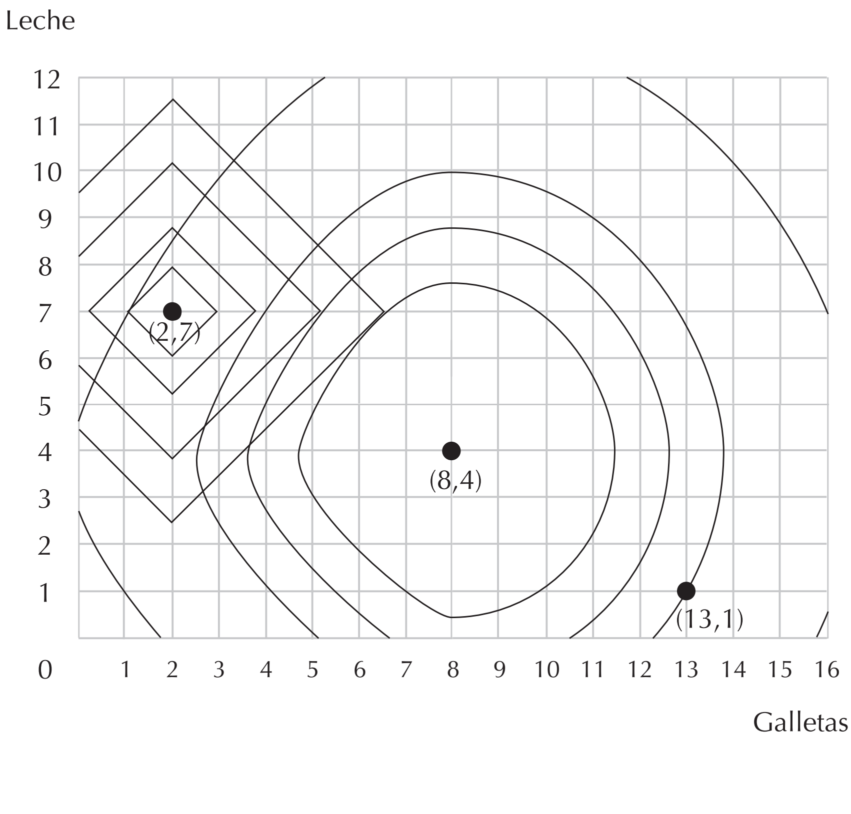
(a) Si alguien le ofreciera a Hilario renunciar a una *fanta* a cambio de una hamburguesa, ¿aceptaría Hilario el cambio? **No**.

(b) Y si fuera al contrario, renunciar a una hamburguesa a cambio de una *fanta*, ¿aceptaría Hilario el cambio? **Sí**.

(c) ¿A qué relación de intercambio entre los dos bienes decidirá Hilario no apartarse de su actual nivel de consumo? **2 hamburguesas por una *fanta*.**

3.12 (1) Timoteo Téllez goza de la máxima satisfacción cuando come 8 galletas y bebe 4 vasos de leche al día. Disponer de una mayor cantidad de su elección favorita de cualquiera de los bienes no le produce más satisfacción. Por otra parte, si dispone de menor cantidad de su combinación favorita, el conseguir más sí le produce más satisfacción. Su madre le permite beber 7 vasos de leche, pero sólo le deja comer 2 galletas al día. Un día que su madre estaba fuera, la sádica hermana de Timoteo le obligó a comer 13 galletas con 1 solo vaso de leche, a pesar de que Timoteo protestaba amargamente sobre las últimas 5 galletas que tuvo que engullir y de que clamaba por más leche. Aunque Timoteo se quejó más tarde a su madre, tuvo que admitir que disfrutó más con la dieta que su hermana le había obligado a consumir que con la que su madre le tenía establecida.

(a) Dibuja en color negro algunas curvas de indiferencia de Timoteo que son coherentes con lo descrito.



(b) La madre de Timoteo cree que la combinación óptima para su hijo es consumir 7 vasos de leche y 2 galletas, y mide las desviaciones de estas cantidades en valores absolutos. Si Timoteo consume una cesta diferente, digamos (g, l), en donde g representa las galletas y l *la* leche, ella mide la desviación de la cesta óptima como $D = l7 - l1 + l2 - gl$. La madre piensa que Timoteo estará tanto peor cuanto mayor sea el valor de D. En color azul, representa en la gráfica anterior unas cuantas de las curvas de indiferencia de la señora Téllez relativas al consumo de Timoteo. (Pista: antes de dibujar las curvas de indiferencia de la señora Téllez, representa en otro papel el lugar geométrico de los puntos (x_1, x_2) tales que $lx_1\ l + l\ x_2\ l = 1$.)

3.13 (0) Al entrenador Esteroide le gusta que sus jugadores sean pesados, rápidos y obedientes. Si el jugador *A* es mejor que el jugador *B* en dos de estas tres características, entonces Esteroide preferirá *A* a *B*, pero si *B* es mejor que *A* en dos de estas tres características, entonces prefiere *B* a *A*. De cualquier otra manera, es indiferente entre ellos. Wilbur Westinghouse pesa 160 kilos, no es muy veloz y es bastante obediente. Harold Hotpoint pesa 110 kilos, es muy veloz y muy desobediente. Jerry Jacuzzi pesa 70 kilos, es medianamente veloz y extremadamente obediente.

(a) ¿Prefiere Esteroide Westinghouse a Hotpoint o viceversa? **Prefiere Westinghouse a Hotpoint**.

(b) ¿Prefiere Esteroide Hotpoint a Jacuzzi o viceversa? **Prefiere Hotpoint a Jacuzzi**.

(c) ¿Prefiere Esteroide Westinghouse a Jacuzzi o viceversa? **Prefiere Jacuzzi**.

(d) ¿Son las preferencias de Esteroide transitivas? **No**.

(e) Tras haber perdido diversos campeonatos, Esteroide decide cambiar su método de evaluar a sus jugadores. De acuerdo con sus nuevas preferencias, Esteroide prefiere el jugador *A* al jugador *B* si *A* es mejor en todas las características ya mencionadas, y prefiere el jugador *B* al *A,* si el jugador *B* es mejor en todas las características. Es indiferente entre *A* y *B* si pesan lo mismo, si corren a la misma velocidad y si son igualmente obedientes. En todos los demás casos se limita a decir: «*A* y *B* no son comparables».

(f) ¿Las nuevas preferencias de Esteroide son completas? **No**.

(g) ¿Las nueva s preferencias de Esteroide son transitivas? **Sí**.

(h) ¿Las nuevas preferencias de Esteroide son reflexivas? **Sí**.

3.14 (0) La familia Oso está tratando de decidir qué va a cenar. El bebé Oso comenta su orden de preferencias: miel, orugas, Ricitos de Oro. La mamá Osa clasifica sus preferencias de esta manera: orugas, Ricitos de Oro, miel; y el papá Oso prefiere Ricitos de Oro, miel, orugas. La familia decide examinar las opciones de dos en dos y determinar la elección por voto mayoritario.

(a) Papá Oso sugiere que se considere primero la alternativa entre la miel o las orugas, y la ganadora entre ellas o Ricitos de Oro. ¿Qué alternativa será elegida? **Ricitos de oro**.

(b) Mamá Osa sugiere que en lugar de esto, consideren primero la alternativa entre la miel o Ricitos de Oro y la ganadora entre ellas o las orugas. ¿Qué alternativa será elegida? **Ricitos de oro**.

(c) ¿Qué orden de votaciones sugerirá el bebé Oso si quiere conseguir su alimento favorito para la cena? **Orugas en lugar de Ricitos de Oro y después miel en lugar del que gane**.

(d) Las «preferencias colectivas» de la familia Oso, tal como han sido determinadas por las votaciones, ¿son transitivas? **No**.

3.15 (0) Al Señor Olson le gusta el café bien cargado, cuanto más cargado mejor, pero es incapaz de advertir pequeñas diferencias. A lo largo de los años, la señora Olson ha descubierto que si varía la cantidad de café en una cucharadita de más o de menos en su cafetera de seis tazas, el señor Olson advierte la diferencia, pero que no puede distinguir las variaciones que son más pequeñas que una cucharadita por cafetera. Si A y B son dos tazas de café, expresamos que $A \succ B$ si el señor Olson prefiere la taza A a la taza B, expresamos que $A \succ B$ si el señor Olson prefiere la taza A a la taza B o si no puede diferenciarlas, y expresamos que $A \sim B$ si el señor Olson no puede distinguir la taza A de 1a taza B. Supongamos que la señora Olson propone a su marido las tazas A, B y C, todas ellas preparadas en la cafetera de seis tazas. Ha preparado la taza A con 14 cucharaditas de café en la cafetera, la taza B con 14,75 cucharaditas de café y la taza C con 15,5 cucharaditas de café. Establece cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas *y* cuáles son falsas:

(a) $A \sim B$ **Verdadera**.
(b) $B \sim A$ **Verdadera**.
(c) $B \sim C$ **Verdadera**.
(d) $A \sim C$ **Falsa**.
(e) $C \sim A$ **Falsa**.
(f) $A \succcurlyeq B$ **Verdadera**.
(g) $B \succcurlyeq A$ **Verdadera**.
(h) $B \succcurlyeq C$ **Verdadera**.
(i) $A \succcurlyeq C$ **Falsa**.
(j) $C \succcurlyeq A$ **Verdadera**.
(k) $A \succ B$ **Falsa**.
(l) $B \succ A$ **Falsa**.
(m) $B \succ C$ **Falsa**.
(n) $A \succ C$ **Falsa**.
(ñ) $C \succ A$ **Verdadera**.
(o) La relación «al-menos-tan-buena-como», $\succcurlyeq$, ¿es transitiva? **No**.
(p) La relación «no-puede-distinguirlas», ~, ¿es transitiva? **No**.
(q) La relación «mejor-que», $\succ$, ¿es transitiva? **Sí**.

4 La utilidad

Introducción

En el capítulo anterior estudiamos las preferencias y las curvas de indiferencia. Ahora vamos a examinar otra manera de describir las preferencias, la función de utilidad. Una función de utilidad representa las preferencias de una persona asignando a cada una de las cestas de consumo un valor numérico correspondiente a la utilidad. Los valores son asignados de tal manera que la utilidad de la cesta de consumo (x, y) es mayor que la de la cesta (x', y'), si, y sólo si, el consumidor prefiere (x, y) a (x', y'). Si la función de utilidad de un consumidor es $U(x_1, x_2)$, entonces será indiferente entre dos cestas de consumo a las cuales se les ha asignado la misma utilidad.

Si se conoce la función de utilidad de un consumidor, es posible calcular la curva de indiferencia que atraviesa cualquier cesta de consumo. Recuerda del capítulo anterior que cuando el bien 1 es representado gráficamente en el eje horizontal y el bien 2 en el eje vertical, la pendiente de la curva de indiferencia que atraviesa un punto cualquiera (x_1, x_2) corresponde a la relación marginal de sustitución. Un hecho importante y que conviene recordar es que la pendiente de una curva de indiferencia es igual a la relación entre la utilidad marginal del bien 1 y la utilidad marginal del bien 2 precedida del signo negativo. Si se conoce siquiera un poquito de cálculo diferencial, es fácil calcular las utilidades marginales. Para hallar la utilidad marginal de cualquier bien, simplemente se calcula la derivada de la utilidad con respecto a la cantidad de dicho bien, considerando la cantidad del otro bien como constante. (Si no sabes nada de cálculo, puedes emplear el método de aproximación descrito en el libro de texto. Asimismo, al final de esta introducción presentamos una lista de las funciones de utilidad marginales correspondientes a las funciones de utilidad más comunes. Incluso en el caso de que no puedas resolverlo tú mismo, puedes recurrir a esta lista cuando un problema requiera el empleo de una expresión específica de las utilidades marginales.)

Ejemplo: La función de utilidad de Arturo es $U(x_1, x_2) = x_1x_2$. Vamos a hallar la curva de indiferencia de Arturo que atraviesa el punto (3, 4). En primer lugar calculamos que $U(3, 4) = 3 \times 4 = 12$. La curva de indiferencia que atraviesa este punto incluye todos aquellos puntos (x_1, x_2) tales que $x_1x_2 = 12$. Como esta última ecuación es equivalente a $x_2 = 12/x_1$, para determinar la curva de indiferencia de Arturo basta con dibujar la curva que representa la ecuación $x_2 = 12/x_1$. En un punto cualquiera (x_1, x_2), la utilidad marginal del bien 1 es x_2 y la utilidad marginal del bien 2 es x_1. Por lo tanto, la relación marginal de sustitución de Arturo que corresponde al punto (3, 4) es $-x_2/x_1 = -4/3$.

Ejemplo: La función de utilidad de Basilio, el tío de Arturo, es $U^*(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - 10$. Notemos que $U^*(x_1, x_2) = 3U(x_1, x_2) - 10$, donde $U(x_1, x_2)$ es la función de utilidad de Arturo. Como U^* es un múltiplo positivo de U menos una constante, se tiene que cumplir que cualquier variación en el consumo que incremente U incrementará también U^* (y viceversa). Por lo tanto, decimos que la función de utilidad de Basilio es una *transformación monótona positiva* de la función de utilidad de Arturo. Hallemos ahora la curva de indiferencia de Basilio que atraviesa el punto (3, 4). Calculamos primero que $U^*(3, 4) = 3 \times 3 \times 4 - 10 = 26$. La curva de indiferencia que atraviesa este punto corresponde al conjunto de puntos $(x_1$ y $x_2)$ tales que $3x, x_2 - 10 = 26$. Simplificamos esta última expresión sumando 10 a ambos lados de la ecuación y dividiendo por 3. De este modo obtenemos $x_1x_2 = 12$, o su equivalente, $x_2 = 12/x_1$, que no es otra que la curva de indiferencia de Arturo que corresponde al mismo punto (3, 4). Hubiéramos podido conocer el resultado anticipadamente, porque si la función de utilidad de un consumidor es la transformación monótona positiva de la de otro consumidor, las preferencias asociadas a las dos funciones son idénticas.

Después de completar estos ejercicios, esperamos que estés en condiciones de:

- Dibujar una curva de indiferencia que atraviese una determinada cesta de consumo, dada la función de utilidad.
- Calcular las utilidades marginales y las relaciones marginales de sustitución, dada la función de utilidad.
- Determinar si una función de utilidad es solamente una «transformación monótona positiva» de otra y comprender qué implica esto acerca de las preferencias.
- Determinar las funciones de utilidad que representan las preferencias en el caso de dos bienes que sean sustitutivos perfectos o complementarios perfectos.
- Reconocer las funciones de utilidad que representan las preferencias más comúnmente estudiadas, como las relativas a los bienes que son sustitutivos perfectos o complementarios perfectos y a otras curvas de indiferencia que tienen un vértice, la utilidad cuasilineal y la función de utilidad Cobb-Douglas.

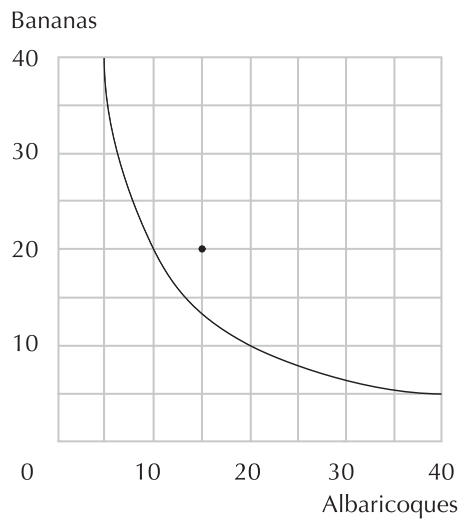
4.0 Ejercicio de calentamiento: Éste es el primero de una serie de «ejercicios de calentamiento» que encontrarás en este libro. Su propósito es ayudarte a escoger los cálculos requeridos para la resolución de los problemas. Puedes encontrar la respuesta a *todos* los ejercicios de calentamiento en las últimas páginas de las respuestas. Si te parece que estos ejercicios son demasiado fáciles y aburridos, adelántate y comienza a resolver los problemas principales. Siempre puedes retroceder y examinarlos de nuevo si te quedaras bloqueado.

Este ejercicio requiere calcular la utilidad marginal y la relación marginal de sustitución de algunas de las funciones de utilidad más comunes. Como reaparecerán en los sucesivos capítulos, es mejor conocerlas ahora. Si sabes cálculo, encontrarás estos ejercicios muy facilitos, e incluso si tienes un conocimiento mínimo o nulo, puedes resolver las tres primeras funciones de utilidad utilizando solamente las definiciones del libro de texto, porque se trata de funciones de utilidad lineales. Si no tienes ninguna noción del cálculo diferencial, limítate a copiar las respuestas del final del libro y úsalas como referencia cuando un problema requiera el empleo de estas funciones.

$U(x_1, x_2)$	$UM_1(x_1, x_2)$	$UM_2(x_1, x_2)$	$RMS(x_1, x_2)$
$2x_1 + 3x_2$	2	3	–2/3
$4x_1 + 6x_2$	4	6	–2/3
$ax_1 + bx_2$	a	b	$-a/b$
$2\sqrt{x_1} + x_2$	$\frac{1}{\sqrt{x_1}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{x_1}}$
$\text{In } x_1 + x_2$	$1/x_1$	1	$1/x_1$
$U(x_1) + x_2$	$U'(x_1)$	1	$-U'(x_1)$
x_1x_2	x_2	x_1	$-x_2/x_1$
$x^a{}_1x^b{}_2$	$ax^a{}_1{}^{-1}x^b{}_2$	$bx^a{}_1x^b{}_2{}^{-1}$	$-\frac{ax_2}{bx_1}$
$(x_1 + 2)(x_2 + 1)$	$x_2 + 1$	$x_1 + 2$	$-\left(\frac{x_2+1}{x_1+2}\right)$
$(x_1 + a)(x_2 + b)$	$x_2 + b$	$x_1 + a$	$-\left(\frac{x_2+b}{x_1+a}\right)$
$x^a{}_1 + x^a{}_2$	$ax^a{}_1{}^{-1}$	$ax^a{}_2{}^{-1}$	$-\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$

4.1 (0) ¿Recuerdas a Carlitos del capítulo 3? Carlitos consume albaricoques y bananas y en el capítulo anterior habíamos visto dos de sus curvas de indiferencia. En este problema proporcionamos suficiente información para que puedas determinar *todas* sus curvas de indiferencia. Esta información es el resultado de su función de utilidad, que viene dada por $U(x_A, x_B) = x_Ax_B$.

(a) Carlitos tiene 40 albaricoques y 5 bananas. Su función de utilidad relativa a la cesta de consumo (40, 5) es $U(40, 5) =$ **200**. La curva de indiferencia que pasa por el punto (40,5) incluye todas las cestas de consumo (x_A, x_B) tales que $x_Ax_B =$ **200**. De manera que la curva de indiferencia que atraviesa (40, 5) está representada por la ecuación $x_B = \frac{200}{x_A}$.
Dibuja en el gráfico la curva de indiferencia que incluye todas las cestas de consumo que a Carlitos le satisfacen tanto como su propia cesta.

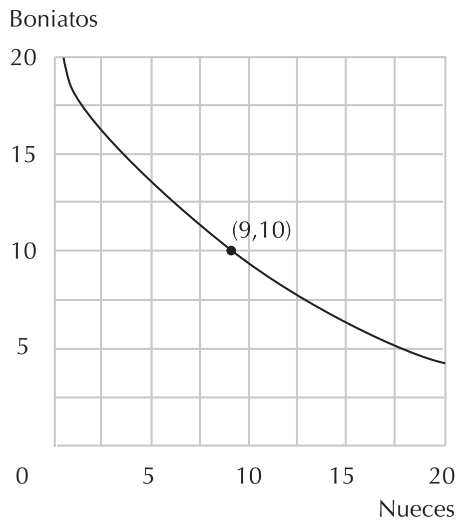


(b) Diana le ofrece a Carlitos 15 bananas a cambio de 25 albaricoques. Si acepta este intercambio, ¿preferirá Carlitos esta nueva cesta de consumo a la anterior? **Sí**. ¿Cuál es el mayor número de albaricoques que Diana demandará a Carlitos a cambio de las 15 bananas si cree que él aceptará intercambiar con ella o que cuando menos estará indiferente? **30**. (Pista: si Diana le da a Carlitos 15 bananas, éste tendrá un total de 20 bananas, y si Carlitos tiene 20 bananas, ¿cuántos albaricoques necesitará para estar tan satisfecho como estaba antes del intercambio?)

4.2 (0) Ambrosio, a quien conocemos del capítulo anterior, crece robustamente gracias a su consumo de nueces y boniatos. Ya vimos dos de sus curvas de indiferencia: una de ellas con ecuación $x_2 = 20 - 4\sqrt{x_1}$ otra de ellas con ecuación $x_2 = 24 - 4\sqrt{x_1}$, donde x_1 es la cantidad de nueces que consume y x_2 es la cantidad de boniatos que consume. Ahora podemos decir que la función de utilidad de Ambrosio es cuasilineal; de hecho, sus preferencias se pueden representar por la función de utilidad $U(x_1, x_2) = 4\sqrt{x_1} + x_2$.

(a) Ambrosio consumía inicialmente 9 unidades de nueces y 10 unidades de boniatos. Ahora su consumo de nueces es reducido a 4 unidades, pero recibe una cantidad de boniatos suficiente para mantener inalterada su satisfacción anterior. ¿Cuántas unidades de boniatos consume Ambrosio ahora? **14**.

(b) Indica en el gráfico siguiente la cesta de consumo inicial de Ambrosio y dibuja una curva de indiferencia que atraviese ese punto. Como podemos comprobar, Ambrosio es indiferente entre la cesta (9, 10) y la cesta (25, 2). Si doblamos la cantidad de cada uno de los bienes presentes en cada cesta obtenemos las cestas (18, 20) y (50, 4). ¿Pertenecen estas dos cestas a la misma curva de indiferencia? **No**. (Pista: ¿cómo se verifica si dos cestas son indiferentes entre sí cuando conocemos la función de utilidad?)



(c) ¿Cuál es la relación marginal de sustitución de Ambrosio $RMS(x_1, x_2)$, que corresponde a la cesta de consumo (9, 10)? (Da una respuesta numérica.) **–2/3**. ¿Cuál es la relación marginal de sustitución de Ambrosio que corresponde a la cesta de consumo (9, 20)? **–2/3**.

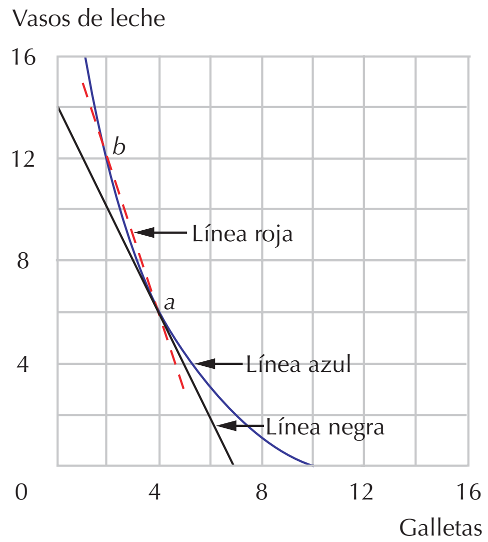
(d) Podemos representar genéricamente la relación marginal de sustitución de Ambrosio que corresponde a una cesta de consumo cualquiera $(x_1\ x_2)$. Esta expresión es $RMS(x_1, x_2) = \mathbf{-2/\sqrt{x_1}}$. Aunque siempre escribirnos la expresión $RMS(x_1, x_2)$ en función de las dos variables, x_1 y x_2, observamos una

propiedad especial en esta función de utilidad, es decir, la relación marginal de sustitución no varía cuando la variable $\boldsymbol{x_2}$ varía.

4.3 (0) La función de utilidad de BIas es $U(x_1, x_2) = (x_1 + 2)(x_2 + 6)$, donde x_1 representa el número de galletas y x_2 representa el número de vasos de leche que consume.

(a) ¿Cuál es la pendiente de la curva de indiferencia de Blas que corresponde a la cesta de consumo (4, 6)? **–2**. Representa en color negro la recta con esta pendiente que pasa por el punto (4, 6). (Procura dibujar con una cierta precisión y pulcritud, ya que en este caso los detalles son importantes.) La recta que has dibujado es la *tangente* a la curva de indiferencia del consumidor en el punto (4, 6).

(b) La curva de indiferencia que pasa por el punto (4, 6) pasa también por los puntos (**10**, 0), (7, **2**) y (2, **12**). Representa esta curva con azul. La ecuación de la curva de indiferencia de Blas que atraviesa el punto (4, 6) es $x_2 = \mathbf{72/(x_1 + 2) - 6}$.



(c) Blas dispone en este momento de la cesta (4, 6). Epi le ofrece 9 vasos de leche si Blas le da a cambio 3 galletas. Si Blas acepta este cambio, obtendrá la cesta de consumo (1, 15). Pero Blas rehúsa el intercambio, ¿ha sido una decisión inteligente? **Sí**, $\boldsymbol{U(1, 15) = 63 < U(4, 6) = 72}$. Señala en el gráfico la cesta de consumo (1, 15).

(d) Epi le dice a Blas: «Blas, tu relación marginal de sustitución es –2. Esto significa que para ti una galleta adicional vale solamente el doble de lo que vale un vaso adición al de leche. Te ofrecí 3 vasos de leche por cada galleta que tú me dieras. Si te ofrezco más que tu relación marginal de sustitución, entonce deberías querer intercambiar conmigo». Pero responde Blas: «Epi, es cierto que mi relación marginal de sustitución es –2, pero esto sólo quiere decir que estoy dispuesto a efectuar *pequeños* cambios si consigo más de 2 vasos de leche por cada galleta que te doy, pero 9 vasos de leche por 3 galletas es un intercambio demasiado grande. Mis curvas de indiferencia no son líneas rectas, ¿entiendes?». ¿Estará dispuesto Blas a renunciar a 1 galleta por 3 vasos de leche? **Sí**, $\boldsymbol{U(3, 9) = 75 > U(4, 6) = 72}$. ¿Y a intercambiar 2 galletas por 6 vasos de leche? **No**, $\boldsymbol{U(2, 12) = 72 = U(4, 6)}$.

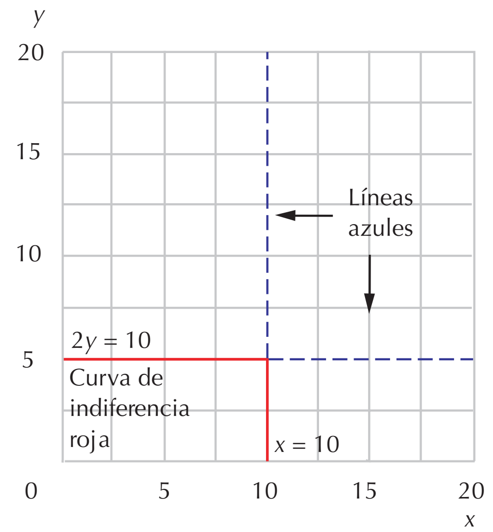
(e) Traza en tu gráfico, en color rojo, una recta con pendiente –3 que pase por el punto (4,6). Esta recta representa todas las cestas de consumo que Blas puede conseguir intercambiando galletas por leche (o leche por galletas) a la relación de 1 galleta por cada 3 vasos de leche. Los intercambios que aumentan la satisfacción de Blas corresponden solamente a un segmento de la recta. Márcalo en tu gráfico con las letras *AB*.

4.4 (0) La función de utilidad de Pánfilo Real es $U(x, y) = \max\{x, 2y\}$.

(a) Traza en el gráfico en color azul la recta que corresponde a las ecuaciones $x = 10$ y $2y = 10$, escribiendo al lado de cada una de ellas las ecuaciones correspondientes.

(b) Si $x = 10$ y $2y < 10$, entonces $U(x, y)$ = **10**. Si $x < 10$ y $2y = 10$, entonces $U(x, y)$ = **10**.

(c) Traza ahora en color rojo la curva de indiferencia que corresponde a $U(x, y) = 10$. ¿Son convexas las preferencias de Pánfilo? **No**.



4.5 (0) Como posiblemente recordarás, Natalia Lejarreta está asistiendo al curso de economía del profesor Castigo. En el curso tienen lugar dos exámenes y la nota final del curso es la menor de las puntuaciones que se consigan en estos dos exámenes. Natalia desea conseguir la máxima nota en este curso.

(a) Escribe la función de utilidad que representa las preferencias de Natalia con las combinaciones alternativas de las puntuaciones x_1 y x_2 de los exámenes 1 y 2 respectivamente. $U(x_1, x_2)$ = $\mathbf{\min\{x_1, x_2\}}$ **o cualquier transformación monótona**.

4.6 (0) ¿Recuerdas a Sara Simpar y a Linda Quina que conocimos en el capítulo precedente? Sara cree que una lata de 1/2 de litro es tan satisfactoria como dos latas de 1/4 litro. Linda, que solamente bebe latas de 1/4 y detesta la cerveza caliente y sin gas, piensa que una lata de 1/2 litro no es mejor ni peor que una de 1/4.

(a) Escribe una función de utilidad que represente las preferencias de Sara entre las cestas de consumo compuestas por una lata de cerveza de 1/2 y dos de 1/4. Indicamos con X las latas de 1/2 litro y con Y las latas de 1/4 litro. $\boldsymbol{u(X, Y) = X + 2Y}$.

(b) Escribe ahora una función de utilidad que represente las preferencias de Linda. $\boldsymbol{u(X, Y) = X + Y}$.

(c) ¿Podría la función $U(X, Y) = 100X + 200Y$ representar las preferencias de Sara? **Sí**. ¿Podría la función de utilidad $U(x, y)$ $(5X + 10Y)$ representar sus preferencias? **Sí**. ¿Podría la función de utilidad $U(x, y) = X + 3Y$ representar sus preferencias? **No**.

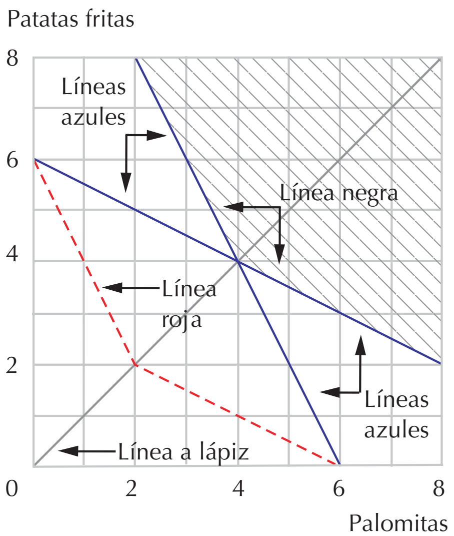
(d) Proporciona un ejemplo de dos cestas de consumo tales que Sara prefiera la primera cesta a la segunda, mientras que Linda prefiera la segunda a la primera. **Sara prefiere (0,2) a (3, 0). Linda discrepa**.

4.7 (0) Hugo Motorola tiene una función de utilidad dada por $U(x_1, x_2) = \min\{x_1 + 2x_2\ 2x_1 + x_2\}$, donde x_1 representa su consumo de palomitas y x_2 representa su consumo de patatas fritas.

(a) Representa en el gráfico, con lápiz, el lugar geométrico de los puntos para los cuales $x_1 + 2x_2 = 2x_1 + x_2$. Representa en color azul el lugar geométrico de los puntos para los cuales $x_1 + 2x_2 = 12$ y también en color azul, el lugar geométrico de los puntos para los cuales $2x_1 + x_2 = 12$.

(b) En el gráfico que acabas de dibujar sombrea la región que corresponde al lugar donde *ambas* de las siguientes desigualdades son satisfechas: $x_1 + 2x_2 \geq 12$ y $2x_1 + x_2 \geq 12$. Que corresponda a la cesta $(x_1, x_2) = (8, 2)$, $2x_1 + x_2 = 18$ y $x_1 + 2x_2 = \mathbf{12}$. Por 10 tanto, $u(8, 2) = \mathbf{12}$.

(c) Representa en color negro la curva de indiferencia en la cual la utilidad de Hugo es igual a 12, y en color rojo la curva de indiferencia en la cual su utilidad es igual a 6. (Pista: ¿hay algo en Hugo Motorola que te recuerde a Gabriela Granola?)



(d) Con relación al punto correspondiente al consumo de Hugo de 5 unidades de palomitas y 2 unidades de patatas fritas, ¿cuántas unidades de palomitas estaría dispuesto a ceder a cambio de 1 unidad de patatas fritas? **2**.

4.8 (1) A Vanesa Bolero le encantan las fiestas con muchos invitados. Manifiesta también una gran preferencia por tener el mismo número de hombres que de mujeres invitados. De hecho, las preferencias de Vanesa entre las fiestas pueden ser representadas por la función de utilidad $U(x, y) = \min\{2x - y, 2y - x\}$, donde x es el número de mujeres e y es el número de hombres que asisten a la fiesta. Tratemos de dibujar un gráfico que muestre un a curva de indiferencia que corresponda a la utilidad de Vanesa que es igual a 10.

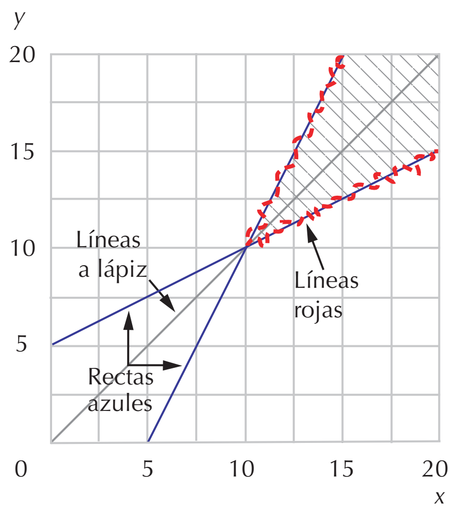
(a) Representa con lápiz el lugar geométrico de los puntos para los cuales $x = y$. ¿Cuáles de estos puntos corresponden a una utilidad de Vanesa igual a 10? **(10, 10)**. Traza en color azul la recta que representa la ecuación $2y - x = 10$. Cuando $\min\{2x - y, 2y - x\} = 2y - x$, ¿hay más hombres que mujeres o más mujeres que hombres? Más mujeres.

Traza en color rojo la parte de la recta de color azul en la cual $U(x, y) = \min\{2x - y, 2y - x\} = 2y - x$. Este tramo representa todas las combinaciones que Vanesa considera tan satisfactorias corno (10, 10), pero en las cuales ¿hay más hombres que mujeres o más mujeres que hombres? **Más mujeres**. Traza ahora una recta azul que represente la ecuación $2x - y = 10$. Traza en color rojo el segmento de esta recta azul en la cual $\min\{2x - y, 2y - x\} = 2x - y$. Utiliza un lápiz para sombrear el área que representa todas las combinaciones que a Vanesa le satisfacen tanto como (l0, 10).

(b) Supongamos que asisten 9 hombres y 10 mujeres a la fiesta de Vanesa. ¿Creería Vanesa que la fiesta estaría mejor o peor si hubieran asistido 5 hombres más? **Peor**.

(c) Si asisten a la fiesta de Vanesa 16 mujeres y han asistido más hombres que mujeres, y ella piensa que la fiesta es tan buena como aquella a la que hubieran asistido 10 hombres y 10 mujeres, ¿cuántos hombres asisten a esta fiesta? **22**. Si asisten a la fiesta de Vanesa 16 mujeres y han asistido más mujeres que hombres, y ella piensa que la fiesta es tan buena como aquella a la que hubieran asistido 10 hombres y 10 mujeres, ¿cuántas mujeres asisten a esta fiesta? **22**.

(d) Las curvas de indiferencia de Vanesa tienen la forma de una letra del alfabeto, ¿cuál? **V**.



4.9 (0) Supongamos que entre las funciones de utilidad $u(x, y)$ y $v(x, y)$ existe la relación $v(x, y) = f(u(x, y))$. Para cada uno de los casos siguientes, escribe «Sí» si la función f es una transformación monótona positiva, y escribe «No» si no lo es. (Pista para los que conocen el cálculo diferencial: una función diferenciable $f(u)$ es una función creciente de u si su derivada es positiva.)

(a) $f(u) = 3,141592u$ **Sí**.

(b) $f(u) = 5.000 - 23u$ **No**.

(c) $f(u) = u - 100.000$ **Sí**.

(d) $f(u) = \log_{10} u$ **Sí**.

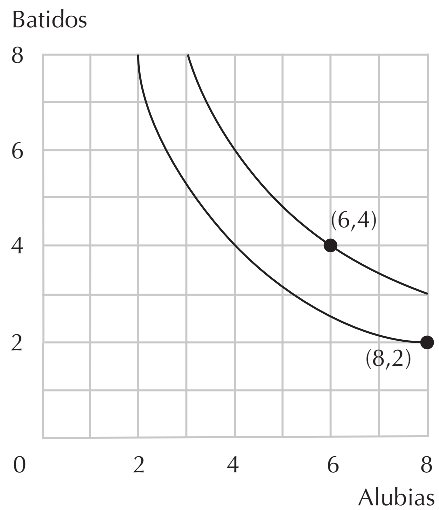
(e) $f(u) = e^u$ **Sí**.

(j) $f(u) = l/u$ **No**.

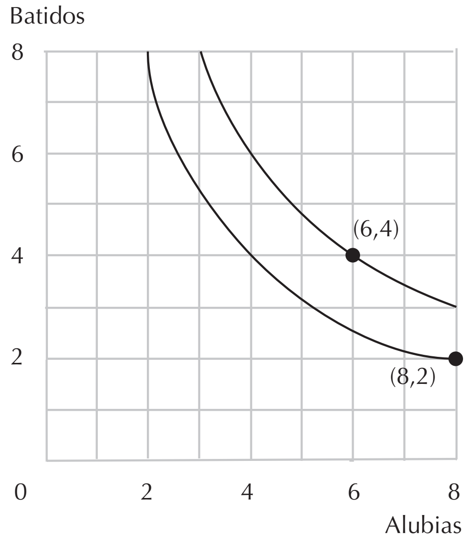
(g) $f(u) = -1/u$ **Sí**.

4.10 (0) Las preferencias de Marta Modesta están representadas por la función de utilidad $U(a, b) = ab/100$, donde a es la cantidad de alubias que consume y b es la cantidad de batidos que consume.

(a) Representa en el gráfico siguiente el lugar geométrico de los puntos que Marta considera indiferentes a una cesta de consumo compuesta por 8 unidades de alubias y 2 unidades de batidos. Señala también el lugar geométrico de los puntos que Marta considera indiferentes a una cesta de consumo compuesta por 6 unidades de alubias y 4 unidades de batidos.



(b) Las preferencias de Berta Bravucona están representadas por la función de utilidad $V(a, b) = 1.000a^2b^2$, donde a es la cantidad de alubias que consume y b es la cantidad de batidos que consume. Representa en el gráfico siguiente el lugar geométrico de los puntos que Berta considera indiferentes a una cesta de consumo compuesta por 8 unidades de alubias y 2 unidades de batidos. Señala también el lugar geométrico de los puntos que Berta considera indiferentes a una cesta de consumo compuesta por 6 unidades de alubias y 4 unidades de batidos.



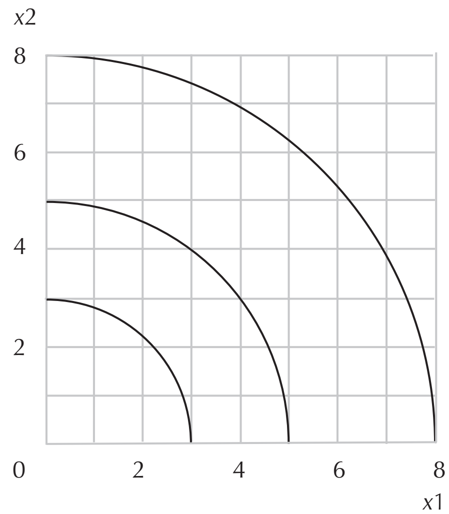
(c) ¿Son convexas las preferencias de Marta? **Sí**. ¿Y las de Berta? **Sí**.

(d) ¿Qué puedes decir sobre la diferencia entre las curvas de indiferencia que dibujaste para Berta y aquellas que dibujaste para Marta? **No hay ninguna diferencia**.

(e) ¿Cómo podrías haber previsto que éste iba a ser el resultado sin dibujar las curvas? **Sus funciones de utilidad sólo se diferencian por una transformación monótona**.

4.11 (0) Las preferencias de Lope de Rueda relativas a las cestas de consumo que contienen cantidades no negativas de los bienes x_1 y x_2 están representadas por la función de utilidad $U(x_1 = x_2) = x^2_{\mathrm{I}} + x^2_2$.

(a) Dibuja algunas de sus curvas de indiferencia. ¿Qué figura geométrica has obtenido? **Cuartos de circunferencias centradas en el origen**. ¿Son convexas las preferencias de Lope? **No**.



Cálculo

4.12 (0) Josep Bono tiene una función de utilidad dada por $u(x_1, x_2) = x^2{}_1 + 2x_1x_2 + x^2{}_2$.

(a) Calcula la relación marginal de sustitución de Josep Bono: $RMS(x_1, x_2) = \mathbf{-1}$.

(b) Alberto, primo hermano de Josep Bono, tiene una función de utilidad $v(x_1, x_2) = x_2 + x_1$. Calcula la relación marginal de sustitución de Alberto: $RMS(x_1, x_2) = \mathbf{-1}$.

(c) Las funciones $u(x_1, x_2)$ y $v(x_1, x_2)$, ¿representan las mismas preferencias? **Sí**. ¿Puedes demostrar que la función de utilidad de Bono es una transformación monótona de la de Alberto? (Pista: hay algunos que dicen que Josep Bono es un tipo muy cuadrado.) **Obsérvese que $u(x_1, x_2) = [v(x_1, x_2)]^2$.**

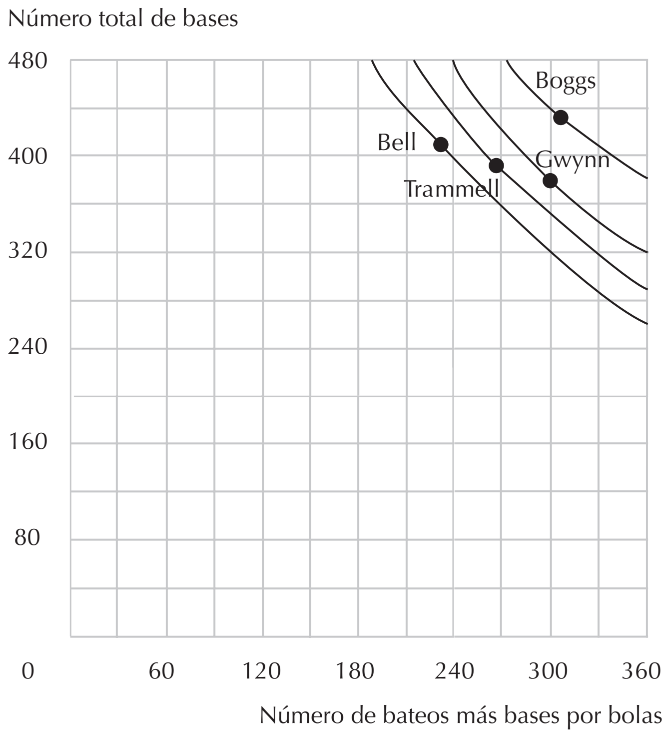
4.13 (0) La idea de asignar valores numéricos para determinar el orden de las preferencias entre una serie de objetos no se limita a su aplicación en las cestas de consumo. El *Sumario de béisbol de Bill James* sostiene que la media de bateo de un jugador de béisbol no es una forma adecuada de medir su productividad ofensiva. Las medias de bateo dan el mismo tratamiento a los bateos que consiguen una base (denominados «sencillos») que a aquellos que consiguen más de una base. Por consiguiente, no valoran las «bases por bolas», aunque una base por bolas es casi tan buena como un sencillo. James sostiene que conseguir un doble en dos bateos es mejor que un sencillo, pero no tan bueno como dos sencillos.

Para reflejar estas consideraciones, James propone el siguiente promedio que él denomina «promedio de carreras generadas». Digamos que b es el número de bateos con éxito más el número de bases por bolas que un bateador consigue en una temporada, y digamos que B es el número total de bases que el bateador consigue en una temporada. (Así pues, si un bateador consigue S sencillos, W bases por bolas, D dobles, T triples y C carreras ganadas, entonces $b = S + D + T + C + W$ y $B = S + W + 2D + 3T + 4C$.) Digamos que N es el número de veces que el bateador batea, luego su promedio de carreras generadas en esa temporada está definido por bB/N y se dirá que es su PCG.

(a) En 1987, George Bell bateó 649 veces: consiguió 39 bases por bolas, 105 sencillos, 32 dobles, 4 triples, y 47 carreras ganadas. En 1987, Wade Boggs bateó 656 veces: consiguió 105 bases por bolas, 130 sencillos, 40 dobles, 6 triples, y 24 carreras ganadas. En 1987, Alan Trammell bateó 657 veces: consiguió 60 bases por bolas, 140 sencillos, 34 dobles, 3 triples, y 28 carreras ganadas. En 1987, Tony Gwynn bateó 671 veces: consiguió 82 bases por bolas, 162 sencillos, 36 dobles, 13 triples y 7 carreras ganadas. Podemos calcular b: número de bateos con éxito más bases por bolas, B: número total de bases y PCG: el promedio de carreras generadas de cada uno de estos jugadores. Para Bell $b = 227$, $B = 408$ y $PCG = 143$. Para Boggs, $b = 305$, $B = 429$ y $PCG = 199$. Para Trammell, $b = 265$, $B = 389$ y $PCG = 157$. Para Gwynn, $b = \mathbf{300}$, $B = \mathbf{383}$ y $PCG = \mathbf{171}$.

(b) Si alguien estableciera un orden de preferencias entre estos jugadores, basada únicamente en el promedio de carreras generadas, ¿qué jugador(es) preferiría a Trammell? **Boggs y Gwynn**.

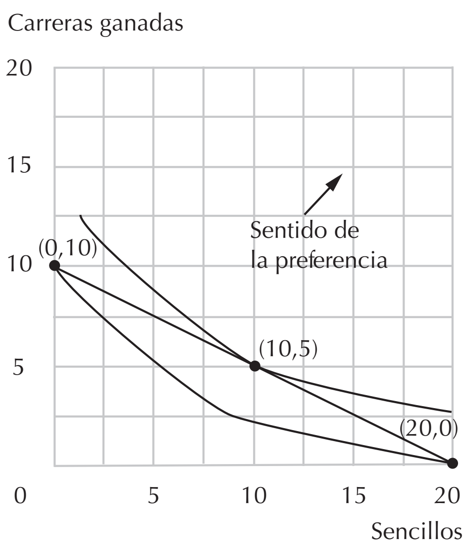
(c) Las diferencias en el número de bateos entre estos jugadores no es grande, y las ignoraremos para simplificar nuestros cálculos. Dibuja en el gráfico adjunto las combinaciones de b *y* B conseguidas por cada uno de los jugadores. Traza cuatro «curvas de indiferencia» que atraviesen cada uno de los cuatro puntos que has señalado. Estas curvas de indiferencia deberían representar las combinaciones de b y de B que dan lugar al mismo número de carreras generadas.



4.14 (0) Este problema se refiere al promedio de carreras generadas descrito en el problema anterior. Consideremos un bateador que batea 100 veces y consigue siempre o una eliminación, o un sencillo, o una carrera ganada.

(a) Digamos que x es el número de sencillos e y es el número de carreras ganadas en 100 bateos. Supongamos que la función de utilidad $U(x, y)$ con la cual evaluamos las combinaciones alternativas de sencillos y de carreras ganadas es el promedio de carreras generadas. Entonces la expresión de la función de utilidad es $U(x, y) = \mathbf{(x + y)\ (x + 4y)/100}$.

(b) Tratemos de averiguar la forma de una curva de indiferencia entre sencillos y carreras ganadas. Si batea 100 carreras ganadas y ningún sencillo consigue el mismo promedio de carreras generadas que si batea **20** sencillos y ninguna carrera ganada. Indica los puntos (0, 10) y $(x, 0)$ donde $U(x, 0) = U(0, 10)$.



(c) Si x es el número de sencillos que calculaste en el último apartado, señala el punto $(x/2, 5)$ en tu gráfico. $U(x/2, 5)$, ¿es mayor, menor o igual a $U(0, 10)$? **Mayor**. ¿Es esto coherente con las preferencias convexas del bateador entre sencillos y carreras ganadas? **Sí**.

5 La elección

Introducción

Después de haber estudiado las ecuaciones presupuestarias y las preferencias, podemos aunar estos dos conceptos para analizar la elección de un consumidor que maximiza la utilidad teniendo en cuenta su restricción presupuestaria.

Dados los precios y los ingresos, sabemos cómo representar gráficamente la restricción presupuestaria de un consumidor y cómo dibujar las curvas de indiferencia que corresponden a sus preferencias. El consumidor elegirá la «mejor» curva de indiferencia que puede alcanzar dado su presupuesto. Pero cuando tratamos de hacer esto tenemos que preguntarnos: «¿cómo es posible determinar la curva de indiferencia más alta que un consumidor puede alcanzar?». La respuesta es: «buscando en los lugares más probables». ¿Dónde están esos lugares? Como vimos en el libro de texto, hay tres tipos de lugares probables, que son: *(i)* el punto de tangencia entre una curva de indiferencia y una recta presupuestaria; *(ii)* el vértice de una curva de indiferencia; *(iii)* una «esquina» de una recta presupuestaria correspondiente al consumidor que se especializa en un solo bien.

Vamos a determinar ahora el punto de tangencia dada la función de utilidad de un consumidor, los precios de ambos bienes y la renta. La recta presupuestaria es tangente a la curva de indiferencia en el punto (x_1, x_2) si la pendiente que corresponde a ese punto es la misma. La pendiente de una curva de indiferencia que corresponde al punto (x_1, x_2) es la relación $-UM_1(x_1, x_2)/UM_2(x_1, x_2)$. (Esta pendiente se conoce también como relación marginal de sustitución.) La pendiente de la recta presupuestaria es $-p_1/p_2$. Por lo tanto, una curva de indiferencia es tangente a la recta presupuestaria en el punto (x_1, x_2) cuando $UM_1(x_1, x_2)/UM_2(x_1, x_2) = p_1/p_2$. Obtenemos de este modo una ecuación con dos incógnitas, x_1 y x_2. Para poder determinar el valor de x necesitamos de otra ecuación, la ecuación presupuestaria $p_1x_1 + px_2 = m$. Resolviendo conjuntamente las dos ecuaciones podemos finalmente determinar la elección óptima (x_1, x_2).*

* Hay quien tiene problemas para recordar si la relación marginal de sustitución es $-UM_1/UM_2$ o $-UM_2/UM_1$. No es de una importancia decisiva siempre y cuando recuerdes que la condición de tangencia se verifica cuando la relación entre la utilidad marginal de dos bienes es igual a la relación entre sus precios.

Ejemplo: La función de utilidad de un consumidor es $U(x_1, x_2) = x^2{}_1x_2$. El precio del bien 1 es $p_1 = 1$, el precio del bien 2 es $p_2 = 3$ y la renta es 180. Tenemos, entonces, que $UM_1(x_1, x_2) = 2x_1x_2$ y $UM_2(x1, x_2) = x^2{}_1$. Por lo tanto, la relación marginal de sustitución es $-UM_1(x_1, x_2)/UM_2(x_1, x_2) = -2x_1x_2/x^2{}_1 = -2x_2/x_1$ y la curva de indiferencia será tangente a la recta presupuestaria cuando $-2x_2/x_1 = -p_1/p_2 = -1/3$. Simplificando esta expresión obtenemos que $6x_2 = x_1$. Ésta es una de las dos ecuaciones necesarias para determinar el valor de las dos incógnitas x_1 y x_2. La otra ecuación corresponde a la ecuación presupuestaria, que en este caso es $x_1 + 3x_2 = 180$. Resolviendo este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas obtenemos que $x_1 = 120$ *y* $x_2 = 20$. Por lo tanto, sabemos que el consumidor elegirá la cesta de consumo $(x_1\ x_2) := (120, 20)$.

Para los casos de equilibrio en los que la curva tiene un vértice o se encuentra en una esquina, no necesitamos que la pendiente de las curvas de indiferencia sea igual a la pendiente de la recta presupuestaria, de manera que no tenemos una ecuación de tangencia. Pero sí tenemos la ecuación presupuestaria. La segunda ecuación que podemos utilizar es la que establece que nos encontramos en presencia de una curva de indiferencia que se encuentra en uno de los vértices o en una esquina de la recta presupuestaria. El procedimiento resultará más claro cuando hagamos unos cuantos ejercicios.

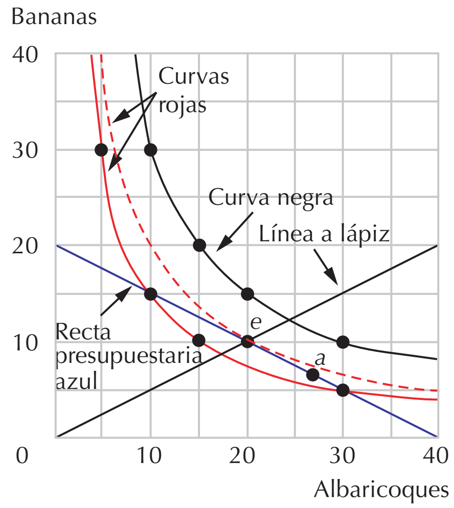
Ejemplo: Un consumidor tiene una función de utilidad dada por $U(x_1, x_2) := \min\{x_1, 3x_2\}$. El precio de x_1 es 2, el precio de x_2 es 1 y sus ingresos son 140. Sus curvas de indiferencia tienen la forma de *L*. Las esquinas de las *L* se encuentran a lo largo de la recta $x_1 = 3x_2$. El consumidor elegirá una combinación que se encuentre en una de las esquinas, por lo tanto, esto nos da una de las dos ecuaciones que necesitamos para determinar los valores de x_1 y de x_2. La segunda ecuación es la ecuación presupuestaria $2x_1 + x_2 = 140$. Resolviendo este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas obtenemos que $x_1 = 60$ y $x_2 = 20$. Por consiguiente, sabemos que el consumidor elegirá la cesta de consumo $(x_1, x_2) = (60, 20)$.

Cuando hayas completado estos ejercicios, esperamos que estés en condiciones de:

- Determinar la cesta óptima que un consumidor puede adquirir, dados los precios y los ingresos, en los casos de funciones de utilidad simples cuando la elección óptima corresponde a un punto de tangencia.
- Determinar la cesta óptima que un consumidor puede adquirir, dados los precios y los ingresos, en los casos de preferencias que se encuentran en un vértice.
- Reconocer un cierto número de ejemplos de situaciones en las cuales la elección óptima corresponde a una esquina del conjunto presupuestario.
- Representar gráficamente con un diagrama estos tres tipos de equilibrio.
- Aplicar los métodos que hemos estudiado a algunas situaciones reales concretas de elección en los casos de presupuestos no lineales.

5.1 (0) Volvamos a Carlitos y sus albaricoques y bananas. Recordemos que su función de utilidad es $U(x_A, x_B) = x_Ax_B$. Supongamos que el precio de los albaricoques es 1, el precio de las bananas es 2 y su renta es 40.

(a) En el siguiente gráfico, traza en color azul la recta presupuestaria de Carlitos. (Utiliza una regla y trata de trazar esta recta con precisión.) Indica algunos puntos de su curva de indiferencia que corresponden a un nivel de utilidad de 150 y dibuja esta curva en color rojo. Ahora indica algunos puntos de la curva de indiferencia correspondientes a un nivel de utilidad de 300 y dibuja esta curva en color negro o con lápiz.



(b) ¿Puede adquirir Carlitos alguna cesta que le permita obtener una utilidad de 150? **Sí**.

(c) ¿Puede adquirir Carlitos alguna cesta que le permita obtener una utilidad de 300? **No**.

(d) Indica en el gráfico con la letra A una cesta que Carlitos pueda adquirir y que corresponda a una utilidad superior a 150.

(e) Ninguna de las curvas de indiferencia que has dibujado es tangente a la recta presupuestaria de Carlitos. Tratemos de encontrar una que lo sea. La relación marginal de sustitución que corresponde a cualquier punto (x_A, x_B), es una función de x_A y x_B. De hecho, si calculamos la relación entre la utilidad marginal en el caso de la función de utilidad de Carlitos, hallamos que la relación marginal de sustitución de Carlitos es $RMS(x_A, x_B) = -X_B/X_A$. Ésta es la pendiente de la curva de indiferencia de Carlitos correspondiente al punto (x_A, x_B). La pendiente de la recta presupuestaria es (formula una respuesta numérica) **–1/2**.

(f) Escribe una ecuación que establezca que la recta presupuestaria es tangente a una curva de indiferencia en el punto (x_A, x_B), $-x_B/x_A = \mathbf{-1/2}$. Esta ecuación tiene muchas soluciones. Cada una de estas soluciones corresponde a un punto de una curva de indiferencia distinta. Traza con lápiz una línea que atraviese todos estos puntos.

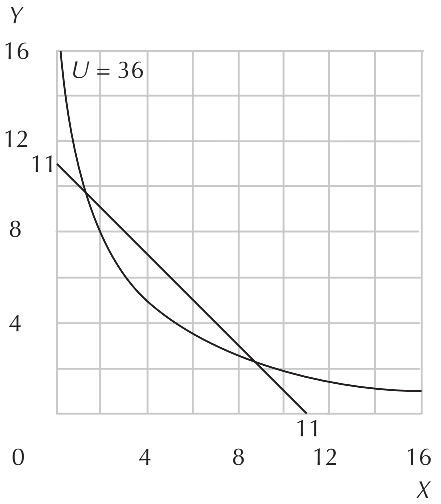
(g) La mejor cesta que Carlitos puede adquirir tiene que encontrarse en algún lugar de la recta que acabamos de trazar, y también en su recta presupuestaria. Si este punto está fuera de su recta presupuestaria, Carlitos no podrá adquirirla, y si se encuentra dentro de su recta presupuestaria, puede conseguir mayor satisfacción si compra cantidades mayores de los dos bienes. Representa esta cesta en el gráfico con una *E*. Ésta corresponde a un valor para $x_A = \mathbf{20}$ y para $x_B = \mathbf{10}$. Verifica tu respuesta resolviendo las ecuaciones dadas por su ecuación presupuestaria y por la condición de tangencia.

(h) ¿Cuál es la utilidad de Carlitos si consume la cesta (20, 10)? **200**.

(i) En el gráfico anterior, dibuja en color rojo la curva de indiferencia que pasa por el punto (20, 10). Esta curva de indiferencia, ¿corta la recta presupuestaria de Carlitos, sólo la toca o no la toca en absoluto? **Sólo la toca**.

5.2 (0) La función de utilidad de Clara es $U(X, Y) = (X + 2)\ (Y + 1)$, donde X representa su consumo del bien X e Y representa su consumo del bien Y.

(a) Escribe la ecuación de la curva de indiferencia de Clara que atraviesa el punto $(X, Y) = (2, 8)$. $Y = \frac{36}{X+2} - 1$. Representa en los ejes la curva de indiferencia de Clara para $U = 36$.



(b) Supongamos que el precio de los dos bienes es 1 y que Clara tiene una renta de 11. Representa en el gráfico su recta presupuestaria. ¿Puede Clara conseguir una utilidad igual a 36 con este presupuesto? **Sí**.

(c) La relación marginal de sustitución de Clara correspondiente a la cesta (X, Y) es $-\frac{Y+1}{X+2}$.

(d) Si igualamos el valor absoluto de la relación marginal de sustitución con la relación entre los precios, obtenemos la ecuación $\frac{Y+1}{X+2} = 1$.

(e) La ecuación presupuestaria es $\boldsymbol{X + Y = 11}$.

(f) Resolviendo estas dos ecuaciones con dos incógnitas, X e Y, obtenemos que $X = \mathbf{5}$ e $Y = \mathbf{6}$.

5.3 (0) Ambrosio, el consumidor de nueces y boniatos, tiene una función de utilidad dada por $U(x_1, x_2) = 4\sqrt{x_1} + x_2$, donde x_1 representa su consumo de nueces y x_2 representa su consumo de boniatos.

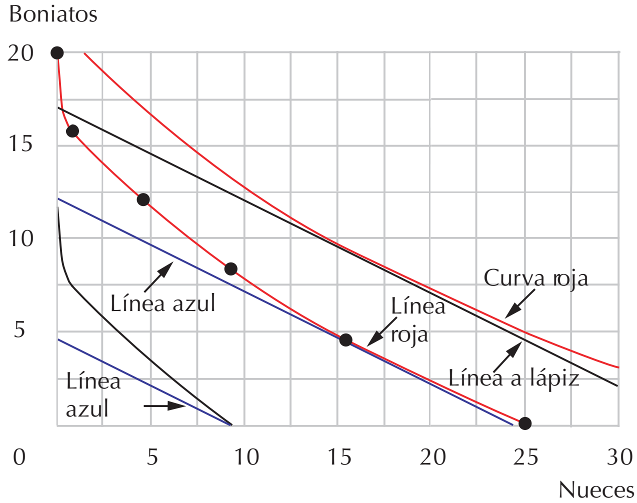
(a) La cesta (25, 0) permite a Ambrosio conseguir un nivel de utilidad igual a 20. Otras cestas que corresponden a este mismo nivel de utilidad son (16, 4), (9, **8**), (4, **12**), (1, **16**) y (0, **20**). Representa estos puntos en los ejes adjuntos y dibuja en color rojo una curva de indiferencia que los una.

(b) Supongamos que el precio de una unidad de nueces es 1 y el de una unidad de boniatos es 2 y la renta de Ambrosio es 24. Traza la recta presupuestaría de Ambrosio en color azul. ¿Cuántas unidades de nueces elegirá adquirir? **16 unidades**.

(c) ¿Y cuántas unidades de boniatos? **4 unidades**.

(d) Señala algunos puntos de la curva de indiferencia correspondiente al nivel de utilidad 25 y dibuja esta curva de indiferencia (con rojo).

(e) Supongamos ahora que los precios son los mismos, pero que la renta de Ambrosio es 34. Dibuja (con lápiz) su nueva curva de indiferencia. ¿Cuántas unidades de nueces elegirá consumir ahora? **16 unidades**. ¿Y cuántas unidades de boniatos? **9 unidades**.



(f) Examinemos ahora el caso de una solución que se encuentre en «los extremos» de la recta presupuestaria. Supongamos que el precio de las nueces sigue siendo 1 y el de los boniatos 2, pero que la renta de Ambrosio sea solamente 9. Dibuja la curva de indiferencia que atraviesa el punto (9, 0). ¿Cuál es la pendiente de la curva de indiferencia en el punto (9, 0)? **–2/3**.

(g) ¿Cuál es la pendiente de la recta presupuestaria en este punto? **–1/2**.

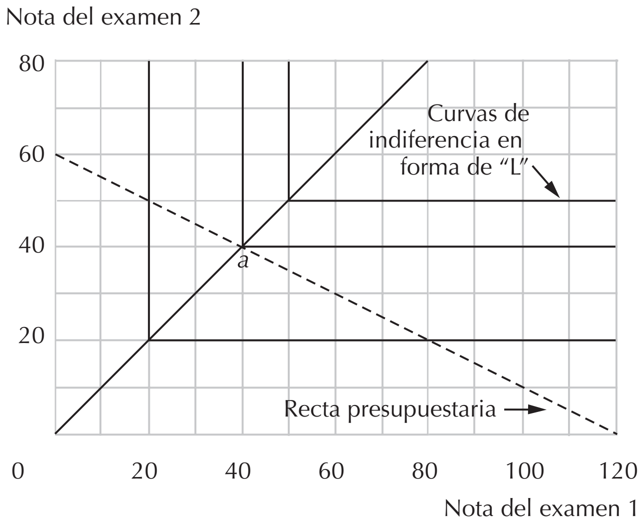
(h) ¿Qué presenta mayor pendiente en este punto, la recta presupuestaria o la curva de indiferencia? **Curva de indiferencia**.

(i) ¿Puede Ambrosio adquirir cualquier cesta que prefiera a la cesta del punto (9, 0)? **No**.

5.4 (l) Natalia Lejarreta está tratando de decidir cómo distribuir el tiempo que dedica a estudiar economía. El curso consta de dos exámenes y su nota final será la correspondiente a la puntuación *mínima* de las obtenidas en los dos exámenes. Ha decidido dedicar 1.200 minutos de estudio a la preparación de ambos exámenes y desea obtener la máxima nota posible. Sabe que si no estudia nada para preparar el primer examen su puntuación será cero. Por cada 10 minutos de estudio dedicados a la preparación del primer examen su puntuación aumentará un punto. Si no estudia nada para preparar el segundo examen su puntuación será cero. Por cada 20 minutos de estudio dedicados a la preparación del segundo examen su puntuación aumentará un punto.

(a) En el diagrama correspondiente, traza la «recta presupuestaria» que ilustre las diversas combinaciones de las puntuaciones que Natalia puede obtener en los dos exámenes si estudia un total de 1.200 minutos. En el mismo gráfico dibuja dos o tres de las «curvas de indiferencia» de Natalia. Dibuja una

línea recta que atraviese los vértices de sus curvas de indiferencia. Indica con la letra *A* el punto en el cual esta línea toca la recta presupuestaria. Dibuja también una curva de indiferencia de Natalia que atraviese este punto.



(b) Escribe una ecuación para la línea que atraviesa los vértices de la curva de indiferencia de Natalia. $\boldsymbol{x_1 = x_2}$.

(c) Escribe la ecuación presupuestaria de Natalia. $\mathbf{10}\boldsymbol{x_1} \mathbf{+ 20}\boldsymbol{x_2} \mathbf{= 1.200}$.

(d) Resuelve estas dos ecuaciones con dos incógnitas para determinar la intersección entre las dos rectas. El punto de intersección es el punto (x_1, x_2) = **(40, 40)**.

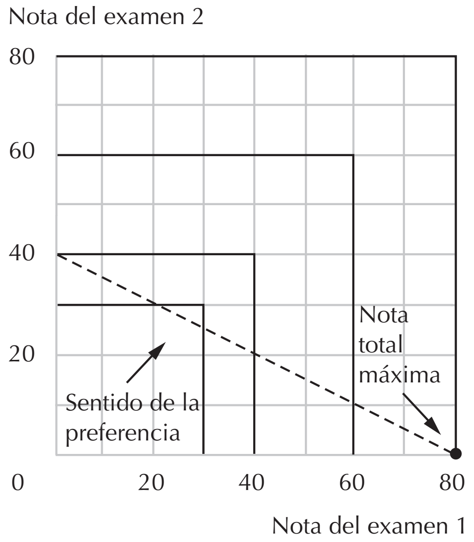
(e) Dado que dispone de un total de 1.200 minutos para estudiar, Natalia maximizará su nota conjunta final dedicando **400** minutos a la preparación del primer examen y **800** minutos a la preparación del segundo examen.

5.5 (1) En el curso de contabilidad Natalia también tiene que superar dos exámenes. Esta vez, la nota final del curso corresponderá a la *máxima* puntuación que obtenga en los dos exámenes. Natalia decide dedicar 400 minutos a la preparación de estos dos exámenes. Si dedica m_1 minutos a preparar el primer examen, obtendrá en éste una puntuación de $x_1 = m_1/5$ y si dedica m_2 minutos a preparar el segundo examen obtendrá en éste una puntuación de $x_2 = m_2/10$.

(a) Traza en diagrama correspondiente la «recta presupuestaria» que ilustre las diversas combinaciones de las puntuaciones que puede obtener en los dos exámenes si estudia un total de 400 minutos. En el mismo gráfico dibuja dos o tres de las «curvas de indiferencia» de Natalia. Señala también en su recta presupuestaria el punto que le permite obtener la nota máxima en este curso.

(b) Dado que dispone de un total de 400 minutos para estudiar, Natalia maximizará su nota conjunta final dedicando **80** minutos a la preparación del primer examen y **0** minutos a la preparación del segundo examen.

(c) La nota final del curso será entonces **80**.



5.6 (0) La función de utilidad de Emiliano es $U(x, y) = \min\{x, y^2\}$.

(a) Si Emiliano consume 4 unidades de x y 3 unidades de y, su utilidad es **4**.

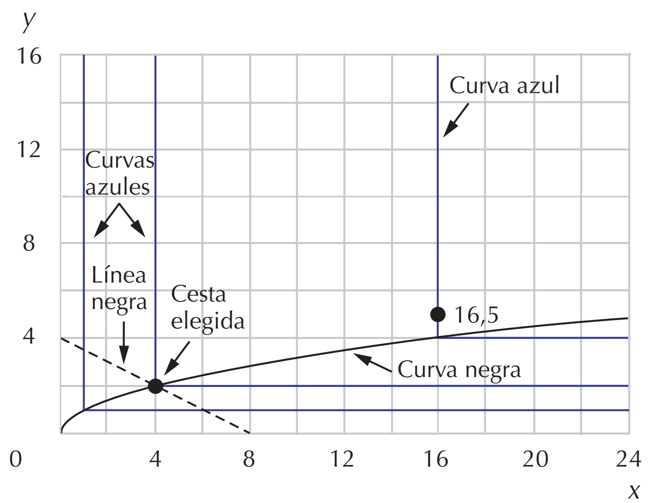
(b) Si Emiliano consume 4 unidades de x y 2 unidades de y, su utilidad es **4**.

(c) Si Emiliano consume 5 unidades de x y 2 unidades de y, su utilidad es **4**.

(d) En el gráfico correspondiente dibuja en color azul la curva de indiferencia de Emiliano que contiene todas las cestas que le satisfacen tanto corno la cesta (4, 2).

(e) En el mismo gráfico, dibuja en color azul las curvas de indiferencia de Emiliano que contienen todas las cestas que le satisfacen tanto como la cesta (1, 1) y la curva de indiferencia que atraviesa el punto (16, 5).

(f) En el mismo gráfico representa ahora en color negro el lugar geométrico de los vértices de las curvas de indiferencia de Emiliano. ¿Cuál es la ecuación de esta curva? $\boldsymbol{x = y^2}$.

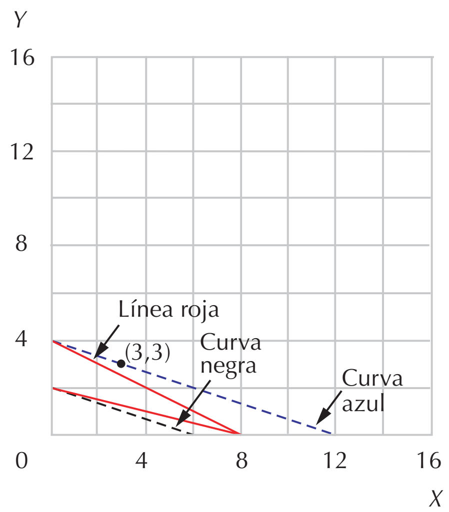


(g) En el mismo gráfico representa en color negro la recta presupuestaria de Emiliano si el precio de x es 1, el precio de y es 2 y su renta es 8. ¿Qué cesta de consumo elegirá Emiliano en esta situación? **(4,2)**.

(h) Supongamos que el precio del bien x sea 10 y el precio del bien y sea 15 y que Emiliano adquiere 100 unidades de x. ¿Cuál es la renta de Emiliano? **1.150**. (Pista: a primera vista puede parecer que no dispones de suficiente información para responder a la pregunta, pero discurre qué cantidad tiene que demandar de y si elige 100 unidades de x.)

5.7 (0) Lino tiene una función de utilidad dada por $U(x, y) = x + 3y$.

(a) En el gráfico correspondiente, en color azul, dibuja la curva de indiferencia que atraviese el punto $(x, y) = (3, 3)$ Y en color negro dibuja la curva de indiferencia que une las cestas que proporcionan a Lino un nivel de utilidad igual a 6.

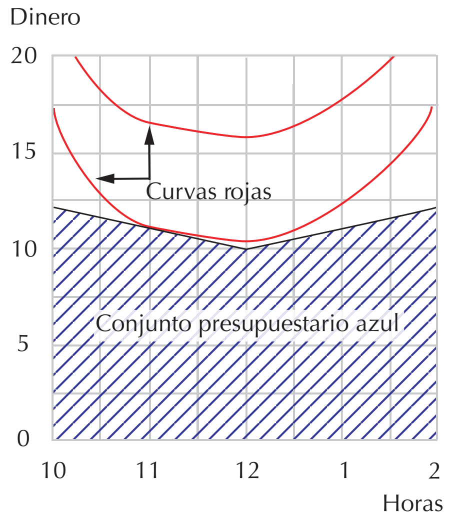


(b) En el mismo gráfico traza en color rojo la recta presupuestaria de Lino si el precio del bien x es 1, el precio del bien y es 2 y su renta es 8. ¿Qué cesta de consumo elegirá Lino en esta situación? **(0,4)**.

(c) ¿Qué cesta de consumo elegiría Lino si el precio del bien x fuera 1, el precio del bien y fuera 4 y su renta fuera 87? **(8, 0)**.

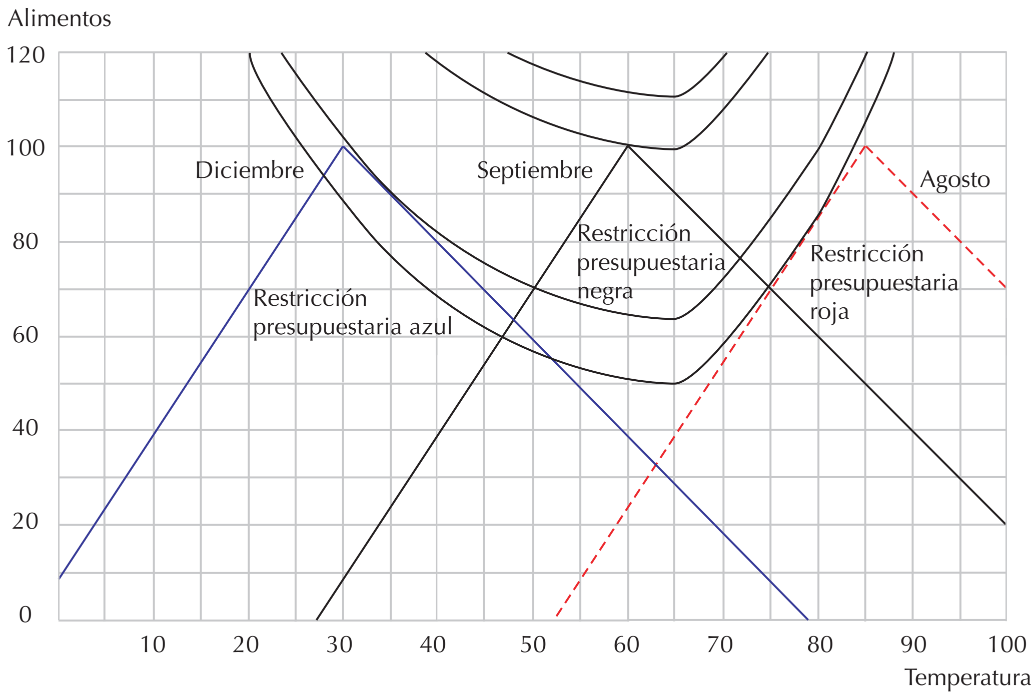
5.8 (2) ¿Recuerdas a nuestro amigo Rafael Rígido, al que conocimos en el capítulo 3? Su restaurante favorito, «Piense mientras come», ha adoptado una estrategia para reducir las aglomeraciones a la hora del almuerzo: los que se presenten t horas con anterioridad o posterioridad al mediodía obtendrán una reducción de t euros en la cuenta. (Válido también para las fracciones de hora.)

(a) Representa en color azul el conjunto presupuestario de Rafael. En el gráfico, el eje horizontal representa la hora del día a la que Rafael consume su almuerzo y el eje vertical representa la cantidad de dinero de que dispondrá para adquirir otros bienes. Suponemos que dispone de un total de 20 euros para gastar y que el almuerzo al mediodía cuesta 10 euros. (Pista: ¿cuánto dinero le quedaría si tomara el almuerzo al mediodía?, ¿y si lo tomara a la 1?, ¿y si lo tomara a las 11?)



(b) Recordemos que la hora preferid a de almuerzo de Rafael es al mediodía, pero que está dispuesto a cambiar la hora si el precio del almuerzo es lo suficientemente barato. Dibuja en color rojo algunas de las curvas de indiferencia que serían coherentes con la elección de almorzar a las 11.

5.9 (0) Xuan Grado acaba de ingresar en una universidad muy importante. Disfruta de una beca que le permite pagar la matrícula de la universidad y el alquiler de un apartamento. Para ir tirando, Xuan ha aceptado el corregir los ejercicios del curso de teoría intermedia de los precios, ingresando por este concepto 100 euros al mes. Parte de estos 100 euros los destina a comprar alimentos y contratar servicios para su apartamento, como calefacción y aire acondicionado. Aumentar la temperatura de su apartamento en un grado cuesta 2 euros al mes (o 20 euros al mes aumentarla en diez grados). Enchufar el aire acondicionado para disminuir un grado la temperatura cuesta 3 euros al mes. Xuan emplea todo el dinero que le queda después de haber pagado estos servicios para adquirir alimentos, a 1 euro por unidad.



(a) Cuando Xuan llega a la universidad, en septiembre, la temperatura de su apartamento es de 60 grados (en la escala Fahrenheit). Si decide que no va a hacer uso del aire acondicionado ni de la calefacción, la temperatura se mantendrá en 60 grados y le quedarán 100 euros para adquirir alimentos. Si decide aumentar la temperatura de su habitación a 70 grados, le quedarán **80** euros para procurarse alimento. Si decide reducir la temperatura de su habitación a 50 grados, le quedarán **70** euros para procurarse alimento. En el gráfico correspondiente, representa en color negro la restricción presupuestaria de Xuan en el mes de septiembre. (Pista: acabas de localizar tres puntos de la restricción presupuestaria. Aparentemente, el conjunto presupuestario de Xuan no está delimitado por una sola línea recta.)

(b) En el mes de diciembre la temperatura exterior es de 30 grados y en agosto, mientras el pobre Xuan está tratando de entender la macroeconomía, la temperatura exterior es de 85 grados. En el mismo gráfico de antes, representa las restricciones presupuestarias de Xuan en los meses de diciembre (en color azul) y de agosto (en color rojo).

(c) Dibuja algunas de las curvas de indiferencia «lisas» (que no tienen vértices) correspondientes a las preferencias de Xuan, tales que cumplan las siguientes aseveraciones: (*i*) la temperatura favorita para su apartamento sería de 65 grados (si no le costara nada calentarla o enfriarla); (*ii*) Xuan elige encender la calefacción en diciembre, el aire acondicionado en agosto y ninguno de los dos en septiembre; (*iii*) el bienestar de Xuan es mayor en diciembre que en agosto.

(d) ¿En qué meses es la pendiente de la restricción presupuestaria de Xuan igual a la pendiente de su curva de indiferencia? **Agosto y diciembre**.

(e) En diciembre, la relación marginal de sustitución de Xuan entre los alimentos y los grados Fahrenheit es **–2**. En agosto, su relación marginal de sustitución es **3**.

(f) Como Xuan ni calienta ni enfría su apartamento en septiembre, no podemos determinar exactamente su relación marginal de sustitución, pero sabemos que no tiene que ser menor de **–2** y no mayor de **3**. (Pista: examina atentamente el gráfico.)

5.10 (0) El Instituto Beatriz Galindo dispone de 60.000 euros para adquirir ordenadores y otros componentes educativos electrónicos, de manera que la ecuación presupuestaria viene dada por $C + X = 60.000$, donde C representa la suma empleada en adquirir ordenadores y X representa la suma empleada en la adquisición de los demás materiales didácticos. El Beatriz Galindo ha programado invertir actualmente 20.000 euros en la adquisición de ordenadores.

La comisión estatal para la educación pretende implantar la «alfabetización informática» en las escuelas universitarias que están bajo su jurisdicción y está examinando los siguientes proyectos:

Proyecto A: De acuerdo con este proyecto cada una de las escuelas universitarias recibiría una subvención de 10.000 euros para utilizar a discreción.

Proyecto B: De acuerdo con este proyecto, se concederían 10.000 euros a cualquier escuela con la condición de que emplee en adquirir ordenadores al menos 10.000 euros más de los que está gastando actualmente. Cualquier escuela puede elegir no participar en el proyecto, en cuyo caso no recibiría la subvención, pero tampoco tendría que destinar una suma mayor para la adquisición de ordenadores.

Proyecto C: El Proyecto C estipula que por cada euro empleado en la adquisición de ordenadores, la escuela recibirá del Estado 50 céntimos.

Proyecto D: Este proyecto es idéntico al anterior, con la excepción de que la subvención máxima que una escuela puede recibir estará limitada a 10.000 euros.

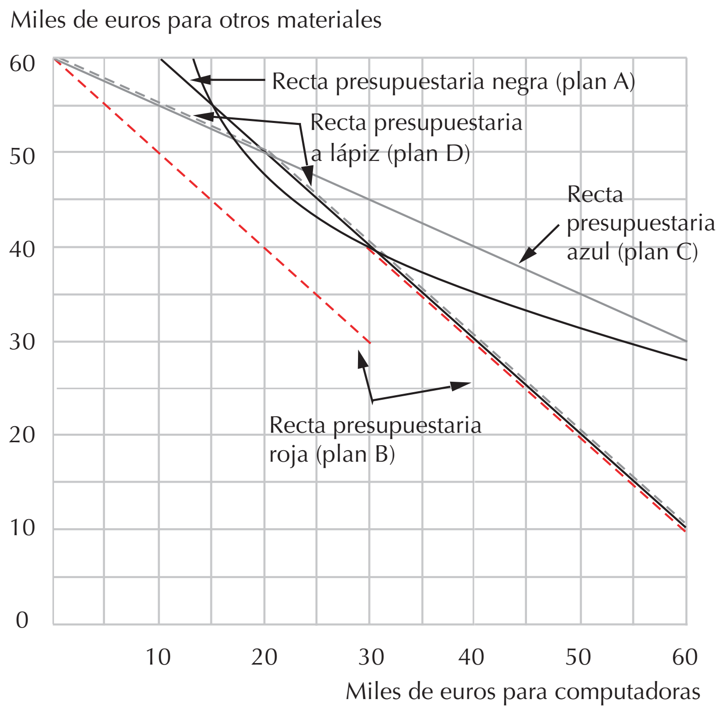
(a) Escribe la ecuación presupuestaria del Beatriz Galindo en el caso de que se apruebe el Proyecto A. $\boldsymbol{C + X = 70.000}$. Representa en color negro en el gráfico provisto la recta presupuestaria de la escuela si se aprueba este proyecto.

(b) Si se aprueba el Proyecto B, el conjunto presupuestario del Beatriz Galindo estará delimitado por dos segmentos con pendiente negativa. Uno de estos segmentos corresponde al caso en que la escuela adquiere los ordenadores por al menos 30.000 euros. Este segmento de recta va del punto $(C, X) = (70.000, 0)$ al punto $(C, X) =$ **(30.000, 40.000)**.

(c) El otro segmento de la recta corresponde al caso en que la escuela emplea menos de 30.000 euros en la adquisición de computadoras. Este segmento de recta va del punto $(C, X) =$ **(30.000, 30.000)** al punto $(C, X) = (0, 60.000)$. Representa en color rojo ambos segmentos.

(d) Si se aprueba el Proyecto C y la escuela se gasta C euros en adquirir computadoras, quedarán X –60.000 - 0,5C euros disponibles para adquirir otros materiales. Por lo tanto, la ecuación de la recta presupuestaria será $\boldsymbol{0{,}5C + X = 60.000}$. Representa en color azul la recta correspondiente.

(e) Si se aprueba el Proyecto D, el conjunto presupuestario de la escuela estará delimitado por dos segmentos de recta que se cortan en el punto que corresponde a la suma empleada en la adquisición de una computadora: **20.000** y la suma empleada en la adquisición de otros materiales didácticos: **50.000**.



(f) La pendiente del segmento menos inclinado es **–0,5** y la pendiente del segmento más inclinado es **–1**. Representa con lápiz esta recta presupuestaria.

5.11 (0) Supongamos que el Beatriz Galindo tiene preferencias que se pueden representar por la función de utilidad $U(C, X) = CX^2$. Tratemos de determinar cómo los proyectos descritos en el ejercicio anterior modificarán las decisiones de la escuela acerca de la suma a destinar para la adquisición de ordenadores.

(a) Determina la suma destinada a la adquisición de ordenadores que maximiza la utilidad de la escuela, dada la restricción presupuestaria, si ninguno de los proyectos es aprobado. **20.000**.

(b) Determina la suma destinada a la adquisición de ordenadores que maximiza la utilidad de la escuela, dada la restricción presupuestaria, si el Proyecto A es aprobado. **23.333**.

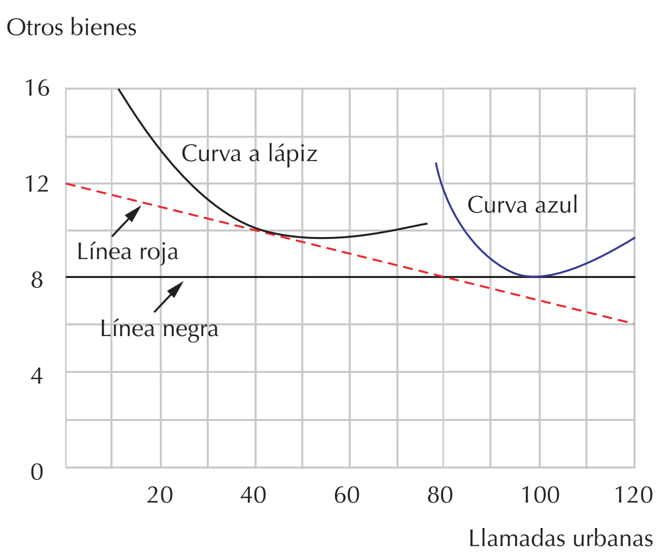
(c) Representa en el gráfico la curva de indiferencia que pasa por el punto (30.000, 40.000) si el Proyecto B es aprobado. En este punto, ¿cuál es más pendiente, la curva de indiferencia o la recta presupuestaria? **La recta presupuestaria**.

(d) Determina la suma destinada a la adquisición de computadoras que maximiza la utilidad de la escuela, dada la restricción presupuestaria, si el Proyecto B es aprobado. (Pista: examina el gráfico.) **30.000**.

(e) Determina la suma destinada a la adquisición de computadoras que maximiza la utilidad de la escuela, dada la restricción presupuestaria, si el Proyecto C es aprobado. **40.000**.

(j) Determina la suma destinada a la adquisición de computadoras que maximiza la utilidad de la escuela, dada la restricción presupuestaria, si el Proyecto D es aprobado. **23.333**.

5.12 (0) La Compañía Telefónica permite elegir entre dos sistemas de precios diferentes. Pagando una tarifa de 12 euros al mes se pueden efectuar un número ilimitado de llamadas urbanas, sin ningún coste adicional. Alternativamente, si se paga una tarifa de 8 euros al mes, cada llamada urbana se cobrará al precio de 5 céntimos. Supongamos que dispones de un total de 20 euros al mes.



(a) Representa en el gráfico anterior, en color negro, la recta presupuestaria de un consumidor que elige el primer sistema y en color rojo la recta presupuestaria de uno que elige el segundo sistema. ¿Cuál es el punto de intersección de las dos rectas? **(80, 8)**.

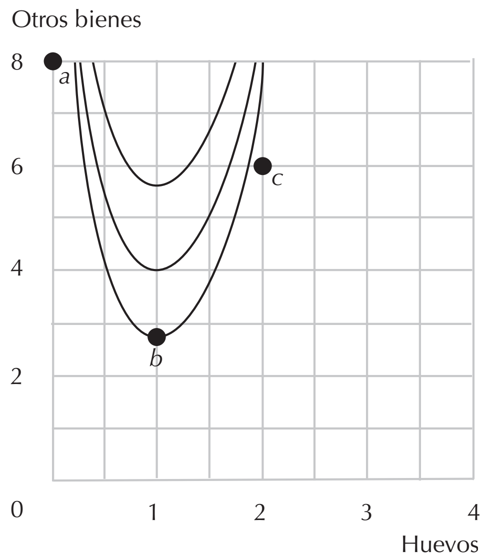
(b) En el mismo gráfico, con lápiz, dibuja algunas de las curvas de indiferencia de un consumidor que prefiere el segundo sistema al primero y dibuja en color azul una curva de indiferencia de un consumidor que prefiere el primer sistema al segundo.

5.13 (1) Proponemos ahora un rompecabezas para divertirnos un rato. Lewis Carroll (1832-1898), el autor de *Alicia en el país de las maravillas* y de *A través del espejo,* fue un matemático, un lógico y un politólogo. A Carroll le encantaba afrontar con razonamiento preciso problemas aparentemente insolubles. He aquí un ejemplo de análisis económico de su personaje, Alicia. A primera vista puede parecer que el discurso de Alicia no tiene ningún sentido, pero en realidad, su modo de razonar es impecable.

–Me gustaría comprar un huevo, por favor –dice Alicia tímidamente–. ¿Cuánto cuestan?
–Uno, cinco peniques y un cuarto, dos, dos peniques –responde la oveja.
–Entonces, ¿dos cuestan menos que uno? –dice Alicia, sacando su monedero.
–Sí, pero tienes que comerte los dos si compras dos –dice la oveja.
–Entonces, déme uno, por favor –dice Alicia, al tiempo que deposita el dinero sobre el mostrador. Pensaba para sí misma–: No pueden estar todos buenos, ya sabes.

(a) Intentemos representar un conjunto presupuestario y algunas curvas de indiferencia coherentes con este relato. Supongamos que Alicia dispone de un total de 8 peniques y que puede comprarle a la oveja 0, 1 o 2 huevos, pero no fracciones de huevo. Su conjunto presupuestario consistirá entonces de solamente tres puntos. El punto que corresponde a la (no) adquisición de ningún huevo es (0, 8). Indica este punto en el gráfico con la letra *A*. El punto que corresponde a la adquisición de 1 huevo es $\left(1,\, 2\frac{3}{4}\right)$. Indica este punto con la letra B.

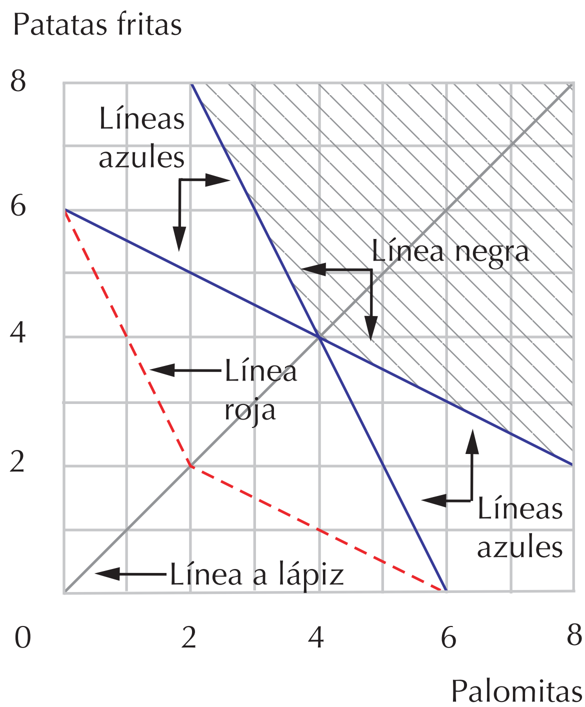
(b) El punto que corresponde a la adquisición de 2 huevos es **(2,6)**. Indica este punto en el gráfico con la letra *C*. Si Alicia elige comprar 1 huevo, debe preferir la cesta *B* a las cestas *A* y *C*. Dibuja algunas de las curvas de indiferencia de Alicia coherentes con este comportamiento.



5.14 (1) El lector recordará a Hugo Motorola, que sólo consume palomitas y patatas fritas. Su función de utilidad es $u(x_1, x) = \min\{x, + x_2, 2x_1 + x_2\}$, donde x_1 es su consumo de palomitas y x_2 es su consumo de patatas fritas.

(a) Represente en el gráfico adjunto en color negro la curva de indiferencia a lo largo de la cual la utilidad de Hugo es 6. Represente en color rojo la recta presupuestaria de Hugo su poniendo que el precio de las palomitas es $p_1 = 3$, el precio de las patatas fritas es $p_2 = 2$ y la renta es $m = 10$. ¿Cuántas unidades de palomitas y cuántas de patatas fritas debe consumir para maximizar su utilidad sujeta a este presupuesto? **4 unidades de palomitas y 4 unidades de patatas fritas**.

(b) Represente en el gráfico adjunto en color azul la recta presupuestaria de Hugo suponiendo que el precio de las palomitas es 1, el precio de las patatas fritas es 3 y la renta de Hugo es 6. ¿Cuántas unidades de palomitas y cuántas de patatas fritas consumirá Hugo? **6 unidades de palomitas y ninguna de patatas fritas**.



(c) ¿A qué precios consumirá Hugo solamente palomitas y ninguna patata frita? **Siempre que $p_2 > 2p_1$.** ¿A qué precios sólo consumirá patatas fritas y ninguna palomita? **Siempre que $p_1 > 2p_3$**.

(d) ¿En qué combinaciones de precios y renta decide Hugo consumir la misma cantidad de palomitas que de patatas fritas? **En cualquier renta, si $1/2 < p_1/p_2 < 2$, Hugo decidirá consumir $x_1 = x_2$**.

6 La demanda

Introducción

En el último capítulo estudiamos la cesta de consumo que un consumidor elegiría dada su función de utilidad con una específica combinación de precio y renta. En este capítulo daremos un paso adelante y hallaremos las *funciones* de demanda que nos permitirán determinar la cantidad demandada de cada uno de los bienes que corresponden a *cualquier* combinación de precios y renta. En general, la cantidad demandada de cada bien puede no depender solamente de su precio, sino de los precios de los otros bienes y de la renta. Si consideramos sólo dos bienes, expresamos las funciones de demanda del bien 1 como $x_1(p_1, p_2, m)$ y del bien 2 como $x_2(p_1, p_2, m)$.*

Si el consumidor elige una cantidad positiva de ambos bienes y la curva de indiferencia no tiene vértices, la elección óptima corresponde al punto de tangencia entre la recta presupuestaria y la curva de indiferencia más elevada que toca la recta.

Ejemplo: Consideremos un consumidor cuya función de utilidad es $U(x_1, x_2) = (x_1 + 2)\ (x_2 + 10)$. Para poder determinar $x_1(p_1, p_2, m)$ y $x_2(p_1, p_2, m)$, necesitamos identificar en su recta presupuestaria una cesta de consumo (x_1, x_2) en la cual la recta presupuestaria es tangente a la curva de indiferencia. Como sabemos, esta condición se verifica cuando la relación entre los precios es igual a la relación marginal de sustitución. En el caso de nuestra función de utilidad, $UM_1(x_1, x_2) = x_2 + 10$ y $UM_2(x_1, x_2) = x_1 + 2$. Por lo tanto, la «ecuación de tangencia» es $p_1/p_2 = (x_2 + 10)/(x_1 + 2)$. Con las oportunas sustituciones obtenemos que $p_1x_1 + 2p_1 = p_2x_2 + 10p_2$.

La cesta de consumo elegida tiene que satisfacer también la ecuación presupuestaria, $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Obtenemos de este modo dos ecuaciones con dos incógnitas x_1 y x_2, que podemos resolver para obtener las dos «funciones de demanda»;

$$x_1 = \frac{m - 2p_1 + 10p_2}{2p_2}$$

$$x_2 = \frac{m + 2p_1 - 10p}{2p_2}$$

* En el caso de algunas funciones de utilidad, la demanda de un bien puede no depender de todas las variables. Por ejemplo, en la función de utilidad Cobb-Douglas, la cantidad demandada de un bien depende del precio del propio bien y de la renta, pero no del precio del otro bien. A pesar de ello, podemos continuar expresando la demanda del bien 1 en función de p_1, p_2 y m, salvo que en este caso la derivada de $x_1(p_1, p_2, m)$ con respecto a p_2 es cero.

Llegados a este punto debemos hacer notar que estas expresiones son positivas sólo si $m - 2p_1 + 10p_2 > 0$ y $m + 2p_1 - 10p_2 > 0$. Si una de las dos expresiones es negativa, entonces no tiene mucho sentido como función de demanda. En este caso, el consumidor elegirá una «solución de frontera», es decir, donde sólo consume uno de los dos bienes, y su recta presupuestaria no es tangente a la curva de indiferencia correspondiente a este punto.

Si la curva de indiferencia de un consumidor tiene vértices, ésta podrá elegir la cesta correspondiente a los vértices. Los problemas que hacen referencia a estos casos se pueden resolver con bastante facilidad examinando el gráfico y aplicando algunas expresiones algebraicas sencillas. En lugar de determinar el punto de tangencia, se tratará de indicar mediante una ecuación «los puntos de los vértices». Dada esta ecuación y la ecuación presupuestaria, podemos determinar posteriormente la función de demanda.

Puede que te estés preguntando por qué prestamos tanta atención a las curvas de indiferencia que tienen vértices, a las que representan una línea recta y a otros «casos anómalos». La respuesta es que en general, en estos casos, los cálculos requeridos son bastante sencillos, pero a menudo tienes que dibujar el gráfico y reflexionar atentamente sobre lo que estás haciendo. Esto es lo que queremos que consigas: que examines y reflexiones el problema y dibujes libremente una o más versiones del gráfico. No te limites a memorizar las fórmulas, las puedes olvidar. Lo que no olvidarás es la capacidad de reflexionar. Cuando completes estos ejercicios esperamos que estés en condiciones de:

- Determinar las funciones de demanda de los consumidores en el caso de funciones de utilidad Cobb-Douglas u otras similares.
- Determinar las funciones de demanda de los consumidores en el caso de funciones de utilidad cuasilineales.
- Determinar las funciones de demanda de los consumidores en los casos en los cuales las curvas de indiferencia tienen vértices o son líneas rectas.
- Reconocer los bienes sustitutivos y complementarios el uno del otro examinando una curva de demanda.
- Reconocer los bienes normales, inferiores, de lujo o necesarios, examinando la información sobre la función de demanda.
- Determinar, dada una simple ecuación de demanda; la función inversa de demanda.

6.1 (0) Carlitos ha vuelto y continúa consumiendo albaricoques y bananas. Su función de utilidad es $U(x_A, x_B) = x_A x_B$. Queremos determinar su función de demanda de albaricoques, $x_A(p_A, p_B, m)$, y su función de demanda de bananas, $x_B(p_A, p_B, m)$.

(a) Cuando los precios son p_A y p_B y la renta de Carlitos es m, la ecuación presupuestaria de Carlitos es $p_A x_A + p_B x_B = m$. La pendiente de la curva de indiferencia de Carlitos correspondiente a la cesta (x_A, x_B) es $-UM_1(X_A, x_B)/UM_2(x_A, x_B) =$ $\boldsymbol{-x_B/x_A}$. La pendiente de la recta presupuestaria es $\boldsymbol{-p_A/p_B}$. La recta presupuestaria de Carlitos en el punto (x_A, x_B) será tangente a su curva de indiferencia si se satisface la ecuación $\boldsymbol{p_A/p_B = x_B/x_A}$.

(b) Tenemos ahora dos ecuaciones, la ecuación presupuestaria y la ecuación de tangencia que tienen que ser satisfechas por la cesta demandada. Resolvemos estas dos ecuaciones para determinar el valor de x_A y x_B. La función de demanda de albaricoques es $x_A\ (p_A, p_B\ m) = \frac{m}{2p_A}$ y la función de demanda de bananas es $x_B(p_A, p_B, m) = \frac{m}{2p_B}$.

(c) En general, la cantidad demandada de cada uno de los bienes depende de los precios de ambos bienes y de la renta. Pero en el caso de la función de utilidad de Carlitos, la demanda de albaricoques depende únicamente de su precio y de su renta, y análogamente, la demanda de bananas depende únicamente de su precio y de su renta. Carlitos siempre emplea la misma fracción de su renta para adquirir bananas. ¿Cuál es esta fracción? **1/2**.

6.2 (0) Las preferencias de Darío Cortés están representadas por la función de utilidad $U(x_1, x_2) = x^2{}_1$ $x^3{}_2$ Los precios de x_1 y x_2 son respectivamente p_1 y p_2.

(a) La pendiente de la curva de indiferencia de Cortés que corresponde al punto (x_1, x_2) es $\mathbf{-2x/3x_1}$.

(b) Si la recta presupuestaria de Cortés es tangente a su curva de indiferencia correspondiente al punto (x_1, x_2), entonces $\frac{p_1x_1}{p_2x_2} = \mathbf{2/3}$. (Pista: observa la ecuación que iguala la p_2x_2 pendiente de la curva de indiferencia con la ecuación de la recta presupuestaria.) Cuando Darío consume la mejor cesta que puede adquirir, ¿qué fracción de su renta destina para el bien x_1? **2/5**.

(c) La función de utilidad de otros miembros de la familia de Darío es similar a la suya, pero los exponentes de las ecuaciones pueden ser diferentes o las utilidades se pueden multiplicar por cualquier número positivo. Si la función de utilidad de un miembro de la familia es $U(x, y) = cx^a{}_2\ x^b{}_2$, donde a, b y c son números positivos, ¿qué fracción de su renta empleará para adquirir x_1? $\mathbf{a/(a + b)}$.

6.3 (0) Nuestro pensamiento vuelve a Ambrosio y sus nueces y boniatos. La función de utilidad de Ambrosio es $U(x_1, x_2) = 4\sqrt{x_1} + x_2$, donde x_1 representa la cantidad consumida de nueces y x_2 representa la cantidad consumida de boniatos.

(a) Determinemos su función de demanda de nueces. La pendiente de la curva de indiferencia de Ambrosio que corresponde al punto (x_1, x_2) es $-\frac{2}{\sqrt{x_1}}$. Si igualamos esta pendiente con la pendiente de la recta presupuestaria, podemos determinar el valor de x_1 sin utilizar siquiera la ecuación de la recta presupuestaria. La solución es $x_1 = \left(\frac{2p_2}{p_1}\right)^2$.

(b) Par a determinar la demanda de boniatos tenemos que tener en cuenta la ecuación presupuestaria, que es $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. En el apartado *(a)* resolvimos la cantidad demandada de x_1. Podemos insertar esta solución en la ecuación presupuestaria y determinar de este modo el valor de x_2 en función de la renta y de los precios. La solución es $x_2 = \frac{M}{p_2} - 4\frac{p_2}{p_1}$.

(e) Cuando visitamos a Ambrosio en el capítulo 5, vimos una «solución de frontera» que correspondía a las cestas en las cuales Ambrosio sólo consumía nueces. En aquel ejemplo, $p_1 = 1$, $p_2 = 2$ y $M = 9$. Si insertamos estos números en la fórmula que desarrollamos en los apartados *(a)* y *(b),* obtenemos que $x_1 = \mathbf{16}$ y $x_2 = \mathbf{-3{,}5}$. Como obtenemos una cantidad negativa para x_2, se tiene que cumplir que la recta presupuestaria $x_1 + 2x_2 = 9$ no es tangente a la curva de indiferencia cuando $x_2 \geq 0$. Dado su presupuesto, lo mejor que Ambrosio puede hacer es destinar toda su renta a la adquisición de nueces. Si examinamos la fórmula anterior, advertimos que si los precios son $p_1 = 1$ y $p_2 = 2$, Ambrosio demandará cantidades positivas de los dos bienes si y sólo si $M > \mathbf{16}$.

6.4 (0) Donato Filatelio es un coleccionista de sellos y los únicos otros bienes que consume, además de sellos, son *toblerones*. Sus preferencias están representadas por la función de utilidad $u(s, t) = s + \ln t$, donde s es el número de sellos que colecciona y t es el número de *toblerones* que consume. El precio de los sellos es p_s, el precio de los toblerones es p_1 y la renta de Donato es m.

(a) Escribe una expresión que iguale la relación entre la utilidad marginal de los toblerones y la utilidad marginal de los sellos con la relación entre el precio de los toblerones y el precio de los sellos $\mathbf{1/t = p_t/p_s}$. (Pista: la derivada de ln t respecto a t es $1/t$ y la derivada de s con respecto a s es 1.)

(b) Podemos utilizar esta ecuación para demostrar que si Donato adquiere ambos bienes, su función de demanda de *toblerones* no depende de su renta, sino solamente de la relación entre los precios. La función de demanda de *toblerones* es $\mathbf{t(p_s, p_t\ m) = p_s/p_t}$.

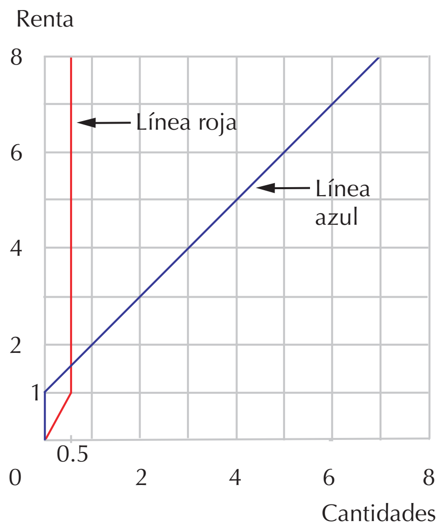
(c) Notemos que para esta función de utilidad especial, si Filatelio adquiere ambos bienes, la cantidad de dinero que gasta en adquirir *toblerones* tiene la particularidad de que depende solamente de una de las tres variables m, p_t y p_s y ésta es $\mathbf{p_s}$. (Pista: la cantidad de dinero que Donato emplea en adquirir toblerones es $p_t t(p_s, p_t, m)$.)

(d) Como hay solamente dos bienes, Donato tiene que emplear para adquirir sellos todo el dinero que le queda después de haber adquirido *toblerones*. Si la renta es m, el precio de los sellos es p_s, y el precio de los *toblerones* es p_t, determina una expresión algebraica para el número de sellos que adquirirá Donato utilizando su ecuación presupuestaria y su función de demanda de *toblerones*. $\mathbf{S = \frac{m}{p_s} - 1}$. $\mathbf{S = m - 1}$.

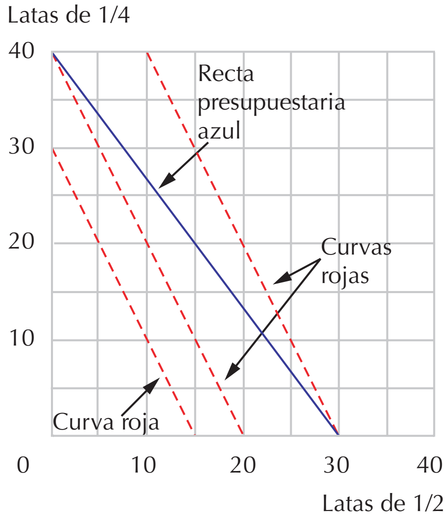
(e) La expresión que acabas de escribir es negativa si $m < p_s$. Ciertamente, para Donato no tiene sentido demandar cantidades negativas de sellos. Si $m < p_s$, ¿cuál será la cantidad de sellos demandada? $\mathbf{s = 0}$. ¿Cuál será la cantidad demandada de *toblerones*? $\mathbf{t = m/p_t}$. (Pista: recuerda lo que dijimos a propósito del óptimo de frontera.)

(f) La esposa de Donato se lamenta porque todo el dinero adicional que Donato consigue se lo gasta siempre en comprar sellos. ¿Tiene razón? (Suponemos que $m > p_s$.) **Sí**.

(g) Supongamos que el precio de un *toblerone* es de 2 euros y que el precio de un sello es de 1 euro. Representa en el gráfico adjunto, en color rojo, la curva de Ángel relativa a los *toblerones* y en color azul la curva de Ángel relativa a los sellos (Pista: dibuja primero la curva de las rentas superiores a 1 euro y sucesivamente para las rentas inferiores a 1 euro).



6.5 (0) Sara Simpar, como recordarás, cree que dos latas de cerveza de l/4 de litro son tan satisfactorias como una lata de 1/2 litro. Supongamos que la cerveza está disponible únicamente en estos dos tipos de capacidad y que dispone de 30 euros para adquirirla. Supongamos también que una lata de 1/4 cuesta 0,75 euros y una de 1/2 cuesta 1 euro. Representa en el gráfico en color azul la recta presupuestaria de Sara y en color rojo algunas de sus curvas de indiferencia.



(a) Dados estos precios, ¿cuál será la capacidad de las latas que adquirirá?, ¿o adquirirá latas de ambas capacidades? **Latas de 1/2 litro**.

(b) Supongamos que el precio de las latas de 1/2 se mantenga en 1 euro y que el precio de las latas de 1/4 descienda a 0,55 euros. ¿Comprará Sara en este caso una cantidad mayor de latas de 1/4? **No**.

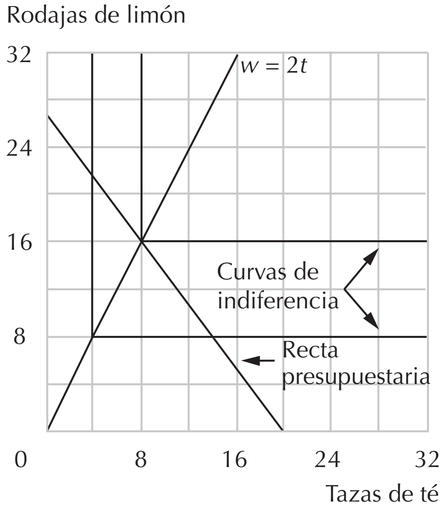
(c) Y si los precios de las latas de 1/4 descienden a 40 céntimos, ¿cuántas latas de 1/4 comprará entonces? **75 latas**.

(d) Si una lata de 1/2 cuesta 1 euro y Sara adquiere una cierta cantidad de latas de 1/2 y una cierta cantidad de 1/4, ¿cuál tiene que ser el precio de las latas de 1/4? **0,50 euros**.

(e) Tratemos ahora de expresar la función de demanda de Sara relativa a las latas de 1/2 litro en función de los dos precios y de la renta. Representamos con $p(1/2)$ y $p(1/4)$ los precios de las latas de 1/2 y de 1/4 respectivamente y con m la renta. Si $p(1/2) < 2p(1/4)$, entonces la cantidad de latas de 1/2 que Sara demandará es $m/p(1/2$. Si $p(1/2) > 2p(1/4)$, entonces la cantidad de latas de 1/2 que Sara demandará es **0**. Si $p(1/2) = 2\ p(1/4)$ estará indiferente entre cualquiera de las combinaciones asequibles.

6.6 (0) A la señorita Minuciosa le gustan las cosas en «su justa medida». De hecho, cuando se prepara el té, desea exactamente 2 rodajitas de limón en cada una de las tazas. Su renta asciende a 20 euros. Una rodaja de limón cuesta 0,75 euros y una taza de té cuesta 1 euro. Traza en el siguiente gráfico la recta presupuestaria de la señorita Minuciosa y representa algunas de sus curvas de indiferencia. (Pista: ¿no te ha parecido que la señorita Minuciosa era algo «extraña»?)

(a) ¿Cuántas tazas de té demandará la señorita Minuciosa en esta situación? **8 unidades**. ¿Cuántas rodajas de limón? **16 unidades**.



(b) Escribe la función de demanda de la señorita Minuciosa relativa a las rodajas de limón en función de los precios de las tazas de té y de las rodajas de limón y de su renta, donde p_t sea el precio de las tazas de té, p_r, sea el de las rodajas de limón y m sea su renta. $\boldsymbol{D\ (p_t\ p_r,\ m) = \frac{m}{p_w + p_c/2}}$. (Pista: puedes determinar la cantidad de los bienes demandados resolviendo este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. La primera de las ecuaciones establece que consume el doble de rodajas de limón que de tazas de té y la segunda ecuación es la ecuación presupuestaria.)

6.7 (1) La función de utilidad de Rosa es $U(b, c) = b + 100c - c^2$, donde b representa el número de buganvillas de su jardín y c representa el número de campanillas. Dispone de 500 metros cuadrados en su jardín para distribuir entre las buganvillas y las campanillas. Cada una de las buganvillas requiere 1 metro cuadrado y cada campanilla requiere 4 metros cuadrados. Rosa consigue ambas semillas de forma gratuita.

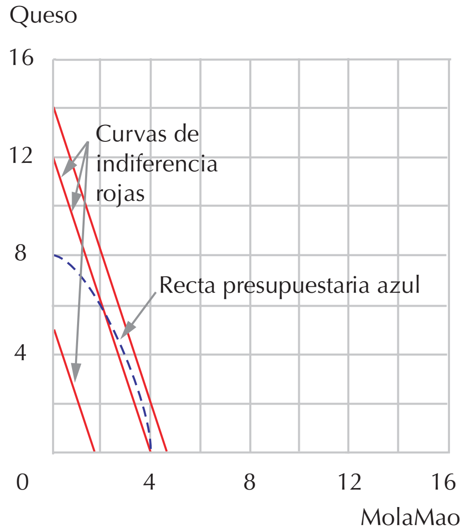
(a) Dada la superficie de su jardín, para maximizar su utilidad, Rosa debería plantar **308** buganvillas y **48** campanillas. (Pista: escribe una «ecuación presupuestaria» relativa a la superficie del jardín y procede después como en el caso de un problema de demanda corriente.)

(b) Si la superficie disponible aumentase improvisadamente ¿cuántas buganvillas adicionales podría plantar Rosa? **100 más**. ¿Y cuántas campanillas adicionales? **Ninguna más**.

(c) Si Rosa dispusiera de solamente 144 metros cuadrados, ¿cuántas campanillas podría plantar? **36**.
(d) Si Rosa cultiva tanto buganvillas como campanillas, entonces sabemos que la superficie disponible tiene que ser mayor de **192**.

6.8 (0) Casimiro consume MolaMao y queso, y su renta asciende a 16 euros. El MolaMao se vende de una manera poco corriente: hay un solo proveedor y cuanta mayor cantidad de MolaMao se le compra, mayor es el precio que hay que pagar por cada unidad. De hecho, x unidades de MolaMao le cuestan a Casimiro x^2 euros. El queso se vende normalmente al precio de 2 euros la unidad. La ecuación presupuestaria de Casimiro es, por lo tanto, $x^2 + 2y = 16$, donde x representa su consumo de MolaMao e y representa su consumo de queso. La función de utilidad de Casimiro es $U(x, y) = 3x + y$.

(a) En el gráfico siguiente, dibuja en color azul la frontera del conjunto presupuestario de Casimiro y representa en color rojo dos o tres de sus curvas de indiferencia.



(b) Escribe una ecuación que establezca que, en correspondencia con el punto (x, y), la pendiente de la «recta» presupuestaria de Casimiro es igual a la pendiente de su «curva» de indiferencia. $\mathbf{2x/2 = 3/1}$. Casimiro demanda **3** unidades de MolaMao y **3,5** unidades de queso.

6.9 (0) Quizás, después de todos estos problemas con personajes y lugares imaginarios, sería interesante examinar uno que esté basado en hechos reales. La Oficina de Estadística del Trabajo del Gobierno de Estados Unidos analiza periódicamente los presupuestos familiares para computar el índice de los precios al consumo. Los datos así recopilados, junto con otros indicadores interesantes de la situación económica, se publican anualmente en el *Handbook of Labor Statistics*. En las tablas que facilitamos a continuación se refleja la cantidad total empleada en el consumo y las cantidades empleadas para adquirir otras principales categorías de bienes, relativas a familias pertenecientes a 5 niveles de renta distintos en Estados Unidos en el año 1961. Las personas pertenecientes a cada uno de estos grupos tienen todas ingresos similares. El grupo A es el de nivel de renta más bajo y el grupo E es el de nivel de renta más elevado.

Tabla 6.1. Gastos por categorías de distintos niveles de renta en 1961

Nivel de renta	A	B	C	D	E
Comidas en casa	465	783	1.078	1.382	1.848
Comidas fuera de casa	68	171	213	384	872
Vivienda	626	1.090	1.508	2.043	4.205
Vestuario	119	328	508	830	1.745
Transportes	139	519	826	1.222	2.048
Otros	364	745	1.039	1.554	3.490
Gastos totales	1.781	3.636	5.172	7.415	14.208

Tabla 6.2 Porcentajes asignados según el presupuesto familiar

Nivel de renta	A	B	C	D	E
Comidas en casa	26	22	21	19	13
Comidas fuera de casa	3,8	4,7	4,1	5,2	6,1
Vivienda	35	30	**2,9**	**28**	**30**
Vestuario	6,7	9,0	**9,8**	**11**	**12**
Transportes	7,8	14	**16**	**17**	**14**

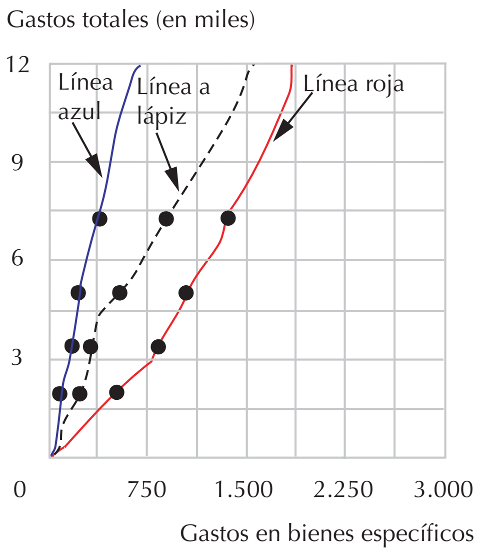
(a) Completa la tabla 6.2.

(b) ¿Cuáles de estos bienes son considerados normales? **Todos**.

(c) ¿Cuáles de estos bienes satisfacen la definición correspondiente al libro de texto de *bienes de lujo* para la mayor parte de los niveles de renta? **Las comidas fuera de casa, el vestuario, los transportes**.

(d) ¿Cuáles de estos bienes satisfacen la definición correspondiente al libro de texto de *bienes necesarios* para la mayor parte de los niveles de renta? **Las comidas preparadas en casa, la vivienda**.

(e) En el gráfico de la página siguiente, basándonos en la información facilitada por la tabla 6.1, dibuja algunas «curvas de Engel». (Para dibujar estas curvas considera que la renta se refiere a los gastos de consumo totales.) Dibuja en color rojo la curva de Engel relativa a las comidas preparadas en casa, en color azul la relativa a las comidas consumidas fuera de casa y en lápiz la relativa al vestuario. ¿Cuál es la principal diferencia entre la curva de Engel relativa a los bienes de lujo y aquélla relativa a los bienes de primera necesidad? **La curva de un bien de lujo es cada vez más plana a medida que aumenta la renta y la curva de un bien de primera necesidad es cada vez más inclinada**.



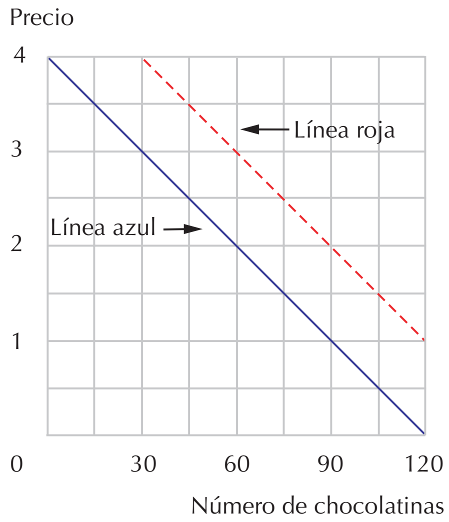
6.10 (0) Germán consume chocolatinas y albóndigas. Su función de demanda de chocolatinas es $q_c = m - 30p_c + 20p_a$, donde m es su renta, p_a es el precio de las albóndigas, p_c es el precio de las chocolatinas y q_c es su consumo de chocolatinas. La renta de Germán asciende a 100 euros y el precio de las albóndigas es 1 euro la unidad.

(a) Las albóndigas, ¿son un sustitutivo o un complementario de las chocolatinas? Explica por qué. **Un sustitutivo. Una subida del precio de las albóndigas eleva la demanda de chocolatinas**.

(b) Representa con una ecuación la función de demanda de Germán relativa a las chocolatinas en el caso de que la renta y el precio de las albóndigas se mantengan fijos respectivamente en 100 euros y en 1 euro. $\boldsymbol{q_c = 120 - 30p_c}$.

(c) Representa con una ecuación la función inversa de demanda de Germán relativa a las chocolatinas si la renta es de 100 euros y el precio de las albóndigas se mantiene en 1 euro. $\boldsymbol{p_c = 4 - q_c/30}$. ¿A qué precio comprará Germán 30 chocolatinas? **3 euros**. Dibuja en color azul la curva inversa de demanda de Germán relativa a las chocolatinas.

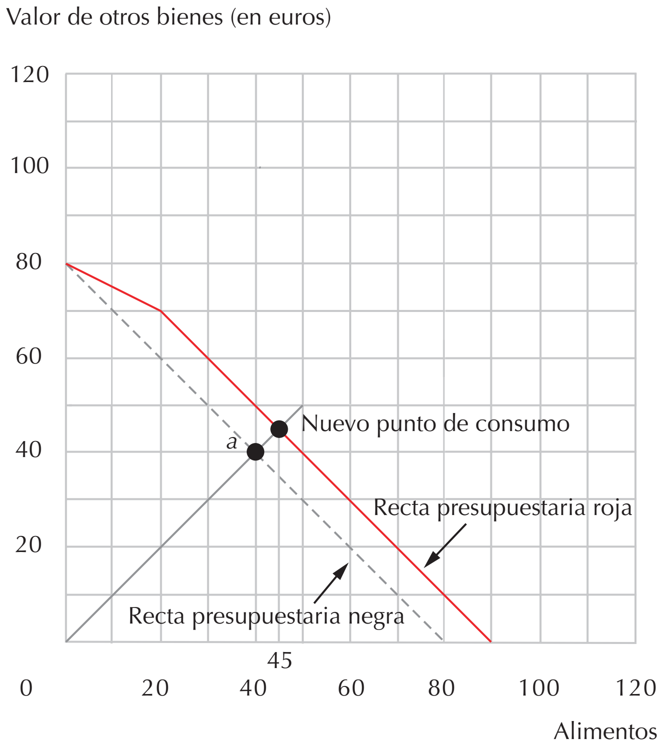
(d) Supongamos que el precio de las albóndigas aumenta a 2,50 euros por unidad. Representa con una ecuación la curva inversa de demanda de chocolatinas de Germán. $\boldsymbol{p_c = 5 - q_c/30}$. Dibuja en color rojo la nueva curva inversa de demanda.



6.11 (0) Ricardo y Ramona Soler están atravesando tiempos difíciles, pero aun así se comportan como consumidores racionales. Sobreviven con 80 euros semanales, gastando 40 euros en comida y 40 en todos los otros bienes. Los alimentos cuestan 1 euro por unidad. Traza en color negro, en el siguiente gráfico, la recta presupuestaria e indica con una *A* su cesta de consumo.

(a) De pronto, los Soler se convierten en candidatos a los cupones de alimentación. Esto significa que pueden comprar en una agencia estos cupones por 1 euro e intercambiarlos por productos alimenticios por valor de 2 euros. Sin embargo, el máximo número de cupones que pueden comprar a la semana es 10. Traza en el gráfico en color rojo su nueva recta presupuestaria.

(b) Si los Soler tienen preferencias homotéticas, ¿qué cantidad adicional de alimentos adquirirán cuando ingresen en el programa de los cupones de alimentación? **5 unidades**.



Cálculo

6.12 (2) Como recordarás, Natalia Lejarreta está asistiendo a un curso de economía, en el cual la nota final será la correspondiente al *mínimo* número de respuestas correctas que consiga en los dos exámenes. Cada respuesta correcta del primer examen suponen 10 minutos de estudio para Natalia y cada respuesta correcta del segundo examen suponen 20 minutos de estudio. En el capítulo anterior determinamos la mejor disposición posible de los 1.200 minutos de estudio entre los dos exámenes. En la clase de Natalia algunos alumnos aprenden más rápido que ella y otros aprenden más lentamente, y como consecuencia algunos tendrán que dedicarle más tiempo al estudio que ella y otros dedicarán menos tiempo al estudio que ella. En este ejercicio vamos a determinar una solución general para el problema de la elección de tiempo que una persona destina al estudio y a las puntuaciones de los exámenes, en función del coste (relativo al tiempo) necesario para mejorar la puntuación obtenida.

(a) Supongamos que si un alumno no estudia para preparar el examen, no consigue ninguna respuesta correcta. Cada respuesta correcta en el primer examen requiere P_1 minutos de estudio y cada respuesta correcta en el segundo examen requiere P_2 minutos de estudio. Supongamos que un estudiante dedica un total de M minutos a preparar ambos exámenes y distribuye su tiempo entre ambos de la mejor manera posible. ¿Obtendrá este estudiante el mismo número de repuestas correctas en ambos exámenes? **Sí**. Representa con una fórmula general la nota final (N) de este estudiante en función de estas tres variables P_1, P_2 y M, $N = \frac{M}{P_1 + P_2}$. Si este estudiante quiere conseguir la nota final N estudiando el mínimo tiempo posible, deberá estudiar $\boldsymbol{P_1 N}$ minutos para el primer examen y $\boldsymbol{P_2 N}$ minutos para el segundo examen.

(b) Supongamos que un estudiante tiene una función de utilidad

$$U(M, N) = N - \frac{A}{2} M^2.$$

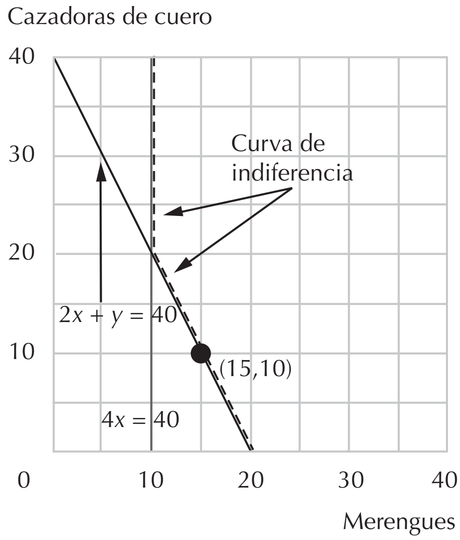
donde N es la nota final, M es el número de minutos dedicados al estudio y A es una variable que representa su aversión al estudio. En el apartado *(a)* hemos visto que un estudiante que estudia M minutos y distribuye adecuadamente su tiempo de estudio entre los dos exámenes conseguirá una nota final $N = \frac{M}{P_1 + P_2}$. Si sustituimos $\frac{M}{P_1 + P_2}$ por N en la función de utilidad y diferenciamos con respecto a M, obtenemos el tiempo de estudio, M, que maximiza la utilidad del estudiante. $M = \frac{1}{A(P_1 + P_2)}$. La función que hemos obtenido es una función con tres variables P_1, P_2 y A. Si este estudiante elige dedicar al estudio una cantidad de tiempo tal que maximice su utilidad y la distribuye adecuadamente entre los dos exámenes, conseguirá una nota final en el curso de $N = \frac{1}{A(P_1 + P_2)^2}$.

(c) Natalia Lejarrera tiene una función de utilidad como la que acabamos de ver. Elige la cantidad de tiempo dedicada al estudio que maximiza su utilidad, que es $P_1 = 10$ y $P_2 = 20$, con lo que dedica un total de $M = 1.200$ minutos a la preparación de los dos exámenes. Dada esta información podemos determinar el valor de la variable A en la función de utilidad de Natalia. De hecho, para Natalia, $A = \frac{1}{36.000}$.

(d) Zacarías Fangio es un compañero de clase de Natalia. La función de utilidad de Zacarías es exactamente igual a la de Natalia, con el mismo valor para A, pero Zacarías aprende más lentamente que Natalia. De hecho, tiene que dedicar al estudio el doble de tiempo que Natalia, de manera que para él $P_1 = 20$ y $P_2 = 40$. Zacarías también va a elegir la cantidad de tiempo de estudio que maximice su utilidad. ¿Cuál es la relación entre el tiempo dedicado al estudio por Zacarías y el tiempo dedicado por Natalia? **1/2**. Su nota final de curso, ¿será mayor, igual o menor de la mitad de la conseguida por Natalia? **Menos de la mitad**.

6.13 (1) Presentamos ahora un rompecabezas. A primera vista parece que no disponemos de suficiente información para resolverlo, pero cuando dibujes la curva de indiferencia y reflexiones un poco, verás que tiene una solución clara y fácilmente calculable.

Kinko gasta toda su renta en adquirir merengues y cazadoras de cuero. Su función de utilidad es $U(x, y) = \min\{4x, 2x + y\}$, donde x representa su consumo de merengues e y representa su consumo de cazadoras de cuero. Kinko ha elegido consumir 15 merengues y 10 cazadoras de cuero. El precio de un merengue es 10 euros. Queremos conocer la renta de Kinko.



(a) Representa la curva de indiferencia de Kinko que atraviesa el punto (15, 10). ¿Cuál es la pendiente de la curva de indiferencia correspondiente a este punto? **–2**. ¿Cuál tiene que ser el precio de las cazadoras de cuero si Kinko ha elegido esta cesta de consumo? 5 euros. ¿Cuál es, por tanto, la renta de Kinko? **15 × 10 + 10 × 5 = 200**.

7 La preferencia revelada

Introducción

En los problemas del capítulo anterior aprendimos a determinar la demanda de un consumidor dadas sus preferencias. En este capítulo seguiremos el procedimiento contrario: daremos una cierta cantidad de información sobre la demanda del consumidor y deberás deducir las características de sus preferencias. El instrumento principal que emplearemos será el *axioma débil de la preferencia revelada.* Este axioma afirma que si un consumidor elige la cesta de consumo *A* cuando podría elegir *B,* entonces nunca elegirá la cesta de consumo *B* si su recta presupuestaria le permite adquirir *A*. La idea es que si eliges *A* cuando podrías elegir *B,* quiere decir que prefieres *A* a *B*. Pero si prefieres *A* a *B,* nunca elegirás *B* si puedes obtener *A*. Si una persona elige adquirir *A* cuando puede adquirir *B,* decimos que para este consumidor la cesta de consumo *A se revela directamente preferida* a la cesta de consumo *B*. El axioma débil afirma que si *A* se revela directamente preferida a *B,* entonces *B* no se revela directamente preferida a *A*.

Ejemplo: Examinemos un ejemplo en el cual es posible verificar si una cesta se revela directamente preferida a otra. Supongamos que un consumidor adquiere la cesta de consumo $(x^A{}_1, x^A{}_2) = (2, 3)$ a los precios $(p^A{}_1, p^A{}_1) = (1, 4)$. El coste de la cesta $(x^A{}_1, x^A{}_2)$ a esos precios es $(2 \times 1) + (3 \times 4) = 14$. La cesta (2, 3) se revela directamente preferida a todas las otras cestas que el consumidor puede adquirir a los precios (1,4) cuando su renta es 14. Por ejemplo, la cesta (5, 2) cuesta solamente 13 a los precios (1, 4), así que podemos decir que para este consumidor (2, 3) se revela preferida a (5,2).

En este capítulo proponemos también algunos problemas relativos a los índices de los precios y de las cantidades. Un índice de precios es una comparación de la media de los precios en dos periodos de tiempo o en dos lugares diferentes. Si hay más de un bien no todos los precios variarán necesariamente del mismo modo. Supongamos que queremos comparar el nivel de precios del "año en curso" con el nivel de precios de un "año base". Una manera de establecer esta comparación es comparando el precio de una cesta de consumo de bienes "de referencia" de esos dos años. Existen dos maneras de elegir razonablemente esta cesta de consumo de referencia. Podemos elegir como cesta de consumo de referencia la cesta que se consume en el año en curso, o bien podemos elegir la consumida en el año base. Se tratará típicamente de dos cestas de consumo diferentes. Si la cesta de referencia corresponde al año base, el índice de precios se denomina *índice de precios de Laspeyres* y si la cesta corresponde al año en curso se denomina *índice de precios de Paasche.*

Ejemplo: Supongamos que tenemos solamente dos bienes. En 1980, los precios eran (1, 3) y un consumidor eligió la cesta de consumo (4, 2). En 1990, los precios eran (2, 4) y el consumidor eligió la cesta de consumo (3, 3). El coste de la cesta elegida en el año 1980 a los precios de 1980 es $(1 \times 4) + (3 \times 2) = 10$. El coste de esta misma cesta a los precios de 1990 es $(2 \times 4) + (4 \times 2) = 16$. Si consideramos que 1980 es el año base y 1990 es el año en curso, el índice de precios de Laspeyres es 16/10. Para calcular el índice de precios de Paasche determinamos la relación entre el coste de la cesta elegida en 1990 a los precios de 1990, y el coste de esta misma cesta a los precios de 1980. La cesta de consumo elegida en el año 1990 cuesta $(2 \times 3) + (4 \times 3) = 18$ a los precios de 1990. Esta misma cesta a los precios de 1980 cuesta $(1 \times 3) + (3 \times 3) = 12$. Por lo tanto, el índice de precios de Paasche es 18/12. Date cuenta que los índices de ambos precios denotan un aumento de los precios, pero como las variaciones son ponderadas de distinta manera, los dos procedimientos proporcionan diferentes relaciones entre los precios.

Determinar un índice de la "cantidad" de los bienes consumidos en los dos periodos presenta problemas similares. ¿Cómo se compara la variación de las cantidades consumidas del bien 1 con las cantidades consumidas del bien 2? En este caso, podemos comparar el coste de las cestas de los dos periodos evaluándolo a tenor de los precios de referencia. Contamos de nuevo con al menos dos posibilidades: el *índice de la cantidad de Laspeyres* y el *índice de la cantidad de Paasche*. El índice de la cantidad de Laspeyres considera los precios del año base como los precios de referencia y el índice de la cantidad de Paasche considera los precios del año en curso como los precios de referencia.

Ejemplo: En el ejemplo anterior el índice de la cantidad de Laspeyres es la relación entre el coste de la cesta elegida en 1990 a los precios de 1980 y el coste de la cesta elegida en 1980 a los precios de 1980. El coste de la cesta elegida en 1990 a los precios de 1980 es 12 y el coste de la cesta elegida en 1980 a los precios de 1980 es 10, por lo que el índice de la cantidad de Laspeyres es 12/10. El coste de la cesta de 1990 a los precios de 1990 es 18 y el coste de la cesta de 1980 a los precios de 1990 es 16, por lo que el índice de la cantidad de Paasche es 18/16.

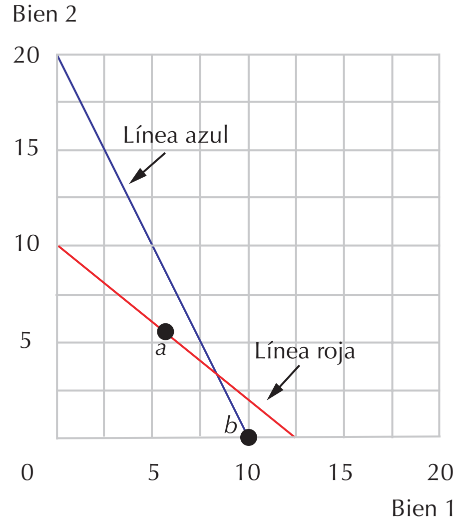
Cuando hayas completado estos ejercicios esperamos que estés en condiciones de:

- Determinar, dada alguna información sobre los precios y el consumo, si una cesta de consumo de bienes se prefiere a otra cesta.
- Calcular, dada alguna información sobre los precios y la cantidad consumida, los índices de los precios y de la cantidad de Paasche y de Laspeyres.
- Deducir algunas consecuencias relativas al comportamiento del consumidor aplicando el axioma de la preferencia revelada.
- Aplicar el concepto de la preferencia revelada para comparar el bien estar en periodos o lugares diferentes.

7.1 (0) Si los precios son (4, 6), Gemma elige la cesta (6,6), y si los precios son (6, 3), elige la cesta (10, 0).

(a) Representa en color rojo en el gráfico correspondiente, la primera recta presupuestaria de Gemma y en color azul la segunda. Indica con una *A* la elección óptima correspondiente a la primera recta y con una *B* la elección óptima correspondiente a la segunda recta.

(b) ¿Es el comportamiento de Gemma coherente con el axioma débil de la preferencia revelada? **No**.



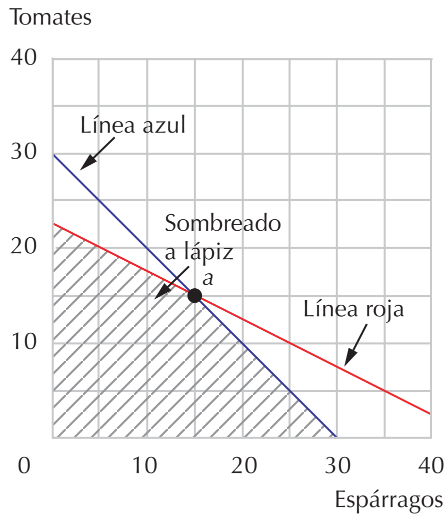
7.2 (0) Fermín Formol consume únicamente espárragos y tomates, que en su país son productos muy estacionales. Para ganarse la vida, Fermín vende paraguas, actividad que le proporciona una renta fluctuante dependiendo del clima. Pero a Fermín no le preocupa, ya que no piensa en el mañana y se gasta todas las semanas todo lo que ha ganado. Una semana en la que los precios de los espárragos y de los tomates era 1 euro el kilo, Fermín consumió 15 kilos de cada uno. Representa en color azul en el gráfico de debajo, la recta presupuestaria de Fermín y marca con la letra *A* la cesta elegida.

(a) ¿Cuál es la renta de Fermín? **30 euros**.

(b) A la semana siguiente el precio del kilo de tomates asciende a 2 euros, mientras el precio de los espárragos se mantiene en 1 euro. Por casualidad, la renta de Fermín había variado de tal modo que le permite adquirir, a los nuevos precios, su cesta de consumo inicial (15, 15). Traza en el mismo gráfico, en color rojo, la nueva recta presupuestaria. Esta nueva recta presupuestaria, ¿pasa por el punto *A*? **Sí**. ¿Cuál es la pendiente de esta recta? **–1/2**.

(c) ¿Cuántos espárragos puede adquirir ahora si emplea toda su renta en la adquisición de espárragos? **45 kilos**.

(d) ¿Cuál es ahora la renta de Fermín? **45 euros**.



(e) Traza con lápiz sobre la nueva recta presupuestaria (la roja) la cesta que Fermín terminantemente no adquirirá con este presupuesto. ¿Es posible que elija aumentar su consumo de tomates cuando su renta cambie de la recta azul a la roja? **No**.

7.3 (0) Marcelino consume pan y vino. Para Marcelino, el precio del pan es 4 euros por barra y el precio del vino es 4 euros por copa. Marcelino dispone de una renta de 40 euros diarios. Marcelino consume 6 copas de vino y 4 barras de pan al día.

Landelino también consume pan y vino. Para Landelino el precio del pan es 1/2 euro por barra de pan y el precio del vino es 2 euros por copa. Landelino dispone de una renta de 15 euros diarios.

(a) Si Landelino y Marcelino comparten los mismos gustos, ¿es posible establecer que la satisfacción de Landelino es mayor que la de Marcelino o viceversa? Razona tu respuesta. **La satisfacción de Landelino es mayor. Puede comprar la cesta de Marcelino y, aún así, le queda renta**.

(b) Supongamos que los precios y las rentas de Marcelino y Landelino no varían y que Marcelino sigue consumiendo la misma cesta. Supongamos que Landelino se gasta toda su renta. Proporciona un ejemplo de una combinación de pan y vino tal que, si Landelino la adquiriera, sabríamos que sus gustos no son los mismos que los de Marcelino. 7,5 de vino y 0 de pan, por ejemplo. Si tuvieran los mismos gustos, esta combinación violaría el axioma débil de la preferencia relevada, ya que cada uno puede alcanzar la combinación del otro, pero la rechaza.

7.4 (0) Presentamos en esta tabla los precios y la cantidad demandada por un consumidor llamado Rolando cuyo comportamiento ha sido observado en 5 combinaciones diferentes de precios y rentas.

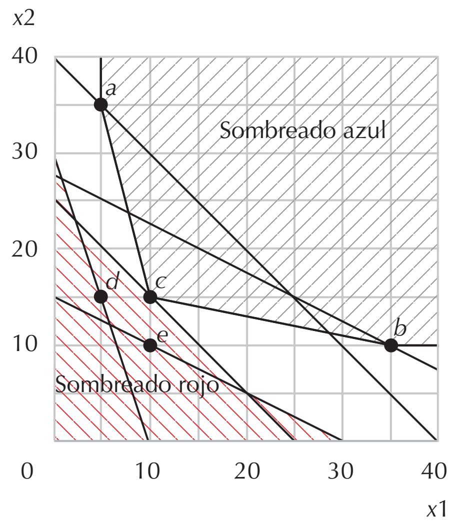
Situaciones	p_1	p_2	x_1	x_2
A	1	1	5	35
B	1	2	35	10
C	1	1	10	15
D	3	1	5	15
E	1	2	10	10

(a) Traza en el gráfico siguiente las diferentes rectas presupuestarias y marca los puntos elegidos en cada uno de los casos con las letras A, B, C, D y E.

(b) ¿Es el comportamiento de Rolando coherente con el axioma débil de la preferencia revelada? **Sí**.

(c) Sombrea ligeramente, en color rojo, todos los puntos que consideres con seguridad que son peores para Rolando que la cesta C.

(d) Supongamos que las preferencias de Rolando sean convexas y monótonas y que su comportamiento sea coherente con el axioma fuerte de la preferencia revelada. Sombrea ligeramente en color azul todos los puntos que consideres con certeza que son *al menos tan buenos como* la cesta C.



7.5 (0) Horst y Nigel viven en diferentes países. Posiblemente sus preferencias son distintas y, desde luego, se enfrentan a diferentes precios. Los dos consumen solamente dos bienes *x* e *y*. Horst puede adquirir una unidad del bien *x* por 14 euros y una unidad de *y* por 5 euros. Emplea toda su renta de 167 euros en la adquisición de 8 unidades de *x* y 11 unidades de *y*. Nigel tiene que pagar 9 pesos para adquirir una unidad del bien *x* y 7 pesos para adquirir una unidad del bien *y*. Nigel consume 10 unidades de *x* y 9 unidades de *y*.

(a) ¿Qué precios y qué renta preferiría Horst, los suyos propios o los de Nigel, o no disponemos de suficiente información para establecerlo? Razona tu respuesta. **Horst prefiere el presupuesto de Nigel al suyo. Con el presupuesto de Nigel, puede comprar su propia cesta y le queda dinero**.

(b) ¿Qué precios y qué renta preferiría Nigel (los suyos propios o los de Horst) o no disponemos de suficiente información para establecerlo? **No disponemos de suficiente información para establecerlo**.

7.6 (0) Presentamos en esta tabla algunas observaciones relativas a los precios y a las cantidades de tres bienes diferentes con tres precios diferentes y en tres situaciones diferentes.

Situaciones	p_1	p_2	p_3	x_1	x_2	x_3
A	1	2	8	2	1	3
B	4	1	8	3	4	2
C	3	1	2	2	6	2

(a) Vamos a completar la tabla que sigue de esta manera: anotamos en la casilla correspondiente a la intersección de la fila *i* y la columna *j* de la matriz (donde *i* y *j* están representadas por las letras A B y C) el valor de la cesta elegida en la situación *j* a los precios de la situación *i*. Por ejemplo, anotamos en la fila A columna A, el valor de la cesta adquirida en la situación A a los precios de la situación A. Vimos en la tabla anterior que en la situación A el consumidor había elegido la cesta (2, 1, 3) a los precios (1, 2, 8). La cesta A cuesta, por lo tanto (a los precios A), $(1 \times 2) + (2 \times 1) + (8 \times 3) = 28$ y, por consiguiente, anotamos 28 en la fila A, columna A. En la situación B el consumidor ha adquirido la cesta (3, 4, 2). El valor de la cesta elegida en la situación B a los precios de la situación A es (1×3)

+ (2 × 4) + (8 × 2) = 27. Por lo tanto, anotamos 27 en la fila A, columna B. Hemos rellenado algunas casillas, pero te dejamos unas cuantas.

Precios/Cantidades	A	B	C
A	28	27	**30**
B	**33**	32	30
C	13	17	**16**

(b) En la tabla siguiente escribe una *D* en la casilla correspondiente a la intersección de la fila *i* y de la columna *j* si la cesta elegida en la situación *i* se revela directamente preferida a la elegida en la situación *j*. Por ejemplo: en la situación A el consumidor gasta 28 euros. Observamos que podía haber adquirido también la cesta elegida en la situación B, que a los precios de la situación A cuesta 27 euros. Por lo tanto, la cesta elegida en la situación A se revela directamente preferida a la elegida en la situación B y, por consiguiente, anotamos una D en la fila A, columna B. Consideremos ahora la fila B, columna A. La cesta elegida en la situación B cuesta 32 a los precios de la situación B. A los precios de la situación B, la cesta elegida en la situación A cuesta 33 y, por consiguiente, no puede ser adquirida en la situación B. En este caso, como la situación B *no* se revela directamente preferida a la situación A, dejamos vacía la casilla correspondiente a la intersección de la fila B y la columna A. En general, escribimos una *D* en la fila *i,* columna *j* si el número de la casilla *ij* de la tabla anterior es menor o igual al de la casilla *ii.* Si aparece una *D* en la casilla *ij* y también una *D* en la casilla *ji,* estaremos en presencia de una violación del axioma débil de la preferencia revelada. Las observaciones que hemos elegido, ¿violan este axioma débil de la preferencia revelada? **No**.

Situaciones	A	B	C
A	–	D	I
B	I	–	D
C	D	I	–

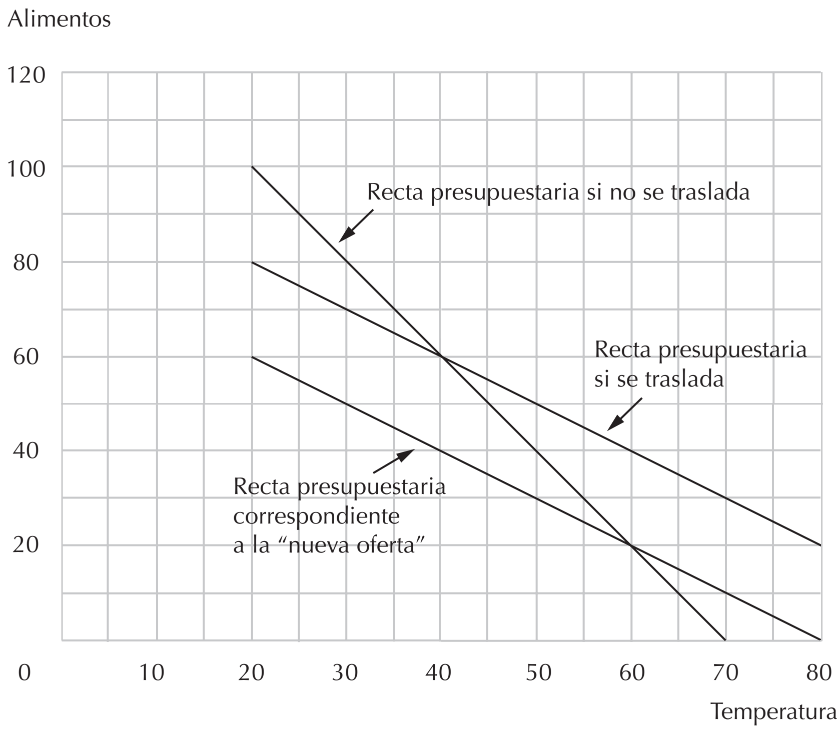
(c) Rellena la casilla correspondiente a la fila *i* columna *j* con una *I* si la observación elegida *i* se revela indirectamente preferida a la *j*. Las observaciones elegidas, ¿violan el axioma fuerte de la preferencia revelada? **Sí**.

7.7 (0) Estamos en enero y a Xuan Grado, a quien conocimos en el capítulo 5, le castañetean los dientes en su apartamento cuando de repente suena el teléfono. Se trata de Manuela Mariana, una de las estudiantes a quien Xuan corrigió sus ejercicios de teoría de los precios en el último cuatrimestre. Manuela le pregunta a Xuan si estaría interesado en pasar el mes de febrero en el apartamento de ella. Manuela, que ha decidido cambiar de carrera de económicas a ciencias políticas, piensa pasar un mes de vacaciones en Sierra Nevada y dejará el apartamento vacante (¡qué pena!). Todo lo que Manuela pide a cambio es que Xuan pague sus gastos de comunidad mensuales de 40 euros y el recibo de la calefacción. Como su apartamento está mucho mejor aislado que el de Xuan, solamente cuesta 1 euro al mes el aumentar la temperatura en un grado. Xuan, después de darle las gracias, dice que la llamará mañana para comunicarle su decisión. Se pone de nuevo el gorro con orejeras y comienza a reflexionar. Si acepta la oferta de Manuela, deberá continuar pagando el alquiler de su apartamento, pero no tendrá que calentarlo. Si se muda, el gasto en calefacción será menor, pero tendrá que pagar 40 euros adicionales de gastos de comunidad. La temperatura media exterior en el mes de febrero es de 20 grados Fahrenheit y le costará 2 euros mensuales aumentar la temperatura de su apartamento en un grado. Xuan está todavía corrigiendo ejercicios y le quedan 100 euros al mes para gastar en alimentos y diversos servicios después de haber satisfecho el importe del alquiler. El precio de los alimentos sigue siendo 1 euro por unidad.

(a) Traza la recta presupuestaria de Xuan para el mes de febrero en el caso de que se traslade al apartamento de Manuela y en este mismo gráfico traza su recta presupuestaria si no se traslada.

(b) Después de trazar por sí mismo estas rectas, Xuan decide que saldrá ganando si no se muda. De esto podemos deducir que, conforme al principio de la preferencia revelada, Xuan piensa mantener su apartamento a una temperatura media inferior a **60 grados**.

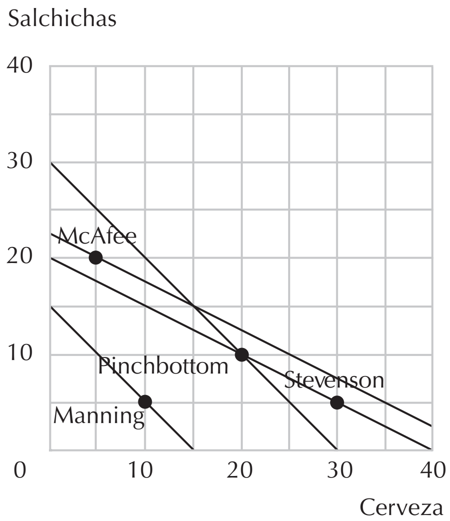
(c) Xuan telefonea a Manuela y le comunica su decisión. Manuela le ofrece hacerse cargo de la mitad de los gastos de comunidad de su propio apartamento. Representa la recta presupuestaria de Xuan si aceptara la nueva oferta de Manuela. Xuan acepta ahora la oferta de Manuela. Del hecho de que ha aceptado su oferta podemos deducir que piensa mantener el apartamento de Manuela a una temperatura superior a **40 grados**.



7.8 (0) Lord Peter Pommy es un famoso criminólogo que ha estudiado las más recientes técnicas forenses del principio de la preferencia revelada. Lord Peter está investigando la desaparición de Sir Cedric Pinchbottom, quien, tras abandonar a su anciana madre en la esquina de una calle de Liverpool, ha desaparecido sin dejar rastro. Lord Peter ha descubierto que Sir Cedric está fuera de Inglaterra y que se refugia con nombre falso en algún lugar del imperio. Los sospechosos son tres: R. Preston McAfee de Brass Monkey, Ontario, Canadá; Richard Manning de North Shag, Nueva Zelanda, y Richard Stevenson de Gooey Shoes, islas Malvinas. Lord Peter ha examinado el diario de Sir Cedric, que recoge detalladamente sus hábitos de consumo. Una atenta observación le ha permitido averiguar el comportamiento de los consumidores McAfee, Manning y Stevenson. Estos tres caballeros, así como Sir Cedric, destinaban toda su renta a la adquisición de cerveza y salchichas. Sus informes revelan la siguiente información:

- **Sir Cedric Pinchbottom.** En el año anterior a su desaparición consumió 10 kilogramos de salchichas y 20 litros de cerveza a la semana. En aquel año, un litro de cerveza costaba 1 libra esterlina y un kilo de salchichas costaba 1 libra esterlina.
- **R. Preston McAfee.** McAfee era conocido por consumir 5 litros de cerveza y 20 kilogramos de salchichas. En Brass Monkey, Ontario, un litro de cerveza costaba 1 dólar canadiense y un kilogramo de salchichas costaba 2 dólares canadienses.
- **Richard Manning.** Manning consumía 5 kilogramos de salchichas y 10 litros de cerveza a la semana. En North Shag, un litro de cerveza. costaba 2 dólares neozelandeses y un kilo de salchichas costaba 2 dólares neozelandeses.
- **Richard Stevenson.** Stevenson consumía 5 kilogramos de salchichas y 30 litros de cerveza a la semana. En Gooey Shoes, un litro de cerveza costaba 10 libras de las islas Malvinas y un kilo de salchichas costaba 20 libras de las islas Malvinas.

(a) Utiliza un color diferente para trazar las respectivas rectas presupuestarias de cada uno de los tres sospechosos, determinando las combinaciones de consumo elegidas. En este mismo gráfico, superpón la recta presupuestaria de Sir Cedric y su elección óptima.

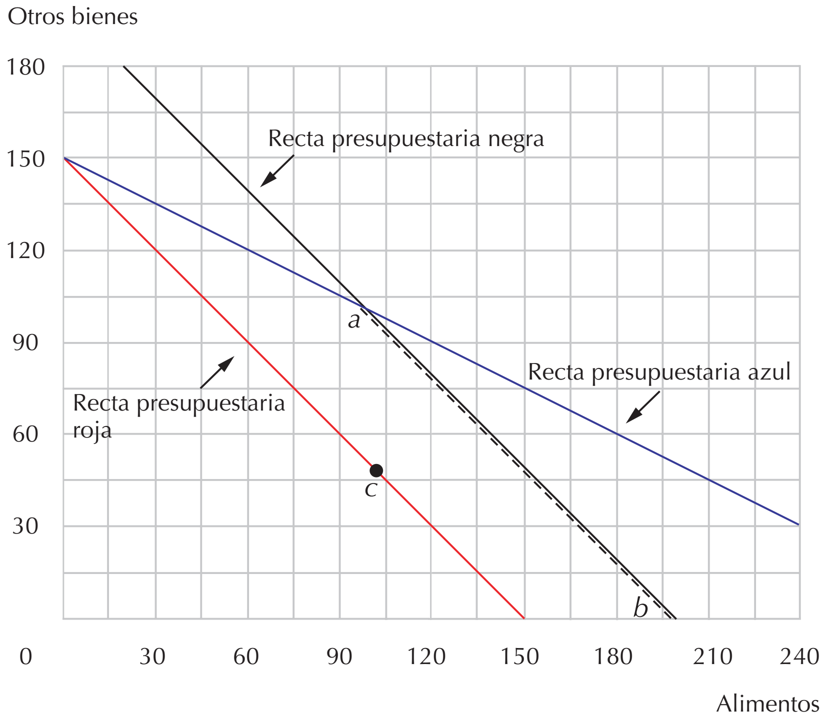


(b) Tras estudiar concienzudamente sus informes, Lord Peter proclama: «A menos que Sir Cedric haya cambiado sus gustos, puedo eliminar a uno de los sospechosos. El principio de la preferencia revelada me dice que uno de los sospechosos es inocente». ¿Cuál de ellos? **McAfee**.

(c) Después de reflexionar un poco más, Lord Peter proclama: «Si Sir Cedric abandonó Inglaterra voluntariamente, entonces tiene que encontrarse ahora mejor de lo que estaba antes. Por lo tanto, si Sir Cedric abandonó Inglaterra voluntariamente y no ha cambiado sus gustos, ahora debe estar viviendo en **las Malvinas**.

7.9 (0) La familia Martínez tiene dificultades para llegar a fin de mes. Gasta 100 euros a la semana en alimentos y 50 euros en otros bienes. Acaba de instituirse un nuevo programa de asistencia social que le permite elegir entre recibir una transferencia de 50 euros a la semana que puede gastar en lo que quiera o comprar un número cualquiera de cupones de alimentación por 1 euro cada cupón y canjearlos por alimentos por valor de 2 euros (por supuesto, no puede revender los cupones). Los alimentos son un bien normal para esta familia. Imagínate que eres un amigo de los Martínez y que te piden ayuda para elegir la mejor opción. Confiando en tu creciente conocimiento en materia económica, procedes de este modo.

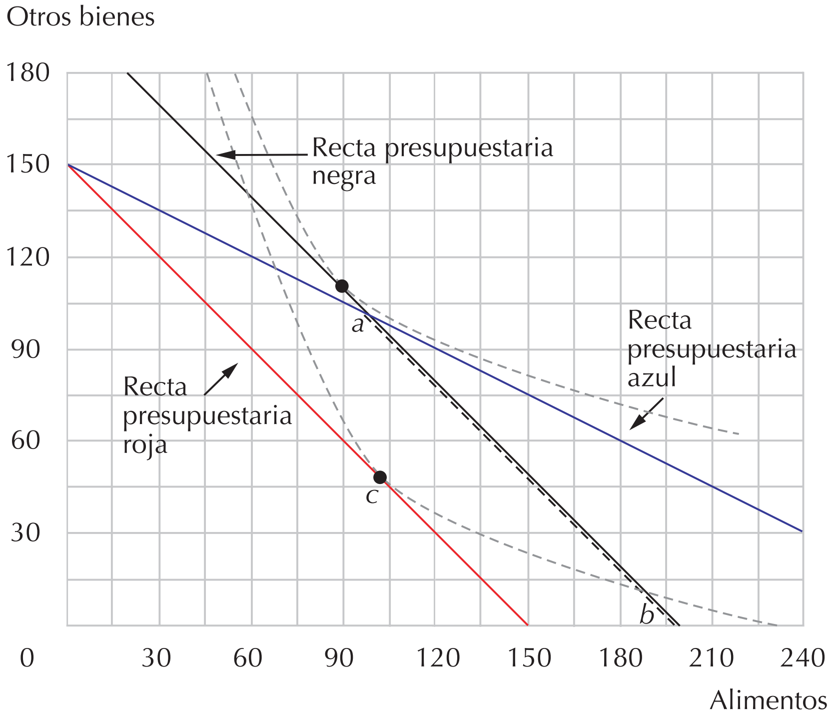
(a) En el gráfico de debajo, representa en color rojo la recta presupuestaria inicial y marca con la letra *C* la cesta actual elegida. Representa ahora en color negro la recta presupuestaria en el caso de que aceptaran la contribución social. Si eligieran los cupones de alimentación, ¿cuántos alimentos podrán adquirir destinando toda la renta a la adquisición de cupones de alimentación? **300 euros**. ¿Cuánto podrían destinar a adquirir los otros bienes si no adquirieran comida? **150 euros**. En color azul, traza la recta presupuestaria en el caso de que elijan los cupones de alimentación.



(b) Considerando el hecho de que los alimentos son un bien normal para la familia Martínez y conociendo su elección inicial, marca con trazo más grueso el tramo del segmento de su recta presupuestaria (en color negro) donde se encontraría su cesta de consumo preferida si decidiera recibir la contribución estatal de 50 euros. Indica los extremos de este segmento con las letras A y B.

(c) Después de estudiar el gráfico que has dibujado, comunicas a la familia Martínez: «Tengo suficiente información para deciros cuál es vuestra mejor elección. Debéis elegir el **cupón** porque **podéis conseguir más comida incluso cuando otros gastos se mantienen**».

(d) El señor Martínez te agradece la molestia y después te pregunta: «¿Podías haber determinado cuál era nuestra mejor elección si no hubieras sabido que para nosotros los alimentos son un bien normal?». En los ejes que aparecen a continuación, traza las mismas rectas presupuestarias que dibujaste en el diagrama anterior y representa las curvas de indiferencia para las cuales los alimentos no sean un bien normal y por lo que la opción que has elegido aumenta la satisfacción de la familia Martínez.



7.10 (0) En 1933 el economista sueco Cunnar Myrdal (al que posteriormente se le concedió el premio Nobel en Economía) y un grupo de colegas de la Universidad de Estocolmo recopilaron una serie histórica, increíblemente detallada, de los precios y los índices de los precios en Suecia que abarca los años desde 1839 a 1930, y la publicaron en un libro titulado *El coste de la vida en Suecia*. En este libro se consignan los precios de bienes tales como la harina de avena, el pan de centeno, el bacalao salado, la carne de vaca, la carne de reno, la madera de abedul, la cera de sebo, los huevos, el azúcar y el café. Hay también estimaciones de las cantidades consumidas de cada bien por una familia de tipo medio de trabajadores en el año 1850 y también en el año 1890.

La siguiente tabla refleja los precios en los años 1830, 1850, 1890 y 1913 de la harina, la carne de vaca, la leche y las patatas. Durante este periodo, estos cuatro alimentos primordiales representaron alrededor de los 2/3 del presupuesto alimenticio en Suecia.

Precios de los alimentos básicos en Suecia

Los precios se expresan en coronas suecas por kilo, exceptuando la leche, que se expresa en coronas suecas por litro.

Bien	1830	1850	1890	1913
Harina de trigo	0,14	0,14	0,16	0,19
Carne	0,28	0,34	0,66	0,85
Leche	0,07	0,08	0,10	0,13
Patatas	0,032	0,044	0,051	0,064

Basándonos en los datos publicados en el libro de Myrdal, las cestas de consumo típicas de una familia de trabajadores en Suecia en los años 1850 y 1890 aparecen en la tabla siguiente. (Avisamos a los lectores que se trata de aproximaciones y simplificaciones derivadas de la información mucho más de tallada del informe original.)

Cantidades consumidas por una típica familia sueca

Las cantidades se miden en kilogramos por año, exceptuando la leche, medida en litros por año.

Bien	1850	1890
Harina de trigo	165	220
Carne	22	42
Leche	120	180
Patatas	200	200

(a) Completa la tabla que contiene los costes anuales de las cestas de consumo de los alimentos básicos en 1850 y en 1890 a los precios de los años en curso.

Coste de las cestas de consumo en 1850 y en 1890 a los precios de los años en curso

Coste	Cesta de 1850	Cesta de 1890
Coste a los precios de 1830	44,1	61,6
Coste a los precios de 1850	**49,0**	**68,3**
Coste a los precios de 1890	**63,1**	**91,1**
Coste a los precios de 1913	78,5	113,7

(b) La cesta de consumo de 1890, ¿se revela como directamente preferida a la cesta de consumo de 1850? **Sí**.

(c) Recordemos que el índice de cantidades de Laspeyres para el año 1890, tomando como base el año 1850, es la relación entre el valor de la cesta de consumo de 1890 a los precios de 1850 y el valor de la cesta de con sumo de 1850 a los precios de 1850. Calcula el índice de cantidades de Laspeyres para el consumo de los productos básicos del año 1890, tomando como base el año 1850. **1,39**.

(d) Recordemos que el índice de cantidades de Paasche para el año 1890, tomando como base el año 1850, es la relación entre el valor de la cesta de consumo de 1890 a los precios de 1850 y el valor de la cesta de consumo de 1850 a los precios de 1890. Calcula el índice de cantidades de Paasche para el consumo de los productos básicos del año 1890, tomando como base el año 1850. **1,44**.

(e) El índice de precios de Laspeyres para el año 1890, tomando como base el año 1850, se calcula eligiendo como peso las cantidades consumidas en 1850. Calcula para este grupo de productos alimenticios básicos el índice de precios de Laspeyres para el año 1890, tomando como base el año 1850. **1,29**.

(f) Si un sueco hubiera sido lo suficientemente rico en 1850 para poder adquirir la cesta de consumo de productos básicos de 1890 en el año 1850, hubiera tenido que gastarse **1,39** veces la suma de todos estos productos para adquirir la típica cesta de consumo de un trabajador sueco de 1850.

(g) Si un sueco en 1890 hubiera decidido adquirir la misma cesta de productos básicos que consumían los trabajadores típicos en 1850, se hubiera gastado la fracción **0,69** de la suma total que un trabajador típico sueco de 1890 hubiera gastado en adquirir esos bienes.

7.11 (0) Este problema se basa en las tablas expuestas en los ejercicios anteriores. Intentemos hacernos una idea de lo que le hubiera costado a una familia norteamericana adquirir la cesta consumida por una familia media sueca en el año 1850 a los precios de hoy en día. Actualmente, el precio de la harina en Estados Unidos es alrededor de 0,40 dólares el kilo, el de la carne es alrededor de 3,75 dólares el kilo, el de la leche es alrededor de 0,50 dólares el litro y el de las patatas es alrededor de 1 dólar el kilo. Podemos calcular también el índice de precios de Laspeyres en los dos periodos y en los dos países y utilizar este resultado para comparar el valor del dólar norteamericano actual con el de la corona sueca de 1850.

(a) ¿Cuánto debería gastar una familia norteamericana a los precios actuales para adquirir la cesta de consumo de productos básicos consumida en 1850 por una familia trabajadora sueca? **408 dólares**.

(b) Myrdal estimaba que en el año 1850 una familia media gastaba alrededor de los 2/3 del presupuesto familiar en adquirir alimentos y que alrededor de las 2/3 de esta suma se empleaban en adquirir los cuatro productos básicos fundamentales (harina, carne, leche y patatas). Si la relación entre los precios de estos cuatro productos básicos y los de los otros bienes fuese análoga hoy en día en Estados Unidos a la de Suecia en 1850, ¿cuánto le costaría a una familia norteamericana, a los precios de hoy, adquirir la cesta consumida en 1850 por una familia media sueca de trabajadores? **919 dólares**.

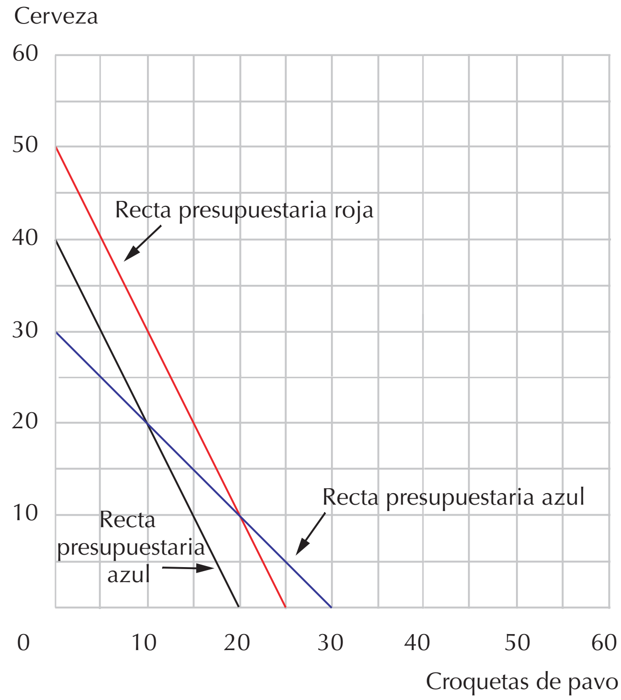
(c) Calcula el índice de precios de Laspeyres, considerando como base el precio de la cesta de consumo de productos básicos consumida en Suecia en 1850, para comparar los precios expresados en dólares actuales con los precios expresados en coronas suecas en 1850. **8,35**. Si utilizamos este índice para calcular el valor de los dólares actuales en relación con las coronas suecas de 1850, podríamos decir que un dólar USA de hoy vale alrededor de **0,12** coronas suecas de 1850.

7.12 (0) Supongamos que entre 1960 y 1985 el precio de todos los bienes se duplicara exactamente, mientras que la renta de cada consumidor se triplicara.

(a) El índice de precios de Laspeyres para 1985, tomando 1960 como año base, ¿será menor que 2, mayor que 2 o exactamente igual a 2? **Exactamente 2**. ¿Y el índice de precios de Paasche? **Exactamente 2**.

(b) Si las bananas son un bien normal, ¿aumentaría el consumo total de bananas? **Sí**. Si todos los consumidores tienen preferencias homotéticas, ¿es posible determinar en qué porcentaje ha aumentado el consumo total de bananas? Razona tu respuesta. **Sí, un 50%. La recta presupuestaria de todo el mundo se ha desplazado hacia fuera un 50%. Con preferencias homotéticas, el consumo de cada bien aumenta con la misma proporción**.

7.13 (1) Nicanor y Salustiana consumen solamente croquetas de pavo y cerveza. Las croquetas de pavo solían costar 2 euros cada una y la cerveza 1 euro cada lata. Su renta bruta era de 60 euros a la semana, pero tenían que pagar unos impuestos de 10 euros. Representa en color rojo la recta presupuestaria inicial.



(a) Nicanor y Salustiana solían comprar 30 latas de cerveza a la semana y empleaban el resto de su renta en la adquisición de croquetas de pavo. ¿Cuántas croquetas de pavo compraban? **10**.

(b) El Gobierno ha decidido derogar los impuestos sobre la renta e implantar un impuesto de 1 euro sobre la venta de las latas de cerveza, elevando su precio a 2 euros por lata. Dando por sentado que la renta de Nicanor y Salustiana y el precio de las croquetas no variara, representa en color azul su nueva recta presupuestaria.

(c) El impuesto sobre la venta de cerveza induce a Nicanor y a Salustiana a reducir su consumo a 20 latas de cerveza semanales. ¿Qué le ocurre a su consumo de croquetas de pavo? **No varía: 10**. ¿Cuánto dinero ingresa el fisco derivado de este impuesto sobre la venta? **20 euros**.

(d) Este apartado del ejercicio requiere mucha atención. Supongamos que en lugar de gravar únicamente la cerveza, el Gobierno decide implantar un impuesto sobre *ambos* bienes, la cerveza y las croquetas de pavo con el mismo índice porcentual, y supongamos, además, que el precio de la cerveza y el de las croquetas de pavo aumenta debido a la cantidad total del impuesto. El nuevo impuesto fiscal sobre ambos bienes se determina de modo tal que el Gobierno obtiene la misma suma de dinero que la que obtenía cuando gravaba la cerveza. La introducción de este impuesto permitirá al Gobierno recolectar 0,50 euros por cada lata de cerveza vendida y 1 euros por cada croqueta de pavo vendida. (Pista: si ambos bienes son gravados en la misma proporción, el efecto será el mismo que si se tratase de un impuesto sobre la renta.) ¿Cuál deberá ser el importe del impuesto sobre la renta para recolectar la misma cantidad que la que se obtenía con el impuesto de 1 euro sobre la venta de las latas de cerveza? **20 euros**. Ahora puedes determinar que el importe de un impuesto sobre la venta de cada bien es equivalente al importe del impuesto sobre la renta que acabas de calcular.

(e) Representa en color negro la recta presupuestaria de Nicanor y Salustiana correspondiente a la aplicación del impuesto descrito en el último parágrafo. ¿Prefieren Nicanor y Salustiana que se grave

solamente la cerveza o que se graven los dos bienes, si ambos sistemas fiscales van a recolectar la misma suma? **Los dos**. (Pista: aplica el principio de la preferencia revelada.)

8 La ecuación de Slutsky

Introducción

Es útil descomponer el efecto de una variación del precio en dos efectos diferentes: un efecto-sustitución y un efecto-renta. El **efecto-sustitución** es la variación que tendría lugar si la renta del consumidor variase al mismo tiempo que el precio, de manera que se mantuviera asequible su cesta de consumo inicial. La parte restante de la variación de la demanda del consumidor es lo que se denomina el **efecto-renta**. ¿Por qué nos tomamos la molestia de descomponer una variación real en dos variaciones hipotéticas? Porque sabemos en qué dirección actúan los dos efectos por separado y sólo de este modo podemos analizar la variación conjunta. En particular, sabemos que el efecto-sustitución causado por el aumento del precio de un bien *debe* reducir su demanda. También sabemos que el efecto-renta causado por el aumento del precio de un bien equivale al efecto de una *disminución* de la renta. Por lo tanto, si el bien cuyo precio es aumentado es un bien normal, entonces tanto el efecto-sustitución como el efecto-renta actúan para reducir la demanda. Pero si se trata de un bien inferior, los efectos sustitución y renta operan en sentido opuesto.

Ejemplo: Un consumidor tiene una función de utilidad $U(x_1, x_2) = x_1x_2$ y una renta de 24 euros. Inicialmente el precio del bien 1 era 1 euro y el precio del bien 2 era 2 euros. Entonces, el precio del bien 2 aumentó a 3 euros y el precio del bien 1 se mantuvo en 1. Empleando el método descrito en los capítulos 5 y 6 determinamos que la función de demanda del bien 1 de este consumidor es $D_1(p_1, p_2, m) = m/2p_1$ y la función de demanda del bien 2 es $D_2(p_1, p_2, m) = m/2p_2$, por lo tanto, el consumidor demanda inicialmente 12 unidades del bien 1 y 6 unidades del bien 2. Si cuando el precio del bien 2 aumenta a 3 euros la renta variase, de modo que la cesta inicial fuera ahora también asequible, la nueva renta debería de ser $(1 \times 12) + (3 \times 6) = 30$. Con una renta de 30 euros, a los nuevos precios, el consumidor demandaría $D_2(1, 3, 30) = 5$ unidades del bien 2. Como con anterioridad al aumento de precio las unidades demandadas del bien 2 eran 6, la variación de la demanda del bien 2 debida al efecto-sustitución es igual a $5 - 6 = -1$ unidades. Pero *en realidad* la renta del consumidor no ha variado, su renta sigue siendo de 24 euros. Las unidades realmente demandadas del bien 2 con posterioridad al aumento del precio son $D_2(1, 3, 24) = 4$. La diferencia entre la cantidad realmente demandada con posterioridad al aumento del precio y la cantidad que hubiera demandado si su renta hubiera variado de manera que se hubiese mantenido constante su poder adquisitivo, constituye lo que se denomina efecto-renta. En este caso el efecto-renta es igual a $4 - 5 = -1$ unidades del bien 2. Nótese que, en este ejemplo, tanto el efecto-renta como el efecto-sustitución actúan de manera que reducen la demanda del bien 2.

Cuando hayas completado estos ejercicios esperamos que estés en condiciones de:

- Determinar el efecto-renta y el efecto-sustitución de Slutsky de una variación específica del precio de un bien, dada la función de demanda.
- Representar los efectos renta y sustitución de Slutsky de una variación del precio sobre un diagrama de la curva de indiferencia.
- Representar los efectos renta y sustitución de Hicks de una variación del precio sobre un diagrama de la curva de indiferencia.
- Determinar el efecto-renta y el efecto-sustitución de Slutsky en el caso particular de las funciones de utilidad tales como sustitutivos perfectos, complementarios perfectos y de Cobb-Douglas.
- Demostrar sobre un diagrama de la curva de indiferencia cómo se puede verificar el caso de un bien de Giffen.
- Demostrar que el efecto-sustitución debido al aumento de un precio se traduce invariablemente en una reducción de la demanda del bien cuyo precio es aumentado.
- Deducir algunas características del comportamiento del consumidor aplicando los efectos renta y sustitución.

8.1 (0) El bueno de Carlitos, como vegetariano que es, continúa consumiendo solamente albaricoques y bananas. Su función de utilidad es $U(x_A, x_B) = x_A x_B$. El precio de los albaricoques es 1 euro, el precio de las bananas es 2 euros y la renta de Carlitos es de 40 euros diarios. Inesperadamente, el precio de las bananas disminuye a 1 euro.

(a) Con anterioridad a la variación del precio, Carlitos consumía **20** albaricoques y **10** bananas al día. Traza en color negro en el gráfico, la recta presupuestaria inicial de Carlitos y marca con la letra *A* su cesta de consumo elegida.

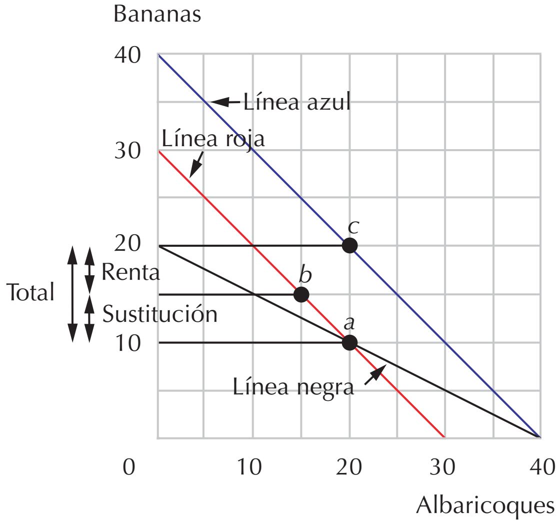
(b) Si, después de la variación del precio, la renta de Carlitos variara de manera que le permitiera adquirir exactamente su cesta de consumo inicial, su nueva renta debería ser **30**. Con esta nueva renta y los nuevos precios, Carlitos consumiría **15** albaricoques y **15** bananas. Traza en color rojo la recta presupuestaria correspondiente a esta renta y estos precios. Marca con una *B* la cesta que Carlitos hubiera elegido en este caso.

(c) El efecto-sustitución en la disminución del precio de las bananas, ¿incita a Carlitos a consumir más o menos bananas? **Más bananas**. ¿Cuántas de más o cuántas de menos? **5 más**.

(d) Después de la variación del precio, Carlitos adquiere en realidad **20** albaricoques y **20** bananas. Traza en color azul la recta presupuestaria posterior a la variación del precio. Señala con la letra *C* la cesta de consumo que realmente elige después de la variación el precio. Traza 3 líneas horizontales, una de la *A* al eje vertical, otra de la *B* al eje vertical y otra de la *C* al eje vertical. A lo largo del eje vertical indica el efecto-renta, el efecto-sustitución y el efecto total de la demanda de bananas. ¿Es la recta azul paralela a la recta (roja o negra) que trazaste anteriormente? **La recta roja**.

(e) El efecto-renta de la disminución del precio de las bananas en la demanda de bananas por parte de Carlitos equivale a (una disminución o un aumento) **un aumento** en su renta de **10** euros diarios. ¿Tiene la virtud el efecto-renta de incitarle a consumir más o menos bananas? **Más**. ¿Cuántas de más o de menos? **5 más**.

(f) ¿Tiene el efecto-sustitución –debido a la disminución del precio de las bananas– la virtud de incitarle a consumir más o menos *albaricoques*? **Menos**. ¿Cuántos de más o de menos? **5 menos**. ¿Tiene la virtud el efecto-renta debido a la disminución del precio de las bananas de incitarle a consumir más o menos albaricoques? **Más**. ¿Cuál es el efecto total debido a la disminución del precio de las bananas sobre la demanda de albaricoques? **Cero**.



8.2 (0) A Nicanor le apasiona el buen vino. Si los precios de los otros bienes son constantes, la demanda de Nicanor de un buen Rioja es $c = 0,02m - 2p$, donde m es su renta, p es el precio del Rioja (en euros) y c es el número de botellas demandadas. La renta de Nicanor es de 7.500 euros y el precio de una botella de Rioja aceptable es 30 euros.

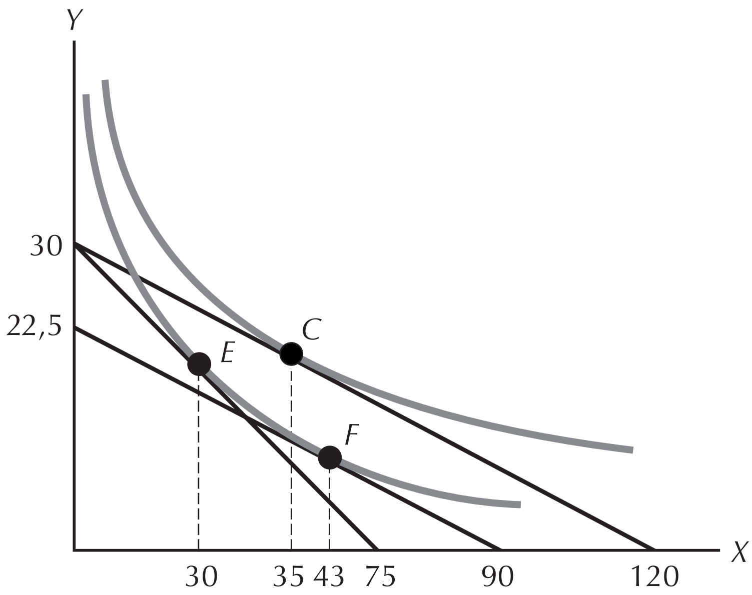
(a) ¿Cuántas botellas de Rioja adquirirá Nicanor? **90**.

(b) Si el precio del Rioja aumentara a 40 euros, ¿de cuánta renta tiene que disponer Nicanor para poder continuar adquiriendo exactamente la misma cantidad de botellas y la misma cantidad de los otros bienes que consumía con anterioridad a la variación del precio? **8.400 euros**. Con esta renta y al precio de 40 euros, ¿cuántas botellas adquirirá Nicanor? **88 botellas**.

(c) Con su renta original de 7.500 euros y al precio de 40, ¿cuántas botellas de Rioja demandaría Nicanor? **70 botellas**.

(d) Si el precio del Rioja aumenta de 30 a 40, el número de botellas que Nicanor demandaba disminuirá en **20**. El efecto-sustitución tiene la virtud de (incrementar o reducir) **reducir** su demanda en 2 botellas y el efecto-renta tiene la virtud de (incrementar o reducir) **reducir** su demanda en **18 botellas**.

8.3 (0) *Nota: Haz este problema sólo si has leído el apartado titulado «Otro efecto-sustitución» que describe el «efecto-sustitución de Hicks»*. Consideremos el gráfico siguiente que representa la restricción presupuestaria y las curvas de indiferencia del buen rey Zog. Su posición de equilibrio corresponde a una renta de 300 yenes, dados los precios $p_x = 4$ y $p_y = 10$.



(a) ¿Cuántas unidades del bien X consume Zog? **30**.

(b) Si el precio de *X* disminuye a 2,50 yenes mientras que la renta y el precio del bien y permanecen constantes, ¿cuántas unidades del bien *X* consumirá Zog? **35**.

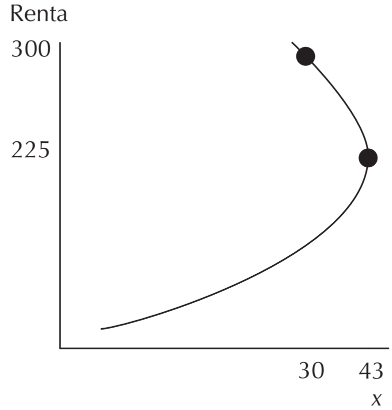
(c) ¿En cuánto hay que disminuir su renta para aislar el efecto-renta y el efecto-sustitución de Hicks (es decir, para permitirle retornar a su curva de indiferencia inicial en presencia de los nuevos precios)? **75 yenes**.

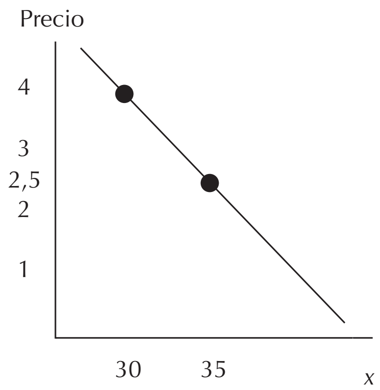
(d) El efecto total de la variación del precio se traduce en una variación del consumo desde el punto ***E*** hasta el punto ***C***.

(e) El efecto-renta corresponde al desplazamiento desde el punto ***F*** hasta el punto ***C*** mientras que el efecto-sustitución corresponde al desplazamiento desde el punto ***E*** hasta el punto ***F***.

(f) El bien *X*, ¿es un bien normal o un bien inferior? **Un bien inferior**.

(g) En los ejes facilitados, dibuja una curva de Engel y una curva de demanda del bien *X* que sea coherente con la información ofrecida en la figura anterior. Asegúrate de que denominas correctamente los ejes de ambos gráficos.

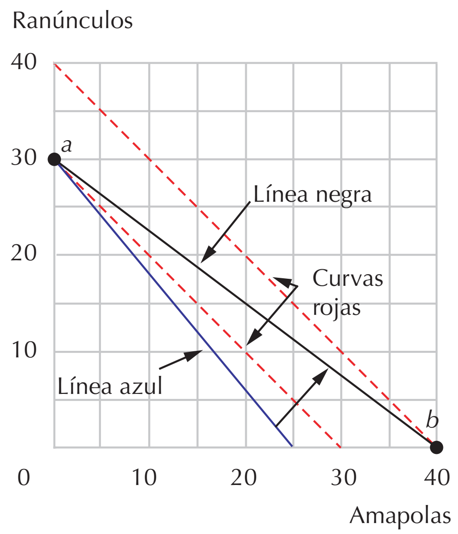




8.4 (0) Matilde se gasta *toda* su renta en adquirir ranúnculos y amapolas. Para ella los ranúnculos y las amapolas son sustitutivos perfectos: le gustan igual los ranúnculos que las amapolas. Los ranúnculos cuestan 4 euros la unidad y las amapolas cuestan 5 euros la unidad.

(a) Si el precio de los ranúnculos disminuye a 3 euros la unidad, ¿comprará Matilde mayor cantidad de ellos? **Sí**. ¿Qué parte de la variación del consumo se debe al efecto-renta y qué parte se debe al efecto-sustitución? **Toda se debe al efecto-renta**.

(b) Si los precios de los ranúnculos y de las amapolas son $p_r = 4$ euros y $p_a = 5$ euros respectivamente, y si Matilde dispone de 120 euros de renta, traza su recta presupuestaria en este caso, en color azul. Representa en color rojo la curva de indiferencia más elevada que puede conseguir e indica con la letra *A* el punto correspondiente a su elección óptima.



(c) Supongamos ahora que el precio de las amapolas disminuye a 3 euros la unidad, mientras que el precio de los ranúnculos permanece invariable. Traza en color negro la nueva recta presupuestaria y en color rojo la curva de indiferencia más elevada que puede conseguir ahora. Marca con la letra *B* el punto correspondiente a su elección óptima.

(d) ¿Cuál debería ser la renta de Matilde, después de la disminución del precio de las amapolas, para permitirle adquirir exactamente su cesta de consumo inicial *A*? **120 euros**.

(e) ¿Qué parte de la variación de la demanda de Matilde causada por la disminución del precio de las amapolas se debe al efecto-renta y qué parte se debe al efecto-sustitución? **Toda se debe al efecto-sustitución**.

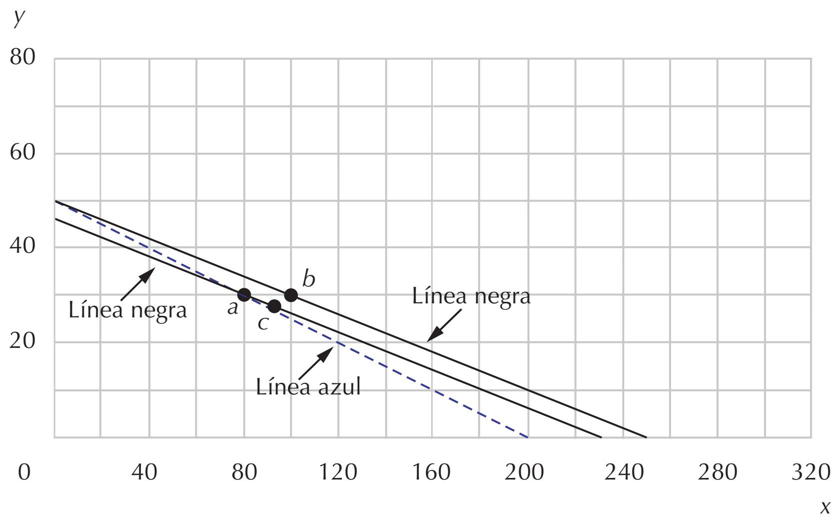
8.5 (1) Supongamos que dos bienes son complementarios perfectos. Si el precio de uno de los bienes varía, ¿qué parte de la variación de la demanda se debe al efecto-renta y qué parte se debe al efecto-sustitución? **Toda se debe al efecto-sustitución**.

8.6 (0) La función de demanda del bien x de Daría Cortés es $x(p_x, p_y, r) = 2m/5p_x$. Su renta es de 1.000 euros, el precio de x es 5 euros y el precio de y es 20 euros. Si el precio de x disminuye a 4, entonces su demanda del bien x variará de **80** a **100**.

(a) Si su renta variara al mismo tiempo, de manera que le permitiera adquirir exactamente su cesta de consumo inicial a los precios $p_x = 4$ y $p_y = 20$, ¿cuál sería su nueva renta? **920**. ¿Cuál sería la cantidad demandada del bien x con esta nueva renta y los precios $p_x = 4$ y $p_y = 20$? **92**.

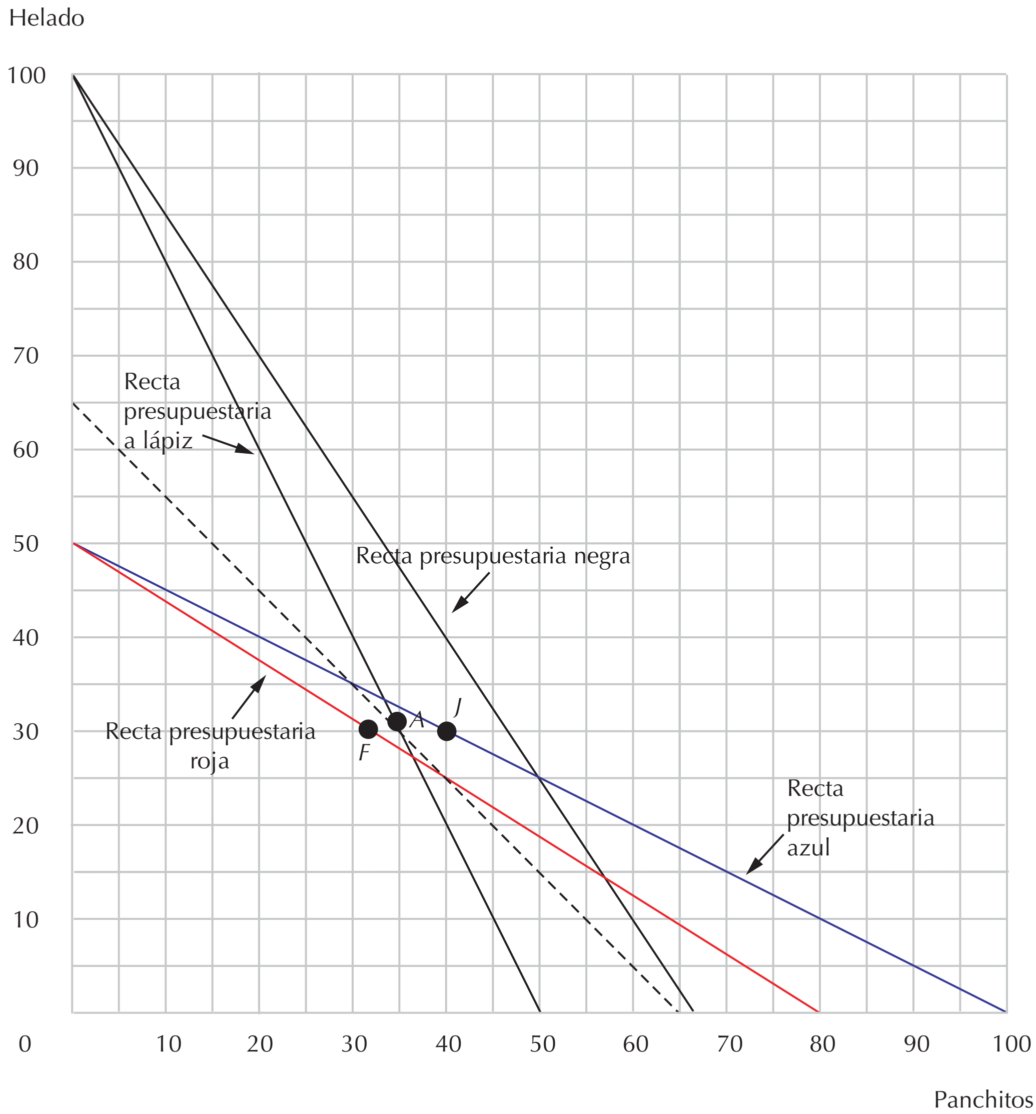
(b) El efecto-sustitución corresponde a una variación de la demanda de **80** a **92**. El efecto-renta debido a la variación del precio corresponde a una variación de la demanda de **92** a **100**.

(c) Traza en color azul en el gráfico siguiente la recta presupuestaria de Daría Cortés anterior a la variación del precio y señala con la letra A la cesta elegida que corresponde a estos precios. Representa en color negro la recta presupuestaria de Daría Cortés después de la variación del precio y señala con una B la cesta de consumo elegida en este caso.



(d) En el mismo gráfico, representa en color negro una recta presupuestaria correspondiente a los nuevos precios, pero con una renta que permita a Daría adquirir únicamente su cesta de consumo inicial A. Indica con la letra C la cesta que elegiría en este caso.

8.7 (1) El señor Consumidor se permite gastar 100 euros mensuales en la adquisición de panchitos y helado. Sus preferencias relativas a estos dos bienes no dependen de las estaciones del año.



(a) En enero el precio de una bolsa de panchitos era 1 euro y un cucurucho de helado costaba 2 euros. Dados estos precios, el señor Consumidor compraba 40 bolsas de panchitos y 30 cucuruchos de helado. Traza en color azul la recta presupuestaria del señor C en el mes de enero y marca con la letra *E* su cesta de consumo.

(b) En febrero, la renta del señor C es también de 100 euros y el helado sigue costando 2 euros el cucurucho, pero el precio de las bolsas de panchitos ha aumentado a 1,25 euros. El señor C adquiere 30 cucuruchos de helado y 32 bolsas de panchitos. Traza en color rojo la recta presupuestaria del señor C en el mes de febrero e indica con una *F* su cesta de consumo en este mes. El efecto-sustitución debido a esta variación en el precio inducirá al señor C a adquirir una cantidad (mayor, menor o igual) **menor** de bolsas de panchitos y una cantidad (mayor, menor o igual) **mayor** de helado. Ya que esto es cierto, dado que el señor C continúa consumiendo la misma cantidad de helado, se tiene que cumplir que el efecto-renta debido a la variación del precio le induce a consumir una cantidad (mayor, menor o igual) **menor** de helado. El efecto-renta debido a la variación del precio equivale a (un aumento o una disminución) una **disminución** de su renta. Por lo tanto, nuestra información nos sugiere que el helado es un bien (normal, inferior o neutral) **normal**.

(c) En marzo el señor C dispone nuevamente de una renta de 100 euros. El helado está en oferta y disminuye su precio a 1 euro por cucurucho. Al mismo tiempo el precio de las bolsas de panchitos aumenta a 1,50 euros. Traza en color negro la recta presupuestaria del mes de marzo. ¿Es la satisfacción del señor C en marzo mayor que en enero, es menor o es imposible establecerlo? **Mayor**. ¿Cuál sería tu respuesta a esta última pregunta si el precio de las bolsas de panchitos hubiera aumentado a 2 euros cada una? **Ahora no es posible saberlo**.

8.8 (1) Las aventuras del señor C continúan en este problema.

(a) En abril el precio de los panchitos aumenta a 2 duros cada bolsa y los helados continuaban en oferta a 1 euro por cucurucho. El señor C compró 34 bolsas de panchitos y 32 cucuruchos de helado. Traza la recta presupuestaria correspondiente al mes de abril en lápiz e indica con una *A* la cesta elegida. ¿Es la satisfacción del señor C en abril mayor o menor que en enero? **Menor**. ¿Es la satisfacción del señor C en abril mayor o menor que en febrero, o es imposible establecerlo? **Mayor**.

(b) En mayo el precio de las bolsas de panchitos se mantuvo en 2 euros por unidad, la oferta de helado se terminó y volvió a costar 2 euros el cucurucho. Sin embargo, camino del supermercado, el señor C se encuentra 30 euros en la calle, disponiendo entonces de 130 euros para gastar en helado y panchitos. Traza la curva presupuestaria del mes de mayo con una línea punteada. Sin conocer de antemano lo que ha adquirido, ¿podemos determinar si su satisfacción es ahora mayor que la disfrutada en al menos uno de los meses anteriores? ¿Qué mes o qué meses? **Es mayor en mayo que en febrero**.

(c) De hecho, el señor C ha adquirido 40 bolsas de panchitos y 25 cucuruchos de helado en el mes de mayo. ¿Es su comportamiento coherente con el axioma débil de la preferencia revelada? **No**.

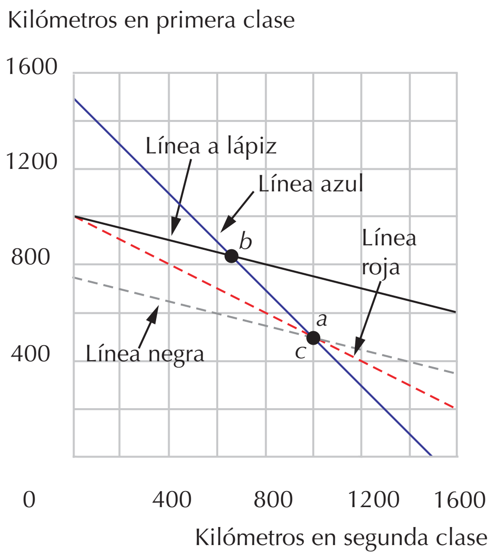
8.9 (2) En el capítulo anterior examinamos un problema relativo a los precios y al consumo de productos alimenticios en Suecia en los años 1850 y 1890.

(a) El consumo de patatas fue el mismo en ambos años. La renta real entre los años 1850 y 1890 tuvo que haber crecido dado que la cantidad de productos básicos adquiridos, tanto medidos con el índice de la cantidad de Laspeyres como medidos con el de Paasche, fue en aumento. El precio de las patatas aumentó más lentamente que el precio de la carne o de la leche y aproximadamente al mismo ritmo que el precio de la harina de trigo. De manera que la renta real aumentó y el precio de las patatas disminuyó en relación con los otros bienes. Partiendo de esta información, determina si es probable que las patatas fueran un bien normal o un bien inferior. Razona tu respuesta. **Si las patatas fueran un bien normal, tanto el descenso del precio de las patatas como el aumento de la renta reducirían la demanda de patatas. Pero el consumo de patatas no aumentó. Por lo tanto las patatas deben ser un bien inferior**.

(b) ¿Podemos determinar también, con esta información, si es probable que las patatas fueran un bien de Giffen? **Si las patatas fueran un bien de Giffen, el descenso de su precio reduciría la demanda y el aumento de la renta también reduciría la demanda de patatas. Pero la demanda de patatas se mantuvo constante. Por lo tanto, las patatas probablemente no eran un bien de Giffen**.

8.10 (1) Agatha tiene que viajar en el *Oriente Exprés* desde Estambul hasta París. La distancia a recorrer es de 1.500 kilómetros. Los viajeros pueden optar por viajar en un vagón de primera clase durante una parte del recorrido y viajar en uno de segunda clase el resto del recorrido. El precio en un vagón de segunda clase es de 10 céntimos de euro por kilómetro y en un vagón de primera es de 20 céntimos por kilómetro. Agatha prefiere con mucho viajar en primera clase, pero debido a una desventura en un bazar de Estambul sólo le quedan 200 euros para adquirir los billetes. Afortunadamente, todavía conserva su cepillo de dientes y un maletín repleto de bocadillos de pepino para consumir durante el viaje. Agatha tiene intención de gastar todo su dinero, 200 euros, en la adquisición de los billetes. Viajará en primera clase siempre que pueda permitírselo pero, como tiene que llegar hasta París, con 200 euros no va a tener suficiente para viajar en primera clase hasta su destino final.

(a) En el gráfico siguiente, representa en color rojo el lugar geométrico de las combinaciones de billetes de primera y de segunda clase que Agatha puede adquirir con sus 200 euros. Representa en color azul el lugar geométrico de las combinaciones de billetes de primera y de segunda clase que son suficientes para cubrir el trayecto total de Estambul a París. Indica con una *A* las combinaciones de billetes de primera y de segunda clase que Agatha elegirá.



(b) Digamos que k_1 es el número de kilómetros recorridos en vagones de primera clase y k_2 es el número de kilómetros recorridos en vagones de segunda clase. Escribe dos ecuaciones que permitan determinar el número de kilómetros que Agatha elige recorrer en primera clase y el número de kilómetros que Agatha elige recorrer en segunda clase. $\mathbf{0{,}2}\boldsymbol{k_1}\mathbf{ + 0{,}1\ }\boldsymbol{kg_2}\mathbf{ = 200,\ }\boldsymbol{k_1}\mathbf{ + }\boldsymbol{k_2}\mathbf{ = 1.500}$.

(c) El número de kilómetros que viaja en vagones de segunda clase es **1.000**.

(d) Justo en el momento en que estaba dispuesta a adquirir sus billetes, el precio de los de segunda clase disminuye a 0,05 euros, mientras que el de los de primera clase permanece en 0,20 euros. En el gráfico que has dibujado antes representa en lápiz las combinaciones de billetes de primera y de segunda clase que puede adquirir con sus 200 euros a estos precios. Indica con una *B* las combinaciones de billetes que elegida en este caso (recuerda que Agatha tiene intención de viajar en primera clase siempre que pueda permitírselo y que quiere completar el trayecto de 1.500 millas con 200 euros).

¿Cuántos kilómetros recorrerá ahora en vagones de segunda clase? **666,66**. (Pista: para determinar la solución exacta tienes que resolver dos ecuaciones lineales con dos incógnitas). Los billetes de segunda clase, son un bien normal para Agatha? **No**. ¿Son un bien de Giffen para ella? **Sí**.

8.11 (0) Continuamos con las aventuras de Agatha del problema anterior. Justo después de que el precio de los billetes de segunda clase se redujera de 0,10 euros a 0,05 por kilómetro y antes de que comprara ningún billete, Agatha no encuentra su bolso de mano. Aunque conservaba la mayor parte del dinero en su calcetín, el dinero perdido era exactamente suficiente para que, a los nuevos precios, ella hubiera podido adquirir la combinación de billetes de primera y segunda clase que hubiera elegido a los precios iniciales. ¿Cuánto dinero ha perdido? **50 euros**. Representa en color negro en el gráfico anterior el lugar geométrico de las únicas combinaciones de billetes de primera y de segunda clase que puede adquirir después de haber descubierto la pérdida. Marca con una *C* la combinación elegida. ¿Cuántos kilómetros recorrerá ahora en vagones de segunda clase? **1.000**.

(a) Finalmente, la pobre Agatha encuentra su bolso. ¿Cuántos kilómetros recorrerá ahora en vagones de segunda clase (suponiendo que no comprara ningún billete antes de encontrar su bolso)? **666,66**. Cuando el precio de los billetes de segunda clase disminuyó de 0,10 euros a 0,05, ¿qué parte de la demanda de billetes de segunda clase se debió al efecto-sustitución? **Ninguna**. ¿Y qué parte de la demanda se debió al efecto-renta? **–333,33**.

9 La compra y la venta

Introducción

En los capítulos anteriores hemos estudiado el comportamiento de los consumidores que inicialmente no poseían ningún bien, pero que disponían de una cierta cantidad de dinero para adquirirlos. En este capítulo el consumidor dispone de una *dotación inicial* que consiste en la cesta de los bienes que posee con anterioridad a efectuar ningún intercambio. Un consumidor puede apartarse de su dotación inicial mediante la venta de uno de sus bienes y la adquisición del otro.

Para resolver estos problemas emplearemos los métodos de resolución aprendidos en los capítulos anteriores. Como recordarás, para determinar la cantidad demandada de un consumidor dados unos precios es necesario encontrar el punto de tangencia entre su recta presupuestaria y una curva de indiferencia. Para poder determinar la recta presupuestaria de un consumidor que efectúa intercambios a partir de su dotación inicial y que no dispone de otras fuentes de renta distintas a su dotación inicial, debemos fijarnos en dos cosas. En primer lugar, *la dotación inicial tiene que encontrarse en la recta presupuestaria del consumidor*. Esto es así porque independientemente de cuáles sean los precios, el consumidor siempre puede adquirir su dotación inicial. En segundo lugar, *si los precios son* p_1 y p_2, *la pendiente de la recta presupuestaria tiene que ser* $-p_1/p_2$. Esto es así porque por cada unidad del bien 1 a la que el consumidor renuncia puede conseguir exactamente p_1/p_2 unidades del bien 2. Por lo tanto, si se conocen los precios y la dotación inicial del consumidor siempre es posible determinar su ecuación presupuestaria. Después de todo, si conocemos un punto de la recta y su pendiente, podemos o bien trazar la recta o bien escribir su ecuación. Una vez que tenemos la ecuación presupuestaria podemos determinar la cesta elegida por el consumidor aplicando el método presentado en el capítulo 5.

Ejemplo: Un campesino consume únicamente arroz y pescado. Cultiva un poco de arroz y pesca algunos peces, pero no necesariamente en la misma proporción en la que le gustaría consumirlos. Supongamos que, si no efectúa ningún intercambio, tendrá 20 unidades de arroz y 5 unidades de peces. El precio de una unidad de arroz es 1 yuan y el de una unidad de peces es 2 yuanes. El valor de su dotación es $(1 \times 20) + (2 \times 5) = 30$. Por lo tanto, el campesino puede consumir cualquier cesta (A, P) tal que $(1 \times A) + (2 \times P) = 30$.

Quizás la aplicación más interesante del concepto de intercambio a partir de una dotación inicial es la teoría de la oferta de trabajo. En esta teoría se examina el comportamiento de un consumidor que elige entre disponer de su ocio o consumir otros bienes. El único elemento que puede parecer «engañoso» es determinar la recta presupuestaria apropiada: para estudiar la oferta de trabajo consideramos que el consumidor dispone de una dotación inicial de ocio, parte de la cual puede intercambiar por otros bienes.

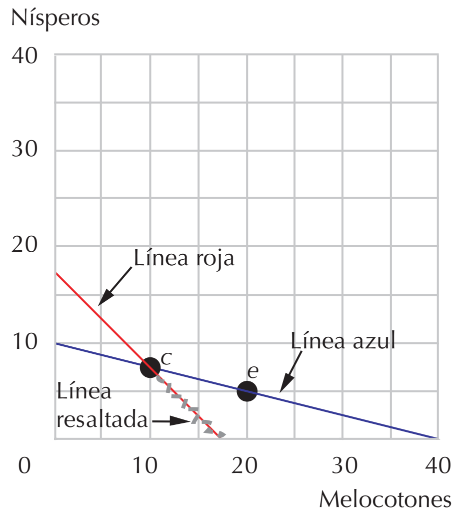
En la mayor parte de estos problemas supondremos que el precio de los «otros bienes» es igual a 1, mientras que el salario es el precio del ocio. El papel que desempeña la renta en los modelos del comportamiento del consumidor se cifra en este caso a partir de «la renta total», que es la renta de la cual dispondría un trabajador si eligiera no disponer de ocio.

Ejemplo: Sixto dispone de 18 horas diarias que puede dedicar al trabajo o al ocio. Puede trabajar todas las horas que desee al día por un salario de 5 euros la hora. También recibe una asignación de 10 euros diarios tanto si trabaja como si no. El precio de los otros bienes es 1 euro por unidad. Si Sixto no efectúa ningún intercambio dispondrá de 18 horas diarias de ocio y de 10 unidades de otros bienes, por lo tanto, su dotación inicial consiste de 18 horas diarias de ocio y 10 euros diarios para otros bienes. Representemos con R la cantidad de ocio de que dispone y con C la cantidad de euros que puede emplear en la adquisición de otros bienes. Si su salario es de 5 euros la hora puede adquirir todos los días la cesta de consumo (R, C) si no cuesta más de lo que cuesta su dotación inicial. El valor de su dotación inicial (su renta total) es 10 euros + (5 euros $\times$ 18) = 100 euros al día. Por lo tanto, la ecuación presupuestaria de Sixto es $5R + C = 100$.

9.1 (0) Adelaida Apuros posee 20 melocotones y 5 nísperos. No dispone de ninguna otra fuente de ingresos, pero puede vender o comprar melocotones y nísperos a los precios del mercado. El precio de los nísperos es el cuádruple del de los melocotones. No hay otros bienes disponibles.

(a) ¿De cuántos melocotones podría disponer si estuviera dispuesta a renunciar a los nísperos? **40**. ¿De cuántos nísperos podría disponer si estuviera dispuesta a renunciar a los melocotones? **10**.

(b) Traza en color azul la recta presupuestaria de Adelaida e indica con la letra D su dotación inicial. Escribe su ecuación presupuestaria en el caso de que los precios de los melocotones y de los nísperos sea 1 y 4 respectivamente. $\boldsymbol{M + 4N = 40}$. Escribe ahora la ecuación presupuestaria de Adelaida si el precio de los melocotones es 2 y el precio de los nísperos es 8. $\boldsymbol{2M + 8N = 80}$. ¿Cuál es el efecto de la duplicación de ambos precios en el conjunto de las cestas de consumo que Adelaida puede adquirir? **Ningún efecto**.



(c) Supongamos que Adelaida decide vender 10 melocotones. Señala en el gráfico su cesta de consumo final con la letra *C*.

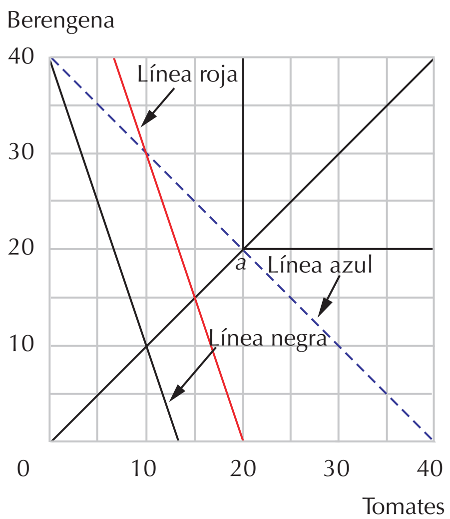
(d) Ahora, una vez que ha vendido 10 melocotones y posee la cesta *C*, supongamos que el precio de los nísperos disminuye de manera que éstos cuestan lo mismo que los melocotones. Traza en el gráfico adjunto en color rojo la nueva recta presupuestaria de Adelaida.

(e) Si el comportamiento de Adelaida es coherente con el axioma débil de la preferencia revelada, entonces hay algunas combinaciones en su nueva recta presupuestaria que podemos estar seguros que no elegirá. Resalta el segmento de la recta presupuestaria roja que ciertamente no elegirá.

9.2 (0) Mario cultiva en su huerto berenjenas y tomates, que en parte consume y en parte vende en el mercado. Las berenjenas y los tomates son complementarios perfectos para Mario porque las únicas recetas que conoce los emplean en la proporción 1:1. Una semana cualquiera ha recolectado 30 kilos de berenjenas y 10 kilos de tomates y en ese momento el precio de cada verdura era de 5 euros el kilo.

(a) ¿Cuál es el valor monetario de la dotación de verduras de Mario? **200 euros**.

(b) En el gráfico que aparece a continuación traza en color azul la recta presupuestaria de Mario. Mario acaba consumiendo **20** libras de tomates y **20** libras de berenjenas. Dibuja la curva de indiferencia que atraviesa la cesta de consumo elegida por Mario e indica esta combinación con la letra *A*.



(c) Supongamos que, antes de que Mario efectúe intercambio alguno, el precio de los tomates aumenta a 15 euros el kilo, mientras que el de las berenjenas sigue siendo de 5 euros el kilo. ¿Cuál es ahora el valor de la dotación de Mario? **300 euros**. Traza en color rojo la nueva recta presupuestaria. Ahora elegirá la cesta de consumo compuesta por **15** tomates y **15** berenjenas.

(d) Supongamos que Mario hubiera vendido toda su producción en el mercado por un total de 200 euros con la intención de adquirir unos cuantos tomates y unas cuantas berenjenas para su propio consumo. Antes de que tuviera oportunidad adquirirlos, el precio de los tomates aumentó a 15 euros el kilo, mientras que el de las berenjenas no varió. Traza en lápiz o en color negro su recta presupuestaria. Mario consumirá ahora **10** kilos de tomates y **10** kilos de berenjenas.

(e) Suponiendo que el precio de los tomates aumenta de 5 a 15 euros el kilo, y antes de que Mario pudiera efectuar transacción alguna, la variación de la demanda de tomates debida al efecto-sustitución fue de **0**. La variación de la demanda de tomates debida al efecto-renta ordinario fue de **–10**. La variación de la demanda de tomates debida al efecto-renta de la dotación fue de **+5**. La variación total de la demanda de tomates fue de **–5**.

9.3 (0) Lucía consume únicamente dos bienes, *A* y *B*, y toda su renta procede de la donación de estos bienes por parte de sus muchos admiradores. No siempre recibe estos dos bienes en la proporción que a ella le gustaría consumirlos, pero siempre puede comprar o vender el bien *A* al precio $p_a = 1$ y el bien *B* al precio $p_b = 2$. Su función de utilidad es $U(a, b) = ab$, donde *a* representa la cantidad consumida del bien *A* y *b* representa la cantidad consumida del bien *B*.

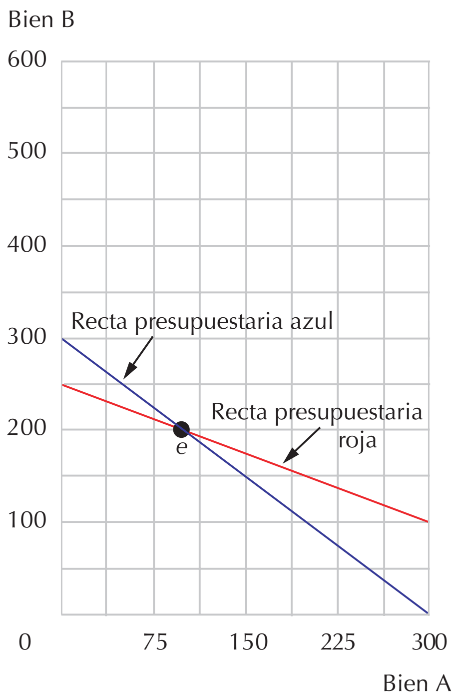
(a) Supongamos que uno de los admiradores de Lucía le regala 100 unidades de *A* y 200 unidades de *B*. Representa en color rojo en el gráfico siguiente su recta presupuestaria y marca con la letra *D* su dotación inicial.

(b) ¿Cuál es la demanda bruta del bien *A* de Lucía? **250 unidades**. ¿Y del bien *B*? **125 unidades**.

(c) ¿Cuáles son las demandas netas de Lucía? **150 de *A* y –75 de *B***.

(d) Supongamos ahora que antes de que Lucía hubiera efectuado ninguna transacción, el precio del bien *B* disminuye a 1 y el del bien *A* permanece en 1. Representa en este mismo gráfico en color azul, la recta presupuestaria correspondiente a estos precios.

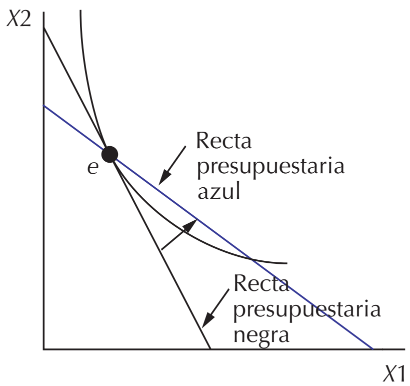
(e) En este caso, el consumo de Lucía del bien *B* ¿aumentará o disminuirá? **Aumenta**. ¿En cuánto? **25 unidades**. ¿Qué ocurre con el consumo de Lucía del bien *A*? **Disminuye en 100 unidades**.



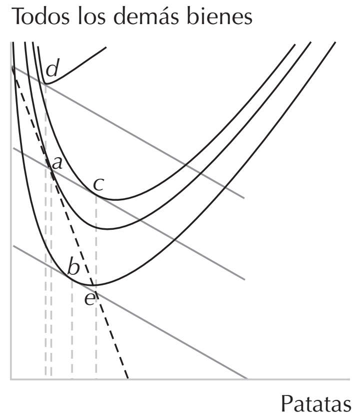
(f) Supongamos que, con anterioridad a que disminuyera el precio de *B*, Lucía hubiese intercambiado todos sus regalos por una cierta cantidad de dinero, pensando en gastarla más tarde para adquirir su cesta de consumo. ¿Qué cantidad del bien *B* elegirá consumir en este caso? **250 unidades**. ¿Qué cantidad del bien *A*? **250 unidades**.

(g) Explica por qué la cantidad consumida es diferente dependiendo de que Lucía disponga de dinero o de bienes en el momento de la variación del precio. **En el primer caso, la disminución de p_B la empobrece, ya que es una vendedora neta del bien *B*. En el segundo caso, su renta no varía**.

9.4 (0) Priscila sostiene que su elección óptima consiste en no efectuar intercambio alguno a los precios corrientes, limitándose a consumir su dotación. Sus curvas de indiferencia no tienen vértices y su dotación comprende cantidades positivas de ambos bienes. Representa en lápiz o en color negro, una recta presupuestaria y una curva de indiferencia de Priscila coherente con esta información. Supongamos que el precio del bien 2 no varía, pero que el precio del bien 1 desciende. Traza en color azul su nueva recta presupuestaria. Si el comportamiento de Priscila satisface el axioma débil de la preferencia revelada, ¿podría suceder que consumiera menor cantidad del bien 1 que antes? Razona tu respuesta. **No. Si p_1 baja, con el nuevo presupuesto aún puede adquirir la cesta inicial. Podría adquirir las cestas que tienen una cantidad del bien 1 menor que su dotación a los precios iniciales. Dado el axioma débil de la preferencia revelada, ahora no las elegirá**.

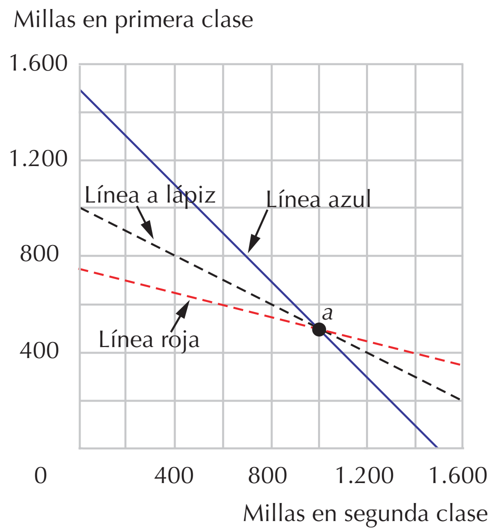


9.5 (0) Las patatas son un bien de Giffen para Pascual, que cultiva patatas en un pequeño huerto. Aunque el precio de las patatas disminuyó, Pascual incrementó su consumo de patatas. Al principio esto sorprendió al economista del pueblo, quien pensaba que una disminución en el precio de un bien de Giffen reduciría supuestamente su demanda. Pero entonces recordó que Pascual era un proveedor neto de patatas y con la ayuda de un gráfico fue capaz de explicar su comportamiento. Tratemos de reconstruir su explicación en los ejes siguientes: representamos el consumo de «patatas» en el eje horizontal y «todos los otros bienes» en el eje vertical. Indicamos con una *A* el equilibrio anterior y con una *B* el nuevo equilibrio. Determinamos un punto *C* tal que el efecto-sustitución de Slutsky corresponda al desplazamiento del punto *A* al *C* y el efecto-renta de Slutsky corresponda al desplazamiento del punto *C* al *B*. En este mismo gráfico vamos a demostrar que las patatas son un bien de Giffen. Para ello trazamos una recta presupuestaria de tal manera que muestre el efecto de la disminución del precio de las patatas en el caso de que Pascual no hubiera poseído ninguna patata, sino solamente una renta monetaria. Indica con una *D* la combinación de consumo que sería elegida en este caso. (Aviso: probablemente necesites bosquejar unos cuantos borradores antes de obtener un gráfico aceptable.)



9.6 (0) Recordemos las andanzas de Agatha del capítulo anterior. Tenía que recorrer 1.500 kilómetros desde Estambul hasta París y sólo disponía de 200 euros para adquirir billetes de primera y segunda clase en el *Oriente Exprés* cuando el precio de los billetes de primera clase era de 0,20 euros por kilómetro y el de los de segunda clase era de 0,10 euros por kilómetro. Había adquirido la combinación de billetes que le permitían llegar a su destino viajando en primera clase todos los kilómetros que podía permitirse. Después de subirse al tren, Agatha descubrió con asombro que el billete de segunda clase había bajado a 0,05 euros por kilómetro, mientras que el de primera se mantenía en 0,20 euros por kilómetro. También descubrió que en el tren era posible comprar o vender billetes a esos precios. A Agatha no le quedaba ningún dinero para comprar ninguna clase de billete, pero sí disponía de los billetes comprados previamente.

(a) En el gráfico de debajo, representa con lápiz las combinaciones de billetes que podía adquirir a los viejos precios y en color azul las combinaciones que le permitirán recorrer exactamente 1.500 kilómetros. Indica con la letra *A* la combinación elegida por Agatha.

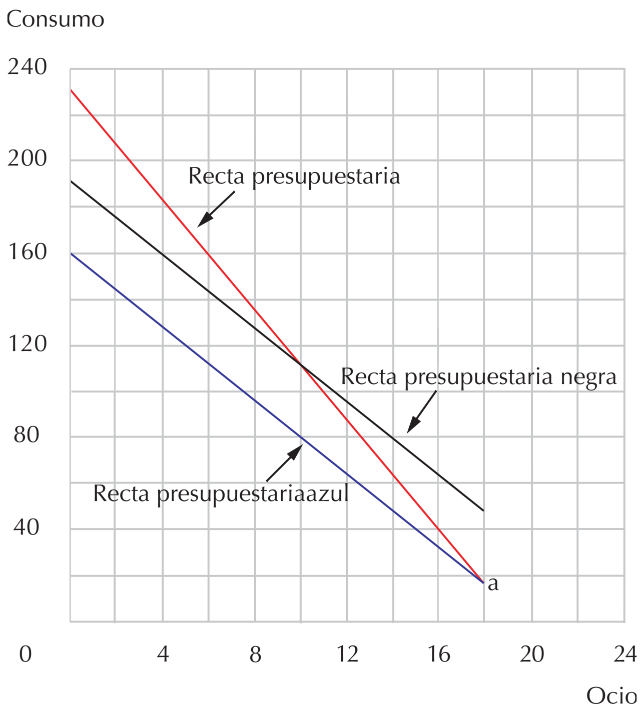


(b) Traza en color rojo una línea que represente todas las combinaciones de billetes de primera y de segunda clase que Agatha puede adquirir en el tren intercambiando su dotación de billetes por los billetes a los nuevos precios.

(c) Indica en el gráfico el punto elegido por Agatha después de haber descubierto la variación en el precio. ¿Elige una cantidad mayor, menor o igual de billetes de segunda clase? **Igual**.

9.7 (0) El señor Costanilla trabaja en una fábrica de maquinaria. Puede trabajar todas las horas al día que desee a cambio de un salario *s*. Representamos con *C* la cantidad de dinero que gasta en bienes de consumo y con *O* el número de horas que dedica al ocio.

(a) El señor Costanilla gana 8 euros por hora y dispone de 18 horas diarias para distribuir entre el trabajo y el ocio y tiene, además, 16 euros diarios procedentes de fuentes distintas al trabajo. Representa con una ecuación su recta presupuestaria relativa al consumo y al ocio. ***C* + 80 = 160**. Traza en color azul su recta presupuestaria en el gráfico adjunto. La dotación inicial del señor Costanilla está representada por el punto correspondiente a las horas en las que no trabaja y disfruta de 18 horas de ocio al día. Representa este punto en el gráfico adjunto con la letra *A*. (Ten presente que aunque Costanilla puede «vender» una parte de su dotación inicial de ocio a cambio de trabajo, no puede «comprar ocio» pagando a otro a cambio de que no haga nada por él.) Si la función de utilidad del señor Costanilla es $U(C, O) = CO$, ¿cuántas horas al día dedicará al ocio? **10**. ¿Cuántas horas al día dedicará al trabajo? **8**.



(b) Supongamos que el salario del señor Costanilla aumenta a 12 euros la hora. Representa en color rojo la nueva recta presupuestaria. (Todavía dispone de la renta de 16 euros diarios de otras fuentes.) Si el señor Costanilla continuase trabajando exactamente las mismas horas que trabajaba previamente al aumento del salario, ¿de cuánto dinero dispondría cada día para su consumo? **32 euros**. Pero con esta nueva recta presupuestaria elige trabajar 8 1/3 horas y, por consiguiente, su consumo aumentará a **36** euros.

(c) Supongamos que el señor Costanilla siguiera percibiendo un salario de 8 euros la hora, pero que su renta de otras fuentes aumentara a 48 euros diarios. Representa en color negro su nueva recta presupuestaria. ¿Cuántas horas al día elegirá trabajar en este caso? **6**.

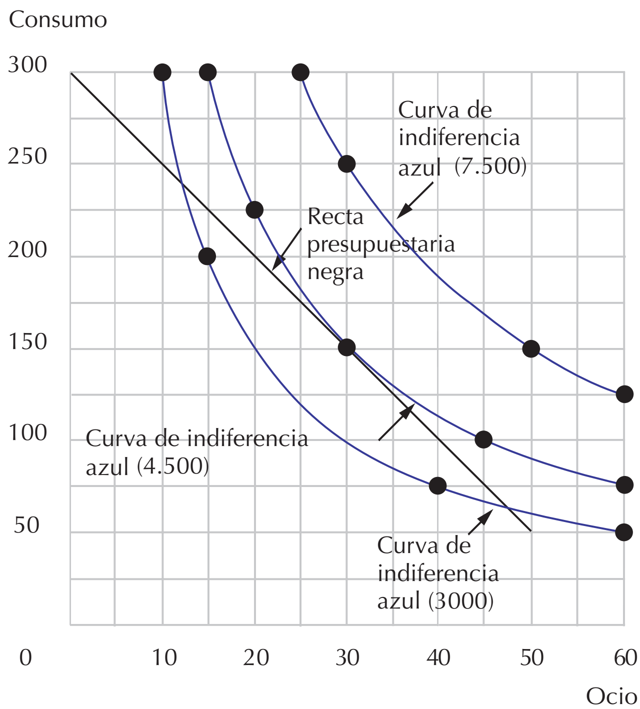
(d) Supongamos que el señor Costanilla recibe un salario de *s* euros a la hora, una renta de *m* euros procedente de otras fuentes y tiene 18 horas al día para repartir entre el trabajo y el ocio. Su ecuación

presupuestaria es $C + sO = m - 18s$. Aplicando el método estudiado en el capítulo de la función de demanda, determina la demanda de ocio del señor Costanilla en función del salario y de la renta procedente de otras fuentes. (Pista: fíjate que se trata de determinar la cantidad demandada de O, considerando que el precio de O es s, el precio de C es 1 y la renta es $m + 18s$.) La función de demanda del señor Costanilla de ocio es $O(s, m) = 9 + (m/2s)$. La función de oferta de trabajo del señor Costanilla es, por lo tanto, $18 - O(s, m) = \mathbf{9 - m/2s}$.

9.8 (0) Ferdinando acaba de ingresar en la universidad y está tratando de discurrir cómo complementar la exigua asignación que le envía su familia. «¿Cómo puede sobrevivir alguien con sólo 50 euros a la semana?», pregunta a su familia, y ésta responde: «Si quieres más dinero, consigue un trabajo». De manera que Ferdinando está tristemente examinando sus posibilidades. La cantidad de ocio que le queda después de emplear el necesario en actividades tales como dormir, cepillarse los dientes y estudiar economía, es de 50 horas a la semana. Puede trabajar tantas horas a la semana como desee repartiendo pizzas por 5 euros la hora. La función de utilidad de Ferdinando relativa al ocio y al consumo es $U(C, O) = CO$.

(a) La dotación de Ferdinando consiste en 50 euros para adquirir los bienes de consumo y **50** horas de ocio, parte de las cuales puede «vender» a cambio de dinero. El valor monetario de la dotación de Ferdinando, incluyendo su paga semanal y el valor en el mercado de su ocio, es, por lo tanto, de **300** euros. La «recta presupuestaria» de Ferdinando relativa al consumo y al ocio es igual a una recta presupuestaria normal en la cual el precio de una unidad de consumo es 1 euro y el precio de una unidad de ocio es **5** euros. La única diferencia es que esta recta presupuestaria no se extiende a los ejes horizontales.

(b) En el diagrama siguiente, representa en color negro la recta presupuestaria de Ferdinando. (Pista: determina primero la combinación de ocio y de gastos de consumo de que podría disponer si no trabajara y determina después la combinación de que dispondría si eligiera no disponer de ningún ocio. ¿Cuáles son los otros puntos de tu gráfico?) En el mismo diagrama, en color azul, representa la curva de indiferencia de Ferdinando correspondiente a los niveles de utilidad 3.000, 4.500 y 7.500.

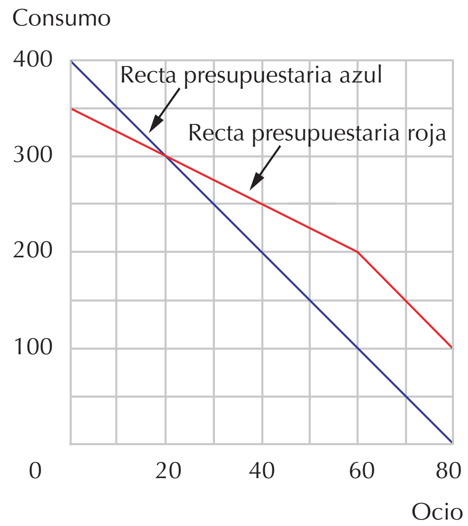


(c) Si Ferdinando quisiera maximizar su propia utilidad, dada la restricción presupuestaria, ¿qué nivel de consumo elegiría? **150 euros**. (Pista: ¿recuerdas cómo se determina la función de demanda en el caso de la utilidad Cobb-Douglas?)

(d) La cantidad de ocio que Ferdinando elegirá consumir será **30** horas. Esto significa que su oferta óptima de trabajo será de **20** horas.

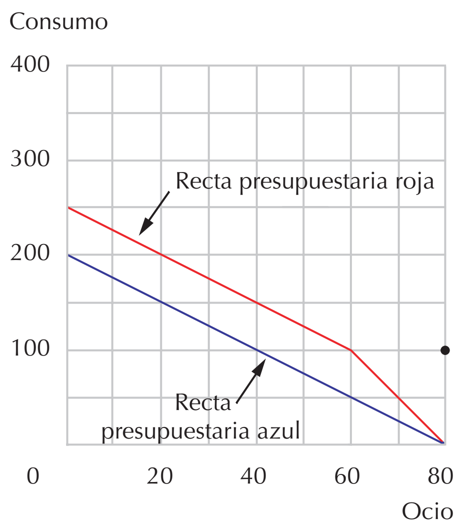
9.9 (0) Gaspar Juárez recibe un salario de 5 euros la hora por su trabajo de olfateador de trufas. Después de dedicar el tiempo necesario a sus actividades cotidianas a Gaspar le quedan 80 horas a la semana para distribuir entre el trabajo y el ocio. Representa su restricción presupuestaria resultado de la aplicación de los siguientes programas gubernamentales:

(a) La renta procedente del trabajo no está sujeta a ningún impuesto ni existe ninguna clase de subsidio estatal. (Representa en el gráfico esta recta en color azul.)



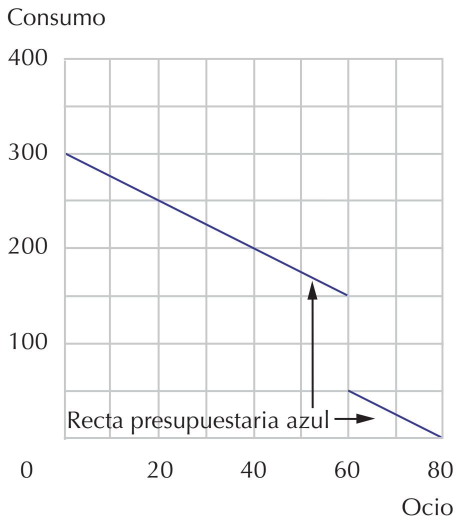
(b) El Gobierno concede a todos los ciudadanos un subsidio global de 100 euros a la semana. No están sujetos a impuesto los primeros 100 euros semanales de trabajo, pero toda la renta superior a estos 100 euros semanales están sujetos a un impuesto del 50%. (Traza la recta en color rojo en el gráfico anterior.)

(c) Si un ciudadano no está trabajando, recibe un subsidio semanal de 100 euros, mientras que si trabaja, no recibe estos 100 euros y su salario está sujeto a un impuesto del 50%. (Traza la recta en color azul en el gráfico que sigue a continuación.)



(d) Se aplican las mismas condiciones que en el apartado *(c)* con la excepción de que las 20 primeras horas de trabajo están exentas de impuestos. (Traza la recta en color rojo en el gráfico anterior.)

(e) Todos los salarios están sujetos a un impuesto del 50% pero, para incentivar el trabajo, el Gobierno concede un subsidio de 100 euros a todos los que trabajen más de 20 horas semanales. (Traza la recta en color azul en el gráfico que sigue a continuación.)



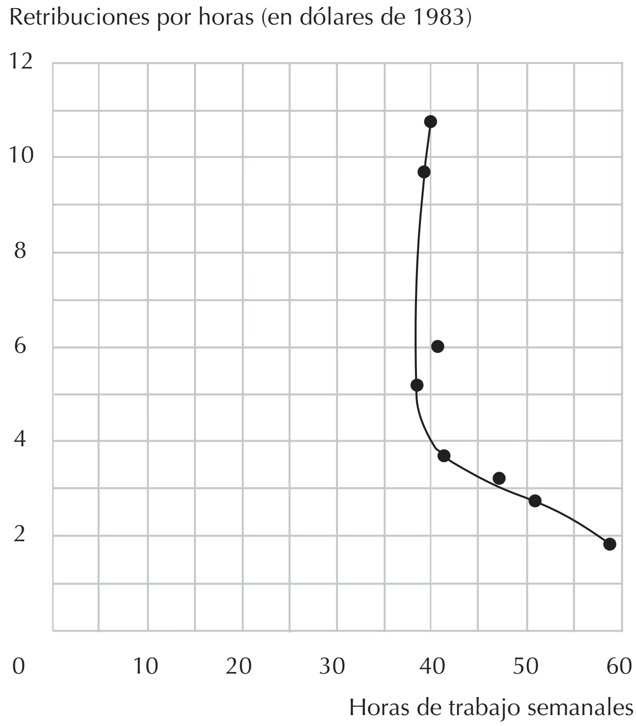
9.10 (0) En Estados Unidos, los salarios reales en el sector de la industria manufacturera han aumentado regularmente desde 1890 hasta hoy en día. En el periodo que abarca de 1890 a 1930 la duración de la semana laboral se redujo drásticamente pero, después de 1930, a pesar del crecimiento continuo de los salarios reales, la duración de la semana laboral se ha mantenido singularmente constante en alrededor de 40 horas.

Retribuciones por horas y duración de la semana laboral en la industria manufacturera de Estados Unidos (1890-1983)

Año	Salario	Horas trabajadas
1890	1,89	59,0
1909	2,63	51,0
1920	3,11	47,4
1930	3,69	42,1
1940	5,27	38,1
1950	6,86	40,5
1960	8,56	39,7
1970	9,66	39,8
1983	10,74	40,1

Fuentes: *Handbook of Labor Statistics,* 1983 y *U.S. Economic History,* de Albert Niemi (pág. 274).
Los salarios son en dólares de 1983.

(a) Construye con estos datos en el gráfico siguiente una «curva de oferta de trabajo».



(b) Con un salario inferior a 4 dólares la hora, la duración de la semana laboral, ¿aumenta o disminuye a medida que el salario aumenta? **Disminuye**.

(c) Los datos de esta tabla podrían ser coherentes con el comportamiento elegido por los trabajadores, en el sentido de que pueden elegir cuántas horas trabajan por semana dado el salario. Un aumento en los salarios tiene sobre la dotación tanto un efecto-renta como un efecto-sustitución. Solamente el efecto-sustitución tendería a (aumentar o disminuir) **aumentar** la duración de la semana laboral. Si el ocio es un bien normal, el efecto-renta de la dotación tiende a hacer que el trabajador elija una cantidad (mayor o menor) **mayor** de ocio y una duración (más larga o más breve) **más breve** de la semana laboral. Con un salario inferior a 4 dólares la hora, el efecto (renta o sustitución) **renta** aparece como dominante. ¿Cómo podrías explicar la situación en los casos de salarios inferiores a 4 dólares la hora? **Los efectos sustitución y renta se anulan mutuamente, por lo que la duración de la semana laboral se mantiene constante**.

(d) Entre los años 1890 y 1909 el salario aumentó en un **39%**, pero las retribuciones semanales aumentaron solamente en un **20%**. En este periodo, el aumento de las retribuciones (sobrevalora o infravalora) **infravalora** el aumento de la riqueza total de los trabajadores dado que éstos eligen una cantidad (mayor o menor) **mayor** de ocio en 1909 que en 1890.

9.11 (0) El profesor Mohamed El Hodiri de la Universidad de Kansas, en un irónico artículo titulado «La economía del sueño», *Manifold,* 17, 1975, presentó el siguiente análisis. «Supongamos que el día tiene 24 horas... Si representamos con x el consumo diario y con h las horas de sueño, el consumidor maximiza una función de utilidad de la forma $x = s\,(24 - h)$, donde s es el salario».

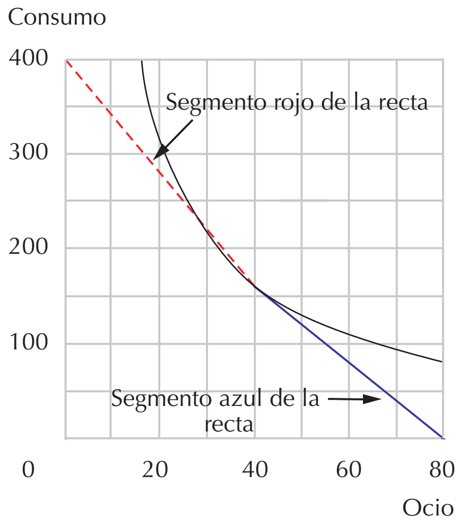
(a) En el modelo de El Hodiri, ¿la cantidad óptima de sueño aumenta, disminuye o permanece igual a medida que el salario aumenta? **Permanece igual**.

(b) ¿Cuál es la cantidad óptima de horas de sueño según el modelo de El Hodiri? **8**.

9.12 (0) Wendy y Mac trabajan en distintos restaurantes de comida rápida. Wendy gana 4 euros la hora por las primeras 40 horas de trabajo semanales y 6 euros la hora por cada hora adicional después de estas 40. Mac gana 5 euros a la hora independientemente de las horas que trabaje. Ambos disponen de 80 horas semanales para distribuir entre el trabajo y el ocio y ninguno de los dos dispone de otras fuentes de ingresos. Las preferencias de Wendy y de Mac están representadas por la función de utilidad $U = co$, donde c es el consumo y o es el ocio. Cada uno puede elegir el número de horas que quiere trabajar a la semana.

(a) ¿Cuántas horas de trabajo elegirá Mac? **40**.

(b) La «recta» presupuestaria de Wendy tiene un vértice que corresponde al punto en el cual o = **40** y c = **160**. Traza en color azul el segmento de su recta presupuestaria en el cual no trabaja horas extraordinarias y en color rojo el segmento correspondiente a la prestación de horas extraordinarias.



(c) El segmento de color azul que has trazado pertenece a una recta cuya ecuación es $\boldsymbol{c + 4_o = 40}$. El segmento de color rojo que has trazado pertenece a una recta cuya ecuación es $\boldsymbol{c + 6_o = 400}$. (Pista: en este último caso conoces un punto perteneciente a la recta y conoces su pendiente.)

(d) Si el salario de Wendy fuera de 4 euros la hora independientemente del número de horas que trabajara, entonces trabajaría **40** horas y ganaría un total de **160** euros semanales. Representa en color negro en el gráfico su curva de indiferencia que atraviesa este punto.

(e) ¿Elegiría Wendy trabajar horas extraordinarias? **Sí**. ¿Cuál es su elección óptima en correspondencia con el segmento rojo de su recta presupuestaria? **(*c*, *o*) = (200, 33, 3)**. ¿Cuántas horas a la semana elegirá trabajar? **46,6**.

(f) Supongamos que ambos trabajos coinciden en todos los otros aspectos. Como Wendy y Mac tienen las mismas preferencias, serán capaces de establecer cuál de los dos tiene el mejor trabajo. ¿Cuál tiene el mejor trabajo? **Mac**. (Pista: calcula la utilidad de Wendy que corresponde a su elección óptima. Calcula cuál sería su utilidad si tuviera el trabajo de Mac y eligiera la cantidad óptima de tiempo de trabajo.)

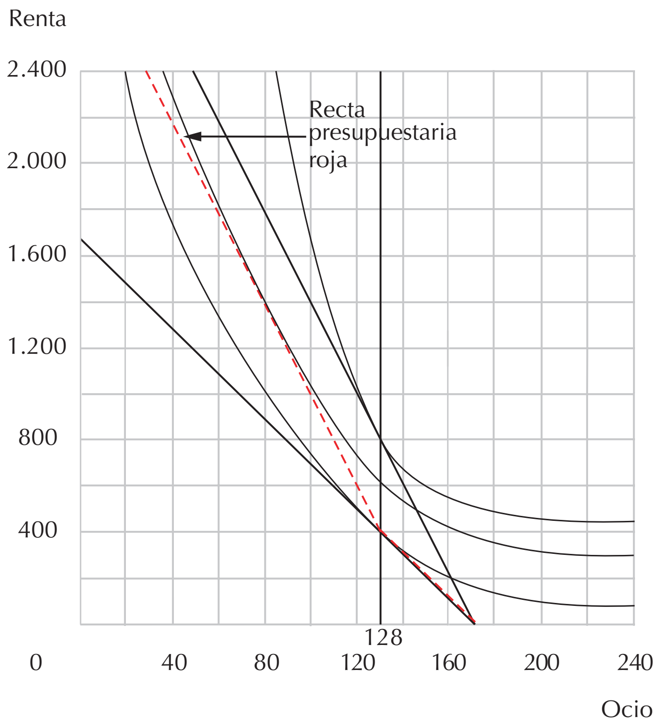
9.13 (1) Wenceslao Plúmbeo es un ingeniero hidráulico. Cobra 10 euros por hora de trabajo y puede trabajar tantas horas como le apetezcan. Wenceslao no dispone de otra fuente de ingresos y dispone de 168 horas semanales para distribuir entre su trabajo y su ocio. En el gráfico de debajo, representa el conjunto presupuestario de Wenceslao que ilustre las diversas combinaciones de renta y de ocio disponibles.

(a) Escribe la ecuación presupuestaria de Wenceslao. **1 + 10*R* = 1.680**.

(b) Como trabajador autónomo, Wenceslao elige trabajar 40 horas a la semana. La empresa constructora Cañas y Barro, como tenía que finalizar en breve plazo su proyecto, le ofreció a Wenceslao una paga de 20 euros la hora y le dijo que podía trabajar tantas horas como quisiera. Wenceslao decide continuar trabajando 40 horas semanales. En el gráfico que dibujaste anteriormente traza la nueva recta presupuestaria.

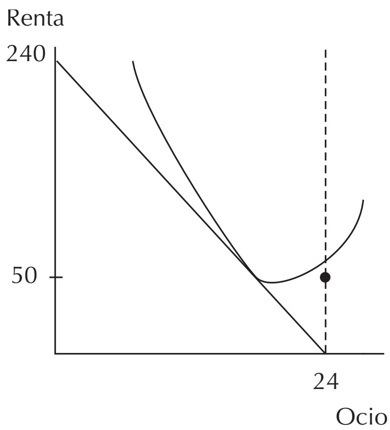
(c) Las preferencias de Wenceslao son convexas y sus curvas de indiferencia no tienen vértices. Representa en el mismo gráfico las curvas de indiferencia coherentes con su decisión de trabajar 40 horas semanales tanto cuando era un trabajador autónomo como cuando trabaja para la empresa constructora.

(d) La empresa Cañas y Barro se ve en un apremio para finalizar su proyecto y querría que Wenceslao trabajara más de 40 horas. Decide, por tanto, que en lugar de pagarle 20 euros la hora, le pagarán 10 euros la hora por las primeras 40 horas que trabajara a la semana y 20 por cada hora «extraordinaria». En el gráfico siguiente representa en color rojo la nueva recta presupuestaria de Wenceslao y la curva de indiferencia que atraviesa el punto elegido correspondiente a este sistema de retribuciones. ¿Trabajará Wenceslao más o menos de 40 horas con este sistema de retribuciones? **Más**.



9.14 (1) Alegría está encantada con su trabajo. Percibe 10 euros por hora y puede trabajar cuantas horas desee al día. Ha elegido trabajar solamente 5 horas al día, y manifiesta que su trabajo le procura tanta satisfacción que prefiere continuar trabajando a ingresar la misma renta sin trabajar en absoluto. Un escéptico le pregunta: «Si tu trabajo te hace más feliz que estar sin hacer nada, ¿por qué no trabajas más horas y ganas más dinero?». Alegría, que es totalmente racional, le explica pacientemente que el trabajo puede ser deseable en una media, pero indeseable en exceso. El escéptico insiste en examinar sus curvas de indiferencia y su recta presupuestaria.

(a) En el diagrama siguiente traza una recta presupuestaria y algunas curvas de indiferencia que sean coherentes con el comportamiento de Alegría y con sus comentarios. Representa el ocio en los ejes horizontales y la renta en los ejes verticales. (Pista: ¿en qué punto la curva de indiferencia que atraviesa la combinación elegida toca la línea vertical $M = 24$?)



9.15 (2) La función de utilidad de Daniel es $U(C, O) = C - (12 - O)^2$, donde O es la cantidad diaria de ocio. Dispone de 16 horas al día para distribuir entre el trabajo y el ocio y recibe unos ingresos de 20 euros diarios de otras fuentes. El precio de una unidad de consumo es 1 euro.

(a) Si Daniel puede trabajar tantas horas al día como quiera a cambio de un salario igual a cero, ¿cuántas horas de ocio elegirá? **12**.

(b) Si Daniel puede trabajar tantas horas al día como quiera a cambio de un salario de 10 euros la hora, ¿cuántas horas de ocio elegirá? **7.** ¿Cuántas horas trabajará? **9**. (Pista: escribe la ecuación de la restricción presupuestaria de Daniel. Resuélvela para hallar la cantidad de ocio que maximiza su utilidad sujeta a esta restricción. Recuerda que la cantidad de trabajo que desea ofrecer es igual a 16 menos su demanda de ocio).

(c) Si sus ingresos derivados de otras fuentes disminuyeran a 5 euros al día y su salario siguiera siendo de 10 euros, ¿cuántas horas decidiría trabajar? **9**.

(d) Supongamos ahora que Daniel tiene que pagar un impuesto del 20% sobre su renta total. Si la retribución por su trabajo se mantiene en 10 euros a la hora y sus ingresos derivados de otras fuentes siguen siendo 20 euros al día antes de los impuestos, ¿cuántas horas elegirá trabajar? **8**.

10 La elección intertemporal

Introducción

Para estudiar la teoría del ahorro del consumidor emplearemos las técnicas que hemos expuesto anteriormente. Para concentrar nuestra atención sobre el consumo intertemporal consideraremos ejemplos en los que exista un solo bien, pero que tiene que ser consumido en uno o en otro periodo de tiempo. Recurriremos a dos «trucos». El primero consiste en tratar el *consumo en el periodo* 1 y el *consumo en el periodo* 2 como dos bienes distintos. Si consideramos el consumo en el periodo 1 como el bien **numerario,** entonces el «precio» del consumo en el periodo 2 es la cantidad de consumo en el periodo 1 a la que se tiene que renunciar para obtener una unidad adicional de consumo en el periodo 2. Este precio resulta ser $1/(1 + r)$, donde r es el tipo de interés.

El segundo truco se refiere a cómo se considera la renta en los dos periodos. Supongamos que la renta de un consumidor sea m_1 en el periodo 1 y m_2 en el periodo 2 y que no hay inflación. La cantidad total de consumo en el periodo 1 que este consumidor puede adquirir si pidiera prestado tanto dinero como pudiera restituir en el periodo 2, es $m_1 + \frac{m_2}{1+r}$. A medida que resuelvas los ejercicios y estudies tu libro de texto, deberá resultar evidente que la ecuación presupuestaria del consumidor relativa al consumo en los dos periodos de tiempo es siempre

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}.$$

Esta restricción presupuestaria es igual a la expresión que estudiamos en los capítulos anteriores, donde el precio del «bien 1» es 1, el precio del «bien 2» es $1/(1 + r)$ y la «renta» es $m_1 + \frac{m_2}{1+r}$. Por lo tanto, dada la función de utilidad de un consumidor, el tipo de interés y la renta en cada periodo, es posible determinar la demanda de consumo en cada uno de los periodos aplicando los métodos que ya conocemos. Una vez establecido el consumo en cada uno de los dos periodos podemos determinar también el ahorro, que no es más que la diferencia entre la renta en el periodo 1 y el consumo en ese mismo periodo.

Ejemplo: Un consumidor tiene una función de utilidad $U(c_1, c_2) = c_1c_2$. El tipo de interés es del 10%, no hay inflación y la renta del consumidor es igual a 100 en el periodo 1 y a 121 en el periodo 2. Por consiguiente, su restricción presupuestaria es $c_1 + c_2/1{,}1 = 100 + 121/1{,}1 = 210$. La relación entre el precio del bien 1 y el precio del bien 2 es $1 + r = 1{,}1$. El consumidor elegirá una cesta de consumo tal que $UM_1/UM_2 = 1{,}1$. Pero $UM_1 = c_2$ y $UM_2 = c_1$ por lo que el consumidor tiene que elegir una cesta tal que C_2/c_1 = 1,1. Resolviendo simultáneamente estas ecuaciones con la ecuación presupuestaria, obtenemos los valores de c_1 y c_2. La solución es c_1 = 105 y c_2 =115,50. Como en el periodo 1 la renta del consumidor es de sólo 100, para poder consumir 105 en este periodo tiene que pedir prestado 5. Como en el periodo 2 tiene que restituir el préstamo más los intereses, tiene que deducir 5,5 de su renta de 121 en el periodo 2. De este modo le quedan disponibles 115,5 para su consumo.

En algunos problemas también se requerirá determinar los efectos de la inflación en el comportamiento del consumidor. La clave esencial para entender estos efectos es examinar cómo varía la restricción presupuestaria.

Ejemplo: Supongamos que en la situación descrita en el ejemplo anterior la inflación fuera del 6% y el precio de los bienes en el periodo 1 fuera 1. En este caso, si ahorras 1 euro en el periodo 1 y te lo devolvieran con un 10% de interés, conseguirías 1,10 euros en el periodo 2. Sin embargo, a causa de la inflación, los bienes en el periodo 2 cuestan 1,06 euros por unidad. Por lo tanto, la cantidad de consumo en el periodo 1 a la que es necesario renunciar para obtener una unidad de consumo en el periodo 2 es 1,06/1,10 = 0,964 unidades de consumo en el periodo 2. Si la renta monetaria no varía en los dos periodos, entonces la ecuación presupuestaria será $c_1 + 0{,}964c_2 = 210$. Esta restricción presupuestaria sería idéntica a la que habría si no hubiera inflación y el tipo de interés fuera r, donde $0{,}964 = 1/(1 + r)$. El valor de r que resuelve esta ecuación se conoce como tipo de interés real que en nuestro ejemplo es aproximadamente igual a 0,038. Cuando el *tipo* de interés y la inflación no son muy elevadas, el tipo de interés real es aproximadamente igual a la diferencia entre el tipo de interés nominal (10% en este caso) y la tasa de inflación (6% en este caso), es decir, 0,038 – 0,10 – 0,6. Como veremos, estas aproximaciones no nos sirven si la tasa de inflación y el tipo de interés son elevados.

10.1 (0) Perfecto Pino consume (c_1, c_2) y su renta es de (m_1, m_2) en los periodos 1 y 2 respectivamente. Supongamos que el tipo de interés es r.

(a) Escribe la restricción presupuestaria intertemporal de Perfecto relativa a los valores actuales. $\boldsymbol{c_1 + \frac{c_2}{(1+r)} = m_1 + \frac{m_2}{(1+r)}}$.

(b) Si Perfecto no consume nada en el periodo 1, ¿cuál es la cantidad máxima que puede consumir en el periodo 2? $\boldsymbol{m_1 (1 + r) + m_2}$. Esta cantidad corresponde al (valor futuro o valor actual) **valor futuro** de su dotación.

(c) Si Perfecto no consume nada en el periodo 2, ¿cuál es la cantidad máxima que puede consumir en el periodo 1? $\boldsymbol{m_1 + \frac{m_2}{(1+r)}}$. Esta cantidad corresponde al (valor futuro o valor actual) **valor actual** de su dotación. ¿Cuál es la pendiente de su recta presupuestaria? $\boldsymbol{-(1 + r)}$.

10.2 (0) Magda tiene una función de utilidad Cobb-Douglas $U(c_1, c_2) = c^a{}_1 c^{1-a}{}_2$, donde $0 < a < 1$ y donde c_1 y c_2 representan el consumo en los periodos 1 y 2 respectivamente. Como hemos visto anteriormente, si la función de utilidad tiene la forma $u(x_1\ x_2) = x^a{}_1 x^{1-a}{}_2$ y la restricción presupuestaria presenta la forma «típica» $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, entonces las funciones de demanda de los dos bienes son $x_1 = am/p_1$ y $x_2 = (1 - a)\,m/p_2$.

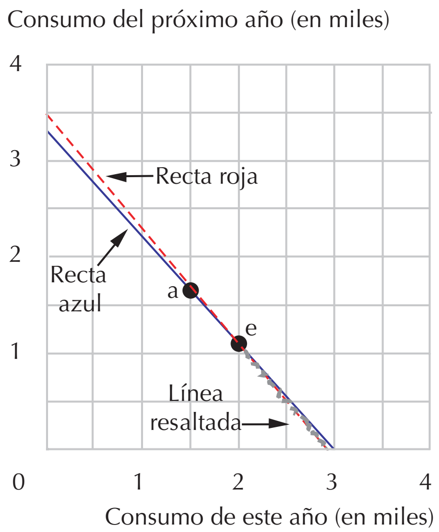
(a) Supongamos que la renta de Magda sea m_2 en el periodo 1 y m_2 en el periodo 2. Escribe su restricción presupuestaria relativa a los valores actuales. $\boldsymbol{c_1 + c/(1 + r) = m_1 + m_2/(1 + r)}$.

(b) Queremos comparar esta restricción presupuestaria con una de las que presentan una forma típica. En la restricción presupuestaria de Magda, ¿qué valor corresponde a p_1? **1**. ¿Qué valor corresponde a p_2? **1/(1 + *r*)**. ¿Qué valor corresponde a *m*? $\boldsymbol{m_1 + m/(1 + r)}$.

(c) Si a = 0,2, determina la función de demanda de Magda relativa al consumo en cada uno de los periodos en función de m_1, m_2 y r. La función de demanda relativa al consumo en el periodo 1 es: c_1 = $\boldsymbol{0{,}2m_1 + 0{,}2m_2/(1 + r)}$. La función de demanda relativa al consumo en el periodo 2 es: c_2 = $\boldsymbol{0{,}8\ (1 + r)\ m, + 0{,}8m_2}$.

(d) Un aumento en el tipo de interés hará que **disminuya** su consumo el periodo 1, hará que **aumente** su consumo en el periodo 2 y **aumenten** sus ahorros en el periodo 1.

10.3 (0) Nickleby dispone este año de una renta de 2.000 euros y espera que en el próximo año su renta sea de 1.100 euros. Puede prestar y que le presten dinero a un tipo de interés del 10%. Los bienes de consumo cuestan este año 1 euro por unidad y no hay inflación.



(a) ¿Cuál es el valor actual de la dotación de Nickleby? **3.000 euros**. ¿Cuál es el valor futuro de su dotación? **3.300 euros**. Representa en color azul las combinaciones de consumo que puede adquirir este año y el año próximo. Indica con la letra *D* su dotación.

(b) Supongamos que Nickleby tiene la función de utilidad $U(C_1, C_2) = C_1C_2$. Escribe una expresión algebraica que permita determinar su relación marginal de sustitución entre el consumo de este año y el consumo del año próximo. (Tu respuesta estará en función de las variables C_1 y C_2) $\boldsymbol{RMS = -C/C_1}$.

(c) ¿Cuál es la pendiente de la recta presupuestaria de Nickleby? **–1,1**. Escribe una ecuación que iguale la pendiente de la curva de indiferencia de Nickleby con la pendiente de su recta presupuestaria cuando el tipo de interés es del 10%. $\boldsymbol{1{,}1 = C_2/C_1}$. Escribe también su ecuación presupuestaria. $\boldsymbol{C_1 + C_2/1{,}1 = 3.000}$.

(d) Resuelve estas dos ecuaciones. Nickleby consumirá 1.500 unidades en el periodo 1 y 1.650 unidades en el periodo 2. Marca este punto con la letra *A* en el diagrama.

(e) ¿Pedirá prestado o ahorrará en el primer periodo? **Ahorrará**. ¿Cuánto? **500**.

(f) Representa en color rojo en tu gráfico la recta presupuestaria de Nickleby en el caso de que el tipo de interés aumente al 20%. Sabiendo que Nickleby ha elegido el punto *A* cuando el tipo de interés era del 10% podemos determinar, incluso sin conocer su función de utilidad, que los puntos que ha elegido en la nueva situación no pueden pertenecer a ciertos tramos de su nueva recta presupuestaria. Resalta la parte de la nueva recta presupuestaria donde *no* puede encontrarse el punto que ha elegido en la nueva situación. (Pista: cierra los ojos y acuérdate del axioma débil de la preferencia revelada.)

(g) Determina la elección óptima de Nickleby que corresponde al tipo de interés del 20%. Nickleby consumirá **1.458,3** unidades en el periodo 1 y **1.750** unidades en el periodo 2.

(h) ¿Pedirá prestado o ahorrará en el primer periodo? **Ahorrará**. ¿Cuánto? **541,7**.

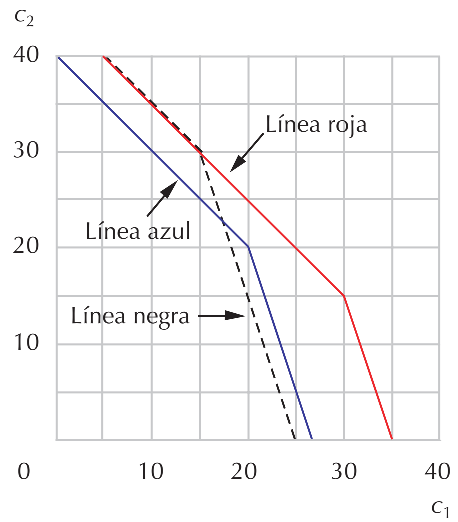
10.4 (0) Establece si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Razona después tu respuesta basándote en la descomposición en los efectos renta y sustitución de Slutsky.

(a) «Si el consumo en el periodo actual y en el futuro es de bienes normales, un incremento en el tipo de interés provocará necesariamente que un ahorrador ahorre más». **Falso**. **El efecto-sustitución hace que consuma menos en el periodo 1 y ahorre más. En el caso de un ahorrador, el efecto-renta actúa en sentido contrario. Cualquiera de los dos efectos podría dominar**.

(b) «Si el consumo en el periodo actual y en el futuro es de bienes normales, un incremento en el tipo de interés provocará necesariamente que un ahorrador elija consumir una cantidad mayor en el segundo periodo». **Verdadero**. **El efecto-renta y el efecto-sustitución provocan, ambos, un aumento del consumo en el segundo periodo**.

10.5 (1) Laertes tiene una dotación de 20 euros en cada uno de los dos periodos. Puede pedir prestado a un tipo de interés del 200% y puede prestar dinero a un tipo de interés del 0%. (Nota: si el tipo de interés es del 0%, por cada euro que se ahorra en el primer periodo se obtiene 1 euro en el siguiente periodo. Si el tipo de interés es del 200%, entonces por cada euro prestado en el primer periodo se deben restituir 3 euros en el siguiente periodo.)

(a) Representa en color azul su conjunto presupuestario en el gráfico adjunto. (Pista: la frontera del conjunto presupuestario no es una sola línea recta.)



(b) Laertes podría invertir su dinero en un proyecto que le proporcionaría $m_1 = 30$ y $m_2 = 15$. Además de invertir en este proyecto, todavía puede pedir prestado al 200% de interés o prestarlo al 0%. Representa en el gráfico anterior en color rojo su nuevo conjunto presupuestario. ¿Estará Laertes más o menos satisfecho si invierte su dinero en este proyecto, dadas las condiciones en las cuales puede prestar o pedir prestado? ¿O no hay posibilidad de establecerlo sin disponer de alguna información acerca de sus preferencias? Razona tu respuesta. **Más satisfecho. Si invierte en el proyecto, puede pedir prestado o prestar para conseguir cualquier cesta que podría adquirir sin invertir**.

(c) Consideremos un proyecto alternativo que le proporcionaría la dotación $m_1 = 15$ y $m_2 = 30$ y sigamos suponiendo que puede prestar o pedir prestado en las mismas condiciones que en el apartado anterior. Pero si elige invertir en este proyecto, Laertes no puede invertir en el primero. Representa en color negro o en lápiz el conjunto presupuestario disponible en el caso de que eligiera invertir en este proyecto. ¿Estará Laerte más o menos satisfecho si elige invertir en este proyecto que si eligiera no invertir en ninguno de los dos proyectos? ¿O no podemos determinarlo sin disponer de más información acerca de sus preferencias? Razona tu respuesta. **No podemos determinarlo. Puede adquirir algunas cosas que no podía adquirir inicialmente. Pero no puede adquirir algunas cosas que podía adquirir antes si invierte en este proyecto**.

10.6 (0) En la tabla que sigue se reflejan la tasa de inflación y el tipo de rendimiento anual de los bonos del tesoro en diversos países en los años 1984 y 1985.

Tasa de inflación y tipo de interés de diversos países

País	Tasa de inflación % 1984	Tasa de inflación % 1985	Tipo de interés % 1984	Tipo de interés % 1985
Estados Unidos	3,6	1,9	9,6	7,5
Israel	304,6	48,1	217,3	210,1
Suiza	3,1	0,8	3,6	4,1
Alemania Fed.	2,2	–0,2	5,3	4,2
Italia	9,2	5,8	15,3	13,9
Argentina	90,0	672,2	n.d.	n.d.
Japón	0,6	2,0	n.d.	n.d.

(a) Aplicando la fórmula presentada en el libro de texto, calcula el tipo de interés real en cada uno de los países y anota el resultado en la tabla adjunta.

(b) ¿Cuál debería ser el rendimiento nominal de una obligación en Argentina para obtener en 1985 un tipo de interés real del 5%? **710,8%**. ¿Cuál debería ser el rendimiento nominal de una obligación en Japón para obtener en 1985 un tipo de interés real del 5%? **7,1%**.

(c) Si la inflación no es muy elevada, podemos obtener una buena aproximación del tipo de interés real sustrayendo la tasa de inflación al tipo de interés nominal. Aplicando este método al caso de Estados Unidos en el año 1984 obtenemos un **6%**, mientras que calculando exactamente el tipo de interés real con el método del libro de texto obtenemos un **5,79%**. Pero para el caso de países con una tasa de inflación muy elevada ésta es una aproximación muy pobre. En el caso de Israel, por ejemplo, en el año 1984 la aproximación del tipo de interés real es **–87,3%**, mientras que si lo calculamos exacta-

mente obtenemos –21,57%. En el caso de Argentina, en el año 1985 la aproximación nos diría que una obligación cuyo rendimiento nominal sea de 677,7% permitiría obtener un tipo de interés real del 5%. Esta información contrasta con la respuesta del ejercicio anterior, que establecía que en ese caso el tipo de interés nominal debía de ser del 710,8%.

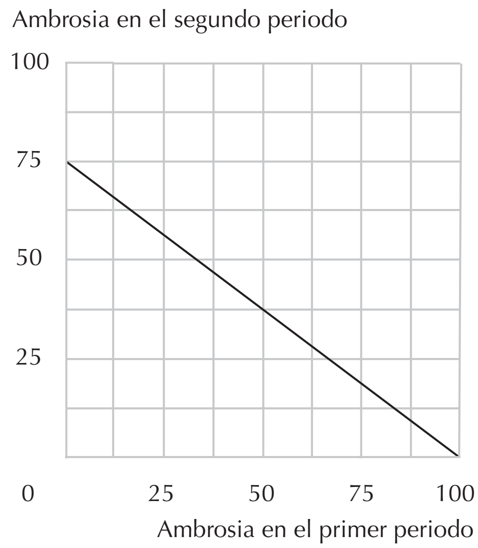
Tipos de interés real en 1984 y en 1985

País	1984	1985
Estados Unidos	5,7	5,5
Israel	–21,57	109,4
Suiza	0,5	3,33
Alemania Fed.	3,0	4,4
Italia	5,6	7,6

10.7 (0) Volvamos al planeta Mungo. En este planeta los macroeconomistas y los banqueros son criaturas alegres e inteligentes, y hay dos clases de monedas, la moneda roja y la moneda azul. Como recordarás, para adquirir cualquier bien, un mungoniano tienen que pagar dos veces, una vez en moneda roja y otra vez en moneda azul. Todos los bienes tienen dos precios, el precio rojo y el precio azul y no está permitido intercambiar un tipo de moneda por el otro. Existe un banco azul, donde es posible prestar y pedir prestada moneda azul a un tipo de interés anual del 50%, y un banco rojo que ofrece un tipo de interés anual del 25%.

Una mungoniana llamada Jana consume solamente un bien, ambrosía, pero tiene que decidir cómo distribuir su consumo entre este año y el próximo. La renta de Jana de este año es de 100 uma (unidades de moneda azul) y no dispone de ninguna unidad de umr (unidades de moneda roja), mientras que el año próximo dispondrá de 100 unidades de umr y ninguna unidad de uma. Este año, el precio azul por cada botella de ambrosía es 1 uma, y el precio será 2 uma el próximo año. El precio en moneda roja de la ambrosía es 1 umr este año y no sufrirá variación en el próximo año.

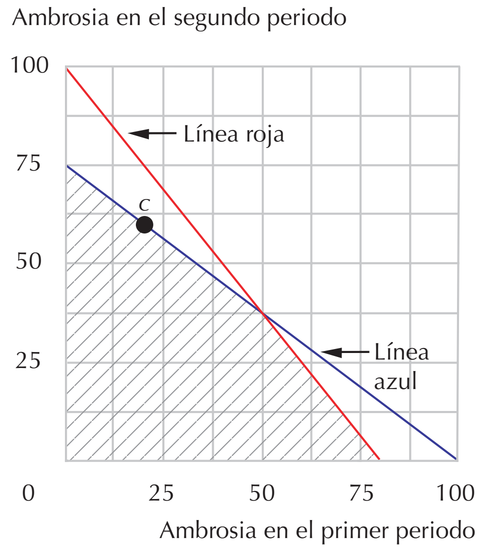
(a) Si Jana gastase toda su renta azul en el primer periodo, esto bastaría para pagar el precio azul de **100** botellas de ambrosía. Si Jana depositara este año toda su renta azul en un banco azul, el año próximo podría disponer de **150** uma, y esto le permitiría pagar el precio azul de **75** botellas de ambrosía. Representa en el gráfico siguiente la recta presupuestaria azul de Jana. señalando todas las combinaciones de consumo que puede adquirir en los dos periodos con su renta azul.



(b) Si Jana decidiese no gastar moneda roja en el siguiente periodo y pedir prestada toda la moneda roja que podrá restituir (incluido el interés) en el siguiente periodo, ¿cuánta moneda roja podría pedir prestada? **80**.

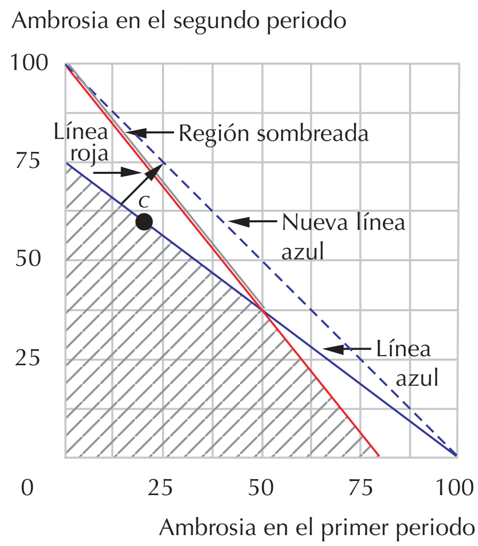
(c) El tipo de interés real (calculado exactamente) de la moneda azul es del **–25%**. Y el tipo de interés real (exacto) de la moneda roja es del **25%**

(d) Representa en el gráfico siguiente la recta presupuestaria azul y la recta presupuestaria roja de Jana. Sombrea todas las combinaciones de consumo de ambrosía en los dos periodos que Jana puede adquirir, considerando que tiene que pagar con ambas monedas.



(e) El punto correspondiente a la elección óptima de Jana se encuentra *en* la recta presupuestaria azul y *al lado* de la recta presupuestaria roja. Determina este punto en el gráfico y márcalo con la letra *C*.

(f) Representa en el siguiente gráfico el conjunto presupuestario inicial de Jana en el caso de que el tipo de interés azul aumente y el tipo de interés rojo no varíe. Sombrea el segmento de la nueva recta presupuestaria donde pudiera estar situado el punto correspondiente a su nueva demanda. (Pista: aplica el principio de la preferencia revelada. Discurre acerca de cuáles son las cestas de consumo que estaban disponibles con anterioridad al aumento del tipo de interés azul, pero que Jana rechazó para elegir el consumo de *C*)



10.8 (0) El señor O.B. Kandle vivirá solamente a lo largo de dos periodos. En el primer periodo ganará 50.000 euros y en el segundo periodo se jubilará y vivirá de sus ahorros. Su función de utilidad es $U(c_1, c_2) = c_1c_2$, donde c_1 representa su consumo en el periodo 1 y c_2 representa su consumo en el periodo 2. Puede pedir prestado o prestar a un tipo de interés del $r = 0{,}10$.

(a) Si el tipo de interés aumenta, su consumo en el periodo 1 ¿aumentará, disminuirá o permanecerá invariable? **Permanecerá invariable. Su demanda de c_1 es $0{,}5(m_1 + m_2/(1 + r))$ y $m_2 = 0$.**

(b) Si el tipo de interés aumentara, ¿le incitaría a consumir una cantidad mayor o menor en el segundo periodo? **Mayor**. **Ahorra la misma cantidad, pero, con unos tipos de interés más altos, obtiene más en el siguiente periodo**.

(c) Si el señor Kandle no dispone de ninguna renta en el periodo 1 y de 55.000 euros en el periodo 2 y aumentara el tipo de interés, ¿le incitaría este aumento a consumir una cantidad mayor, menor o igual en el periodo 1? **Menor**.

10.9 (1) La función de utilidad de Héctor Hábil es $U(c_1, c_2) = \min\{c_1, c_2\}$, donde c_1 representa su consumo de pan en el periodo 1 y c_2 representa su consumo de pan en el periodo 2. El precio del pan es 1 euro por barra en el periodo 1 y el tipo de interés es del 21%. Héctor gana 2.000 euros en el periodo 1 y ganará 1.100 en el periodo 2.

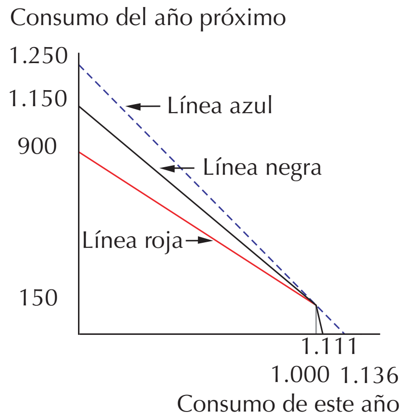
(a) Escribe la restricción presupuestaria de Héctor relativa al valor futuro suponiendo que no haya inflación. **$1{,}21c_1 + c_2 = 3.520$**.

(b) ¿Cuánto pan consumirá Héctor en el primer periodo y cuánto dinero ahorrará? (La respuesta no es necesariamente un número entero.) **Elige $c_1 = c_2$. Introduciendo esta igualdad en el presupuesto, tenemos que $c_1 = 3.520/2{,}21 = 1.598{,}2$. Ahorra $2.000 - 3.520/2{,}21 = 407{,}2$**.

(c) Supongamos que la renta monetaria de Héctor en ambos periodos es la misma que antes y que el tipo de interés sigue siendo del 21%, pero hay una tasa de inflación del 10%. En este caso, en el periodo 2, una barra de pan costará 1,10. Escribe la ecuación presupuestaria de Héctor en el periodo 1 y en el periodo 2 dada esta nueva información. **$1{,}21c_1 + 1{,}1c_2 = 3.520$**.

10.10 (2) Los habitantes de una aldea aislada solamente cultivan maíz. Las buenas cosechas se alternan con las malas cosechas: este año la cosecha será de 1.000 kilos y el año próximo será de 150 kilos. No mantienen intercambios comerciales con el mundo exterior. El maíz se puede almacenar de un año para otro, pero las ratas devoran el 25% de lo almacenado en un año. Los aldeanos tienen una función de utilidad Cobb-Douglas, $U(c_1, c_2) = c_1c_2$, donde c_1 representa el consumo de este año y c_2 representa el consumo del próximo año.

(a) Traza en color rojo una «recta presupuestaria» que muestre las posibilidades de consumo de los aldeanos, representando en el eje horizontal el consumo de este año y en el eje vertical su consumo del año próximo. Indica con dos números los puntos en los cuales la recta presupuestaria corta los ejes.



(b) ¿Cuánto maíz consumirán los aldeanos este año? **600 kilos**. ¿Cuánto será devorado por las ratas? **100 kilos**. ¿Cuánto maíz consumirán los aldeanos el próximo año? **450 kilos**.

(c) Supongamos que se construye una carretera dirigida a la aldea de manera que los habitantes puedan comerciar con el resto del mundo. Ahora podrán comprar y vender maíz al precio de 1 euro por cada kilo, y también podrán pedir prestado y prestar dinero a un tipo de interés del 10%. Representa en color azul, en el gráfico, la nueva recta presupuestaria de los aldeanos. Determina la cantidad consumida en el primer periodo **568** kilos y la cantidad consumida en el segundo periodo **624** kilos.

(d) Supongamos que la situación sea como la descrita en el apartado anterior con la excepción de que transportar un kilo de maíz dentro o fuera de la aldea implique un coste de 0,10 euros. Traza en el gráfico en color negro o en lápiz, la recta presupuestaria bajo estas circunstancias.

10.11 (0) En la tabla siguiente están reflejados los porcentajes de los tipos de interés y de las tasas de inflación de Estados Unidos en los últimos años. Completa la tabla.

Inflación e interés en Estados Unidos, 1965-1985

Año	1965	1970	1975	1978	1980	1985
IPC, primeros de año	38,3	47,1	66,3	79,2	100,0	130,0
IPC, finales de año	39,4	49,2	69,1	88,1	110,4	133
Tasa de inflación %	2,9	4,3	4,2	11,3	**10,4**	**2,3**
Tipo de interés nominal	4,0	6,4	5,8	7,2	11,6	7,5
Tipo de interés real	1,1	2,1	1,6	**–3,7**	**1,09**	**5,07**

(a) A finales de los años setenta, la gente se lamentaba en gran manera acerca de los elevados tipos de interés. De hecho, los tipos de interés no habían alcanzado nunca cotas tan elevadas en los tiempos modernos. Explica por qué tales quejas son injustificadas. **Los tipos de interés eran altos, pero también lo era la inflación. Los tipos de interés reales no eran altos (fueron negativos en 1978)**.

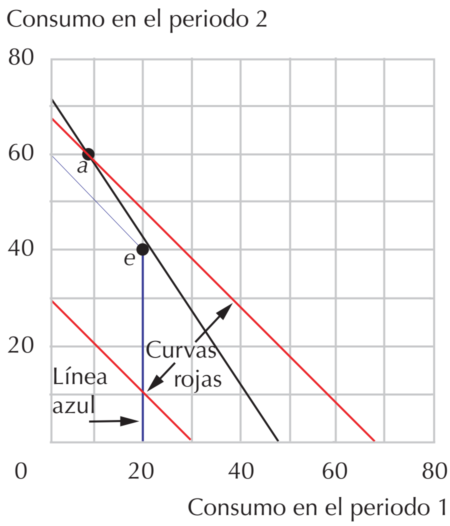
(b) Si una persona hubiera renunciado a una unidad de un bien de consumo a principios de 1985, ahorrando el dinero a cambio de un interés, hubiera podido emplear el resultado de sus ahorros para adquirir **1,05** unidades de bienes de consumo a principios de 1986. Si una persona hubiera renunciado a una unidad de un bien de consumo a principios de 1978, ahorrando el dinero a cambio de un interés, hubiera podido emplear el resultado de sus ahorros para adquirir **0,96** unidades de bienes de consumo a principios de 1979.

10.12 (1) A Marga Melosa le da igual consumir en el periodo 1 o en el periodo 2. Su función de utilidad es simplemente $U(c_1, c_2) = c_1 + c_2$. Su dotación inicial es de 20 euros en el periodo 1 y de 40 euros en el periodo 2. El tipo de interés es del 50% y no hay inflación en el precio de los bienes que consume. En una tienda de antigüedades descubre un jarrón que está en oferta al precio de 12 euros en el periodo 1 y que está segura de poder vender por 20 euros en el periodo 2. No obtiene ningún beneficio relativo al consumo por poseer el jarrón, y no le supone ningún coste conservarlo durante un periodo.

(a) En el gráfico siguiente, indica con una *D* su dotación inicial y traza en color azul la recta presupuestaria que representa las combinaciones de consumo en los periodos 1 y 2 que puede adquirir si no compra el jarrón. En el mismo gráfico, indica con la letra *A* la cesta de consumo disponible en el caso de que no pida prestado o preste ningún dinero, pero compre el jarrón en el periodo 1 y lo revenda en el periodo 2, empleando el producto de la venta en adquirir bienes de consumo en el periodo 2. Si no existiera la posibilidad de pedir prestado o de prestar, ¿debería Marga invertir en la adquisición del jarrón? **Sí**.

(b) Supongamos que Marga tiene la posibilidad de pedir prestado y de prestar todo cuanto quiera a un tipo de interés del 50%.

En el gráfico donde indicaste su dotación inicial, traza en color negro o con lápiz, la recta presupuestaria que muestre todas las cestas de consumo que puede adquirir si invierte en la adquisición del jarrón y pide prestado o presta a un tipo de interés del 50%. En el mismo gráfico, en color rojo, dibuja una o dos de sus curvas de indiferencia.



(c) Supongamos que en lugar de que sus consumos en los dos periodos sean sustitutivos perfectos fueran complementarios perfectos, de manera que la función de utilidad de Marga sea $\min\{c_1, c_2\}$. Si no puede pedir prestado o prestar, ¿debería Marga comprar el jarrón? **No**. Suponiendo de nuevo que puede pedir prestado o prestar, ¿debería invertir en la adquisición del jarrón? **Sí**. Si el tipo de interés fuera del 100% en lugar del 50%, ¿debería Marga invertir en la adquisición del jarrón? **No**.

11 Los mercados de activos

Introducción

La condición fundamental de equilibrio para los mercados de activos es que, en equilibrio, todos los activos tienen que tener el mismo tipo de rendimiento. Por lo tanto, si conocemos el tipo de interés y el flujo de dinero generado por un activo, podemos predecir su precio de equilibrio en el mercado. Esta condición comporta algunas repercusiones interesantes sobre el precio de los activos duraderos. Vamos a examinar aquí varias de estas repercusiones.

Ejemplo: Una empresa farmacéutica obtiene la patente de un nuevo medicamento. La patente expirará el 1 de enero de 1996 cuando cualquiera pueda fabricar el fármaco. Quien tenga la patente obtendrá unos beneficios de 1.000.000 de euros al año hasta que la patente expire. Para simplificar, supongamos que los beneficios anuales se perciben el 31 de diciembre. El tipo de interés es del 5%. Vamos a determinar cuál será el precio de venta de los derechos de patente el 1 de enero de 1993. Ese día los compradores potenciales tienen conocimiento de que la posesión de la patente les proporcionará 1.000.000 de euros anuales dentro de 1 año a partir de hoy y continuará durante 3 años. El valor actual de este flujo de dinero es

$$\frac{1.000.000}{(1,05)}+\frac{1.000.000}{(1,05)^2}+\frac{1.000.000}{(1,05)^3}\sim 2.723.248.$$

Nadie estará dispuesto a pagar un precio superior a éste por la patente, ya que si se depositaran en un banco 2.723.248 de euros al 5% de interés, se obtendrían 1.000.000 de euros anuales durante 3 años a partir de este año. Por otra parte, la patente no se vendería por una cantidad inferior a 2.723.248 de euros ya que, si así fuera, sería posible obtener un rendimiento superior invirtiendo en esta patente del que se podría obtener invirtiendo en cualquier otro lugar. ¿Cuál será el precio de la patente el 1 de enero de 1994? Ese día, la patente será equivalente a un flujo de dinero de 1.000.000 de euros en 1 año y otro 1.000.000 de euros en 2 años. El valor actual de este flujo de dinero, considerando como referencia el 1 de enero de 1994, será

$$\frac{1.000.000}{(1,05)}+\frac{1.000.000}{(1,05)^2}\sim 1.859.310.$$

Es ligeramente más dificultosa la resolución de un problema en el cual el flujo de dinero de un activo depende del modo en que se emplea ese activo. Para determinar el precio de este activo tenemos que considerar cuál será el valor actual de ese flujo de dinero que el activo genera si se manipula de tal manera que se maximice su valor actual.

Ejemplo: Los consumidores están dispuestos a pagar este año 15 euros por una botella de un vino determinado. El año próximo estarían dispuestos a pagar 25 euros y al siguiente año 26 euros. Después de esa fecha el vino comienza a deteriorarse y la cantidad de consumidores dispuestos a pagar disminuye. El tipo de interés es del 5%. Podemos determinar no solamente el precio al que el vino se venderá, sino también el momento en que será consumido. Si se bebiese el vino el primer año, habría que vender a 15 euros la botella. Pero ningún inversor racional estará dispuesto a vender el vino a 15 euros la botella pudiéndolo vender a 25 euros un año después. Esto representa un tipo de rendimiento del 66,66% que es más elevado que el tipo de interés del 5%. Si el tipo de interés es del 5%, los inversores estarán dispuestos a pagar por una botella de vino al menos 25/1,05 euros = 23,81 euros. De manera que los inversores tienen que ofrecer una cantidad superior a la demandada por los bebedores y este año no habrá ningún borracho. ¿Querrán los inversores retener el vino durante dos años? El precio del vino dentro de 2 años será de 26 euros la botella, de forma que el valor actual de almacenarlo por 2 años es $26/(1{,}05)^2$ euros = 23,58 euros, que es inferior al valor actual de retener el vino por 1 año y venderlo por 25 euros. Podemos concluir, por tanto, que el vino se venderá 1 año después. Su precio actual será 23,81 euros, y dentro de un año se venderá a 25 euros.

11.0 Ejercicio de calentamiento: Presentamos unos cuantos problemas de valores actuales. Damos por sentado que es posible prestar y pedir prestado a un tipo de interés anual r y que el tipo de interés permanece siempre invariable.

(a) Nos da lo mismo conseguir 1 euro ahora que $\mathbf{1 + r}$ euros dentro de un año, porque si depositamos en el banco un euro ahora, dentro de un año obtendremos $\mathbf{1 + r}$ euros.

(b) Nos da lo mismo conseguir 1 euro dentro de un año que $\mathbf{1/(1 + r)}$ euros ahora, porque si depositamos $1/(1 + r)$ euros en un banco, dentro de un año podremos retirar capital e intereses por valor de 1 euro.

(c) Para cualquier $X > 0$, nos da lo mismo conseguir $\mathbf{X/(1 + r)}$ euros ahora mismo que X euros dentro de un año. El valor actual de X euros dentro de un año será $\mathbf{X/(1 + r)}$ euros.

(d) El valor actual de una obligación que rendirá X euros dentro de un año es $\mathbf{-X/(1 + r)}$ euros.

(e) El valor actual de X euros que percibiremos dentro de 2 años es $\mathbf{X/(1 + r)^2}$ euros.

(f) El valor actual de un activo que rendirá X_t euros, dentro de t años es $\mathbf{X_t/(1 + r)^t}$ euros.

(g) El valor actual de un activo que rendirá X_1 euros dentro de un año, X_2 euros dentro de dos años y X_{10} dentro de diez años es $\mathbf{X_1/(1 + r) + X_2/(1 + r)^2 + X_{10}(1 + r)^{10}}$ euros.

(h) El valor actual de un activo que ofrece un rendimiento anual constante, X euros, durante un número ilimitado de años se puede calcular de dos maneras. La primera consiste en calcular la suma de dinero que necesitamos depositar en el banco de forma que se obtenga X euros todos los años por un número ilimitado de años, sin agotar nunca nuestro capital. El interés anual recibido en un depósito

de ***X/r*** euros es de *X* euros. Por lo tanto, si disponemos de ***X/r*** euros ahora mismo, ello equivale a conseguir *X* euros anuales por un número ilimitado de años.

(i) Otra manera de calcular el valor actual de *X* euros anuales por un número ilimitado de años, es calculando la serie infinita $\sum_{i=1}^{\infty} X/(1+r)^i$. Esta serie se conoce con el nombre de serie **geométrica**. Si $r > 0$, esta suma es igual a ***X/r***.

(j) Si el tipo de interés es del 10%, el valor actual de percibir **1.000** euros dentro de un año será, redondeando al entero más próximo, **909** euros. El valor actual de percibir 1.000 euros anuales perpetuamente, será, redondeando al entero más próximo, **10.000 euros**.

(k) Si el tipo de interés es del 10%, ¿cuál es el valor actual de un activo que requiere el pago de 550 euros dentro de un año y que rendirá 1.210 euros dentro de dos años? **$-550/(1,1) + 1.210/(1,1)^2 =$ 500 euros**.

11.1 (0) Una superficie de terreno está dedicada a plantar árboles de Navidad. El 1 de diciembre de dentro de diez años los árboles estarán listos para la tala. En esa fecha, un acre (1 acre = 4,4046 m^2) de bosque de árboles de Navidad se podrá vender a 1.000 euros. El terreno, después de que los árboles sean talados, tendrá un valor de 200 euros por acre. No hay ningún impuesto ni ningún gasto operativo, pero este terreno tampoco proporciona ningún ingreso hasta que se talen los árboles. El tipo de interés es del 10%.

(a) Cabe esperar que el precio de mercado de este terreno sea **1.200 €$/(1,1)^{10}$ – 463 € por acre**.

(b) Supongamos que no hay que vender los árboles de Navidad dentro de diez años, sino que se pueden vender cualquier año. Su valor, si son talados antes de que tengan 10 años, es nulo. Transcurridos los diez años en que los árboles habrán crecido, un acre de bosque tiene un valor de 1.000 euros y este valor aumenta 100 euros anuales durante los próximos 20 años. Después de la tala de los árboles, el terreno puede venderse siempre por 200 euros el acre. ¿Cuándo se deberán talar los árboles para maximizar el valor actual de los pagos percibidos a cambio de los árboles y del terreno? **Al cabo de 10 años**. ¿Cuál será el precio de mercado de un acre de terreno? **Seguirá siendo de 463 euros**.

11.2 (0) La agencia de publicidad de los Detroit Felines anuncia la adquisición de un jugador fenomenal, Archie Parábola. Han firmado un contrato por valor de 1.000.000 dólares que se efectuará en 20 pagos de 50.000 dólares anuales comenzando dentro de un año y un nuevo pago cada año durante los próximos 20 años. El contrato contiene una cláusula que garantiza al jugador esta suma de dinero, incluso en el caso de que sea lesionado y no pueda jugar ni un solo partido. Los comentaristas de deportes declaran que Archie se ha convertido en «millonario en un instante».

(a) Fenwick, el hermano de Archie, que cursó un máster en economía, le explica a Archie que no se ha convertido en millonario. De hecho, su contrato vale menos de medio millón de dólares. Explica con palabras el porqué. **El valor actual de 50.000 dólares al año durante 20 años es de menos de 1 millón de dólares, ya que el valor de un dólar que se recibirá en el futuro es de menos de 1 dólar**. El curso de «Gestión Deportiva» al que asiste Archie en la universidad no cubre la materia de los valores actuales, así que su hermano trata de explicarle sus cálculos con este razonamiento:

(b) Supongamos que el tipo de interés sea del 10% y que se espera que permanezca al 10% para siempre. ¿Cuánto le costará al equipo adquirir una renta perpetua que garantice que Archie y sus herederos percibirán 1 dólar anual *a perpetuidad,* a partir de un año desde ahora? **10 dólares**.

(c) ¿Cuánto le costará una renta perpetua que garantice 50.000 dólares anuales a perpetuidad, a partir de un año desde ahora? **500.000 dólares**.

En el último apartado determinamos el valor actual del contrato de Archie si fuera a percibir 50.000 dólares anuales a perpetuidad. Pero Archie no va a percibir 50.000 dólares anuales a perpetuidad, sino que los pagos cesarán pasados 20 años. El valor actual de su contrato equivale a una renta de 50.000 dólares anuales, pero con la obligación de restituir 50.000 dólares anuales a perpetuidad dentro de 21 años. Por consiguiente, podemos determinar el valor actual del contrato de Archie sustrayendo el valor actual de 50.000 dólares anuales a perpetuidad, comenzando dentro de 21 años, al valor de una renta perpetua de 50.000 dólares al año.

(d) Si el tipo de interés permanece constante al 10%, el valor actual de un flujo de pagos anuales de 50.000 dólares que comience dentro de 21 años tiene el mismo valor actual que una suma de **500.000** dólares percibida de una sola vez dentro de 20 años.

(e) Si el tipo de interés permanece constante al 10%, ¿cuál es el valor actual de 50.000 dólares anuales a perpetuidad comenzando dentro de 21 años? **75.000 dólares**. (Pista: el valor actual de 1 dólar percibido dentro de 20 años es $1/(1 + r)^{20} = 0{,}15$.)

(f) Calcula ahora el valor actual del contrato de Archie. **8,50 × 50.000 = 425.000 dólares**.

11.3 (0) El profesor Tesis se exprime las meninges para encontrar la fórmula del valor actual de un flujo de pagos anual de 1 euro que comenzará dentro de un año y continuará por un número ilimitado de años. El profesor sabe que el valor de este flujo está expresado por la serie infinita

$$S = \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^3} + \cdots,$$

pero no puede recordar la fórmula simplificada de esta suma. Todo lo que sabe es que si el primer pago se efectuara ahora en lugar de dentro de un año, el valor actual de la suma sería 1 euro más elevado. Por lo tanto, lo que sabe es que

$$S + 1 = 1 + \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^3} + \cdots$$

El profesor Antítesis sufre de un lapsus de memoria parecido. Tampoco puede recordar la fórmula de S, pero sabe que el valor actual de una renta perpetua de 1 euro al año que comenzara ahora mismo tendría que ser $1 + r$ veces mayor que una renta perpetua de 1 euro al año que comenzara dentro de un año. (Esto es cierto porque si se anticipa un flujo de pagos en un año se multiplica su valor actual por $1 + r$.) Es decir,

$$1 + \frac{1}{(1+r)} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^3} + \cdots = (1+r)\,S.$$

(a) Si el profesor Tesis y el profesor Antítesis aunaran sus conocimientos podrían escribir una simple ecuación con una sola variable, *S*. Esta ecuación es $S + 1 = \mathbf{(1 + r)S}$. Resolviéndola obtienen que $\mathbf{S = 1/r}$.

(b) Los dos profesores han olvidado también la fórmula del valor actual de un flujo de pagos anual de 1 euro que comienza el próximo año y que continuará por *K* años. Deciden representar este valor con *S*(*K*) y advierten que

$$S(K) = \frac{1}{(1+r)} + \frac{1}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+r)^K}.$$

El profesor Tesis observa que si cada uno de los pagos fuera anticipado en un año, el valor actual de este flujo sería

$$1 + \frac{1}{(1+r)} + \frac{1}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+r)^{K-1}} = S(K) + 1\frac{1}{(1+r)^K}.$$

El profesor Antítesis señala que anticipar en un año cualquier flujo de pagos es también equivalente a multiplicar su valor actual por $(1 + r)$. Aunando estas dos observaciones los dos profesores escriben una ecuación que permite determinar el valor de *S* (*K*). Esta ecuación es $S(K) + 1\frac{1}{(1+r)^K} = \mathbf{S(K)(1 + r)}$.

Resolviéndola obtienen que la fórmula para determinar el valor de *S*(*K*) es igual a $\mathbf{S(K)} = \left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(1+r)^K}}\right)/\boldsymbol{r}$.

Cálculo

11.4 (0) Imagina que eres el director comercial de Bosquespeso, S.L. y tienes que decidir cuándo es oportuno talar los árboles. El valor de mercado de los tablones de madera que obtendrías si dejaras crecer los árboles durante *t* años viene dado por la función $W(t) = e^{0,20t - 0,001t^2}$. El señor Abeto puede obtener un tipo de interés anual del 5%, sobre el dinero que deposite en un banco.

El tipo de crecimiento del valor de mercado de los árboles será superior al 5% hasta que los árboles alcancen la edad de **75** años. (Pista: una simple regla de cálculo nos indica que si $F(t) = e^{g(t)}$, entonces $F'(t)/F(t) = g'(t)$.)

(a) Si el señor Abeto sólo está interesado en los árboles como una inversión, ¿durante cuántos años debería dejar crecer los árboles? **75 años**.

(b) ¿A qué edad alcanzan los árboles el valor máximo de mercado? **100 años**.

11.5 (0) Se espera que el precio de cierto óleo aumente al 8% anual por un número ilimitado de años. El tipo de interés es del 10% y suponemos que sea posible adquirir o vender la obra de arte sin costes de intermediarios.

(a) Si se paga un precio de *x* euros por adquirir el óleo ahora y revenderlo dentro de un año, ¿cuánto dinero cuesta guardar el óleo en lugar de depositar los *x* euros al tipo de interés de mercado? **0,02*x***.

(b) Una persona estaría dispuesta a pagar 100 euros anuales por exhibir el óleo en su casa. Escribe una ecuación que permita determinar el precio máximo de *x* al cual estaría dispuesta a adquirirlo. $\mathbf{0{,}02x = 100}$.

(c) ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar por adquirir el óleo? **5.000 euros**.

11.6 (2) Arsenio está pensando en invertir su dinero en adquirir un camión cisterna de vino. Puede pedir prestado y prestar cuanto quiera a un tipo de interés anual del 10%. Está considerando tres clases de vino. Para simplificar los cálculos supongamos que los costes de transporte y almacenamiento son insignificantes.

- Los amantes del vino estarían dispuestos a pagar exactamente 175 euros por caja de botellas por saborear hoy el vino A. Pero si se le permite madurar durante un año mejorará su calidad. De hecho, los amantes del vino estarían dispuestos a pagar 220 euros por caja por beberlo dentro de un año. Después de esa fecha el vino se deteriora gradualmente y su valor desciende cada año.
- Durante el primer año, el vino B es indistinguible del vino A, pero en lugar de deteriorarse después de un año, éste mejora su calidad. De hecho, el precio que los amantes del vino estarían dispuestos a pagar por saborear el vino B será 220 euros por caja dentro de un año y aumentará en 10 euros anuales durante los próximos 30 años.
- Los amantes del vino estarían dispuestos a pagar 100 euros por caja por saborear el vino C en este momento, pero dentro de un año estarían dispuestos a pagar 250 euros por caja al año y durante los próximos 20 años estarían dispuestos a pagar un aumento de 50 euros anuales por caja.

(a) ¿Cuál es el precio máximo que Arsenio estaría dispuesto a pagar por una caja del vino A? **200 euros**.

(b) ¿Cuál es el precio máximo que Arsenio estaría dispuesto a pagar por una caja del vino B? **200 euros**. (Pista: ¿cuándo se beberá el vino B?)

(c) ¿Cuántos años deberán transcurrir antes de que el vino C adquiera valor de manera que los inversores puedan vender sus participaciones y los amantes del vino puedan catarlo? **6 años**. (Pista: ¿cuándo alcanza el vino el tipo de rendimiento del 10%?)

(d) ¿Cuál será el precio del vino C en el momento en que sea bebido por primera vez? **500 euros por caja**.

(e) ¿Cuál es el precio máximo que Arsenio estaría dispuesto a pagar ahora por una caja del vino C? (Pista: ¿cuál es el valor actual de su inversión si vende el vino a un bebedor sibarita en el momento óptimo?) Expresa tu respuesta en forma exponencial sin recurrir al cálculo. **500 euros/1,16**.

11.7 (0) Félix Batán posee un cierto número de obligaciones y los intereses que se derivan están sujetos a un impuesto del 40%. Las obligaciones normales rinden un interés del 10%. El rendimiento de las obligaciones municipales están exentas de impuestos.

(a) Si el tipo de interés sobre las obligaciones municipales es del 7% ¿debería comprar las obligaciones municipales o las normales? **Batán debería comprar obligaciones municipales**.

(b) Homero Botón gana menos dinero que Félix Batán y su renta derivada de las obligaciones normales está sujeta solamente a un impuesto del 25%. ¿Qué clase de obligaciones debería comprar? **Botón debería comprar obligaciones normales**.

(c) Si Félix tuviese obligaciones por valor de 1.000.000 de euros y Homero las tuviera por valor de 10.000 euros, ¿cuántos impuestos pagará Félix sobre los rendimientos de sus obligaciones? **0**. ¿Cuántos impuestos pagará Homero sobre los rendimientos de sus obligaciones? **250 euros**.

(d) El Gobierno está considerando una nueva política fiscal bajo la cual los intereses estarán exentos de impuestos. Si los tipos de interés de los dos tipos de obligaciones no varían, y Félix y Homero pueden modificar sus carteras, ¿en cuánto aumentará la renta, deducidos los impuestos, de Félix? **30.000 euros**. ¿En cuánto aumentará la renta, deducidos los impuestos, de Homero? **250 euros**.

(e) ¿Qué efecto tendrá la modificación del sistema fiscal sobre la demanda de obligaciones municipales, si los tipos de interés no varían? **La reducirá a cero**.

(f) ¿Qué tipo de interés deberán ofrecer las obligaciones municipales para atraer a los inversores? **Deberán ofrecer un 10%**.

(g) ¿Cómo crees que se modificará el precio de mercado de la anterior emisión de obligaciones municipales que inicialmente devengaban un 7% de interés? **El precio de las obligaciones anteriores bajará hasta que su rendimiento sea igual al 10%**.

11.8 (0) En el libro de texto examinamos el mercado petrolífero suponiendo que los costes de producción fueran nulos. Supongamos ahora que el coste de extracción del petróleo sea 5 euros por barril. Indicamos con p_t el precio del petróleo en el periodo t y con r el tipo de interés.

(a) Si una empresa extrae un barril de petróleo en el periodo t, ¿qué beneficios obtiene en el periodo t? $\boldsymbol{p_t - 5}$.

(b) Si una empresa extrae un barril de petróleo en el periodo $t + 1$, ¿qué beneficios obtiene en el periodo $t + 1$? $\boldsymbol{p_{t+1} - 5}$.

(c) ¿Cuál es el valor actual de los beneficios derivados de la extracción de un barril de petróleo en el periodo $t + 1$? $\boldsymbol{(p_{t+1} - 5)/(1 + r)^{t+1}}$. ¿Cuál es el valor actual de los beneficios derivados de la extracción de un barril de petróleo en el periodo t? $\boldsymbol{(p_t - 5)/(1 + r)^t}$.

(d) Si la empresa está dispuesta a ofrecer petróleo en cada uno de los dos periodos, ¿cuál tiene que ser la relación entre los valores actuales de los beneficios derivados de la venta de un barril de petróleo en los dos periodos? **Los valores actuales deben ser iguales**. Escribe una ecuación que exprese esta relación. $\boldsymbol{\frac{p_{t+1} - 5}{(1+r)^{t+1}} = \frac{p_t - 5}{(1+r)^t}}$.

(e) Resuelve la ecuación precedente, determinando el valor de p_{t+1} en función de p_t y r. $\boldsymbol{p_{t+1} = (1 + r)p_t - 5r}$.

(f) El incremento de la tasa porcentual de los precios entre los dos periodos, ¿es mayor o menor que el tipo de interés? **La variación porcentual del precio es menor**.

11.9 (0) El doctor No posee una obligación, número de serie 007, emitida por la Compañía Bond. La obligación ofrece un rendimiento de 200 euros al año durante los próximos tres años, después de los cuales la obligación se retira y su poseedor recibe su valor nominal de 2.000 euros.

(a) ¿Cuál es el valor de esta obligación para el doctor No si el tipo de interés es del 10%? **$200/1{,}1 + 200/1{,}1^3 + 200/1{,}1^3 + 2.000/1{,}1^3 = 2.000$**.

(b) ¿Cuál es el valor de esta obligación si el tipo de interés es del 5%? **$200/1{,}05 + 200/1{,}05^2 + 200/1{,}05^3 + 2.000/1{,}05^3 = 2.272{,}32$**.

(c) La señora Sí le ofrece al doctor No 2.200 euros por la obligación 007. ¿Debería el doctor No responder sí o no a la señora Sí si el tipo de interés es del 10%? **Sí**. ¿Y si es del 5%? **No**.

(d) Como el doctor No quiere destruir el mundo contrata al profesor Sabihondo para que desarrolle un arma mortífera fulminante. Para convencer al profesor Sabihondo de abandonar su posición en la universidad, el doctor No promete pagarle 200 euros anuales. El arma mortífera requiere tres años para su perfeccionamiento, después de los cuales se podrá construir aportando 2.000 euros. Si el tipo de interés es del 5%, ¿cuánto dinero necesitará ahora el doctor No para financiar su diabólico plan? **2.272,32 euros**, **que es el valor actual calculado en la primera parte del problema**. Si el tipo de interés fuera del 10%, ¿estaría el mundo en mayor o menor peligro? **En mayor peligro, ya que el plan diabólico ahora es más barato**.

11.10 (0) Friolero es propietario de una gran casa, pero que no está lo suficientemente aislada térmicamente. Sus facturas anuales de calefacción ascienden a una media de 300 euros al año. Una compañía de material de aislamiento le propone las siguientes opciones:

Plan A. Aislar solamente la azotea. De esta manera su consumo de combustible se verá reducido permanentemente en un 15%. El coste total de aislar la azotea es 300 euros.
Plan B. Aislar la azotea y las paredes. De esta manera su consumo de combustible se verá reducido permanentemente en un 20%. El coste total de aislar la azotea y las paredes es 500 euros.
Plan C. Aislar la azotea y las paredes e instalar una plataforma de energía solar. De esta manera su consumo de combustible se verá reducido permanentemente a cero. El coste total de esta opción es 7.000 euros por la plataforma de energía solar y 500 euros por el aislamiento.

(a) Suponemos, para simplificar los cálculos, que la casa y el aislamiento térmico durarán toda la vida. Calcula el valor actual de los euros ahorrados en combustible en cada una de las tres opciones si el tipo de interés es del 10%. Los valores actuales son: Plan A: **450 euros**. Plan B: **600 euros**. Plan C: **3.000 euros**.

(b) Cada plan requiere la inversión de una determinada cantidad de dinero. La diferencia entre el valor actual y el coste actual de cada plan es: Plan A: **450 – 300 = 150**. Plan B: **600 – 500 = 100**. Plan C: **3.000 – 7.500 = –4.500**.

(c) Si se espera que el precio del combustible permanezca constante, ¿cuál de las opciones debería elegir Friolero si puede prestar y pedir prestado a un tipo de interés anual del 10%? **A**.

(d) ¿Qué opción debería elegir si el tipo de interés es de15%? **B**.

(e) Supongamos que el Gobierno concede un subsidio para pagar la mitad de los costes del aislamiento y de la plataforma de energía solar. ¿Qué opción debería elegir ahora si el tipo de interés es del 10%? **B**. ¿Y si es del 5%? **C**.

(f) Supongamos ahora que no exista ningún subsidio gubernamental, pero que se espera que el precio del combustible aumente en un 5% al año. ¿Cuál es en este caso el valor actual del ahorro derivado de cada una de las tres opciones si el tipo de interés es del 10%? (Pista: si un flujo de renta aumenta a un tipo del x% y se descuenta al tipo del y%, su valor actual será el mismo que el de un flujo de renta constante descontado al tipo $(y - x)$%.) Plan A: **900 euros**. Plan B: **1.200 euros**. Plan C: **6.000 euros**. ¿Qué opción debería elegir Friolero si el tipo de interés es de 10%? **B**. ¿Y si es del 5%? **C**.

11.11 (1) ¿Te has preguntado alguna vez si una educación universitaria es rentable desde el punto de vista financiero? La Oficina del Censo de Estados Unidos recoge datos sobre las rentas y la educación que esclarecen algunos aspectos de esta cuestión. Una publicación reciente (*Current Population Reports*, Series P-70, Nº 11) refleja las retribuciones medias en el año 1984 de personas comprendidas entre los 35 y los 44 años de edad, según su nivel de instrucción. La retribución media de las personas que habían finalizado el bachillerato superior era de 13.000 dólares anuales; de las que habían cursado una licenciatura era de 24.000 dólares anuales; de las que habían cursado un máster era de 28.000 dólares anuales y de las que habían atendido un doctorado era de 40.000 dólares anuales. Probablemente estas diferencias retributivas sobreestiman los efectos de la educación por sí sola, porque tal vez sea cierto que aquellas personas que consiguen un mayor nivel educativo tienden en general a tener mayor capacidad que aquellas que alcanzan un nivel más bajo. Por lo que es probable que una parte de esta diferencia retributiva refleje esta mayor capacidad en mayor medida que el nivel educativo. Pero sólo para tener una idea aproximada del rendimiento educativo, examinemos cuál sería el efecto de la educación si las diferencias retributivas no se debieran más que al nivel de instrucción.

(a) Supongamos que has terminado el bachillerato a la edad de18 años. Vamos a calcular el valor actual de las retribuciones que percibirías a lo largo de tu vida si decidieras no entrar en la universidad y aceptar un trabajo inmediatamente. Para esto tenemos que dar por sentado unos cuantos particulares. Supongamos que trabajaras durante 47 años hasta la edad de jubilación, a los 65. Supongamos que percibes unos ingresos de 13.000 euros anuales durante todos estos años. (Si calculáramos este dato con mayor precisión, tendríamos que tener en cuenta que los salarios varían con la edad de las personas, pero para nuestro problema vamos a simplificar las cifras.) Supongamos que el tipo de interés es del 5%. Ahora calcula el valor actual de tus retribuciones. (Pista: calcula primero el valor actual de un flujo de pagos de 13.000 euros anuales a perpetuidad y después réstale a esta cantidad el valor actual de un flujo de pagos de 13.000 euros anuales que comenzarían dentro de 47 años.) **233.753 euros**.

(b) Supongamos otra vez que acabas de terminar el bachillerato, que tienes 18 años. Vamos a calcular el valor actual de las retribuciones que percibirías a lo largo de tu vida si asistes a la universidad durante 4 años y no percibes ninguna retribución hasta finalizar tus estudios. Supongamos que después de licenciarte trabajaras durante 43 años y ganaras un salario de 24.000 euros anuales. ¿Cuál sería el valor actual de tus retribuciones? **346.441 euros**.

(c) Calculemos ahora el valor actual de las retribuciones que percibirías a lo largo de tu vida si cursaras un máster. Suponemos en este caso que durante 6 años no percibes ningún ingreso y que después trabajas durante 41 años percibiendo 28.000 euros anuales. ¿Cuál sería el valor actual de tus retribuciones? **361.349 euros**.

(d) Calculemos, finalmente, el valor actual de las retribuciones que percibirías a lo largo de tu vida si cursaras un doctorado. Suponemos en este caso que durante 8 años no percibes ningún ingreso y que después trabajas durante 39 años percibiendo 40.000 euros anuales. ¿Cuál sería el valor actual de tus retribuciones? **460.712 euros**.

(e) Consideremos el caso de una persona que se casara justamente después de finalizar el bachillerato y no continuara sus estudios. Supongamos que ahora tiene 45 años, que sus hijos son casi adultos y que está pensando en volver a trabajar o matricularse en la universidad. Suponiendo que ganara la retribución media correspondiente a su nivel de instrucción y que se retirara a los 65 años, ¿cuál sería el valor actual de sus retribuciones si no asistiera a la universidad? **162.000 euros**.

(f) ¿Cuál sería el valor actual de sus retribuciones si asistiese a la universidad durante 4 años y después consiguiera un trabajo hasta los 65 años? **213.990 euros**.

(g) Si la matrícula de la universidad asciende a 5.000 euros al año, ¿es financieramente rentable que esta persona asista a la universidad? Razona tu respuesta. **Sí, el aumento del valor actual de su renta es mayor que el valor actual de la matrícula**.

11.12 (0) Como habrás podido comprobar, económicas es una carrera muy difícil. ¿Hay alguna recompensa por todas estas fatigas? La publicación del censo de Estados Unidos examinada en el problema anterior sugiere que puede haberla. Existen otras tablas que reflejan las retribuciones según la especialización en la que se ha conseguido la titulación. Para los licenciados, los campos más lucrativos son económicas e ingeniería. La media retributiva para los economistas es de aproximadamente 28.000 dólares anuales y para los ingenieros es de aproximadamente 27.000 dólares anuales. Los licenciados en psicología ganan una media aproximada de 15.000 dólares anuales y los de literatura inglesa una media aproximada de 14.000 dólares anuales.

(a) ¿Se te ocurre alguna razón que explique estas diferencias? **Habrá quien piense que económicas, como contabilidad o medicina forense, es una carrera tan aburrida que la remuneración tiene que ser alta para conseguir que alguien se dedique a ella. Otros sugerirán que la capacidad para ser un buen economista es escasa y valorada por el mercado. Quizá entre los licenciados en literatura inglesa y en psicología hay desproporcionadamente muchas personas que no participan a tiempo completo en la población activa. Hay sin duda algunas otras buenas explicaciones parciales**.

(b) Esta misma tabla muestra que una persona media con un posgrado en economía gana una media aproximada de 38.000 dólares anuales y con una especialidad en medicina percibe alrededor de 45.000 dólares anuales. Supongamos que para conseguir un máster en economía se necesiten 2 años después de los 4 necesarios para completar la licenciatura, y que una especialización en medicina requiera invertir 4 años de estudio después de la licenciatura. Supongamos que se tienen 22 años cuando terminan la universidad. Si $r = 0{,}05$, calcula el valor actual de las retribuciones a lo largo de la vida de un economista que decide cursar un máster y va a ganar la retribución media correspondiente

a este título hasta que se retire a la edad de 65 años. **596.000 dólares**. Haz un cálculo análogo para el caso de un licenciado en medicina. **630.000 dólares**.

11.13 (0) En el planeta Stinko la industria principal consiste en el cultivo de nabos. Durante siglos, los campos de nabos se han fertilizado con guano depositado por el gigantesco pájaro tijeras, ahora extinto. Cuesta 5 monedas excavar y distribuir sobre los campos una tonelada de guano del pájaro. Desgraciadamente la reserva planetaria de guano está a punto de extinguirse, pero por fortuna los científicos de Stinko han descubierto una manera de sintetizar este guano con libros de texto de ciencias políticas y agua de pantano. Este método permite la producción de un guano indiferenciable del guano del pájaro y distribuirlo por los campos de nabos supone un coste de 30 monedas por tonelada. El tipo de interés en Stinko es del 10% y existen mercados totalmente competitivos para todos los bienes.

(a) Dado el precio actual y la función de demanda de guano de pájaro, el último yacimiento se habrá agotado exactamente dentro de un año. El próximo año el precio del guano de pájaro tendrá que ser 30 monedas para que la industria productora del guano sintético empiece al mismo nivel. Los propietarios de los yacimientos de guano saben que el año próximo pueden obtener un rendimiento de 25 monedas por cada tonelada de guano que no hayan vendido. En equilibrio, ¿cuál tiene que ser el precio actual del guano de pájaro? **El precio del guano debe ser de 5 monedas + el valor actual de 25 monedas es $5 + 25/1{,}1 = 27{,}37$**. (Pista: en equilibrio, a los vendedores les debe ser indiferente vender el guano de pájaro en este momento o en cualquier otro momento antes de que su oferta se agote. Pero sabemos que tienen que estar dispuestos a venderlo justo hasta el día en que, dentro de un año, la reserva se agote y el precio sea 30 monedas, el coste del guano sintético.)

(b) Supongamos que la situación sea la misma que la descrita previamente, excepto que los yacimientos de guano de pájaro se agotaran dentro de 10 años. ¿Cuál tiene que ser el precio corriente del guano de pájaro en este caso? (Pista: $1{,}1^{10} = 2{,}59$.) **$5 + 25/(1{,}1)^{10} = 14{,}65$**.

12 La incertidumbre

Introducción

En el capítulo 11 aprendimos algunos procedimientos que nos permiten emplear técnicas que ya conocíamos para analizar la elección intertemporal. En este capítulo presentamos algunos procedimientos similares de manera que puedas emplear los mismos métodos para estudiar conceptos como la asunción de riesgos, los seguros, las apuestas y el azar.

Uno de estos nuevos procedimientos es similar al de considerar como bienes diferentes los bienes disponibles en diferentes fechas. En esta ocasión crearemos un nuevo tipo de bienes llamados *bienes contingentes*. Si pudieran acaecer dos acontecimientos A y B, definimos un bien contingente como el *consumo si sucede A* y el otro bien contingente como el *consumo si sucede B*. El segundo procedimiento consiste en determinar una restricción presupuestaria que especifica correctamente el conjunto de las combinaciones de consumo contingente que un consumidor puede adquirir. Para concentrar nuestra atención en el tema de la incertidumbre supondremos que existe un solo bien ordinario cuyo precio sea 1 euro por unidad.

Introducimos en este capítulo otra noción nueva, el concepto de utilidad de Von Neumann-Morgenstern. La disponibilidad de un consumidor a los juegos de azar y su disponibilidad a contratar seguros estará determinada por su actitud hacia las diversas combinaciones de consumo contingente. Con frecuencia es razonable suponer que estas preferencias se pueden expresar con una función de utilidad especial que se conoce con el nombre de *utilidad de Von Neumann-Morgenstern*. La suposición de que la utilidad adopte esta forma se llama *hipótesis de la utilidad esperada*. Si pueden suceder dos acontecimientos, uno de ellos con probabilidad π_1 y el otro de ellos con probabilidad π_2 y si los bienes contingentes son c_1 y c_2, entonces la función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern adopta la forma especial $U(c_1, c_2) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2)$. El comportamiento del consumidor está determinado por la maximización de esta función de utilidad dada su restricción presupuestaria.

Ejemplo: Estás pensando en apostar sobre el hecho de que el Betis conseguirá llegar a la final de la Copa del Rey este año. Un apostador local apuesta 10 contra 1 a que el Betis no llegará a la final. Tú piensas que la probabilidad de que el Betis esté en la final es de $\pi = 0{,}2$. Si no apuestas, cuentas seguro con 1.000 euros que gastarte en bienes de consumo. Tu comportamiento satisface la hipótesis de la utilidad esperada y tu función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern es $p_1 \sqrt{c_1} + p_2 \sqrt{c_2}$.

En este caso, los bienes contingentes son *euros si el Betis llega a la final de la Copa del Rey* y *euros si el Betis no llega a la final de la Copa del Rey*. Indicamos con c_F tu consumo contingente en el primer supuesto y con c_{NF} tu consumo contingente en el segundo supuesto. Apostar por el Betis 10 a 1 significa que si apuestas x euros por el Betis y este equipo llega a la final, tú consigues una ganancia neta de $10x$ euros, pero si no llega a la final tienes una pérdida neta de x euros. Como antes de la apuesta tenías 1.000 euros, si apuestas x euros por el Betis y llega a la final, dispondrás de $c_F = 1.000 + 10x$ para tu consumo, pero si apuestas x euros y no llega a la final, perderás x euros y te quedarán $c_{NF} = 1.000 - x$ euros. Incrementando la cantidad apostada puedes conseguir que c_F sea mayor y que c_{NF} sea menor. (También podrías apostar en contra del Betis con las mismas probabilidades. Si apuestas x euros contra el Betis y éste no llega a la final, tú consigues una ganancia neta de $0{,}1x$ euros, y si llega a la final, tienes una pérdida neta de x euros. Si seguimos apostando contra el Betis, en este ejemplo, veremos que obtenemos la misma ecuación si consideramos x como un número negativo.) Podemos utilizar las dos ecuaciones anteriores para determinar la ecuación presupuestaria. De la segunda ecuación obtenemos que $x = 1.000 - c_{NF}$. Sustituimos esta expresión del valor de x en la primera ecuación y después de las oportunas transformaciones hallamos que $c_F + 10c_{NF} = 11.000$, que equivale a $0{,}1c_F + C_{NF} = 1.100$. (Podemos escribir la misma ecuación presupuestaria de muchas maneras equivalentes multiplicando ambos miembros por una constante positiva.)

Después elegirás tu combinación de consumo contingente (c_F, C_{NF}) para maximizar $U(c_F, C_{NF}) = 0{,}2\sqrt{c_F} + 0{,}8\sqrt{c_{NF}}$ dada la restricción presupuestaria $0{,}1c_F + c_{NF} = 1.100$. Podemos resolver este problema utilizando técnicas que ahora nos son familiares. A partir de la restricción presupuestaria vemos que el consumo contingente en el caso de que el Betis llegue a la final cuesta 1/10 del consumo contingente en el caso de que no llegue a la final. Si establecemos que la relación marginal de sustitución entre c_F y c_{NF} es igual a la relación entre los precios y simplificamos la expresión resultante, obtenemos que $c_{NF} = 0{,}16c_F$. Esta ecuación junto con la ecuación presupuestaria implica que $c_F = 4.230{,}77$ euros y que $c_{NF} = 676{,}92$ euros. Conseguimos esta combinación apostando 323,08 euros a favor del Betis. Si el Betis llega a la final, obtendrás $1.000 + 10 \times 323{,}08 = 4.230{,}80$ euros, y si no llega a la final, obtendrás 676,92 euros. (Redondeamos al decimal más próximo.)

12.1 (0) En las próximas semanas el Congreso de Estados Unidos decidirá si desarrollar o no un nuevo programa de armamento muy caro. Si el programa se aprueba, devengará muchos beneficios para la industria que trabaja para el Ministerio de la Defensa, la General Statics. En efecto, si el nuevo programa se aprueba, el valor de una acción de la General Statics aumentará de 10 a 15 dólares, y si el programa no se aprueba, el valor de una acción descenderá a 5 dólares. Buzz Condor, en calidad de portavoz del congresista Kickback, ha descubierto que este programa armamentístico tiene muchas más probabilidades de ser aprobado de lo que mayoritariamente se cree. Basándose en sus conocimientos, Condor ha resuelto que la probabilidad de que el programa se apruebe es de 3/4 y la probabilidad de que no se apruebe es de 1/4. Representamos con c_A el consumo de Condor en el caso de que el programa se apruebe y con c_{NA} su consumo en el caso de que no se apruebe. Su función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern es $U(c_A, c_{NA}) = 0{,}75 \text{ In } c_A + 0{,}25 \text{ In } c_{NA}$. La riqueza total de Condor asciende a 50.000 dólares, toda ella invertida en activos completamente seguros. Condor está a punto de comprar acciones de la General Statics.

(a) Si Condor adquiere x acciones y el programa de armamento es aprobado, conseguirá un beneficio de 5 dólares por acción. Entonces, la cantidad que puede consumir, contingente con la aprobación del programa, es $c_A = 50.000$ dólares $+ 5x$. Si Condor compra x acciones y el programa de armamento no es aprobado, sufrirá una pérdida de **5** dólares por acción. Por lo tanto, su consumo contingente será en este caso $c_{NA} = c_{NA} = \mathbf{50.000 - 5x}$.

(b) Podemos determinar la ecuación presupuestaria de Cóndor relativa a las combinaciones de consumo contingente (c_A, c_{NA}) despejando la x en las dos ecuaciones anteriores. Su restricción presupuestaria se puede expresar como **0,5** c_A + **0,5** C_{NA} = 50.000.

(c) Buzz Condor carece de escrúpulos morales sobre el empleo de esta información reservada y no le preocupa en absoluto la eventualidad de ser detenido y castigado. Para decidir cuántas acciones adquirir, simplemente maximiza su función de utilidad de Van Neumann-Morgenstern dada su restricción presupuestaria. Si iguala su relación marginal de sustitución entre los dos bienes contingentes con la relación entre los precios y simplifica esta ecuación, se encuentra con que c_A/c_{NA} = **3**. (Recordatorio: para una constante cualquiera a, la derivada de $a \ln x$ con respecto a x es a/x.)

(d) Condor calcula que la combinación óptima de consumo contingente es (c_A, c_{NA}) = **(75.000, 25.000)**. Para adquirir esta combinación tiene que comprar **5.000** acciones de la General Statics.

12.2 (0) Guillermo es propietario de una pequeña fábrica de chocolate situada junto a un río que desborda ocasionalmente en primavera con consecuencias desastrosas. El verano próximo Guillermo tiene intención de vender la fábrica y jubilarse. Su única renta provendrá de la venta de la fábrica. Si no hay inundaciones, la fábrica puede venderse por 500.000 euros y si hay inundaciones, lo que quede de la fábrica valdrá solamente 50.000 euros. Guillermo puede asegurarse contra los daños provocados por las inundaciones a un coste de 0,10 euros por cada euro de valor asegurado. Guillermo cree que la probabilidad de que esta primavera se produzca un desbordamiento es de 1/10. Representemos con c_I el bien contingente *euros si hay una inundación y con* c_{NI} el bien contingente *euros* si *no hay una inundación*. Su función de utilidad de Van Neumann-Morgenstern es $U(c_I, c_{NI}) = 0{,}1\sqrt{c_I} + 0{,}9\sqrt{c_{NI}}$.

(a) Si no contrata un seguro entonces, en cada una de las circunstancias, el consumo de Guillermo será igual al valor de la fábrica y, por lo tanto, la combinación de consumo contingente será (c_I, c_{NI}) = **(50.000, 500.000)**.

(b) Para contratar un seguro que le proporcione x euros en caso de inundación, Guillermo tiene que pagar una prima de $0{,}1x$. (La prima del seguro se tiene que pagar tanto si hay inundación como si no.) Si Guillermo se asegura por x euros y se produce una inundación, consigue x euros como compensación por parte del seguro. Supongamos que Guillermo ha contratado un seguro que le cubre con x euros en el caso de producirse la inundación. Entonces, tras haber satisfecho la prima del seguro, si se verifica la inundación podrá disponer de c_I = **50.000 + 0,9*x***. Si Guillermo está asegurado por esta cantidad y no se produce inundación alguna, entonces podrá disponer de c_{NI} = **500.000 –0,1*x***.

(c) Si despejamos la x de las dos ecuaciones anteriores, podemos obtener la ecuación presupuestaria de Guillermo. Por supuesto, hay muchas maneras equivalentes de expresar la misma ecuación presupuestaria, ya que si multiplicamos ambos miembros de la ecuación por una constante positiva, obtenemos una ecuación equivalente. Si asignamos a c_{NI} el «precio» 1, la ecuación es $0{,}9c_{NI}$ + **0,1** $\boldsymbol{c_I}$ **= 455.000**.

(d) La relación marginal de sustitución de Guillermo entre los dos bienes contingentes, *euros* si *hay una inundación* y *euros si hay no una inundación* es $RMS(c_{NI}, c_I) = -\frac{0{,}9\sqrt{c_I}}{0{,}1\sqrt{c_{NI}}}$. Para determinar su elección ópti-

ma de los bienes contingentes tenemos que igualar la relación marginal de sustitución con el número **–9**. Resolviendo esta ecuación obtenemos que Guillermo elegirá consumir los dos bienes contingentes en la proporción $\boldsymbol{c_{NI}/c_I = 1}$.

(e) Como conocernos la proporción en la cual los dos bienes c_I y c_{NI} serán consumidos y conocemos la ecuación presupuestaria, podemos determinar su combinación óptima de consumo, que es (c_I, c_{NI}) = **(455.000, 455.000)**. Guillermo contratará una póliza de seguros que le pague **450.000** euros si se produce una inundación. La prima del seguro que tendrá que abonar será de **45.000** euros.

12.3 (0) Clotilde Bernal es una maximizadora de su utilidad esperada. Sus preferencias relativas a las cestas de consumo contingente están representadas por la función de utilidad

$$U(c_1, c_2, p_1, p_2) = p_1\sqrt{c_1} + p_2\sqrt{c_2}.$$

Heliodoro Irán, un amigo de Clotilde, le propone apostar 1.000 euros al lanzamiento de una moneda al aire. Si el resultado es cara, Clotilde tiene que pagar a Heliodoro 1.000 euros y si es cruz es Heliodoro quien tiene que pagar los 1.000 euros a Clotilde. La moneda no está trucada y, por lo tanto, la probabilidad de que caiga en cada una de las dos caras es 1/2. Si Clotilde no acepta la apuesta seguirá disponiendo con toda certeza de sus 10.000 euros. Está meditando su decisión en la intimidad de su oficina de comerciante automovilística de Motores Bernal. (Utiliza la calculadora de bolsillo que le regaló su hijo Elías por Navidad. A ti también te será de utilidad tener una.) Denominamos acontecimiento 1 al resultado de «cara» y acontecimiento 2 al resultado de «cruz».

(a) Si Clotilde acepta la apuesta, entonces en el acontecimiento 1 dispondrá de **9.000** euros y en el acontecimiento 2 dispondrá de **11.000** euros.

(b) Como la probabilidad de cada acontecimiento es de 1/2, la utilidad esperada de Clotilde de una apuesta por la cual puede conseguir c_1 en el acontecimiento 1 y c_2 en el acontecimiento 2 se puede describir con la fórmula 1/2 $1/2\sqrt{c_1} + 1/2\sqrt{c_2}$. Por lo tanto, su utilidad esperada si acepta la apuesta de Heliodoro será de **99,8746**. (Usa la calculadora.)

(c) Si Clotilde decide no aceptar la apuesta, entonces en el caso del acontecimiento 1 dispondrá de **10.000** euros y en el caso del acontecimiento 2 dispondrá de **10.000** euros. Por lo tanto, si no acepta la apuesta su utilidad esperada será **100**.

(d) Después de haber calculado su utilidad esperada en el caso de que acepte la apuesta y en el caso de que no la acepte, Clotilde determina cuál de las dos es más alta y toma su decisión de acuerdo con estos cálculos. ¿Acepta Clotilde la apuesta? **No**.

12.4 (0) Es una mañana tranquila en Motores Bernal y Clotilde (cuyas preferencias relativas al riesgo fueron descritas en el último problema), que dispone de su calculadora, decide examinar su función de utilidad esperada con más detenimiento.

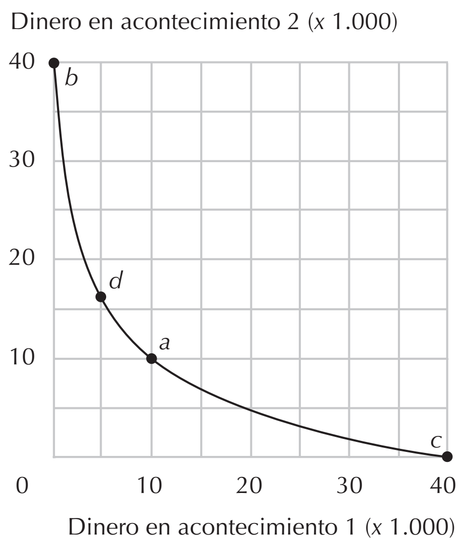
(a) Clotilde piensa primero en las *grandes* apuestas. ¿Qué ocurriría si apostara enteramente sus 10.000 euros y los perdiera si saliese cara y ganara más dinero si saliese cruz? En ese caso si la moneda cayera

en cara se quedaría con 0 euros y si cayera en cruz obtendría 20.000 euros. Si aceptara la apuesta su utilidad esperada sería de **70,71**, mientras que si no la aceptara sería de **100**. Por consiguiente, decide no aceptar la apuesta.

(b) Clotilde piensa entonces: «Bueno, naturalmente no querría correr el riesgo de perder todo mi dinero con una apuesta tan corriente. Pero si alguien me propusiera una apuesta verdaderamente ventajosa... Por ejemplo, supongamos que tengo la oportunidad de apostar si una moneda no trucada caerá de cara, en cuyo caso pierdo mis 10.000 euros, pero que si cae de cruz ganaría 50.000 euros, ¿aceptaría la apuesta? Si la aceptara mi utilidad esperada sería de **122,5**, mientras que si no la aceptara mi utilidad esperada sería de **100**. Por lo tanto, debería **aceptar** la apuesta».

(c) Posteriormente, Clotilde se pregunta a sí misma: «Si acepto una apuesta por la cual puedo perder mis 10.000 euros si la moneda cae de cara, ¿cuál es la suma mínima que tendría que ganar si saliese cruz para que me mereciera la pena aceptar la apuesta?». Tras sopesar cierto número de probabilidades, Clotilde halla la respuesta. Tú también puedes hallarla ensayando varias tentativas, pero se resuelve más fácilmente con una ecuación. En el miembro izquierdo de la ecuación escribimos la utilidad esperada de Clotilde si no apuesta y en el miembro derecho su utilidad esperada si aceptara una apuesta por la cual se quedara con 0 euros en el acontecimiento 1 y con x euros en el acontecimiento 2. Determinamos el valor de x para responder a la pregunta de Clotilde en el caso de x – 10.000. La ecuación que debemos escribir es $100 = \mathbf{1/2}\sqrt{x}$ y la solución de x = **40.000**.

(d) Con la respuesta del último apartado hemos determinado dos puntos de la curva de indiferencia de Clotilde relativas a los dos bienes contingentes, dinero en el acontecimiento 1 y dinero en el acontecimiento 2. (La pobre Clotilde nunca ha oído hablar de curvas de indiferencia o bienes contingentes, así que tienes que resolver tú este apartado, mientras ella va al bar a tomarse un cafetito.) Uno de los dos puntos corresponde a la situación en la cual el dinero disponible en los dos acontecimientos es de 10.000 euros. Señala este punto con la letra *A* en el gráfico siguiente. El otro punto corresponde a la situación en la cual el dinero disponible en el acontecimiento 1 es cero y en el acontecimiento 2 es **40 .000**. Señala este punto en el gráfico con la letra *B*.



(e) Podemos encontrar rápidamente un tercer punto de esta curva de indiferencia. Como la moneda no está trucada, Clotilde está interesada en si cae de cara o de cruz ya que es esto lo que determina su ganancia. Por lo tanto, Clotilde estará indiferente entre dos apuestas idénticas, con la excepción de que la asignación de los resultados está invertida. En este ejemplo, estará indiferente entre el punto *B* del gráfico y un punto correspondiente a cero si el acontecimiento 2 tiene lugar y a **40.000** si el acontecimiento 1 tiene lugar. Determina este punto en el gráfico con la letra C.

(f) Otra apuesta que representara la misma curva de indiferencia para Clotilde sería aquella con la que perdería 5.000 euros si sale cara y ganaría **6.715,73** euros si sale cruz. (Pista: para resolver este problema escribe una ecuación. En el lado izquierdo expresamos la utilidad si apostara y en el lado derecho expresamos la utilidad de disponer de 10.000 – 5.000 euros en el acontecimiento 1 y de disponer de 10.000 + x en el acontecimiento 2. Determina ahora el valor de x y representa en el gráfico el punto correspondiente con la letra *D*. Dibuja ahora la curva de indiferencia completa con todos los puntos determinados.)

12.5 (0) Ernesto, el yerno de Heliodoro Irún, ha salido un poco rana y le gustan los juegos de azar. Sus preferencias relativas a las cestas de consumo de bienes contingentes están representadas por la función de utilidad esperada

$$U(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_2^1 + \pi_2 c^2{}_2.$$

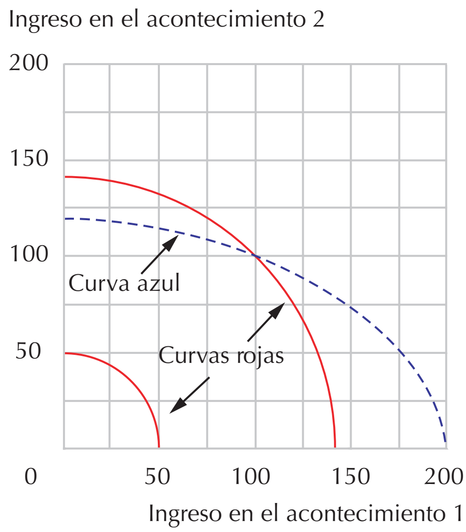
(a) Justo el otro día, cuando sus amigos se encontraban en la taberna de Saúl, Ernesto pasó por allí. Bromearon acerca de que serían capaces de hacerle aceptar una apuesta por mala que fuera. En ese momento Ernesto tenía 100 euros. Conrado Olmos barajó unas cartas y le propuso apostar 20 euros a que no podía extraer una carta de espadas. Suponiendo que Conrado no hiciera trampas, la probabilidad de Ernesto de ganar la apuesta era de 1/4 y la probabilidad de perder era de 3/4. Si ganara la apuesta Ernesto dispondría de **120** euros y si la perdiera le quedarían **80** euros. La utilidad esperada en el caso de que aceptase la apuesta sería de **8.400** y la utilidad esperada en el caso de que no aceptase la apuesta sería de **10.000**. Por lo tanto, Ernesto rechazó la apuesta.

(b) Cuando empezaban a comentar que quizás Ernesto había cambiado su manera de ser, Conrado le propuso jugar la misma apuesta con la excepción de que esta vez apostarían 100 euros en lugar de 20. ¿Cuál es la utilidad esperada de Ernesto si acepta esta apuesta? **10.000**. ¿Estaría dispuesto Ernesto a aceptar esta apuesta? **Le da lo mismo aceptarla o no**.

(c) Llamemos acontecimiento 1 al hecho de que una carta extraída de una baraja no trucada sea de espadas y llamemos acontecimiento 2 al hecho de que no sea de espadas. Las preferencias de Ernesto relativas al ingreso contingente en el acontecimiento 1 es c_1 y al ingreso contingente en el acontecimiento 2 es c_2 y se pueden representar con la ecuación $\boldsymbol{U = \frac{1}{4}c_1^2 + \frac{3}{4}c_2^2}$. Dibuja en color azul la curva de indiferencia de Ernesto que atraviesa el punto (l00, 100).

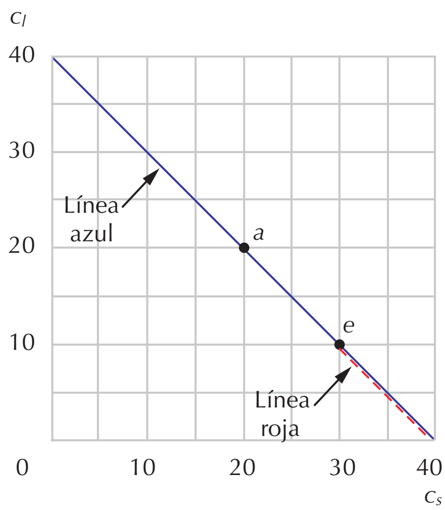
(d) Dibujemos en el mismo gráfico las curvas de indiferencia de Ernesto en el caso de que las probabilidades entre los bienes contingentes sean distintas. Supongamos que se extrae una carta de una baraja no trucada. Llamemos acontecimiento 1 al hecho de que la carta sea de color negro y llamamos acontecimiento 2 al hecho de que la carta sea de color rojo. Supongamos que la probabilidad de cada acontecimiento sea de 1/2. En este caso, las preferencias de Ernesto relativas al ingreso contingente

en el acontecimiento 1 y al ingreso contingente en el acontecimiento 2 están representadas por la fórmula $U = \frac{1}{2}c_1^2 + \frac{1}{2}c_2^2$. Dibuja en color rojo en el gráfico dos de las curvas de indiferencia de Ernesto en este caso, incluyendo la que atraviesa el punto (100, 100).



12.6 (1) Samuel Sendero se gana la vida vendiendo gafas de sol en el paseo marítimo de Benidorm. Si hace un sol radiante, Samuel gana 30 euros, y si está lloviendo, gana solamente 10 euros. Para simplificar, supongamos que hay únicamente dos tipos de día, los soleados y los lluviosos.

(a) Uno de los casinos de Benidorm presenta un nuevo reclamo publicitario. Aceptan apuestas sobre si el día siguiente va a ser un día soleado o uno lluvioso. Venden «cupones de lluvia» fechados por 1 euro. Si al día siguiente está lloviendo, el casino entrega 2 euros por cada cupón de lluvia adquirido el día anterior, y si no llueve, el cupón no tiene ningún valor. En el gráfico de debajo señala con la letra *D* la «dotación» de consumo contingente de Samuel en el caso de que no compre ningún cupón. (C_s = consumo en el caso de sol y C_l = consumo en el caso de lluvia.)



(b) En el mismo gráfico, representa la combinación de consumo contingente en el caso de lluvia y la combinación de consumo contingente en el caso de sol que puede obtener si compra 10 cupones de lluvia al casino. Señala esta combinación con la letra *A*.

(c) En el mismo gráfico, traza en color azul la recta presupuestaria que representa todas las demás combinaciones de consumo que Samuel puede adquirir comprando cupones de lluvia. (Suponemos que puede comprar fracciones de cupón, pero no cantidades negativas de cupón.) ¿Cuál es la pendiente de la recta presupuestaria de Samuel correspondiente a los puntos situados por encima y a la izquierda de su dotación inicial? **La pendiente es –1**.

(d) Supongamos que el casino vende también «cupones de sol». Estos cupones cuestan también 1 euro y el casino entrega 2 euros si al día siguiente no está lloviendo y 0 euros si nieve. En el gráfico anterior, traza en color rojo la recta presupuestaria relativa a las combinaciones de consumo contingente que Samuel puede adquirir si compra los cupones de sol.

(e) Si igualamos a 1 el precio de un euro de consumo cuando llueve, ¿cuál será el precio de un duro de consumo cuando brille el sol? **El precio es 1**.

12.7 (0) Samuel Sendero, del problema precedente, tiene una función de utilidad relativa al consumo en los dos tipos de día de:

$$U(c_s,\ c_l,\ \mathrm{p}) = c_s^{1-\mathrm{p}}\ c_l^{\mathrm{p}},$$

donde c_s es el valor monetario del consumo si el día es soleado, c_l es el valor monetario del consumo si el día es lluvioso y π es la probabilidad de que llueva. En nuestro caso la probabilidad de que llueva es $\pi = 0{,}5$.

(a) ¿Cuál es para Samuel la cantidad óptima de consumo contingente en caso de lluvia? **20 unidades**.

(b) ¿Cuál es la cantidad óptima de cupones de lluvia que Samuel tendría que comprar? **10**.

12.8 (0) Morgano von Neumanstern, el hermano de Samuel, es un maximizador de la utilidad esperada. Su función de utilidad de Neumann-Morgenstern es $U(c) = \ln c$. Morgano también vende gafas de sol en la otra playa de Benidorm y percibe exactamente los mismos ingresos que Samuel. Y también puede apostar con el casino exactamente de la misma manera que Samuel.

(a) Si Morgano cree que cada día hay un 50% de probabilidades de que llueva y un 50% de probabilidades de que brille el sol, ¿cuál será su utilidad esperada relativa a la cesta de consumo $(c_s,\ c_r)$? $\boldsymbol{U = \frac{1}{2} \ln c_s + \frac{1}{2} \ln c_r}$.

(b) ¿Qué comparación se puede establecer entre la función de utilidad de Morgano y la de Samuel? ¿Es una de ellas una transformación monótona de la otra? **La función de utilidad de Morgano es simplemente el logaritmo natural de la función de utilidad de Samuel, por lo que la respuesta es afirmativa**.

(c) ¿Cuál será la combinación óptima de consumo para Morgano? **20** en los días soleados y **20** en los días lluviosos. ¿Qué comparación se puede establecer entre el consumo de Morgano y el de Samuel? **Es igual que el consumo de Samuel**.

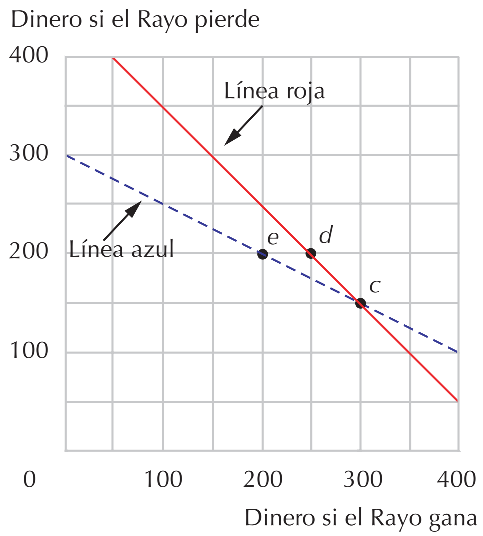
12.9 (0) Billy John Pigskin, de Mule Shoe, Tejas, presenta una función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern de la forma $U(c) = \sqrt{c}$. Billy John también se caracteriza porque pesa cerca de 150 kilos y corre más veloz que las liebres y los repartidores de pizzas. Forma parte del equipo de fútbol de la universidad, y si no sufre ninguna lesión seria, firmará un contrato de 1.000.000 de dólares con un equipo profesional. Si una lesión pone fin a su carrera deportiva, recibirá un contrato de 10.000 dólares como recogedor de basuras en su ciudad natal. Hay una probabilidad del 10% de que Billy John sufra una lesión lo suficientemente grave como para acabar con su futuro.

(a) ¿Cuál es la utilidad esperada de Billy John? Calculamos $\mathbf{0{,}1\sqrt{10.000} + 0{,}9\sqrt{1.000.000} = 910}$.

(b) Si Billy John emplea p dólares en contratar un seguro que le resarcirá con 1.000.000 de dólares en el caso de que sufra una lesión que acabe con su carrera mientras está en la universidad, entonces estará seguro de disponer de un ingreso de 1.000.000 de dólares – p independientemente de lo que le suceda. Escribe una ecuación que permita determinar el precio más elevado que Billy John estará dispuesto a pagar para con tratar un seguro de esta clase. La ecuación es $\mathbf{910 = \sqrt{1.000.000 - p}}$.

(c) Resuelve esta ecuación para determinar el valor de p. $\boldsymbol{p}$ **= 171.900**.

12.10 (1) Dispones de 200 euros y estás pensando en apostarlos en la gran final del sábado próximo. Tu equipo, el Rayo Vallecano, se enfrentará con el Hércules, su eterno rival. Según parece, las probabilidades de que gane el Rayo Vallecano son de 2 contra 1. Esto significa que si tú quieres apostar 10 euros a favor del Rayo puedes encontrar a alguien dispuesto a pagarte 20 euros si el Rayo gana, si prometes pagarle 10 euros si es el Hércules el que gana. Asimismo, si quieres apostar 10 euros por el Hércules, puedes encontrar a alguien dispuesto a pagarte 10 euros si el Hércules gana si prometes pagarle 20 euros si es el Rayo el que gana. Supongamos que puedes apostar una suma de dinero tan grande como quieras, tanto a favor del Rayo como del Hércules, siempre y cuando tus pérdidas no superen las 200 euros. (Para no aburrirnos, ignoremos la posibilidad de que el encuentro termine con un empate.)



(a) Si no haces ninguna apuesta, dispondrás de 200 euros tanto si el Rayo gana como si no. Si apuestas 50 euros a favor del Rayo, cuando cobres tu apuesta dispondrás de un total de **300** euros si el Rayo

gana el partido y de **150** euros si 10 pierde. En el gráfico anterior, traza una línea que represente todas las combinaciones «dinero si gana el Rayo» y «dinero si gana el Hércules» que podrías obtener si apostaras tus 200 euros iniciales en estas condiciones.

(b) Marca en el gráfico con la letra *D* el punto correspondiente a tu situación si decidieras no apostar nada.

(c) Después de reflexionar cuidadosamente, decides apostar 50 euros a favor del Rayo. Indica en el gráfico con la letra *C* el punto que has elegido. Supongamos que después de jugar esta apuesta se anuncia que el capitán del Hércules se ha dislocado el dedo gordo contestando a un examen dificilísimo de economía y no podrá participar en el encuentro. Las apuestas se desplazan de la posición de 2 a 1 contra el Rayo «a la par», o sea 1 a 1. Esto significa que ahora puedes apostar por cualquiera de los equipos y la cantidad que obtendrías si apostaras por el equipo vencedor es la misma cantidad que perderías si apostaras por el equipo derrotado. No se pueden cancelar las apuestas iniciales, pero se pueden hacer nuevas apuestas en las nuevas condiciones. Supongamos que mantienes tu primera apuesta y también que decides apostar 50 euros a favor del Rayo en las nuevas condiciones. Si el Rayo gana, después de recoger tus ganancias derivadas de una de las apuestas y tus pérdidas ocasionadas por la otra apuesta, ¿cuánto dinero te quedaría? **250 euros**. Y si el Hércules se proclama campeón, ¿cuánto dinero te quedaría? **200 euros**.

(d) Traza una línea en el diagrama anterior en color rojo que muestre todas las combinaciones de «dinero si gana el Rayo» y «dinero si gana el Hércules» que podrías obtener añadiendo posibles apuestas en las nuevas condiciones a la apuesta que hiciste con anterioridad a la desventura del capitán del Rayo. Señala con *E* el punto correspondiente a las dos apuestas descritas en el parágrafo anterior.

12.11 (2) *El equivalente de certidumbre* de una lotería es la cantidad de dinero que una persona tendría que recibir con certeza para que su satisfacción fuera idéntica a aquella que obtendría si realmente participara en esa lotería. Supongamos que tu función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern relativa a una lotería que te proporcionara la cantidad x si el acontecimiento 1 tiene lugar y la cantidad y si este acontecimiento no tiene lugar es $U(x, y, n) = p\sqrt{x} + (1 - p)\sqrt{y}$, donde π es la probabilidad de que el acontecimiento 1 tenga lugar y $1 - \pi$ es la probabilidad de que no tenga lugar.

(a) Si $\pi = 0{,}5$, calcula la utilidad de una lotería cuyo premio es de 10.000 euros si el acontecimiento 1 se produce y de 100 euros si no se produce. **$55 = 0{,}5 \times 100 + 0{,}5 \times 10$**.

(b) Si estuvieras seguro de ganar 4.900 euros, ¿cuál sería tu utilidad? **70**. (Pista: si recibieras 4.900 euros con seguridad, entonces percibirías 4.900 euros en los dos acontecimientos.)

(c) Dada esta función de utilidad y $\pi = 0{,}5$, escribe una expresión general para el equivalente de certidumbre de una lotería cuyo premio sea x euros si el acontecimiento ocurre e y euros si no ocurre. **$(0{,}5^{1/2} + 0{,}5y^{1/2})^2$**.

(d) Calcula el equivalente de certidumbre de una lotería cuyo premio sea de 10.000 euros si el acontecimiento 1 ocurre y de 100 euros si no ocurre. **3.025 euros**.

12.12 (0) Domitilo Parmesano es una persona contraria a correr riesgos que trata de maximizar el valor esperado de $\sqrt{c}$, donde c representa la riqueza de que dispone. Domitilo posee 50.000 euros en activos seguros y también es propietario de una casa ubicada en una zona donde se producen muchos incendios forestales. Si su casa se incendia, lo que quede de la casa y el terreno sobre el cual está construida tendrían un valor de únicamente 40.000 euros, con lo que su riqueza supondría un total de 90.000 euros. Si su casa no se incendia, su valor asciende a 200.000 euros y su riqueza en este caso totalizará 250.000 euros. La probabilidad de que su casa se incendie es de 0,l.

(a) Calcula la utilidad esperada de Domitilo en el caso de que no contrate un seguro contra incendios. **498 euros**.

(b) Calcula el equivalente de certidumbre de la lotería que corresponde a su situación en el caso de que no se asegure contra los incendios. **248.004 euros**.

(c) Supongamos que Domitilo contrata un seguro al precio de 1 euro por cada 100 euros de valor asegurado. Por ejemplo, si contrata un seguro por valor de 100.000 euros, pagará 1.000 euros a la compañía aseguradora independientemente de lo que suceda, pero si su casa se incendia recibirá además 100.000 euros de la compañía aseguradora. Si Domitilo contrata un seguro por valor de 160.000 euros, su patrimonio estará íntegramente asegurado en el sentido de que, independientemente de lo que suceda, su riqueza total, deducidos los impuestos, ascenderá a 248.400 euros.

(d) Por consiguiente, si Domitilo contrata un seguro a todo riesgo, el equivalente de certidumbre de su patrimonio es **248.400** euros y su utilidad esperada es $\sqrt{\mathbf{248.400}}$.

12.13 (1) Portia lleva mucho tiempo esperando que su barco llegue al puerto y ha concluido que existe un 25% de probabilidades de que arribe hoy. Si el barco arriba hoy, Portia recibirá 1.600 euros, y si no arriba hoy es que ya nunca arribará y entonces su riqueza será igual a cero. Portia tiene una utilidad de Von Neumann-Morgenstern tal, que pretende maximizar el valor esperado de $\sqrt{c}$, donde c representa el total de su renta. ¿Cuál es el precio mínimo al cual venderá sus derechos sobre el barco? **100 euros**.

13 Los activos inciertos

Introducción

En este capítulo resolveremos los problemas de un consumidor que desea repartir óptimamente su riqueza entre un activo incierto y un activo libre de riesgo. El rendimiento esperado de una cartera no es otro que la media ponderada del rendimiento del activo libre de riesgo y el rendimiento esperado del activo incierto, utilizando como peso las fracciones de la riqueza del consumidor invertidas en cada activo. La desviación típica del rendimiento de la cartera no es más que la desviación típica del rendimiento del activo incierto multiplicado por la fracción de la riqueza del consumidor invertida en el activo incierto. Algunas veces examinaremos problemas en que un consumidor tiene unas preferencias específicas acerca del rendimiento esperado y el riesgo de su cartera, y que tiene que hacer frente a su restricción presupuestaria. Corno un consumidor puede siempre invertir toda su riqueza en un activo libre de riesgo, uno de los puntos de esta recta presupuestaria corresponderá a la combinación del rendimiento del activo libre de riesgo y ninguna actividad arriesgada (en este caso la desviación típica es igual a cero). Si el consumidor invierte un porcentaje x de su riqueza en un activo incierto, el rendimiento obtenido equivale a la diferencia entre el rendimiento esperado del activo incierto y el rendimiento del activo libre de riesgo. Pero de este modo también asume cierto riesgo. Por lo tanto, la pendiente de la recta presupuestaria será igual a la diferencia entre los dos rendimientos divididos por la desviación típica de la cartera en la cual un porcentaje x de la riqueza del consumidor está invertido en el activo incierto. Podemos entonces aplicar el análisis acostumbrado referido a la curva de indiferencia y a la recta presupuestaria para determinar la elección óptima del consumidor relativa al riesgo y al rendimiento esperado, dadas sus preferencias. (Recuerda que la desviación típica se representa en el eje horizontal y si el consumidor no es propenso al riesgo, las cestas de consumo preferidas se encontrarán en la esquina superior izquierda.) Se requerirá también aplicar el resultado del modelo de la fijación del precio de los activos de capital (MPAC), que establece que el rendimiento esperado de todo activo es igual a la suma del rendimiento del activo libre de riesgo más la prima por el riesgo. Recuerda también que el rendimiento esperado de un activo es igual a la variación esperada de su precio dividida por su precio corriente.

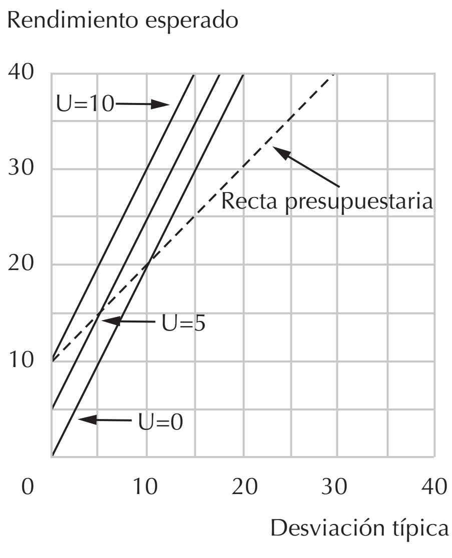
13.1 (3) La señora Lozano puede elegir entre dos activos: el primero está libre de riesgo y le ofrece un rendimiento r_f y el segundo es un activo incierto (un negocio de figuras de porcelana proveedora de tales bienes a mamíferos muy voluminosos) que presenta un rendimiento esperado de r_m, y una desviación típica de σ_m.

(a) Si la señora Lozano invierte el porcentaje x de su riqueza en el activo incierto, ¿cuál es la ecuación que representa el rendimiento esperado de su cartera? **r_x, = xr_m, + (1 – x)r_f**. ¿Cuál es la ecuación que representa la desviación típica de su cartera? **$\sigma_x = x\sigma$**.

(b) Determinando el valor de x en la segunda ecuación y sustituyendo el resultado en la primera, desarrolla una expresión para el rendimiento de la cartera relativo a su riesgo. $r_x = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}\sigma_x + r_f$.

(c) Supongamos que la señora Lozano puede pedir dinero prestado al tipo de interés r_f e invertirlo en el activo incierto. Si $r_m = 20$, $r_f = 10$ y $\sigma_m = 10$, ¿cuál será el rendimiento esperado de la señora Lozano si pide un préstamo equivalente al 100%, de su riqueza inicial y la invierte en el activo incierto? (Pista: es equivalente a invertir el 200% de su riqueza en el activo incierto.) **Se aplica la fórmula $r_x = xr_m$ + (1 – x)r_f, siendo $x = 2$, para obtener r_x,= 2 × 20 – 1 × 10 = 30**.

(d) Supongamos que la señora Lozano puede pedir prestado y prestar libremente y que el tipo de interés sea igual al tipo de rendimiento del activo libre de riesgo. Si r_f es del 10%, r_m es del 20% y σ_m es del 10%, ¿cuál es la expresión de la «recta presupuestaria» de la señora Lozano? **$r_x = \sigma_x + 10$**. Representa esta recta presupuestaria en el gráfico siguiente.



(e) Cuáles de los siguientes activos inciertos preferiría la señora Lozano al que posee en este momento, suponiendo que cada vez puede invertir solamente en un activo incierto y que puede invertir una fracción de su riqueza en cualquier activo incierto que elija. Contesta con «mejor», «peor» o «igual» en cada uno de los activos.

Activo A con $r_a = 17\%$ y $\sigma_a = 5\%$	**Mejor**.
Activo B con $r_b = 30\%$ y $\sigma_b = 25\%$	**Peor**.
Activo C con $r_c = 11\%$ y $\sigma_c = 1\%$	**Igual**.
Activo D con $r_d = 25\%$ y $\sigma_d = 14\%$	**Mejor**.

(f) Supongamos que la función de utilidad de la señora Lozano tiene la forma $u(r_x, \sigma_x) = r_x - 2\sigma_x$. ¿Qué fracción de su cartera invertirá en el activo incierto inicial? (Quizás quieras representar gráficamente algunas de las curvas de indiferencia de la señora Lozano antes de responder a la pregunta, es decir, dibujar las combinaciones de r_x y σ_x, que implican que $u(r_x, \sigma_x) = 0, 1, ...$) **No invertirá nada en el activo incierto**.

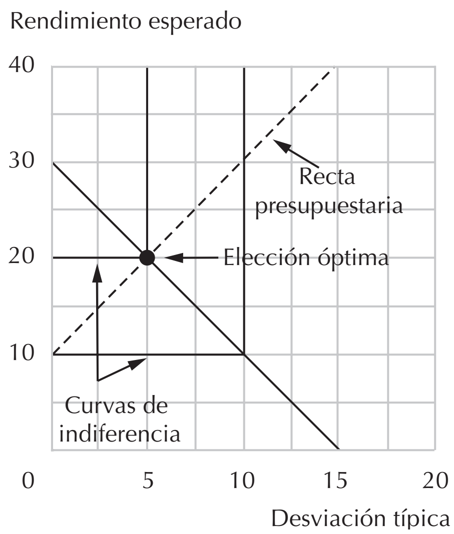
13.2 (3) Fabián Sotomayor está reflexionando sobre cómo distribuir su cartera entre dos activos, un activo incierto que tiene un rendimiento esperado del 30%, y una desviación típica del 10%, y un activo libre de riesgo que tiene un rendimiento esperado del 10% y una desviación típica de l0%.

(a) Si el señor Sotomayor invierte la fracción x de su riqueza en el activo incierto, ¿cuál será su rendimiento esperado? $\boldsymbol{r_x = 30x + 10(1 - x)}$.

(b) Si el señor Sotomayor invierte la fracción x de su riqueza en el activo incierto, ¿cuál será la desviación típica de su riqueza? $\boldsymbol{\sigma_x = 10x}$.

(c) Resuelve estas dos ecuaciones para determinar el rendimiento esperado de la cartera del señor Sotomayor en función de la desviación típica que ha aceptado asumir. **La recta presupuestaria es** $\boldsymbol{r_x = 2\sigma_x + 10}$.

(d) Representa esta «recta presupuestaria» en el gráfico siguiente.



(e) Si la función de utilidad del señor Sotomayor es $u(r_x, \sigma_x) = \min\{r_x, \; 30 - 20\sigma_x\}$, entonces el valor óptimo de r_x es **20** su valor óptimo de σ_x es **5**. (Pista: tienes que resolver dos ecuaciones con dos incógnitas. Una de las ecuaciones es la restricción presupuestaria.)

(f) Representa en el gráfico la elección óptima del señor Sotomayor y la curva de indiferencia que atraviesa el punto correspondiente.

(g) ¿Qué fracción de su riqueza debería invertir el señor Sotomayor en el activo incierto? **Utilizando la respuesta de la parte (a), hallamos el valor de x que resuelve $20 = r_x = 30x + 10(1 - x)$. La respuesta es $x = 0{,}5$**.

13.3 (2) Suponiendo que el modelo de la fijación del precio de los activos de capital sea válido, completa la siguiente tabla. En esta tabla, p_0 representa el precio corriente del activo i y Ep_1 corresponde al precio esperado del activo i en el próximo periodo.

r_f	r_m	r_i	β_i	p_0	Ep_1
10	20	10	**0**	100	100
10	20	**25**	1,5	**100**	125
10	**15**	20	2	200	**240**
0	30	**20**	2/3	40	48
10	22	**10**	0	80	**88**

13.4 (2) El agricultor Alejo Lines posee un pastizal situado sobre una colina arenosa. El rendimiento de su pastizal es una variable aleatoria que depende de cuánto llueva. En los años lluviosos la producción es buena y en los años de sequía es muy escasa. El valor de mercado de su pastizal es 5.000 euros y su rendimiento esperado es de 500 euros con una desviación típica de 100 euros. Cada centímetro de lluvia por encima de la media significa un aumento de los beneficios en 100 euros y cada centímetro de lluvia por debajo de la media significa una disminución de los beneficios en 100 euros. Alejo posee, además, otros 5.000 euros que quiere invertir en un segundo pastizal. Existen dos posibles pastizales que podría adquirir:

(a) Uno está situado en un terreno bajo donde nunca se producen inundaciones. El rendimiento esperado de este pastizal es de 500 euros anuales independientemente del tiempo que haga. ¿Cuál es el rendimiento esperado de Alejo de su inversión *total* si adquiere este terreno para su segundo pastizal? **10%**. ¿Cuál es la desviación típica de su rendimiento en este caso? **10%**.

(b) El otro terreno del pastizal está situado en la misma ribera de un río. Esto produce muy buenos rendimientos en los años de sequía, pero provoca inundaciones en los años lluviosos. Este terreno también cuesta 5.000 euros. El rendimiento esperado de este pastizal es de 500 euros y la desviación típica es de 100 euros. Cada centímetro de lluvia *por debajo* de la media significa un beneficio adicional de 100 euros y cada centímetro de lluvia por encima de la media significa una disminución de los beneficios en 100 euros. Si Alejo compra este pastizal y conserva también su pastizal inicial en la colina arenosa, ¿cuál es el rendimiento esperado del total de su inversión en este caso? **10%**. ¿Cuál es la desviación típica del rendimiento esperado del total de su inversión en este caso? **0%**.

(c) Si Alejo es una persona contraria a correr riesgos, ¿cuál de estos dos pastizales debería comprar y por qué? **Debe elegir el segundo pastizal, ya que tiene el mismo rendimiento esperado y un riesgo menor**.

14 El excedente del consumidor

Introducción

En este capítulo examinaremos las maneras mediante las que es posible medir la utilidad atribuida a un cierto bien de un consumidor dada su curva de demanda. El razonamiento básico es como sigue: la altura de la curva de demanda mide cuánto está dispuesto a pagar el consumidor por la última unidad de un bien adquirido, es decir, su disponibilidad a pagar la unidad marginal. Por lo tanto, la suma de lo que el consumidor está dispuesto a pagar por cada unidad nos revela la disponibilidad total a pagar por el consumo de un bien.

En términos geométricos, la disponibilidad a pagar por consumir una determinada cantidad de un bien no es más que la superficie por debajo de la curva de demanda hasta esa cantidad. Esta superficie se denomina **excedente bruto del consumidor o beneficio bruto** derivado del consumo del bien. Si el consumidor tiene que pagar una determinada cantidad para adquirir un bien, entonces tenemos que sustraer este gasto para calcular el **excedente (neto) del consumidor.**

Si la función de utilidad adopta la forma cuasilineal $u(x) + m$, la superficie por debajo de la curva de demanda mide $u(x)$, y la superficie por debajo de la curva de demanda menos el gasto empleado en la adquisición de otros bienes mide $u(x) + m$. Por lo tanto, en este caso, el excedente del consumidor mide exactamente la utilidad, y la variación en el excedente del consumidor representa una medida monetaria de una variación en la utilidad. Si la función de utilidad presenta una forma diferente, el excedente del consumidor no medirá exactamente su utilidad, pero a menudo será una buena aproximación. Sin embargo, si queremos medidas más precisas, podemos recurrir a los conceptos de la **variación compensatoria** y la **variación equivalente**.

Recordemos que la variación compensatoria es la cantidad de dinero adicional que un consumidor necesitaría en correspondencia con los nuevos precios para que su satisfacción fuera igual a la que obtenía con los precios iniciales. La variación equivalente es la cantidad de dinero que sería necesario sustraer al consumidor en correspondencia con los precios iniciales para que su satisfacción fuera igual a la que obtendría con los nuevos precios. Aunque por lo general son diferentes, la variación en el excedente del consumidor y las variaciones compensatorias y equivalentes son las mismas en el caso de que las preferencias sean cuasilineales.

En este capítulo vas a parcticar cómo:

- Calcular el excedente del consumidor y sus variaciones.
- Calcular la variación compensatoria y equivalente.

Ejemplo: Supongamos que la curva inversa de demanda viene dada por $P(q) = 100 - 10q$, y que el consumidor tiene actualmente 5 unidades de un bien. ¿Qué cantidad de dinero sería necesario entregarle para compensarla si redujera a cero su consumo del bien? Respuesta: la altura de la curva inversa de demanda es 100 cuando $q = 0$ y es 50 cuando $q = 5$. La superficie por debajo de la curva de demanda es un trapezoide con base 5 y alturas 100 y 50. Podemos calcular el área de esta superficie aplicando la fórmula:

$$\text{Área de un trapezoide} = \text{base} \times \frac{1}{2}(\text{altura}_1 + \text{altura}_2).$$

En este caso tenemos $A = 5 \times \frac{1}{2}(100 + 50) = 375$ euros.

Ejemplo: Supongamos ahora que el consumidor adquiere las 5 unidades del bien al precio de 50 euros por unidad. Si le obligamos a reducir a cero su consumo del bien, ¿qué cantidad de dinero será necesario entregarle para compensarla ?

En este caso, como vimos más arriba, sus beneficios brutos han disminuido en 375 euros. Por otra parte, tiene para gastar $5 \times 50 = 250$ euros de menos. Su excedente neto ha disminuido, por lo tanto, a 125 euros.

Ejemplo: Supongamos que un consumidor tiene una función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Inicialmente los precios a que se enfrentaba eran (1, 2) y su renta era de 10. Si los precios varían a (4, 2), calcula las variaciones compensatorias y equivalentes.

Respuesta: como los dos bienes son sustitutivos perfectos, el consumidor consumirá inicialmente la cesta (10, 0) y conseguirá una utilidad de 10. Después de la variación de precios, consumirá la cesta (0, 5) y su utilidad será de 5. Como su utilidad anterior a la variación de precios era de 10, deberá disponer de 20 euros para conseguirla, por lo tanto, la variación compensatoria es $20 - 10 = 10$. Con anterioridad a la variación de precios, el consumidor hubiera necesitado una renta de 5 para conseguir una utilidad de 5, por lo tanto, la variación equivalente es $10 - 5 = 5$.

14.1 (0) Sir Plus consume ambrosía y su función de demanda de botellas de ambrosía viene dada por $D(p) = 100 - p$, donde p es el precio de la ambrosía expresado en chelines.

(a) Si el precio de la ambrosía es de 50 chelines por botella, ¿cuántas botellas de ambrosía consumirá? **50**.

(b) ¿Cuál es el excedente bruto del consumidor correspondiente a este nivel de consumo? **3.750**.

(c) ¿Cuánto dinero se gasta Sir Plus en la adquisición de ambrosía? **2.500**.

(d) ¿Cuál es el excedente neto del consumidor en este caso? **1.250**.

14.2 (0) Reflejamos aquí la tabla de los precios de reserva de los apartamentos presentados en el capítulo 1:

Persona	=	A	B	C	D	E	F	G	H
Precio	=	40	25	30	35	10	18	15	5

(a) Si el precio de equilibrio de un apartamento es 20 euros, ¿qué consumidores conseguirán un apartamento? **A, B, C, D**.

(b) Si el precio de equilibrio de un apartamento es 20 euros, ¿cuál es el excedente (neto) de un consumidor generado en este mercado por la persona A? **20**. ¿Y por la persona B? **5**.

(c) Si el precio de equilibrio es 20 euros, ¿cuál en el excedente neto total que los consumidores obtienen en este mercado? **50**.

(d) Si el precio de equilibrio es 20 euros, ¿cuál es el excedente bruto total que los consumidores obtienen en este mercado? **130**.

(e) Si el precio de equilibrio disminuye a 19 euros, ¿en cuánto aumenta el excedente bruto? **0**.

(f) Si el precio de equilibrio disminuye a 19 euros, ¿en cuánto aumenta el excedente neto? **4**.

Cálculo

14.3 (0) Quasimodo consume tapones para las orejas y otros bienes. Su función de utilidad relativa a los tapones para las orejas (x) y el dinero disponible para los otros bienes (m), viene dada por

$$u(x,\ m) = 100x - \frac{x^2}{2} + m.$$

(a) ¿De qué tipo es la función de utilidad de Quasimodo? **Cuasilineal**.

(b) ¿Cuál es la curva inversa de demanda de tapones para las orejas? $\boldsymbol{p = 100 - x}$.

(c) Si el precio de los tapones para las orejas es 50 euros, ¿cuántos consumirá? **50**.

(d) Si el precio de los tapones para las orejas es 80 euros, ¿cuántos consumirá? **20**.

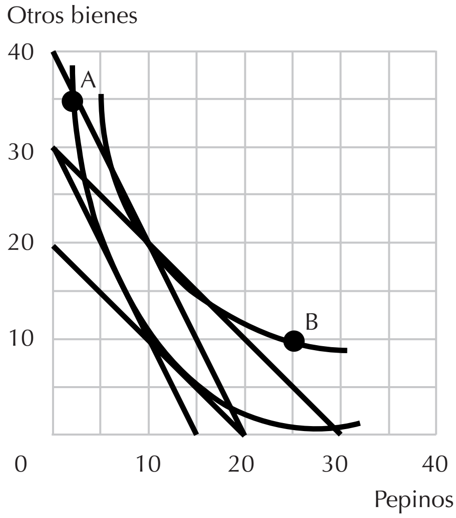
(e) Supongamos que Quasimodo dispone de un total de 4.000 euros al mes. Si el precio de los tapones para las orejas es 50 euros, ¿cuál es su utilidad total derivada de los tapones para las orejas y del dinero disponible para los demás bienes? **5.250 euros**.

(f) Si el precio de los tapones para las orejas es 80 euros, ¿cuál es su utilidad total derivada de los tapones para las orejas y del dinero disponible para los demás bienes? **4.200 euros**.

(g) Su utilidad disminuye en **1.050** cuando el precio varía de 50 euros a 80.

(h) ¿Cuál es la variación del excedente (neto) del consumidor cuando el precio varía de 50 euros a 80? **1.050**.

14.4 (2) En el gráfico siguiente están representadas las curvas de indiferencia de Sabina Gana relativas a los pepinos y otros bienes. Supongamos que el precio de referencia de los pepinos y el precio de referencia de los «otros bienes» sea 1.



(a) ¿Cuál es la cantidad mínima de dinero que Sabina necesitaría para poder adquirir una cesta de consumo indiferente a *A*? **20**.

(b) ¿Cuál es la cantidad mínima de dinero que Sabina necesitaría para poder adquirir una cesta de consumo indiferente a 13? **30**.

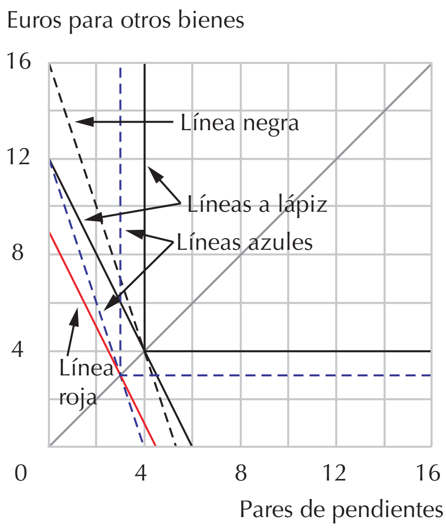
(c) Supongamos ahora que el precio de referencia de los pepinos es 2 y que el precio de referencia de los otros bienes es 1. ¿Cuánto dinero sería necesario para adquirir una cesta de consumo indiferente a *A*? **30**.

(d) ¿Cuál es la cantidad mínima de dinero que Sabina necesitaría para poder adquirir una cesta de consumo indiferente a 13 en correspondencia con los nuevos precios? **40**.

(e) Independientemente de los precios a los que se enfrente, la cantidad de dinero que Sabina necesita para adquirir una cesta de consumo indiferente a *A* tiene que ser (mayor o menor) que la cantidad de dinero que necesita para adquirir una cesta de consumo indiferente a *B*. **Menor**.

14.5 (2) Las preferencias de Bernarda están representadas por $u(x, y) = \min\{x, y\}$, donde x son pares de pendientes e y son los euros disponibles para adquirir los otros bienes. Los precios a los que se enfrenta son $(p_x, p_y) = (2, 1)$ y su renta es de 12.

(a) Dibuja en lápiz en el gráfico siguiente alguna curva de indiferencia de Bernarda y su restricción presupuestaria. La cesta de consumo óptima está compuesta por **4** pares de pendientes y **4** euros para adquirir otros bienes.



(b) El precio de un par de pendientes aumenta a 3 euros y la renta de Bernarda permanece invariable. Traza su nueva restricción presupuestaria en color azul en el gráfico anterior. En este caso su cesta de consumo óptima está compuesta por **3** pares de pendientes y **3** euros para los otros bienes.

(c) ¿Qué cesta de consumo hubiera elegido Bernarda si se hubiera enfrentado a los precios iniciales y hubiera dispuesto únicamente de la renta necesaria para conseguir la nueva curva de indiferencia? **(3, 3)**. Traza en color rojo la recta presupuestaria que atraviesa esta cesta de consumo en correspondencia con los precios iniciales. ¿De qué renta debería disponer Bernarda, con los precios iniciales, para conseguir esta recta presupuestaria (roja)? **9 euros**.

(d) La cantidad máxima de dinero que Bernarda estaría dispuesta a pagar para evitar el aumento del precio es **3 euros**. Esto corresponde a la variación (compensatoria o equivalente) **equivalente** de la renta.

(e) ¿Qué cesta de consumo hubiera elegido Bernarda si se hubiera enfrentado a los precios nuevos y hubiera dispuesto únicamente de la renta necesaria para conseguir su curva de indiferencia inicial? **(4, 4)**. Traza en color negro la recta presupuestaria que atraviesa esta cesta de consumo correspondiente a los nuevos precios. ¿De cuánta renta dispondría Bernarda con esta recta presupuestaria? **16** euros.

(f) Para que su satisfacción fuera igual a la que obtenía con la cesta de consumo inicial, la renta inicial de Bernarda debería aumentar en **4 euros**. Esto corresponde a la variación (compensatoria o equivalente) **compensatoria** de su renta.

Cálculo

14.6 (0) A Ulrico le gustan los videojuegos y las salchichas. De hecho, sus preferencias se pueden representar por $u(x, y) = \ln(x + 1) + y$, donde x es el número de videojuegos que consume e y es el número de euros que destina para la adquisición de salchichas. Representamos con p_x el precio de un videojuego y con m su renta.

(a) Escribe una expresión que iguale la relación marginal de sustitución de Ulrico con la relación entre los precios. (Pista: ¿te acuerdas de Donato Filatelio del capítulo 6?) $\mathbf{1/(x + 1) = p_x}$.

(b) Como Ulrico tiene preferencias **cuasilineales** podemos resolver esta única ecuación para obtener su función de demanda de videojuegos, que es $\mathbf{x = 1/p_x - 1}$. Su función de demanda de los euros a emplear para la adquisición de salchichas es $\mathbf{y = m - 1 + p}$.

(c) Un videojuego cuesta 0,25 euros y la renta de Ulrico es de 10 euros. Por lo tanto, Ulrico demanda **3** videojuegos y **9,25** euros para la adquisición de salchichas. La utilidad derivada de esta cesta de consumo es **10,64**. (Redondea a la segunda cifra decimal.)

(d) Si privásemos a Ulrico de todos sus videojuegos, ¿de cuánto dinero necesitaría disponer para adquirir salchichas para que su satisfacción fuera la misma que antes? **10,64 euros**.

(e) Se ha implantado ahora un impuesto sobre los artículos de entretenimiento de 0,25 euros sobre los videojuegos que deben abonar íntegramente los consumidores. De acuerdo con este impuesto, Ulrico demanda **1** videojuego y **9,5** euros para la adquisición de salchichas. La utilidad derivada de esta cesta de consumo es **10,19**. (Redondea a la segunda cifra decimal.)

(f) Si ahora privásemos a Ulrico de todos sus videojuegos. ¿de cuánto dinero tendría que disponer para adquirir salchichas para que su satisfacción fuera igual a la que obtenía con la cesta de consumo adquirida con anterioridad al implante del impuesto? **10,19 euros**.

(g) ¿Cuál es la variación en el excedente del consumidor de Ulrico debido al impuesto? **–0,45**. ¿Cuánto dinero ha recolectado el Gobierno (de Ulrico) derivado de la implantación de este impuesto? **0,25** euros.

Cálculo

14.7 (1) Lolita, una vaca Holstein inteligente y encantadora, consume solamente dos bienes: alimento para vacas (pienso compuesto de maíz y avena) y heno. Sus preferencias están representadas por la función de utilidad $U(x, y) = x - x^2/2 + y$, donde x representa su consumo de alimento para vacas e y representa su consumo de heno. Lolita ha sido adiestrada en los misterios de las restricciones presupuestarias y de la optimización y siempre maximiza su función de utilidad, dada su restricción presupuestaria. Lolita dispone de una renta de m euros, que puede gastar como desee en la adquisición de alimento para vacas y de heno. El precio del heno es siempre 1 euro y el precio del alimento para vacas lo denotaremos con p, donde $0 < p \leq 1$.

(a) Expresa la función inversa de demanda de Lolita relativa al alimento para vacas. (Pista: la función de utilidad de Lolita es cuasilineal. Si y es el bien numerario y p es el precio de x, se puede determinar la función inversa de demanda de un consumidor cuya utilidad cuasilineal sea $f(x) + y$ estableciendo simplemente que $p = f'(x)$.) $\boldsymbol{p = 1 - x}$.

(b) Si el precio del alimento para vacas es p y su renta es m, ¿cuánta cantidad de heno elegirá Lolita? (Pista: el dinero que ella no emplea en adquirir alimento para vacas lo emplea en adquirir heno.) $\boldsymbol{m - p\,(1 - p)}$.

(c) Sustituye estos valores en su función de utilidad para determinar el nivel de utilidad de que disfruta en correspondencia a este precio y a esta renta. $\boldsymbol{u = m + (1 - p)^2/2}$.

(d) Supongamos que la renta diaria de Lolita es de 3 euros y que el precio del alimento para vacas es 0,50 euros. ¿Qué cesta de consumo adquiere en este caso? **(1/2, 11/4)**. ¿Qué cesta de consumo adquiriría si el precio del alimento para vacas aumentara a 1 euro? **(0,3)**.

(e) ¿Cuánto dinero estaría dispuesta a pagar Lolita para evitar que el precio del alimento para vacas aumentara a 1 euro? **1/8**. Esta cantidad se conoce como la variación **equivalente**.

(f) Supongamos que el precio del alimento para vacas aumentara a 1 euro. ¿Qué cantidad de dinero adicional tendríamos que pagar a Lolita para que su satisfacción sea la misma que la que obtenía con los precios iniciales? **1/8**. Esta cantidad es conocida como la variación compensatoria. ¿Cuál es mayor, la variación compensatoria o la equivalente, o son iguales? **Iguales**.

(g) Si el precio es 0,50 euros y la renta es de 3 euros, ¿cuál es el excedente (neto) del consumidor que Lolita está obteniendo? **1/8**.

14.8 (2) Las preferencias de Pedro Picapiedra son cuasilineales y su función inversa de demanda de hamburguesas de brontosauro es $P(b) = 30 - 2b$. El señor Picapiedra consume actualmente 10 hamburguesas al precio de 10 pedruscos cada una.

(a) ¿Cuántos pedruscos o euros estará dispuesto a pagar para poder consumir esta cantidad de hamburguesas en lugar de no consumir ninguna? **200 euros**. ¿Cuál es su nivel de excedente (neto) del consumidor? **100 euros**.

(b) En la ciudad de Rocadura, el único proveedor de hamburguesas de brontosaurio decide aumentar el precio de la hamburguesa de 10 pedruscos a 14. ¿Cuál es la variación del excedente del consumidor del señor Picapiedra? Al precio de 10 euros, el excedente del consumidor es de 100 euros. **Al precio de 14 euros, demanda 8 hamburguesas, obteniendo así un excedente neto del consumidor de 1/2 (16 × 8) = 64. La variación del excedente del consumidores – 36 euros o pedruscos**.

14.9 (1) Karl Kapitalist está dispuesto a fabricar $p/2 - 20$ sillas siendo el precio $p > 40$. Si el precio de las sillas es inferior a 40, no fabricará ninguna. Si el precio de las sillas es de 100 euros, Karl fabricará **30** sillas. Con este precio, ¿cuál será el excedente del productor? **1/2 (60 × 30) = 900**.

14.10 (2) A la señora Q. Moto le encanta tocar las campanas de la iglesia hasta l0 horas al día. Representamos con m su renta para otros bienes y con x las horas transcurridas tocando las campanas, y su función de utilidad es $u(m, x) = m + 3x$ para $x \leq 10$. Si $x > 10$, le aparecen unas dolorosas ampollas en las manos y su situación empeora respecto de si no hubiese estado tocando las campanas. Su renta es igual a 100 euros y el sacristán le permite estar tocando las campanas durante 10 horas.

(a) Debido a las quejas de los habitantes del pueblo, el sacristán ha decidido limitar a 5 horas diarias la duración del toque de campanas. Malas noticias para la señora Q. Moto. De hecho, para ella equivale a una disminución de su renta igual a **15** euros.

(b) El sacristán cede a la compasión y le propone dejarle tocar las campanas durante todo el tiempo que desee a cambio de 2 euros la hora por este privilegio. ¿Cuántas horas al día tocará ahora las campanas? **10 horas**, equivalente a una disminución de su renta de **20 euros**.

(c) Los habitantes del pueblo continúan lamentándose, por lo que el sacristán aumenta a 4 euros el precio que la señora Q. Moto tiene que pagar por tocar las campanas. ¿Cuántas horas al día tocará ahora las campanas? **0 horas**. Este impuesto, comparado con la situación en la cual ella podía tocar las campanas gratuitamente, equivale a una disminución en su renta de **30 euros**.

15 La demanda del mercado

Introducción

En algunos problemas de este capítulo será requerido construir la curva de demanda del mercado a partir de las curvas de demanda individuales. La demanda del mercado, dado un precio cualquiera, es simplemente la suma de las demandas individuales a ese mismo precio. La clave esencial para pasar de la demanda individual a la demanda del mercado, es recordar que se tienen que *sumar las cantidades.* Desde el punto de vista gráfico, esto significa que la curva de demanda del mercado es igual a la suma horizontal de las curvas de demanda individuales. La curva de demanda del mercado tendrá un vértice siempre y cuando el precio de mercado sea lo suficientemente alto como para que la demanda de algunos individuos sea nula.

En algunas ocasiones tendremos que determinar el precio de reserva de un consumidor para un bien. Recordemos que el precio de reserva es el precio al cual el consumidor está indiferente entre adquirir un bien a ese precio o no adquirirlo en absoluto. Formalmente el precio de reserva p^* satisface la función $u(0, m) = u(1, m - p^*)$, donde m es la renta y las cantidades de los otros bienes están expresadas en dólares.

Por último, en algunos de los problemas tendremos que calcular la elasticidad de la demanda con respecto al precio y/o a la renta. Estos problemas no presentan ninguna dificultad si se conoce mínimamente el cálculo de derivadas. Si la función de demanda es $D(p)$ y queremos calcular la elasticidad de la demanda cuando el precio es p, solamente tienes que calcular $dD(p)/dp$ y multiplicarlo por p/q.

15.0 Ejercicio de calentamiento: (**Cálculo de elasticidades.**) Presentamos una serie de ejercicios que requieren calcular, para cada una de las funciones de demanda, la elasticidad de la demanda con respecto al precio. La respuesta será generalmente una función del precio, p. Consideremos, por ejemplo, la curva de demanda lineal $D(p) = 30 - 6p$. En este caso $dD(p)/dp = -6$ y $p/q = p/(30 - 6p)$, por lo tanto, la elasticidad de la demanda con respecto al precio es $-6p/(30 - 6p)$.

(a) $D(p) = 60 - p$. $\boldsymbol{-p/(60 - p)}$.

(b) $D(p) = a - bp$. $\boldsymbol{-bp/(a - bp)}$.

(e) $D(p) = 40p^{-2}$. $\boldsymbol{-2}$.

(d) $D(p) = Ap^{-b}$. **$-b$**.

(e) $D(p) = (p + 3)^{-2}$. **$-2p/(p + 3)$**.

(f) $D(p) = (p + a)^{-b}$. **$-bp/(p + a)$**.

15.1 (0) En Gas Pump, South Dakota, existen dos clases de consumidores: los propietarios de coches *buick* y los propietarios de coches *dodge*. Cada propietario de un *buick* tiene una función de demanda de gasolina dada por $D_B(p) = 20 - 5p$ para $p \leq 4$ y de $D_B(p) = 0$ si $p > 4$. Cada propietario de un *dodge* tiene una función de demanda de gasolina dada por $D_D(p) = 15 - 3p$ para $p \leq 5$ y de $D_D(p) = 0$ si $p > 5$. (Las cantidades están medidas en galones a la semana y el precio está expresado en dólares.) Supongamos que Gas Pump tiene 150 consumidores: 100 propietarios de un *buick* y 50 propietarios de un *dodge*.

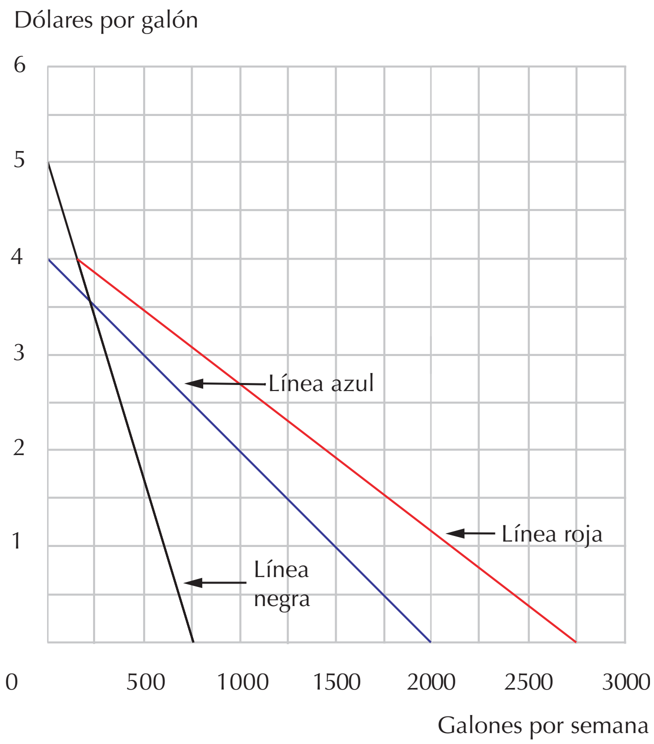
(a) Si el precio es de 3 dólares, ¿cuál es la cantidad total demandada individualmente por cada propietario de *buick*? **5**. ¿Y por cada propietario de *dodge*? **6**.

(b) ¿Cuál es la cantidad total demandada por todos los propietarios de *buick*? **500**. ¿Cuál es la cantidad total demandada por todos los propietarios de *dodge*? **300**.

(c) ¿Cuál es la cantidad total demandada por todos los consumidores de Gas Pump al precio de 3 dólares? **800**.

(d) En el gráfico siguiente, dibuja en color azul la curva de demanda total de los propietarios de un *buick* y en color negro la curva de demanda total de los propietarios de un *dodge*. Dibuja en color rojo la curva de demanda del mercado de toda la ciudad.

(e) ¿A qué precios tiene vértices la curva de demanda del mercado? **A $p = 4$ y $p = 5$**.



(f) Si el precio de la gasolina es 1 dólar por galón, ¿en cuánto disminuye la demanda semanal cuando el precio aumenta en 10 centavos? **65 galones**.

(g) Si el precio de la gasolina es 4,50 dólares por galón, ¿en cuánto disminuye la demanda semanal cuando el precio aumenta en 10 centavos? **15 galones**.

(h) Si el precio de la gasolina es 10 dólares por galón, ¿en cuánto disminuye la demanda semanal cuando el precio aumenta en 10 centavos? **Sigue siendo cero**.

15.2 (0) Calcula la curva inversa de demanda para cada una de las siguientes curvas de demanda:

(a) $D(p) = \max\{10 - 2p, 0\}$. $\boldsymbol{p(q) = 5 - q/2}$ **si** $\boldsymbol{q < 10}$.

(b) $D(p) = 100/\sqrt{p}$. $\boldsymbol{p(q) = 10.000/q^2}$.

(c) $\ln D(p) = 10 - 4p$. $\boldsymbol{p(q) = (10 - \ln q)/4}$.

(d) $\ln D(p) = \ln 20 - 2 \ln p$. $\boldsymbol{p(q) = \sqrt{20/q}}$.

15.3 (0) La función de demanda de los criadores de perros relativa a los abrillantadores eléctricos para perros es $q_b = \max\{200 - p, 0\}$ y la función de demanda de los propietarios de mascotas relativa a estos abrillantadores es $q_0 = \max\{90 - 4p, 0\}$.

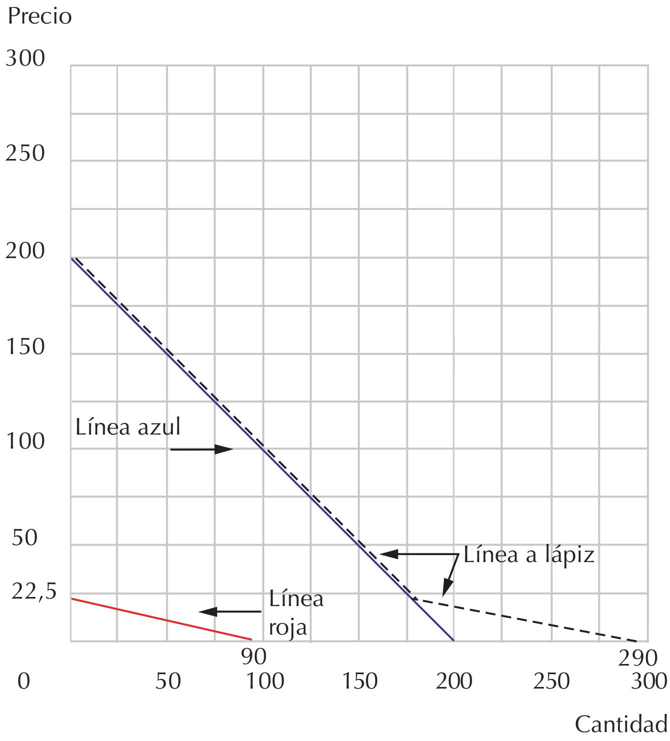
(a) Dado el precio p. ¿cuál es la elasticidad del precio de la demanda de los criadores de perros relativa a los abrillantadores eléctricos? $\boldsymbol{-p/(200 - p)}$. ¿Y cuál es la elasticidad del precio de la demanda de los propietarios de mascotas? $\boldsymbol{-4p/(90 - 4p)}$.

(b) ¿A qué precio es la elasticidad de los criadores de perros igual a – 1? **100 euros**. ¿A qué precio es la elasticidad de los propietarios de mascotas igual a –1? **11,25 euros**.

(c) En el siguiente gráfico, dibuja la curva de demanda de los criadores de perros en color azul, la curva de demanda de los propietarios de mascotas en color rojo y la curva de demanda del mercado en lápiz.

(d) Determina un precio no nulo al cual hay una demanda total positiva de abrillantadores eléctricos para perros y al cual la curva de demanda tiene un vértice. **22,50 euros**. ¿Cuál es la función de demanda del mercado para los precios por debajo del vértice? $\boldsymbol{290 - 5p}$. ¿Cuál es la función de demanda del mercado para los precios por encima del vértice? $\boldsymbol{200 - p}$.

(e) ¿En qué punto de la curva de demanda del mercado es la elasticidad del precio igual a –1? **100 euros**. ¿A qué precio los ingresos derivados de la venta de abrillantadores eléctricos para perros serán maximizados? **100 euros**. Si los vendedores se proponen maximizar sus ingresos, ¿venderán los abrillantadores solamente a los criadores de perros, solamente a los propietarios de mascotas o a ambos? **A los criadores solamente**.



Cálculo

15.4 (0) La demanda de letrinas para gatitos, en euros, es ln $D(p) = 1000 - p + \ln m$, donde p es el precio de una letrina y m es la renta.

(a) ¿Cuál es la elasticidad de la demanda de letrinas para gatitos respecto al precio si $p = 2$ y $m = 500$? **–2**. ¿Y si $p = 3$ y $m = 500$? **–3**. ¿Y si $p = 4$ y $m = 1.500$? **–4**.

(b) ¿Cuál es la elasticidad de la demanda de letrinas para gatitos respecto a la renta si $p = 2$ y $m = 500$? **1**. ¿Y si $p = 2$ y $m = 1.000$? **1**. ¿Y si $p = 3$ y $m = 1.500$? **1**.

(c) ¿Cuál es la elasticidad de la demanda respecto al precio si el precio es p y la renta es m? $\boldsymbol{-p}$. ¿Cuál es la elasticidad de la demanda respecto a la renta? **1**.

Cálculo

15.5 (0) La función de demanda de sombreros mexicanos es $q(p) = (p + 1)^{-2}$.

(a) ¿Cuál es la elasticidad de la demanda respecto al precio si el precio es p? $\boldsymbol{-2p/(p+1)}$.

(b) ¿A qué precio la elasticidad de la demanda respecto al precio es igual a –1? **Cuando el precio es igual a 1**.

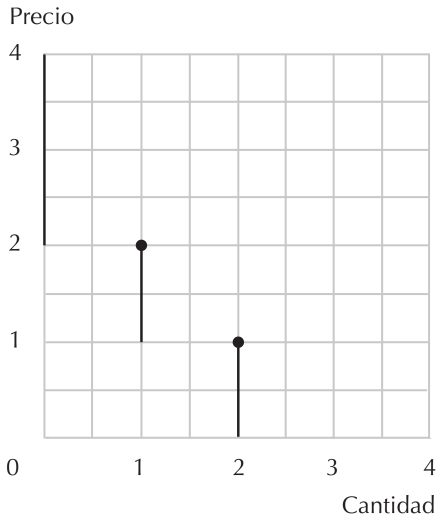
(c) Escribe una expresión para los ingresos totales derivados de la venta de sombreros mexicanos en función de su precio. $\boldsymbol{1(p) = pq = p/(p+1)^2}$. Utiliza el cálculo diferencial para determinar el precio que maximiza los ingresos. No olvides comprobar la condición de segundo orden. Diferenciando y resolviendo obtenemos $\boldsymbol{p = 1}$.

(d) Supongamos que la función de demanda de sombreros mexicanos adopta la forma más general $q(p) = (p + a)^{-b}$, donde $a > 0$ y $b > 1$. Calcula la elasticidad de la demanda respecto al precio si el precio es p. $\boldsymbol{-bp/(p + a)}$. ¿A qué precio la elasticidad de la demanda respecto al precio es igual a –1? $\boldsymbol{p = a/(b - 1)}$.

15.6 (0) La función de utilidad de Pin es $U_K(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ y la función de utilidad de Pon es $U_B(x_1, x_2) = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$. Una persona puede adquirir una unidad del bien 1 o 0 unidades del bien 1. Ninguna persona puede adquirir unidades fraccionarias o adquirir más de una unidad. Cualquier persona puede adquirir cuantas unidades desee del bien 2 y puede adquirirlas al precio de 1 euro por unidad.

(a) Si m es la riqueza de Pon y p_1 es el precio del bien 1, escribe una ecuación que permita determinar el precio de reserva de Pon para el bien 1. $\boldsymbol{(m - p_1 + 1)2 = m + 1}$. ¿Cuál es el precio de reserva de Pon para el bien 1? $\boldsymbol{p = (m + 1)/2}$. ¿Y cuál es el precio de reserva de Pin para el bien 1? **1 euro**.

(b) Si Pin y Pon disponen cada uno de una riqueza de 3 euros, dibuja en el gráfico siguiente la curva de demanda del mercado del bien 1.



15.7 (0) La función de demanda de yoyós es $D(p, M) = 4 - 2p + \frac{1}{100}$, donde p es el precio de un yoyó y M es la renta. Si M es igual a 100 y p es igual a 1:

(a) ¿Cuál es la elasticidad respecto a la renta de la demanda de yoyós? **1/3**.

(b) ¿Cuál es la elasticidad respecto al precio de la demanda de yoyós? **–2/3**.

15.8 (0) Si la función de demanda de polvos picapica es $P = 10 - Q$.

(a) ¿A qué precio los ingresos totales derivados de la venta de polvos picapica serán máximos? $\boldsymbol{P = 5}$.

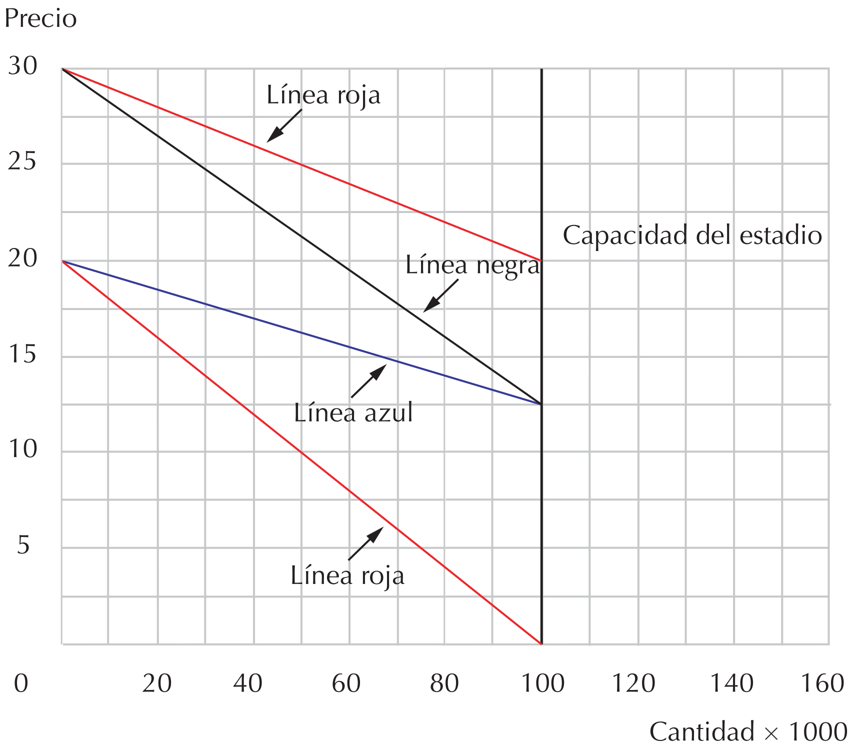
(b) ¿Cuántas unidades de polvos picapica se venderán a este precio? $\boldsymbol{Q = 5}$.

15.9 (0) La función de demanda de entradas de fútbol para un partido común en una gran ciudad universitaria es $D(p) = 200.000 - 10.000p$. La universidad cuenta con un director deportivo inteligente y avaricioso que establece el precio de las entradas de forma que se maximicen los ingresos. El estadio de fútbol de la universidad tiene un aforo capaz de albergar 100.000 espectadores.

(a) Escribe la función inversa de demanda. $\boldsymbol{p(q) = 20 - q/10.000}$.

(b) Escribe una expresión algebraica para los ingresos totales $\mathbf{I(q) = 20q - q2/10.000}$ y otra para los ingresos marginales en función del número de entradas vendidas $\mathbf{IM = 20 - q/5.000}$.

(c) En el gráfico siguiente, dibuja en color azul la curva de demanda inversa y en color rojo la curva de ingreso marginal. Traza también una línea vertical que represente la capacidad del estadio.



(d) ¿Qué precio de las entradas generará los máximos ingresos? **10 euros**. ¿Cuántas entradas se venderán a este precio? **100.000**.

(e) ¿Cuál es el ingreso marginal correspondiente a esta cantidad? **0**. ¿Cuál es la elasticidad de la demanda correspondiente a esta cantidad? **–1**. ¿Estará el estadio repleto? **Sí**.

(f) Tras una serie de victorias, la curva de demanda de entradas para los partidos de fútbol se desplaza hacia arriba. La nueva función de demanda es $q(p) = 300.000 - 10.000p$. ¿Cuál es la nueva función inversa de demanda? $\boldsymbol{p(q) = 30 - q/10.000}$.

(g) Representa con una expresión algebraica el ingreso marginal en función de la producción $IMg(q)$ = **30 –*q*/5.000**. Dibuja en color rojo la nueva curva de demanda y en color negro la nueva curva de ingreso marginal.

(h) Sin tener en cuenta la capacidad del estadio, ¿qué precio generaría el máximo ingreso? **15 euros**. ¿Cuántas entradas se venderían a este precio? **150.000**.

(i) Como hemos señalado más arriba, la cantidad que maximizaría los ingresos totales, dada la nueva curva de demanda más elevada, excede la capacidad del estadio. Por muy inteligente que sea el director de deportes no puede vender entradas para asientos inexistentes, pero se ha dado cuenta de que su ingreso marginal es positivo para cualquier número de entradas que se vendan hasta llenar la capacidad del estadio. Por consiguiente, con el fin de maximizar sus ingresos, deberá vender **100.000** entradas al precio de **20 euros**.

(j) Cuando adopta esta estrategia, su ingreso marginal derivado de vender una entrada adicional es **10**. La elasticidad de la demanda de entradas correspondiente a esta combinación de precio y cantidad es $\varepsilon = -2$.

15.10 (0) El director deportivo que conocimos en el problema anterior está meditando acerca del ingreso adicional que obtendría con respecto a tres propuestas distintas para expandir la capacidad del estadio. Recuerda que la función de la demanda a la que se enfrenta ahora es $q(p) = 300.000 - 10.000p$.

(a) ¿En cuánto podría incrementar el ingreso total por partido derivado de la venta de entradas si añadiera 1.000 asientos adicionales a la capacidad del estadio y ajustara el precio de la entrada para maximizar sus ingresos? **9.900**.

(b) ¿En cuánto podría incrementar el ingreso total por partido añadiendo 50.000 asientos adicionales? **250.000 euros**. ¿Y añadiendo 60.000 asientos adicionales? (Pista: el director de deportes continúa queriendo maximizar sus ingresos.) **250.000 euros**.

(c) Un ex alumno, ferviente aficionado al fútbol, se ofrece a construir un estadio tan amplio como el director lo desee y donarlo a la universidad, con una sola condición: el director de deportes tiene que fijar el precio de las entradas de manera que el estadio se mantenga siempre lleno. Si el director de deportes se propone maximizar los ingresos derivados de la venta de las entradas, ¿qué capacidad del estadio elegirá? **150.000 asientos**.

16 El equilibrio

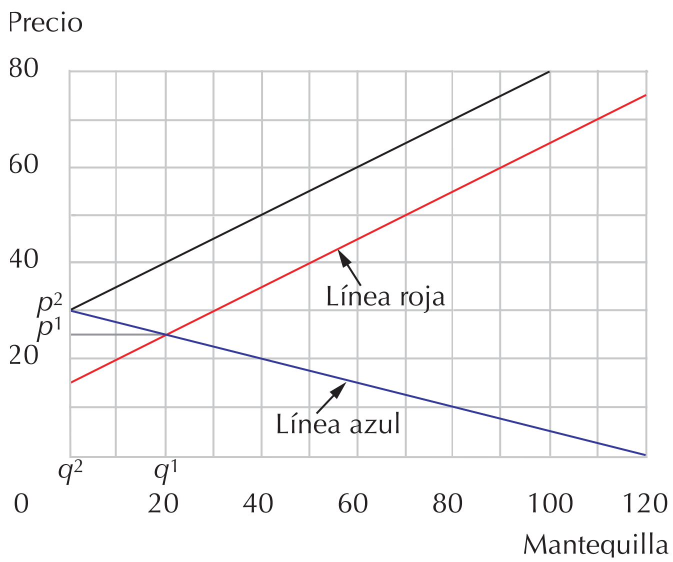
Introducción

Los problemas relativos a la oferta y la demanda constituyen el pan nuestro de cada día de los economistas. En los problemas que presentamos a continuación, deberás determinar los precios y las cantidades de equilibrio resolviendo una ecuación que iguala la oferta con la demanda. Si el precio cobrado por los oferentes es el mismo que el precio pagado por los demandantes, podemos representar la oferta y la demanda en función de la misma variable, el precio p, y resolver la ecuación determinando el precio que iguala la oferta con la demanda. Pero si, como sucede en el caso de los impuestos y los subsidios, los oferentes se enfrentan a precios distintos a los demandados por los consumidores, es preferible indicar estos dos precios con dos variables separadas p_o y P_d. Así, podemos determinar las condiciones de equilibrio resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas p_o y p_d. Una de las ecuaciones es la que iguala la oferta con la demanda y la otra es la ecuación que relaciona el precio pagado por los consumidores con el precio neto cobrado por los oferentes.

Ejemplo: La función de demanda del bien x es $q = 1.000 - 10p_d$, donde p_d es el precio pagado por los consumidores. La función de oferta de x es $q = 100 + 20p_o$, donde p_o es el precio cobrado por los oferentes. Por cada una de las unidades del bien que se vende, el Estado exige un impuesto equivalente a la mitad del precio pagado por los consumidores. Vamos a determinar el precio y la cantidad de equilibrio. En equilibrio, la oferta tiene que ser igual a la demanda, por lo tanto, $1.000 - 10p_d = 100 + 20p_o$. Como el Estado exige un impuesto equivalente a la mitad del precio pagado por los consumidores, el precio cobrado por los oferentes tiene que ser igual a la mitad del pagado por los consumidores, por lo que se tiene que cumplir que $p_o = p_d/2$. Obtenemos así un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas p_o y p_d. Sustituyendo en la primera ecuación la expresión $p_d/2$ por p_o, obtenemos $1.000 - 10p_d = 100 + 10p_d$, y resolviendola obtenemos que $p_d = 45$. Por lo tanto, $p_o = 22{,}5$ y $q = 550$.

16.1 (0) La demanda de mantequilla de llama es $q = 120 - 4p_d$ y la oferta es $2p_s - 30$, donde p es el precio en dólares por 100 kilos de mantequilla y q es la cantidad medida en unidades de 100 kilos.

(a) En el gráfico adjunto, representa la curva de demanda (en color azul) y la curva de oferta (en color rojo) de mantequilla de llama.



(b) Escribe la ecuación que permite determinar el precio de equilibrio. **Resolver 120 – 4*p* = 2*p* – 30**.

c) ¿Cuál es el precio de equilibrio de la mantequilla de llama? **25 euros**. ¿Cuál es la cantidad de equilibrio? **20**. Localiza en el gráfico el precio y la cantidad de equilibrio y denomínalos p_1 y q_1.

(d) Una sequía tremenda azota las praderas del centro de Ohio, cuna tradicional de las llamas. La oferta se reduce a $2p_s - 60$, mientras que la demanda permanece inalterable. Dibuja la nueva curva de oferta y escribe la ecuación que permite determinar el nuevo precio de equilibrio de la mantequilla de llama. **120 – 4*p* = 2*p* – 30**.

(e) El nuevo precio de equilibrio es **30** y la cantidad de equilibrio es **0**. Localiza en el gráfico el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio y denomínalos p_2 y q_2.

(f) El Gobierno decide intervenir y apoyar a los agobiados productores y consumidores de mantequilla de llama concediendo un subsidio a los productores de 5 dólares por cada 100 kilos de mantequilla de llama. Si p_d es el precio que los consumidores pagan por la mantequilla de llama, ¿cuál es la cantidad total cobrada por los productores por cada una de las unidades producidas? $\boldsymbol{p_d + 5}$. Si el precio pagado por los consumidores es p_d, ¿cuál es la producción de mantequilla de llama? $\boldsymbol{2p_d - 50}$.

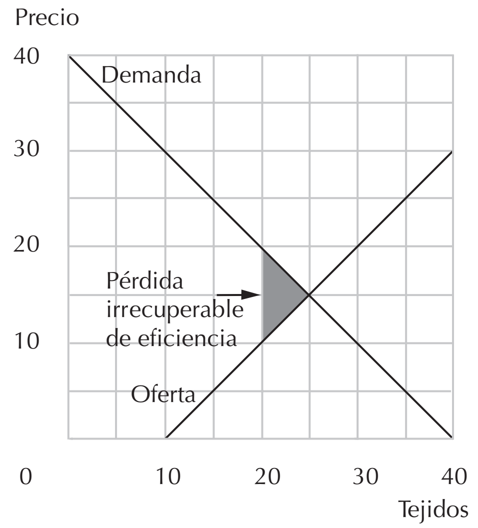
(g) Escribe una ecuación que permita determinar el precio de equilibrio pagado por los consumidores, dado el subsidio concedido a los productores. $\boldsymbol{2p_d - 50 = 120 - 4p_d}$. ¿Cuál es ahora el precio de equilibrio pagado por los consumidores y la cantidad ofrecida de mantequilla de llama? $\boldsymbol{p_d = 170/6,\ q = 170/3 - 50 = 20/3}$.

(h) Supongamos que el Gobierno concede el subsidio a los consumidores en lugar de a los productores. ¿Cuál sería el precio neto de equilibrio pagado por los consumidores en este caso? **170/6**. La cantidad de equilibrio sería **20/3**.

16.2 (0) Las funciones de oferta y de demanda de ruecas, donde *p* es el precio en euros, son:

$$D(p) = 40 - p$$
$$D(p) = 10 + p$$

Dibuja en el gráfico siguiente en color azul las curvas de oferta y de demanda.



(a) El precio de equilibrio de ruecas es **15** y la cantidad de equilibrio es **25**.

(b) Supongamos que el Gobierno decide restringir la producción de la industria de manera que se vendan solamente 20 ruecas. ¿A qué precio serán demandadas estas 20 ruecas? **20**. ¿Cuántas ofrecerán los productores a ese precio? **30**. ¿A qué precio ofrecerán los productores solamente 20 unidades? **10** euros.

(c) El gobierno quiere asegurarse de que sólo se venden 20 ruecas, pero no desea que las empresas productoras perciban un precio superior al precio mínimo al cual podrían vender las 20 ruecas. Una manera de obtener este resultado consiste en emitir 20 cupones de adquisición: para adquirir una rueca un consumidor tiene que presentar uno de estos cupones además del dinero necesario para la compra. Si los cupones se compraran y vendieran libremente en el mercado, ¿cuál sería su precio de equilibrio? **10** euros.

(d) En el gráfico anterior, colorea el área que corresponde a la pérdida neta causada por la restricción de la oferta a sólo 20 ruecas. ¿Cuál es el valor de la pérdida, expresado en euros ? (Pista: ¿cuál es la fórmula para determinar el área de un triángulo?) **25 euros**.

16.3 (0) La curva de demanda de lecciones de esquí viene dada por $D(p_D) = 100 - 2p_D$ y la curva de oferta por $O(p_O) = 3p_O$.

(a) ¿Cuál es el precio de equilibrio? **20** euros. ¿Cuál es la cantidad de equilibrio? **60**.

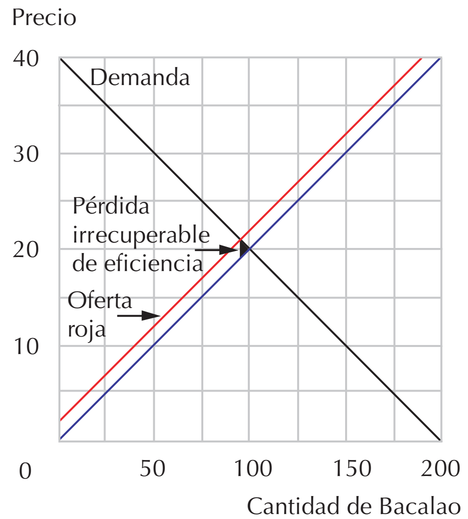
(b) Se implanta un impuesto de la euros por cada lección de esquí que deben pagar íntegramente los consumidores. Escribe una ecuación que relacione el precio pagado por los consumidores con el precio cobrado por los oferentes $\boldsymbol{p_D = p_O + 10}$. Escribe una ecuación que iguale la oferta con la demanda. $\boldsymbol{100 - 2p_D = 3p_O}$.

(c) Resuelve este sistema de dos ecuaciones determinando el valor de las dos incógnitas p_O y p_D. Considerando el impuesto de 10 euros, el precio de equilibrio p_D pagado por los consumidores sería de **26** euros. por cada lección de esquí. El número total de lección es impartidas sería **48**.

(d) Un senador procedente de una región montañosa sugiere que, aunque los consumidores de lecciones de esquí son ricos y merecen ser gravados, los instructores de esquí son pobres y merecen un subsidio. Propone un subsidio de 6 euros por lección a los instructores, manteniendo el impuesto de 10 euros sobre los consumidores. ¿Tendría esta propuesta efectos distintos sobre los instructores o los consumidores del que tendría un impuesto de 4 euros por lección? **No**.

16.4 (0) La función de demanda del bacalao salado es $D(P) = 200 - 5P$ y la función de oferta es $O(P) = 5P$.

(a) Representa en color azul en el gráfico siguiente la curva de demanda y la curva de oferta. En equilibrio, el precio de mercado es **20** euros y la cantidad vendida de bacalao salado es **100**.



(b) Se implanta un impuesto de 2 euros por cada unidad vendida de bacalao salado. Dibuja en color rojo la nueva curva de oferta teniendo en cuenta que el precio en el eje vertical continúa siendo el precio por unidad pagado por los consumidores. El nuevo precio de equilibrio pagado por los consumidores es **21** euros y el nuevo precio cobrado por los oferentes es **19** euros. La cantidad vendida en equilibrio será **95**.

(c) La pérdida irrecuperable de bienestar ocasionada por este impuesto es **5 = 2 × 5/2**. Colorea en el gráfico el área correspondiente a esta pérdida irrecuperable de bienestar.

16.5 (0) La función de demanda de ovejas merinas es $D(P) = 100/P$ y la función de oferta es $O(P) = P$.

(a) ¿Cuál es el precio de equilibrio? **10 euros**.

(b) ¿Cuál es la cantidad de equilibrio? **10**.

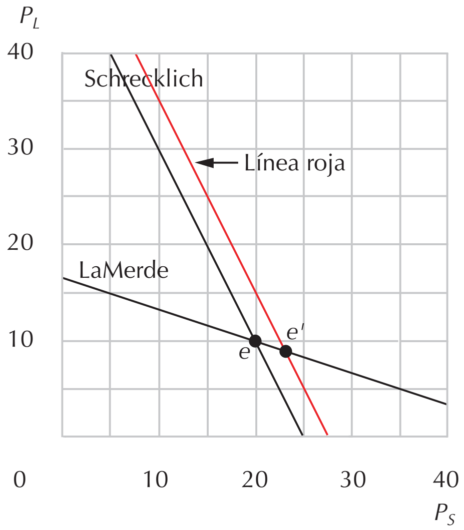
(c) Se implanta un impuesto *ad valorem* del 300% sobre las ovejas merinas de manera que el precio pagado por los consumidores es cuatro veces mayor al precio cobrado por los oferentes. ¿Cuál es ahora el precio de equilibrio pagado por los consumidores de ovejas merinas? **20 euros**. ¿Cuál es el precio de equilibrio cobrado por los oferentes? **5 euros**. ¿Cuál es la cantidad de equilibrio? **5**.

16.6 (0) Schrecklich y LaMerde son dos pintores impresionistas del siglo XIX justificadamente desconocidos. La producción total de cuadros de Schrecklich que se conservan en el mundo es de 100 y la producción total de cuadros de LaMerde que se conservan en el mundo es de 150. Los entendidos consideran que los dos pintores tienen estilos muy similares. Por lo tanto, la demanda relativa a los cuadros de cada pintor depende no sólo del precio de su propia obra, sino también del precio de la obra del otro pintor. La función de demanda de los cuadros de Schrecklich es $D_S(P) = 200 - 4P_S - 2P_L$, y la función de demanda de los cuadros de LaMerde es $D_L(P) = 200 - 3P_L - P_S$, donde P_S y P_L son respectivamente el precio en dólares de una obra de Schrecklich y de una obra de LaMerde.

(a) Escribe un sistema de dos ecuaciones que iguale la demanda de la obra de cada pintor con la oferta. **Las ecuaciones son $200 - 4P_S - 2P_L = 100$ y $200 - 3P_L - P_S = 150$**.

(b) Resolviendo estas dos ecuaciones podemos determinar que el precio de equilibrio de un cuadro de Schrecklich es **20** y el precio de equilibrio de un cuadro de LaMerde es **10**.

(c) En el gráfico siguiente traza una línea que represente todas las combinaciones de precios de la obra de Schrecklich y LaMerde, de tal manera que la oferta de cuadros de Schrecklich sea igual a la demanda de cuadros de Schrecklich. Traza una segunda línea que represente las combinaciones de precios de la obra de LaMerde, de manera que la demanda de cuadros de LaMerde sea igual a la oferta de cuadros de Schrecklich. Señala con la letra *E* la única combinación de precios en la cual ambos mercados están en equilibrio.

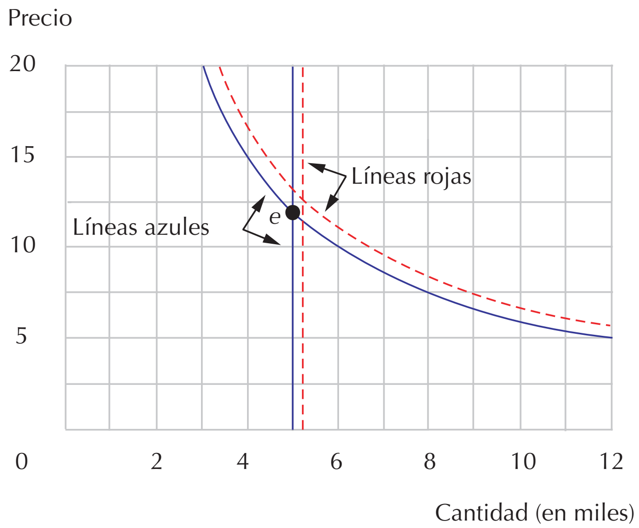


(d) Un incendio en una bolera de Hamtramck, Michigan, ha destruido una de las mayores colecciones de cuadros de Schrecklich. Las llamas han devorado un total de 10 cuadros de Schrecklich. Después del incendio el precio de equilibrio de los cuadros de Schrecklich es **23** y el de los cuadros de LaMerde es **9**.

(e) En el gráfico anterior, traza una línea en color rojo que muestre los lugares geométricos de las combinaciones de precios a las cuales la demanda de los cuadros de Schrecklich después del incendio es igual a la oferta de los cuadros de Schrecklich. Indica con E' la nueva combinación de equilibrio.

16.7 (0) La elasticidad del precio de la demanda de avena es constante e igual a –1. Cuando el precio de la avena es 10 euros por unidad, la cantidad total demandada es 6.000 unidades.

(a) Escribe la ecuación de la función de demanda $\boldsymbol{q = 60.000/p}$ y representa la curva de demanda en color azul en el gráfico siguiente. (Pista: si la curva de demanda presenta una elasticidad del precio igual a ε, entonces $D(p) = ap^{\varepsilon}$ para una constante cualquiera a. Utiliza los datos del problema para determinar los valores correspondientes a las constantes a y ε aplicables a este caso particular.)



(b) Si la oferta es perfectamente inelástica cuando hay 5.000 unidades, ¿cuál es el precio de equilibrio? **12 euros**. Representa en el gráfico la curva de oferta e identifica el punto de equilibrio con la letra *E*.

(c) Supongamos que la curva de demanda se desplaza hacia fuera un 10%. Escribe la nueva ecuación de la función de demanda. $\boldsymbol{q = 66.000/p}$. Supongamos que la curva de oferta permanece vertical, pero se desplaza a la derecha un 5%. Determina el nuevo precio de equilibrio. **12,15**. Y la nueva cantidad de equilibrio. **5.250**.

(d) ¿En qué porcentaje aproximadamente ha aumentado el precio de equilibrio? **Alrededor de un 5 por ciento**. Dibuja en color rojo en el gráfico la nueva curva de demanda y la nueva curva de oferta.
(e) Supongamos que en el apartado anterior la curva de demanda se desplaza hacia fuera en un x% y que la curva de oferta se desplaza hacia la derecha en un y%. ¿En qué porcentaje aproximadamente aumentará el precio de equilibrio? **Alrededor de ($\boldsymbol{x - y}$) por ciento**.

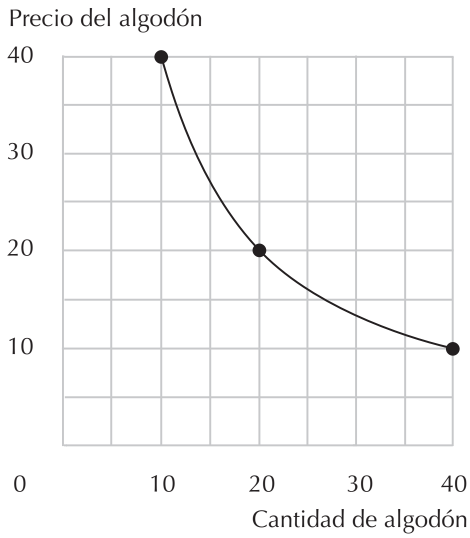
16.8 (0) Un historiador económico* señala que algunos estudios econométricos indican que, en el periodo precedente a la Guerra Civil de Estados Unidos desde 1820 a 1860, la elasticidad del precio

* Cavin Wright, *The Political Economy of the Cotton Soutli,* W. W. Norton, 1978.

respecto a la demanda de algodón procedente de los Estados del Sur era aproximadamente igual a –1. Debido a la rápida expansión de la industria textil en Gran Bretaña, la curva de demanda del algodón proveniente de Estados Unidos se estima que se desplazó hacia arriba alrededor del 5% anual a lo largo de este periodo.

(a) Si durante este periodo la producción de algodón en Estados Unidos creció en un 3%, anual, ¿cuál tuvo que ser (aproximadamente) la tasa de la variación del precio del algodón durante este periodo? **Subió alrededor de un 2%**.

(b) Suponiendo que la elasticidad-precio es constante e igual a –1 y que cuando el precio es de 20 dólares, la cantidad también es de 20, representa la curva de demanda de algodón. ¿Cuáles son los ingresos totales si el precio es igual a 20 dólares? **400**. ¿Cuáles son los ingresos totales si el precio es igual a 10 dólares? **400**.



(c) Para que la variación en la cantidad de algodón ofertada por Estados Unidos se pueda interpretar como un desplazamiento a lo largo de una curva de oferta a largo plazo de pendiente positiva, ¿cuál tendría que ser la elasticidad de la oferta? (Pista: desde 1820 a 1860 la cantidad producida aumentó alrededor del 3% anual y el precio aumentó el **2%** anual. (Revisa tu respuesta anterior.) Si la variación en la cantidad corresponde a un de aplazamiento a lo largo de la curva de oferta a largo plazo, ¿cuál tiene que ser entonces la elasticidad del precio a largo plazo?) **1,5%**.

(d) La Guerra Civil norteamericana, iniciada en 1861, tuvo un efecto devastador sobre la producción de algodón en los Estados del Sur, que disminuyó aproximadamente en un 50% y se mantuvo en ese nivel durante toda la guerra. ¿Cuál hubieras previsto tú que sería el efecto de la guerra sobre el precio del algodón? **Se habría duplicado si la demanda no hubiera variado**.

(e) ¿Cuál hubiera sido el efecto sobre los ingresos totales de los productores de algodón de los Estados del Sur? **Dado que la demanda tiene una elasticidad de –1, el ingreso no variaría**.

(f) La expansión de la industria textil británica terminó en la década de los sesenta y durante el resto del siglo XIX la curva de demanda del algodón procedente de Estados Unidos se mantuvo prácticamente invariable. Alrededor de 1900 los Estados del Sur recuperaron casi por completo su nivel de

producción anterior a la guerra. ¿Qué crees que sucedió entonces con el precio del algodón? **Volvió a sus niveles iniciales**.

16.9 (0) El número de botellas de jerez demandadas al año es de 1.000.000 – 60.000P, donde P representa el precio por botella expresado en euros. El número de botellas ofertadas es 40.000P.

(a) ¿Cuál es el precio de equilibrio? **10 euros**. ¿Cuál es la cantidad de equilibrio? **400.000**.

(b) Supongamos que el Gobierno instituye un nuevo impuesto, de manera que el productor del vino tiene que pagar 5 euros por botella por cada botella que produce. ¿Cuál es el nuevo precio de equilibrio pagado por los consumidores? **12 euros**. ¿Cuál es el nuevo precio cobrado por los oferentes? **7 euros**. ¿Cuál es la nueva cantidad de equilibrio? **280.000**.

16.10 (0) La función inversa de demanda de bananas es $P_d = 18 - 3Q_d$ y la función inversa de oferta es $p_o = 6 + Q_O$, donde los precios se expresan en céntimos.

(a) Si no se aplica ningún impuesto ni ningún subsidio, ¿cuál es la cantidad de equilibrio? **3**. ¿Cuál es el precio de equilibrio de mercado? **9 céntimos**.

(b) Si se les concede a los productores de bananas un subsidio de 2 céntimos por medio kilo, entonces, en equilibrio, se tiene que cumplir que la cantidad demandada sea igual a la cantidad ofertada, pero ahora el precio cobrado por los vendedores es 2 céntimos más elevado que el precio pagado por los consumidores. ¿Cuál es la nueva cantidad de equilibrio? **3/5**. ¿Cuál es el nuevo precio de equilibrio cobrado por los vendedores? **9,5 céntimos**. ¿Cuál es el nuevo precio de equilibrio pagado por los consumidores? **7,5 céntimos**.

(c) Expresa la variación del precio como porcentual del precio inicial. **–16,66%**. Si la elasticidad cruzada de la demanda de bananas y albaricoques es +0,5, ¿cómo variará la cantidad de albaricoques demandada como consecuencia del subsidio sobre la producción de bananas si el precio de los albaricoques permanece constante? (Expresa tu respuesta en relación con la variación porcentual.) **–8,33 %**.

16.11 (1) El rey Kanuta gobierna una pequeña isla del trópico, el Atolón del Pelotón, cuya producción primaria son los cocos. Si el precio de los cocos es P, entonces los súbditos del rey Kanuta demandarán $D(P) = 1.200 - 100P$ cocos a la semana para su propio consumo, y el número de cocos que ofrecerán los productores de coco de la isla será $O(p) = 100P$.

(a) El precio de equilibrio de los cocos será **6** y la cantidad de equilibrio ofertada será **600**.

(b) Un día el rey Kanuta decidió implantar un impuesto a sus súbditos para almacenar cocos en la Despensa Real. El rey manda que todos los súbditos que consuman un coco tienen que entregarle otro coco a modo de impuesto, de manera que si un súbdito decide consumir 5 cocos tendrá que aprovisionarse de 10 y entregar 5 de ellos al rey. Si p_O es el precio cobrado por los vendedores, ¿cuánto le cuesta a un súbdito del rey adquirir un coco para su propio consumo? **2p_O**.

(c) Si p_O es el precio pagado a los vendedores, ¿cuántos cocos demandarán los súbditos del rey para su propio consumo? (Pista: expresa p_D con relación a p_O y sustituye el valor en la función de demanda.) **Dado que $p_D = 2p_O$, consumen 1.200 – 200 p_O.**

(d) Como el rey consume un coco por cada coco consumido por sus súbditos, la cantidad total demandada por el rey y sus súbditos es el doble de la cantidad demandada por los súbditos. Por lo tanto, si el precio cobrado por los oferentes es p_O, el número total de cocos demandados a la semana por el rey Kanuta y sus súbditos es **2.400 – 400p_O**.

(e) Determina el valor de equilibrio de p_O **24/5**, la cantidad total de cocos producidos en equilibrio es **480** y la cantidad de cocos consumidos en equilibrio por los súbditos del rey Kanuta **240**.

(f) Los súbditos del rey Kanuta están resentidos por tener que pagarle al rey con cocos adicionales, así que se extienden rumores de revolución por palacio. Preocupado por esta atmósfera hostil el rey modifica su impuesto sobre los cocos. Ahora serán los vendedores de cocos los responsables de pagar el impuesto. Por cada coco vendido, los vendedores tendrán que entregar un coco al rey. Como consecuencia de esta modificación tributaria los cocos que se vendan a los consumidores serán **480/2 = 240**, los vendedores reciben **24/5** por coco después de pagar el impuesto al rey y los consumidores pueden adquirir un coco al precio de **48/5**.

16.12 (1) El 29 de agosto de 2005, el huracán Katrina causó graves daños en las instalaciones petrolíferas del Golfo de México, Aunque estos daños pudieron repararse finalmente, provocaron una considerable disminución de la oferta de gasolina a corto plazo en Estados Unidos. Los precios de la gasolina al por menor subieron rápidamente en muchas zonas alrededor de un 30%, situándose en promedio en 3,06 dólares por galón.

Sonny Perdue, gobernador de Ceorgia, suspendió hasta el l de octubre la recaudación del impuesto sobre la gasolina de 7,5 centavos de dólar por galón y del impuesto del 4% sobre las ventas de gasolina. «Creo que es un craso error que el Estado recaude unos ingresos fiscales extraordinarios en este momento de emergencia y tragedia», dijo el gobernador Perdue. Los legisladores de otros Estados consideraron la posibilidad de adoptar medidas parecidas.

Apliquemos el análisis de oferta y demanda a este problema. Antes del huracán, Estados Unidos consumía alrededor de 180 millones de galones de gasolina al día, de los cuales unos 30 millones procedían del Golfo de México. A corto plazo, la oferta de gasolina es extraordinariamente inelástica y depende de la capacidad de refino y de transporte. Supongamos que la oferta diaria a corto plazo de gasolina era perfectamente inelástica e igual a 180 millones de galones antes del huracán y perfectamente inelástica e igual a 150 millones después. Supongamos que la función de demanda, expresada en millones de galones al día, viene dada por $Q = 240 - 30P$, donde P es el precio en dólares, incluido el impuesto, que pagan los consumidores por la gasolina.

(a) ¿Cuál era el precio de equilibrio de mercado de la gasolina antes del huracán? **2 dólares** ¿Y después? **3 dólares**.

(b) Supongamos que tanto antes como después del huracán, se cobra un impuesto de 10 centavos por cada galón de gasolina que se vende en Estados Unidos. ¿Cuánto dinero recibirían los oferentes por galón de gasolina antes del huracán? **1,90** ¿Y después? **2,90 dólares**.

(c) Supongamos que, después del huracán, el Gobierno Federal suprimió el impuesto sobre la gasolina. ¿Cuál sería en ese caso el precio de equilibrio pagado por los consumidores? **3**. ¿Cuánto dinero percibirían los oferentes por galón de gasolina? **3**. ¿Cuántos ingresos dejaría de recaudar el Estado diariamente por suprimir el impuesto? **15 millones**. ¿Qué efecto neto produce la supresión del impuesto en los precios de la gasolina? **Ninguno**. ¿Quiénes se benefician y quiénes resultan perjudicados por la supresión del impuesto? **Los oferentes de gasolina se benefician y el Estado pierde 15 millones de dólares al día**.

(d) Supongamos que, después del huracán, se suprime el impuesto de 10 centavos en unos Estados, pero no en otros. Los Estados en los que se suprime representan la mitad de la demanda de Estados Unidos. Por lo tanto, la ecuación de la curva de demanda en cada mitad del país es $Q = 120 - 15P$, donde P es el precio que pagan los consumidores en esa parte del país. Sea P^* el precio de equilibrio para los consumidores de la parte del país en la que se suprime el impuesto. En condiciones de equilibrio, los oferentes deben percibir el mismo precio por galón en todas las partes del país. Por lo tanto, el precio de equilibrio de los consumidores de los Estados que mantienen el impuesto debe ser $P^*\$ + 0{,}10\$$. En condiciones de equilibrio, la cantidad total demandada de gasolina en las dos partes del país debe ser igual a la oferta total. Formula una ecuación de la demanda total en función de P^*. $\boldsymbol{Q = 120 - 15P^* + 120 - 15(P^* + 0{,}10\$)}$. Iguala la demanda y la oferta y halla el precio pagado por los consumidores de los estados que suprimen el impuesto **2,95** y el precio pagado por los consumidores de los estados que no suprimen el impuesto. $\boldsymbol{P^* = 3{,}05}$. ¿Cuánto dinero reciben los oferentes por galón de gasolina vendido en cada estado? 2,95. ¿Cómo afecta la supresión del impuesto al consumo diario de gasolina en cada grupo de estados? **Aumenta el consumo en 0,75 millones de galones en los Estados que suprimen el impuesto y reduce el consumo en 0,75 millones de galones en los Estados que no lo suprimen**.

(e) Si la mitad de los Estados suprime el impuesto sobre la gasolina, como hemos descrito antes, el bienestar de algunos será mayor y el de otros peor que si se mantuviera el impuesto. Describe las ganancias o las pérdidas de cada uno de los siguientes grupos.

- Los consumidores de los Estados que suprimen el impuesto. **Ganan con la reducción del precio 5 centavos**.
- Los consumidores de otros Estados. **Pierden con la subida del precio 5 centavos**.
- Los oferentes de gasolina. **Ganan con el aumento de los ingresos por galón 5 centavos**.
- Los Gobiernos de los Estados que suprimen el impuesto. **Pierden 15 millones de dólares diarios de ingresos**.
- Los Gobiernos de los Estados que no suprimen el impuesto. **Pierden 75.000 dólares diarios debido a que el consumo disminuye 0,75 millones de galones al día**.

16.13 (2) Los ciudadanos de Cefironia sólo consumen dos bienes y no comercian con el resto del mundo. En Cefironia, hay una oferta fija de trabajo, que puede utilizarse para producir cualquiera de los dos bienes. El bien 1 se produce con rendimientos constantes de escala, utilizando una unidad de trabajo para cada unidad de producción. El bien 1 no genera externalidades. El bien 2 también se produce con rendimientos constantes de escala, utilizando una unidad de trabajo para cada unidad de producción, pero cada unidad del bien 2 que se produce también genera una unidad de contaminación. Ambas industrias son perfectamente competitivas. Cefironia tiene 1.000 habitantes y cada uno de los habitantes de esta economía ofrece 10 unidades de trabajo y tiene una función de utilidad cuasilineal

$$U(x_1, x_2, s) = x_1 + 4x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{1.000}s,$$

donde x_1 y x_2 son sus consumos de los bienes 1 y 2 y donde 5 es la cantidad total de contaminación generada por la producción del bien 2. La moneda de Cefironia se conoce con el nombre de pufo. Consideraremos que el trabajo es el *numerario,* por lo que cada consumidor tiene una renta de 10 pufos.

(a) Si no se controla la contaminación, en el equilibrio competitivo el precio de cada bien debe ser igual al coste marginal de producirlo. El coste marginal del bien 1 es de **1 pufo** y el del bien 2 es de **1 pufo**. Supongamos que los ciudadanos suponen que sus propias compras producen un efecto inapreciable en los niveles de contaminación. En ese caso, cada ciudadano elige los valores de x_1 y x_2 que maximizan la utilidad sujeta a la restricción presupuestaria $\boldsymbol{x_1 + x_2 = 10}$. Cada ciudadano decidirá consumir **3** unidades de x_2. La producción total del bien 2 en Cefironia será de **3.000** unidades y la cantidad total de contaminación generada será de **3.000** unidades. La utilidad total de cada ciudadano de Cefironia será ***u*(7, 3, 3.000) = 11,5**.

(b) Supongamos que el Gobierno establece un impuesto de 1 pufo por cada unidad de contaminación que genere cualquier empresa y reparte los ingresos recaudados con el impuesto entre todos los ciudadanos por igual. En ese caso, el coste marginal de producir una unidad del bien 2 aumentará a **2 pufos** y, como la industria es competitiva, el precio del bien 2 será de **2 pufos**. Supongamos que los ciudadanos no tienen en cuenta el diminuto efecto que producen sus propias compras en el nivel de contaminación y en la cantidad que les devuelve el Estado. En ese caso, cada uno decidirá consumir **2** unidades del bien 2 y la cantidad total de contaminación será de **2.000**. Los ingresos totales que generará al Estado el impuesto sobre la contaminación serán de **2.000 pufos**. Por tanto, cada ciudadano recibirá una devolución de **2 pufos**, por lo que tendrá una renta total de **12**, incluidos los salarios y la devolución de impuestos. Por consiguiente, cada consumidor consumirá **8** unidades del bien 1, **2** unidades del bien 2 y experimentará **2.000** unidades de contaminación. La utilidad de cada consumidor ahora será ***u*(8, 2, 2000) = 12**.

(c) Si hemos resuelto correctamente el apartado anterior, habremos observado que con un impuesto sobre la contaminación de 1 pufo por unidad de contaminación producida, el nivel total de contaminación generada será de 2.000 unidades. Supongamos que el gobierno, en lugar de gravar la contaminación, obligara a las empresas a obtener un permiso de contaminación por cada unidad de contaminación que produzcan y expida exactamente 2.000 permisos de contaminación. Supongamos que los productores del bien 2 compran y utilizan estos permisos. ¿Cuántas unidades del bien 2 se producirán? 2.000. ¿A qué precio será la demanda total del bien 2 igual a 2.000? 2 (Pista: la demanda del bien 2 por parte de cada ciudadano viene dada por la ecuación $x_1 = 4 - p_2$. La demanda del mercado es la demanda total de 1.000 ciudadanos como éste, por lo que la demanda del mercado es $D(p_2)$ = 4.000 – 1.000p_2. En condiciones de equilibrio, la cantidad total demandada del bien 2 debe ser igual a la oferta).

(d) (Para subir nota.) Demuestra que un impuesto de t = 1 pufo por unidad de contaminación es el tipo impositivo que reportaría la máxima utilidad total a los consumidores. **Con un impuesto de *t*, el precio del bien 2 es 1 + *t* y cada ciudadano consume 3 – *t* unidades del bien 2. La contaminación total es *s* = 1.000(3 – *t*), los ingresos del Estado son 1.000*t*(3 – *t*), cada ciudadano recibe una devolución de impuestos de *t*(3 – *t*). Cada consumidor consume 10 + *t*(3*t* – *t*) – (1 + *t*)(3 – *t*) unidades del bien 1, 3 – *t***

unidades del bien 2 y experimenta 1.000(3 – t) unidades de humo. Calculando la utilidad y simplificando, observamos que cada uno tiene una utilidad de (3/2)(3 – t) (1 + t), que se maximiza cuando t = 1.

16.14 (2) Suponga que en Cefironia todo es igual que en el problema anterior, con la salvedad de que hay otras formas de producir el bien 2, algunas de las cuales contaminan menos que otras. Un método de producción que emite z unidades de contaminación por unidad de producción requiere $c(z)$ unidades de trabajo por unidad de producción, donde

$$c(z) + 2 + z^2 - 2z.$$

(a) Si no hay un impuesto sobre la contaminación, las empresas elegirán la tecnología que minimiza los costes laborales por unidad. Para eso, eligen z = **1** y, en ese caso, el coste marginal de una unidad del bien 2 será de **1 pufo**. En el equilibrio competitivo, el precio del bien 1 será de 1 pufo y el del bien 2 será de **1 pufo**. La cantidad total demandada del bien 2 en Cefironia será de **3.000 unidades** y la cantidad de contaminación generada será de **3.000 unidades**.

(b) Suponga que los productores tienen que pagar un impuesto de 1 pufo por unidad de contaminación generada. Una vez más, elegirán una tecnología que minimice su coste por unidad. Cuando tengan en cuenta el impuesto, sus costes de producción por unidad serán

$$c(z) - tz = 2 + z^2 - 2z - + z = 2 + z^2 - z,$$

donde z es la cantidad de contaminación generada por unidad de producción. ¿Qué nivel de z elegirán? **z = 1/2**. Con esta elección, ¿cuál es el coste unitario de los productores del bien 2 incluido el impuesto? **7/4 pufos**. ¿Cuál es el precio de equilibrio del bien 2? **7/4 pufos**. A este precio, ¿qué cantidad se producirá del bien 2? **2.250 unidades**. ¿Cuál es la cantidad total de contaminación que se generará? **2.250 × 1/2 = 1.125**.

(c) Suponga, por el contrario, que el Gobierno exige permisos de contaminación y expide 1.125 permisos. Con 1.125 permisos, ¿cuántas unidades se producirán del bien 2? **2.250**. Halle el precio del bien 2 con el que la oferta es igual a la demanda cuando se produce este número de unidades. **7/4 pufos**.

17 Las subastas

Introducción

Las subastas se describen por medio de una serie de reglas. Éstas especifican los procedimientos que deben seguir los participantes para pujar y la forma en que el conjunto de ofertas presentadas determina quién recibe el objeto que se vende y cuánto paga cada postor. Los que tratan de vender un objeto por medio de una subasta normalmente no saben cuál es la disposición a pagar de los posibles compradores, pero tienen algunas expectativas probabilísticas. A los vendedores les interesa encontrar reglas que maximicen el ingreso que esperan obtener por la venta del objeto.

A los planificadores sociales suele interesarles no sólo el ingreso generado por los métodos de subasta, sino también su *eficiencia*. En ausencia de externalidades, la subasta de un solo objeto sólo será eficiente si éste se vende al comprador que más lo valora.

17.1 (1) En la casa de subastas de Tobías, se subasta una hermosa cabeza de alce disecada. Hay 5 postores: Aina, Eladio, Ambrosio, Julia y Matías. La cabeza vale 100 euros para Aina, 20 para Eladio y 5 para los demás. Los postores no coluden y no conocen las valoraciones de los demás.

(a) Si el subastador la vende en una subasta inglesa, ¿quién consigue la cabeza y cuánto pagaría aproximadamente por ella? **Aina la conseguiría por 20 euros**.

(b) Si el subastador la vende en una subasta mediante plicas y la adjudica al mejor postor al segundo mejor precio y si ningún postor sabe cuáles son los valores que tiene la cabeza para los demás, ¿cuánto debería ofrecer Aina para maximizar su ganancia esperada? **100.** ¿Cuánto debería ofrecer Eladio? **20**. ¿Cuánto ofrecería cada uno de los demás? **5 euros**. ¿Quién conseguiría la cabeza y cuánto pagaría por ella? **Aina la conseguiría por 20 euros**.

17.2 (2) Klaus Plaff vende maquinaria usada de construcción en una tranquila ciudad alemana. Se ha quedado sin dinero y necesita conseguir alguno rápidamente vendiendo una vieja *bulldozer*. Si no la vende a un cliente hoy, tendrá que vendérsela a un mayorista por 1.000 euros. Hay dos tipos de personas interesadas en comprar *bulldozers*. Hay conductores profesionales de *bulldozer* y personas que sólo las utilizan con fines recreativos los fines de semana. Klaus sabe que un profesional estaría dispuesto a pagar 6.000 euros por su *bulldozer*, pero no más; mientras que un usuario de fin de semana estaría dispuesto a pagar 4.500, pero no más. Klaus pone un anuncio en su ventana: «Hoy, subasta de una excavadora *bulldozer*». Klaus se decepciona cuando descubre que sólo acuden a la subasta dos posibles compradores. Evidentemente éstos no se conocen. Klaus cree que la probabilidad de que cualquiera de los dos sea un profesional es independiente de lo que sea el otro y que cada uno de ellos tiene una probabilidad de 1/2 de ser un profesional y una probabilidad de 1/2 de ser un usuario de fin de semana. Klaus considera las tres maneras siguientes de vender la *bulldozer*:

- **Método 1.** Anunciar un precio de 6.000 euros y, si nadie quiere la *bulldozer* a ese precio, vendérselo al mayorista.
- **Método 2.** Anunciar un precio igual al valor de compra que tiene para un usuario de fin de semana y vendérsela al que ofrezca ese precio.
- **Método 3.** Hacer una subasta mediante plicas y vender la *bulldozer* al mejor postor a la oferta del segundo mejor postor (si hay empate, elegir al azar a uno de los mejores postores y vender la *bulldozer* a este postor al precio pujado por los dos).

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos posibles compradores sean profesionales? **1/4**. ¿Qué probabilidad hay de que sean usuarios de fin de semana? **1/4**. ¿Qué probabilidad hay de que uno de ellos sea de cada tipo? **1/2**.

(b) Si Klaus utiliza el método 1, ¿qué probabilidad hay de que pueda vender la *bulldozer* a uno de los dos compradores? **3/4**. ¿Qué probabilidad hay de que tenga que vendérselo al mayorista? **1/4**. ¿Cuál es su ingreso esperado? $\left(\frac{3}{4}\right)\times 6.000+\left(\frac{1}{4}\right)\times 1.000 = 4.750$.

(c) Si Klaus utiliza el método 2, ¿cuánto recibirá por su *bulldozer*? **4.500 euros**.

(d) Supón que Klaus utiliza el método 3 y que los dos posibles compradores pujan racionalmente. Si ambos son profesionales, ¿cuánto ofrecerá cada uno? **6.000 euros**. ¿Cuánto recibirá Klaus por su *bulldozer*? **6.000 euros**. Si uno de ellos es un profesional y el otro es un usuario de fin de semana, ¿qué ofertas recibirá Klaus? **6.000 del profesional y 4.500 del usuario ocasional**. ¿Quién conseguirá la *bulldozer*? **El profesional**. ¿Cuánto dinero obtendrá Klaus por su *bulldozer*? **4.500 euros**. Si ambos postores son usuarios de fin de semana, ¿cuánto ofrecerá cada uno? **4.500 euros**. ¿Cuánto recibirá Klaus por su *bulldozer*? **4.500 euros**. ¿Qué ingreso espera obtener Klaus por la venta del *bulldozer* mediante el método 3? $\left(\frac{1}{4}\right)\times 6.000+\left(\frac{3}{4}\right)\times 4.500 = 4.875$.

(e) ¿Cuál de los tres métodos permitirá a Klaus obtener el máximo ingreso esperado? **Método 3**.

17.3 (2) Veamos de nuevo el caso de nuestro afligido amigo Klaus Plaff. En esta ocasión veremos una versión algo generalizada de este mismo problema. No varía nada, salvo que la disposición de los usuarios de fin de semana a pagar es una cantidad $C < 6.000$ euros, que es conocida por Klaus. En el problema anterior analizamos el caso especial en el que $C = 4.500$ euros. Ahora queremos ver de qué manera el método de venta que reporta a Klaus el mayor ingreso esperado depende de la cuantía de C.

(a) ¿Qué ingreso esperará obtener Klaus si anuncia un precio igual al precio de reserva de los profesionales? **(3/4) × 6.000 euros + (1/4) × 1.000 euros = 4.750 euros**.

(b) Si Klaus anuncia un precio igual al precio de reserva C de los usuarios de fin de semana, ¿cuál es su ingreso esperado? ***C* euros**.

(c) Si Klaus vende su *bulldozer* utilizando el método 3, la subasta mediante plicas en la que el objeto se adjudica al mejor postor al segundo mejor precio, ¿cuál es su ingreso esperado? La respuesta es una función de *C*. **(1/4) × 6.000 euros + (3/4) × *C* euros = 1.500 euros + (3/4) *C* euros**.

(d) Demuestre que utilizando el método 3 Klaus obtiene un ingreso esperado más alto que utilizando el método 2 si *C* < 6.000 euros. **Con el método 3, cada postor ofrecerá su verdadera valoración. Si los dos postores tienen valoraciones de 6.000 euros, obtendrá 6.000 euros. De lo contrario, obtendrá *C* euros. Su ingreso esperado es, pues, de 1.500 euros + (3/4)*C*. Con el método 2 obtiene *C* euros. Pero 1.500 euros + (3/4)*C* × *C* siempre que *C* < 6.000 euros**.

(e) ¿Con qué valores de *C* es mayor el bienestar de Klaus con el método 2 que con el método 1? ***C* > (3/4)6.000 + (1/4)1.000 = 4.750 euros**.

(f) ¿Con qué valores de *C* es mayor el bienestar de Klaus con el método 1 que con el método 3? **Ocurre cuando 4.750 > 1.500 + 3/4 *C*, lo cual ocurre siempre que *C* < 4.333,33**.

17.4 (3) Transitamos de nuevo por las polvorientas calles del pueblo natal de Klaus Plaff. Todo es igual que en el problema anterior. Los profesionales que manejan *bulldozers* están dispuestos a pagar 6.000 euros por una y los usuarios de fin de semana están dispuestos a pagar *C* euros. Klaus está a punto de vender su *bulldozer* cuando aparece un posible tercer comprador. Klaus cree que este comprador, al igual que los otros dos, tiene las mismas probabilidades de ser un profesional que de ser un usuario de fin de semana y que estas probabilidades son independientes de los tipos de los otros dos.

(a) Con tres compradores, el ingreso que espera obtener Klaus utilizando el método 1 es **5.375**, el que espera obtener utilizando el método 2 es ***C*** y el que espera obtener utilizando el método 3 es **3.000 euros + (*C*/2)**.

(b) ¿Con qué valores de *C* reportaría el método 1 a Klaus un ingreso esperado más alto que cualquiera de los otros dos antes propuestos? ***C* > 4.750 euros**.

(c) ¿Con qué valores de *C* (de haber alguno) reportaría el método 2 a Klaus un ingreso esperado más alto que cualquiera de los otros dos antes propuestos? **Con ninguno**.

(d) ¿Con qué valores de *C* (de haber alguno) reportaría el método 3 a Klaus un ingreso esperado más alto que cualquiera de los otros dos antes propuestos? ***C* > 4.750 euros**.

17.5 (2) General Escúters ha decidido sustituir su vieja cadena de montaje por una nueva que utiliza principalmente robots. Hay dos contratistas que podrían construir la nueva cadena de montaje. General Escúters no sabe cuánto le costaría exactamente a cualquiera de los contratistas hacer este trabajo. Sin embargo, sus ingenieros y sus espías han descubierto que para cualquiera de los dos contratistas este coste tiene uno de los tres valores posibles siguientes: *H*, *M* y *L*, donde *H* > *M* > *L*. Lo más que han podido averiguar los espías de General Escúters es que la probabilidad de que el coste sea *H* es de 1/3 para cada contratista, la probabilidad de que sea *M* es de 1/3 y la probabilidad de que sea *L* es de 1/3, y que la distribución de probabilidades de los costes de cada contratista es independiente de la del otro. Cada contratista sabe cuáles son sus propios costes, pero piensa que los costes del otro tienen las mismas probabilidades de ser H, M o L. Ceneral Escúters confía en que los contratistas no coludan. Los contables de General Escúters han sugerido que la compañía acepte plicas de los dos contratistas para construir la cadena de montaje y que anuncie que adjudicará el contrato al que haga la oferta más baja, pero le pagará la cantidad ofrecida por el otro (si hay empate entre las dos ofertas, se seleccionará aleatoriamente uno de los dos contratistas para adjudicar el contrato). En este caso, como muestra el libro de texto en relación con la subasta de Vickrey, cada contratista observaría que le interesa ofrecer su verdadera valoración.

(a) Supongamos que General Escúters utiliza el mecanismo de la puja sugerido por los contables. ¿Qué probabilidades hay de que tenga que pagar L? **1/9**. (Pista: el único caso en el que paga L es aquel en el que ambos contratistas tienen un coste de L). ¿Qué probabilidades hay de que tenga que pagar H para que se haga el trabajo? **5/9**. (Pista: obsérvese que tiene que pagar H si al menos uno de los contratistas tiene unos costes de H). ¿Qué probabilidades hay de que tenga que pagar M? **1/3**. Formula una expresión del coste esperado del proyecto para General Escúters en función de las variables H, M y L. $\mathbf{5\boldsymbol{H}/9 + 3\boldsymbol{M}/9 + \boldsymbol{L}/9}$.

(b) Cuando le contaron al presidente de General Escúters, de aspecto distinguido y pelo cano, el sistema de puja sugerido por los contables, se indignó. «¡Qué sistema más estúpido! Cualquier tonto puede ver que es más rentable para nosotros pagar la oferta más baja de las dos. ¿Por qué íbamos a querer pagar la más alta en lugar de la más baja?», gritó. Un contable de aspecto tímido se armó de valor y respondió a la pregunta del presidente. ¿Qué crees que le respondió? **La cantidad que ofrecerán los contratistas depende de las reglas de la subasta. Si adjudica el contrato al postor que hace una baja oferta al precio que éste oferta, todos los postores ofrecerán una cantidad más alta que la que ofrecerían si adjudicara el contrato a la segunda oferta más baja**.

(c) El presidente hizo caso omiso de los contables y propuso el siguiente plan: «adjudiquemos el contrato por medio de plicas, pero sabiamente. Como sabemos que los costes de los contratistas son H, M o L, sólo aceptaremos ofertas de H, M o L y adjudicaremos el contrato al que haga la oferta más baja al precio que ofrezca (si hay empate, seleccionaremos aleatoriamente a uno de los postores y se lo adjudicaremos a él al precio que haya ofrecido)». Si se adopta el plan del presidente, ¿le merecería la pena a un contratista cuyos costes fueran L hacer la oferta L? (Pista: ¿cuáles son los beneficios del contratista si hace la oferta L y los costes son L? ¿Tiene posibilidades de obtener un beneficio positivo si hace la oferta M?) **No. Si ofrece *L*, está seguro de que obtendrá un beneficio nulo; si ofrece una cantidad mayor que esa, podría conseguir el contrato y obtener un beneficio**.

(d) Supón que se adopta el plan del presidente y que ambos contratistas utilizan la estrategia de ajustar sus ofertas de la siguiente manera: un contratista ofrecerá M si sus costes son L y ofrecerá H si sus costes son H o M. Si los contratistas utilizan esta estrategia, ¿cuál es el coste esperado del proyecto para General Escúters? $\mathbf{4\boldsymbol{H}/9 + 5\boldsymbol{M}/9}$. ¿Cuál de los dos planes tendrá un coste esperado menor para General Escúters? ¿El plan de los contables o el del presidente?* **El plan de los contables**.

(e) Aún no hemos demostrado que las estrategias antes propuestas de ajustar las ofertas sean estrate-

* El plan del presidente podría no haber dado tan mal resultado a General Escúters si no hubiera insistido en que las únicas ofertas aceptables fueran H, M y L. Si se hubiera permitido a los postores ofrecer cualquier cantidad comprendida entre L y H, el único equilibrio en las estrategias de puja implicaría el uso de estrategias mixtas y, si los contratistas utilizaran estas estrategias, el coste esperado del proyecto para General Escúters sería el mismo que con la subasta propuesta por los contables en la que el objeto se adjudica al mejor postor al segundo mejor precio.

gias de equilibrio para los postores. Aquí mostraremos que es así en el caso de algunos valores de H, M y L (pero no de todos). Supón que eres uno de los contratistas. Crees que el otro tiene las mismas probabilidades de tener unos costes de H, M o L y que ofrecerá H cuando sus costes sean M o H y ofrecerá M cuando sus costes sean L. Evidentemente, si tus costes son H, no te queda más remedio que ofrecer H. Si son M, tus beneficios esperados serán positivos si ofreces H y negativos o cero si ofreces L o M. ¿Y si son L? ¿Con qué valores de H, M y L será tu mejor estrategia ofrecer H? $\mathbf{3L5 + 2H/5 < M}$.

17.6 (3) En una subasta de alfombras antiguas quedan finalmente dos postores: Amalia y Bartolo. Se presenta la última alfombra y cada postor la observa. El vendedor dice que aceptará plicas de cada uno de los postores y venderá la alfombra al mejor postor al precio que ofrezca el mejor postor. Cada postor cree que el otro tiene las mismas probabilidades de valorar la alfombra en una cantidad comprendida entre 0 y 1.000 euros. Por lo tanto, para cualquier cifra X comprendida entre 0 y 1.000, cada postor cree que la probabilidad de que el otro valore la alfombra en menos de X es $X/1.000$. La alfombra vale, en realidad, 800 euros para Amalia. Si la consigue, su beneficio será la diferencia entre 800 euros y lo que paga por ella y, si no la consigue, su beneficio será cero. Quiere hacer su oferta de tal forma que maximice su beneficio esperado.

(a) Supón que Amalia piensa que Bartolo ofrecerá exactamente lo que vale la alfombra para él. Si ella ofrece 700 por la alfombra, ¿qué probabilidades hay de que la consiga? **7/10**. Si la consigue por 700 euros, ¿cuál es su beneficio? **100 euros**. ¿Cuál es su beneficio esperado si ofrece 700 euros? **70 euros**.

(b) Supón que Bartolo pagará exactamente lo que vale la alfombra para él. Si Amalia ofrece 600 euros por ella, ¿qué probabilidades tiene de conseguirla ella? **6/10**. ¿Cuál es su beneficio si consigue la alfombra por 600 euros? **200 euros**. ¿Cuál es su beneficio esperado si ofrece 600 euros? **120 euros**.

(c) Supón de nuevo que Bartolo ofrece exactamente lo que vale la alfombra para él. Si Amalia ofrece x euros por ella (donde x es una cifra comprendida entre 0 y 1.000), ¿qué probabilidades hay de que consiga la alfombra ella? $\mathbf{x/1.000}$. ¿Cuál es su beneficio si la consigue? **800 euros** $\mathbf{- x}$. Formula su beneficio esperado si ofrece x euros. $\mathbf{(800 - x)(x/1.000)}$ **euros**. Halla la oferta x que maximiza su beneficio esperado. (Pista: toma una derivada.) $\mathbf{x = 400}$.

(d) Vayamos un poco más allá para encontrar una respuesta general. Supongamos que el valor que tiene la alfombra para Amalia es V euros y que cree que Bartolo pujará exactamente lo que vale la alfombra para él. Formula el beneficio esperado de ella en función de las variables V y x si ella ofrece x euros. $\mathbf{(V - x)(x/1.000)}$ **euros**. Ahora calcula la oferta x euros que maximizará su beneficio esperado. (Pista: haz una derivada.) $\mathbf{x = V/2}$.

17.7 (3) Si has realizado correctamente el problema anterior, habrás observado que si Amalia cree que Bartolo ofrece exactamente lo que vale la alfombra para él, Amalia sólo ofrecerá la mitad de lo que vale para ella. Si es así, no parece razonable que Amalia crea que Bartolo ofrecerá todo su valor. Veamos qué sería lo mejor para Amalia si creyera que Bartolo sólo ofrecería lo que vale la alfombra para él.

(a) Si Bartolo siempre ofrece la mitad de lo que vale la alfombra para él, ¿cuál es la cantidad máxima que llegaría a ofrecer? **500 euros**. ¿Por qué nunca le resultaría rentable a Amalia ofrecer más de 500,01

euros? **Puede conseguirla con seguridad ofreciendo sólo algo más de 500 euros, ya que Bartolo nunca ofrecerá más de 500 euros**.

(b) Supón que la alfombra vale 800 euros para Amalia y que ésta ofrece 300 por ella. Amalia sólo conseguirá la alfombra si el valor que tiene ésta para Bartolo es inferior a **600 euros**. ¿Qué probabilidades hay de que Amalia consiga la alfombra si ofrece 300 euros por ella? **6/10**. ¿Cuál es su beneficio si ofrece 300 euros y la consigue? **500 euros**. ¿Cuál es su beneficio esperado si ofrece 300 euros? **300 euros**.

(c) Supón que la alfombra vale 800 euros para Amalia. ¿Qué probabilidades hay de que la consiga si ofrece x euros, donde x euros < 500 euros? **$2x/1.000$**. Formula su beneficio esperado en función de su oferta de x euros cuando la alfombra vale para ella 800 euros. **$(800 - x)2x/1.000$ euros**. ¿Qué oferta maximiza su beneficio esperando en este caso? **400 euros**.

(d) Supón que Amalia valora la alfombra en V euros y cree que Bartolo ofrecerá la mitad del verdadero valor que tiene para él. Muestra que lo mejor que puede hacer Amalia es ofrecer la mitad del verdadero valor que tiene para ella. **Maximizar $(V - x)2x/1.000$. La derivada con respecto a x es 0 cuando $x = V/2$**.

(e) Supón que Amalia cree que Bartolo ofrecerá la mitad del verdadero valor que tiene para él y Bartolo cree que Amalia ofrecerá la mitad del verdadero valor que tiene para ella. Supón también que ambos actúan para maximizar su beneficio esperado dadas estas creencias. ¿Se confirmarán estas creencias en el sentido de que dadas estas creencias, cada uno de ellos tomará la medida que espera el otro? **Sí**.

17.8 (2) La casa de subastas de Rodolfo celebra todos los martes subastas de automóviles usados mediante plicas. Cada automóvil usado se vende al mejor postor a la oferta realizada por el segundo mejor postor. En promedio, la mitad de los automóviles que se venden en esta casa de subastas son cacharros y la otra mitad son automóviles usados en buen estado. Un automóvil usado en buen estado vale 1.000 euros para cualquier comprador y un cacharro sólo vale 100 para cualquier comprador. Los compradores pueden examinar los automóviles usados durante unos minutos antes de que se subasten. Casi ninguno de los compradores que asisten a las subastas puede distinguir entre los automóviles en buen estado y los cacharros. La única excepción es Al Cárter que, a veces, pero no siempre, detecta los cacharros chupando el aceite de la varilla. Para Al, el aceite de las varillas de un automóvil en buen estado tiene invariablemente un sabor dulce y persistente. En cambio, el aceite de las varillas de 1/3 de los cacharros tiene un sabor agrio y ácido, mientras que el aceite de las varillas de los 2/3 restantes de los cacharros tiene el mismo sabor dulce que el de los automóviles en buen estado. Al asiste a todas las subastas, prueba todas las varillas y, teniendo en cuenta los resultados de su prueba, ofrece su valor esperado por cada automóvil.

(a) Este tipo de subasta es un ejemplo de subasta de valor (común, privado) **común**.

(b) Supongamos que Al chupa las varillas de 900 automóviles, de los cuales la mitad se hallan en buen estado y la mitad son cacharros. Supongamos que el aceite de la varilla de todos los automóviles en buen estado y el aceite de la varilla de 2/3 de los cacharros le sabe dulce a Al y que el de 1/3 de los cacharros le sabe agrio. ¿Cuántos automóviles en buen estado hay cuyo aceite le sabe dulce? **450**. ¿Cuántos cacharros hay cuyo aceite le sabrá dulce? **300**. ¿Cuántos de los 900 automóviles tienen un aceite que le sabrá bueno? **750**. ¿Qué proporción de los automóviles cuyo aceite le sabe dulce son automóviles en buen estado? **450/750 = 3/5**.

(c) Si Al observa que el aceite de la varilla de un automóvil sabe dulce, ¿qué probabilidades hay de que sea un automóvil usado en buen estado? **3/5**.

(d) Si Al observa que el aceite de la varilla de un automóvil sabe agrio, ¿qué probabilidades hay de que sea un automóvil usado en buen estado? **0**.

(e) Suponiendo que Al siempre ofrece su valor esperado por cada automóvil, dado el resultado de la prueba realizada con el aceite, ¿cuánto ofrecerá Al por un automóvil cuyo aceite sepa dulce? **3/5 × 1.000 + 2/5 × 100 = 640 euros**. ¿Cuánto ofrecerá por un automóvil cuyo aceite sepa agrio? **100 euros**.

(f) Consideremos el caso de un ingenuo postor en la casa de subastas de Rodolfo que sabe que la mitad de los automóviles se hallan en buen estado y la mitad son cacharros, pero no tiene ninguna pista sobre cuáles se hallan en buen estado. Si esta persona ofrece su valor esperado por un automóvil seleccionado aleatoriamente, ¿cuánto ofrecerá? **550 euros**.

(g) Dado que Al ofrece su valor esperado por cada automóvil usado y los postores ingenuos ofrecen el valor esperado por un automóvil seleccionado aleatoriamente, ¿conseguirá alguna vez un postor ingenuo un automóvil cuyo aceite le sepa dulce a Al? **No**.

(h) ¿Cuál es el valor esperado de los automóviles que consiguen los postores ingenuos si siempre ofrecen el valor esperado de un automóvil seleccionado aleatoriamente? **100 euros**. ¿Ganarán dinero los postores ingenuos, perderán dinero o no ganarán ni perderán si siguen esta política? **Perderán dinero**.

(i) Supongamos que los postores, salvo Al, se dan cuenta de que sólo conseguirán automóviles que le saben agrios a Al. Si ofrecen el valor esperado por un automóvil de esos, ¿cuánto ofrecerán? **100 euros**.

(j) Supongamos que los postores, salvo Al, creen que sólo conseguirán automóviles cuyo aceite le sabe agrio a Al y que ofrecen su valor esperado por esos automóviles, Supongamos también que Al ofrece por cada automóvil su valor esperado, dados los resultados de la prueba del aceite. ¿Quién conseguirá los automóviles buenos y a qué precio? (Recuérdese que los automóviles se venden al mejor postor al precio ofrecido por el segundo mejor postor). **Al conseguirá todos los automóviles en buen estado y pagará 100 euros por ellos**.

(k) ¿Cuál será el beneficio esperado de Al por un automóvil que supere su prueba? **540 euros**.

17.9 (3) Esteban y Lorenzo compran cuadros antiguos en una galería de arte de Fresnedillas. El 80% de los cuadros que se venden en la galería son falsificaciones y el resto son auténticos. Una vez comprado un cuadro, se analizará minuciosamente y todo el mundo sabrá con seguridad si es auténtico o falso. Un cuadro antiguo auténtico vale 1.000 euros. Una falsificación no vale nada. Antes de hacer sus ofertas, los compradores pueden inspeccionar los cuadros brevemente. Como sólo pueden inspeccionarlos brevemente, Esteban y Lorenzo tratan cada uno de averiguar si son falsificaciones oliéndolos. Esteban observa que si un cuadro no supera su prueba de olfato es, desde luego, una falsificación. Sin embargo, no puede detectar todas las falsificaciones. En realidad, la probabilidad de que una falsificación supere la prueba de Esteban es 1/2. Lorenzo detecta las falsificaciones de la misma forma que Esteban. La mitad de las falsificaciones no supera su prueba y la otra mitad sí. Los cuadros auténticos superan con toda seguridad la prueba de Lorenzo. La probabilidad de que Esteban reconozca como tal una falsificación es independiente de que lo reconozca Lorenzo.

La casa de subastas anuncia un precio para cada cuadro. Los posibles compradores pueden hacer una oferta por escrito para comprar los cuadros al precio anunciado el día de la venta. Si hay más de una persona que quiere comprar el cuadro, la casa de subastas selecciona a una de ellas aleatoriamente y se lo vende a esa persona al precio anunciado.

(a) Un día, cuando la casa de subastas está a punto de cerrar, llega Esteban y descubre que no ha aparecido ni Lorenzo ni ningún otro postor. Huele un cuadro y éste supera la prueba. Dado que la ha superado, ¿qué probabilidad hay de que sea un cuadro bueno? (Pista: dado que las falsificaciones son mucho más frecuentes que los cuadros buenos, el número de falsificaciones que superan la prueba de Esteban será superior al número de cuadros auténticos que la superan.) **1/3**. Esteban se da cuenta de que puede comprar el cuadro al precio anunciado si quiere. ¿Cuál es el máximo precio anunciado al que estaría dispuesto a comprar el cuadro? **333,33 euros**.

(b) Otro día, Esteban y Lorenzo se encuentran en la subasta oliendo todos los cuadros. No ha aparecido ningún otro cliente. Para saber cuánto debe ofrecer por un cuadro que supera su prueba, Esteban piensa lo siguiente: si se selecciona un cuadro aleatoriamente y lo huelen por ambos, hay cinco resultados posibles. Indica la probabilidad de cada uno.

- Auténtico y supera las pruebas de ambos postores. Probabilidad: **0,2**.
- Falsificación y supera las pruebas de ambos postores. Probabilidad: **0,2**.
- Falsificación y supera la prueba de Esteban, pero no la de Lorenzo. Probabilidad: **0,2**.
- Falsificación y supera la prueba de Lorenzo, pero no la de Esteban. Probabilidad: **0,2**.
- Falsificación y no supera las pruebas de ninguno de los dos postores. Probabilidad: **0,2**.

(c) El día en que Esteban y Lorenzo son los únicos clientes, la casa de subastas fija un precio de reserva de 300 euros. Supón que Esteban cree que Lorenzo ofrecerá comprar cualquier cuadro que supere su prueba. Recuerda que si Esteban y Lorenzo pujan ambos por un cuadro, la probabilidad de que Esteban lo consiga sólo es igual a 1/2. Si Esteban decide pujar por todos los cuadros que superan su propia prueba, ¿qué probabilidades hay de que un cuadro seleccionado aleatoriamente sea auténtico y de que Esteban pueda comprarlo? **0,1**. ¿Qué probabilidades hay de que un cuadro seleccionado aleatoriamente sea una falsificación y de que Esteban puje por él y lo consiga? **0,3**. Si Estaban ofrece 300 euros por todos los cuadros que superan su prueba, ¿será su beneficio esperado positivo o negativo? **Negativo**. Supón que Esteban sabe que Lorenzo está dispuesto a pagar el precio de reserva por cualquier cuadro que supere la prueba de Lorenzo. ¿Cuál es el precio de reserva más alto que debería estar dispuesto Esteban a pagar por un cuadro que supere su propia prueba? **250 euros**.

17.10 (2) Todos los días la compañía financiera Recu realiza una subasta mediante plicas en la que vende un automóvil recuperado y lo adjudica al mejor postor al precio del segundo mejor postor. Sólo hay tres postores que pujan por estos automóviles, Arnaldo, Bernardo y Carmelo. Cada uno de estos postores es un concesionario de automóviles usados cuya disposición a pagar por otro automóvil usado fluctúa aleatoriamente de un día para otro dependiendo de las variaciones de la demanda de su número de automóviles. El valor de uno de estos automóviles usados para cualquier concesionario en cualquier día dado es una variable aleatoria que adquiere un elevado valor de H euros con una probabilidad 1/2 y un bajo valor de L euros con la probabilidad 1/2. El valor que concede cada concesionario a un automóvil en un día dado es independiente del que le conceden los demás.

Todos los días los concesionarios de automóviles usados hacen sus ofertas por escrito por el automóvil usado que se subaste. La compañía financiera Recu vende el automóvil al concesionario que haga la oferta más alta al precio ofrecido por el segundo mejor postor. Si hay empate en el caso de la oferta más alta, la segunda oferta más alta es igual a la más alta, por lo que el automóvil que se subaste ese día se vende a uno de los postores que hacen esa oferta más alta seleccionado aleatoriamente al precio ofrecido por todos los mejores postores.

(a) ¿Cuánto debe ofrecer un concesionario por un automóvil usado un día en el que concede un valor de H euros por un automóvil usado? **H euros**. ¿Cuánto debe ofrecer un día en el que concede un valor de L euros por un automóvil usado? **L euros**.

(b) Si los concesionarios no coluden, ¿cuánto conseguirá Recu por un automóvil usado los días en que dos o tres concesionarios valoren el automóvil en H euros? **H euros**. ¿Cuánto conseguirá por un automóvil usado los días en que menos de dos concesionarios valoren el automóvil en H euros? **L euros**.

(c) En un día cualquiera, ¿qué probabilidades hay de que Recu reciba H euros por el automóvil usado de ese día? **1/2**. ¿Qué probabilidades hay de que reciba L euros por el automóvil usado de ese día? **1/2**. ¿Qué ingreso espera recibir por la venta? **$(H + L)/2$ euros**.

(d) Si no hay colusión y todos los concesionarios ofrecen su valoración real por todos los automóviles usados, ¿qué probabilidades hay en un día cualquiera de que Arnaldo consiga un automóvil por un precio inferior al valor que le concede él? (Pista: eso sólo ocurrirá si el automóvil vale H euros para Arnaldo y L para los demás.) **1/8**. Supón que medimos el beneficio de un concesionario de automóviles a partir de la diferencia entre lo que vale un automóvil para él y lo que paga. En un día seleccionado aleatoriamente, ¿cuál es el beneficio esperado de Arnaldo? **$(H - L)/8$**.

(e) El beneficio total esperado de todos los participantes en el mercado es la suma de los beneficios esperados de los tres concesionarios y el ingreso esperado obtenido por Recu. Los automóviles usados se venden en una subasta mediante plicas en la que se adjudican al mejor postor al precio del segundo mejor postor y los concesionarios no coluden. ¿Cuál es la suma de los beneficios esperados de todos los participantes en el mercado? **$(3(H - L)/8) + ((H + L)/2) = (7/8)H + 1/8)L$**.

17.11 (3) Este problema (y los dos siguientes) se refiere a la colusión entre postores en las subastas mediante plicas. Muchos autores han hallado pruebas de que existe este tipo de colusión. El grupo que colude en las pujas suele denominarse «banda de subasteros».*

Los protagonistas del problema anterior, Arnaldo, Bernardo y Carmelo se reunieron en el club social de una iglesia y se pusieron a hablar de los altos precios que estaban pagando por los automóviles usados y los bajos beneficios que obtenían. Carmelo se quejó diciendo que «casi la mitad de las veces los automóviles usados se venden por H euros y, en ese caso, ninguno de nosotros gana dinero». Ar-

* Nuestro análisis se basa extensamente en el artículo de Daniel Graham y Roberl Marshall, «Collusive Bidder Behavior al Single-Object, Second-price, and English Auctions», *Journal of Political Economy*, 1987.

naldo se quedó pensando y susurró: «¿Por qué no acordamos ofrecer siempre L euros en las subastas de automóviles usados de Recu?» Bernardo dijo: «No estoy seguro de que sea una buena idea. Si todos ofrecemos L euros, ahorraremos algo de dinero, pero el problema es que cuando todos ofrecemos lo mismo, tenemos exactamente las mismas probabilidades de conseguir el automóvil si tenemos un bajo valor que si tenemos un alto valor. Cuando ofrecemos lo que pensarnos que vale, siempre se adjudica a una de las personas que más lo valora».

(a) Si Arnaldo, Bernardo y Carmelo acuerdan ofrecer siempre L euros, ¿qué probabilidades hay en cualquier día dado de que Bernardo consiga el automóvil por L euros cuando vale realmente H para él? **1/6**. ¿Cuál es el beneficio esperado de Bernardo por día? **$(H - L)/6$ euros**.

(b) ¿Obtienen mayores beneficios esperados los tres concesionarios con este acuerdo colusorio que si no coludieran? Explica tu respuesta. **Sí. $(H - L)/6 > (H - L)/8$**.

(c) Calcula los beneficios totales esperados de todos los participantes en el mercado (incluidos Recu y los tres concesionarios) en el caso en el que los concesionarios coluden. **$3(H - L)/6 + L = (H + L)/2$**. ¿Son estos beneficios totales esperados mayores o menores que cuando los concesionarios no coluden? **Menores**.

(d) Se dice que los automóviles se asignan eficientemente si ninguno acaba nunca en las manos de un concesionario que lo valora menos que algún otro. Con una subasta mediante plicas en la que el objeto se adjudica al mejor postor al precio del segundo mejor postor, si no hay colusión, ¿se asignan eficientemente los automóviles? **Sí**. Si los concesionarios coluden como en este problema, ¿se asignan eficientemente los automóviles? **No**.

17.12 (2) Arnaldo, Bernardo y Carmelo utilizaron felizmente la estrategia de pujar siempre bajo durante varias semanas, hasta que un día Arnaldo tuvo otra idea. Propuso a los demás lo siguiente: «Cuando todos ofrecemos L euros, a veces, el que consigue el automóvil de la semana sólo lo valora en L, aunque valga H para algún otro. He pensado un plan que aumentará los beneficios de todos nosotros». He aquí el plan de Arnaldo: todos los días, antes de que Recu realice la subasta, Arnaldo, Bernardo y Carmelo participarán en una subasta previa. Esta nueva subasta se hará mediante plicas y el ganador de la subasta pagará como precio no el precio de su plica sino el segundo precio más alto. El ganador de esta subasta previa será el único que participará en la subasta de este día. Podrá pujar al precio que quiera, mientras que los otros dos pujarán L euros. El concesionario que gane la subasta previa puede ofrecer lo que quiera, mientras que los otros dos deben ofrecer L euros. El ingreso generado por esta subasta previa se repartirá por igual entre Arnaldo, Bernardo y Carmelo. Para resolver este problema, supón que, en la subasta previa, cada postor ofrece pagar el verdadero valor que tiene para él ganar dicha subasta.*

(a) Si el que gana en la subasta previa valora el automóvil usado del día en H euros, sabe que puede ofrecer H por este automóvil en la subasta de Recu y lo conseguirá por un precio de L euros. Por lo tanto, el valor que tiene ganar la subasta previa para una persona que valora un automóvil usado en H

* Esta estrategia no tiene por qué ser la mejor en la subasta previa, ya que las ofertas de una persona afectan al ingreso redistribuido que genere la subasta, así como a quién consigue el derecho a pujar. Graham y Marshall presentan una versión de este mecanismo que garantiza una puja «honrada « en la subasta previa.

euros debe ser $\boldsymbol{H - L}$ **euros**. El valor que tiene ganar la subasta previa para una persona que valora un automóvil usado en L euros es **0**.

(b) Un día en que un concesionario valora el automóvil usado en H euros y los otros dos en L, el concesionario cuyo valor es H ofrecerá $\boldsymbol{H - L}$ **euros** en la subasta previa y los otros dos ofrecerán **0**. En este caso, en la subasta previa, el concesionario paga **0** por el derecho a ser el único postor que haga una oferta alta en la subasta de Recu, En este caso, el automóvil usado del día irá a parar al único concesionario para el que tiene el valor H y paga a Recu $\boldsymbol{L}$ **euros** por él. Ese día, el concesionario para el que tiene un elevado valor obtiene un beneficio total de $\boldsymbol{H - L}$ **euros**.

(c) Continuamos suponiendo que en la subasta previa, los concesionarios ofrecen los verdaderos valores que tiene para ellos ganar esta subasta. En los días en que dos o más compradores valoran el automóvil usado en H euros, el que gana la subasta previa paga $\boldsymbol{H - L}$ euros por el derecho a ser el único postor que haga una oferta alta en la subasta de Recu.

(d) Si se adopta el plan de Arnaldo, ¿cuál es el beneficio total esperado de cada uno de los tres concesionarios de automóviles? Acuérdate de incluir la proporción del ingreso generado por la subasta previa correspondiente a cada concesionario. $\boldsymbol{7(H - L)/8}$.

17.13 (2) Pasadas varias semanas en las que Recu no conseguía nunca más de una oferta alta por un automóvil, la gente de la compañía financiera pensó que estaba pasando algo. Algunos miembros del consejo de administración propusieron contratar a un sicario para que castigara a Arnaldo, Bernardo y Carmelo, pero prevaleció el buen juicio y decidieron contratar, por el contrario, a un economista que había estudiado *Microeconomía intermedia*. Éste sugirió lo siguiente: «¿Por qué no fijan un precio de reserva de R euros que sea algo más bajo que H (pero, desde luego, mucho más alto que L)? Si reciben al menos una oferta de R, véndanlo por R a uno de estos postores y, si no reciben una oferta tan alta como R, tiren el automóvil de ese día al río (desgraciadamente, las autoridades del ayuntamiento de Recu encargadas del medio ambiente no vigilan mucho)». «Pero ¡qué despilfarro!», dijo un ejecutivo de Recu. «Haga simplemente los cálculos y verá», contestó el economista.

(a) El economista continuó diciendo: «Si Recu se mantiene firme y se niega a vender los automóviles a cualquier precio inferior a R euros, entonces aunque Arnaldo, Bernardo y Carmelo coludan, lo mejor que pueden hacer es ofrecer R cuando valoran un automóvil en H y no ofrecer nada cuando lo valoran en L». Si siguen esta estrategia, la probabilidad de que Recu pueda vender un automóvil por R es **7/8**, por lo que su beneficio esperado será $\boldsymbol{(7/8)R}$ **euros**.

(b) Fijar un precio de reserva que sea algo inferior a H euros y destruir los automóviles por los que no reciba ninguna oferta será más rentable para Recu que no fijar ningún precio de reserva si el cociente H/L es mayor que **7/8** y menos rentable si H/L es menor que **7/8**.

17.14 (1) Tres chicos, Alberto, Borja y Carlos, y tres chicas, Alicia, Berta y Clara, están pensando con quién les gustaría bailar en la fiesta de fin de curso. La tabla adjunta muestra sus preferencias respecto a las parejas:

Persona	**Primera opción**	**Segunda opción**	**Tercera opción**
Alberto	Alicia	Berta	Clara
Borja	Berta	Alicia	Clara
Carlos	Alicia	Clara	Berta
Alicia	Borja	Alberto	Carlos
Berta	Alberto	Borja	Carlos
Clara	Alberto	Carlos	Borja

Por ejemplo, la pareja que más le gusta a Alberto es Alicia, en segundo lugar Berta y en tercer lugar Clara, mientras que la que más le gusta a Alicia es Borja, en segundo lugar Alberto y en tercer lugar Carlos.

(a) Supongamos que las parejas se asignan mediante el algoritmo de la aceptación diferida, en el que son los chicos los que piden a las chicas que bailen con ellos. En la primera ronda, **Alberto** y **Carlos** piden a Alicia que baile con ellos. **Borja** se lo pide a Berta. A Clara no se lo pide **nadie**. ¿A quién rechaza Alicia en la primera ronda? **A Carlos**. ¿Qué ocurre en la segunda ronda? **Carlos le pide a Clara que baile con él**. ¿Cuál es la asignación final de las parejas? Alicia se empareja con **Alberto**, Berta con **Borja** y Clara con **Carlos**. Verifiquemos que esta asignación es estable.

(b) Supongamos que las parejas se asignan por medio del algoritmo de la aceptación diferida, pero son las chicas las que piden a los chicos que bailen con ellas. ¿Cuál es la asignación final de las parejas? Alicia es emparejada con Borja, Berta se empareja con **Alberto** y Clara con **Carlos**. Verifique que esta asignación es estable.

(c) En este ejemplo, ¿qué grupo sale ganando en general, el grupo que propone o el grupo al que se le propone? **El que propone**. (Resulta que este resultado se efectúa en general. Véase David Gale y Lloyd Shapley, «College Admissions and the Stability of Marriage», *American Mathematical Monthly*, 1962 volumen 69, págs. 9-14).

(d) Supongamos que las parejas se asignan mediante el algoritmo de la aceptación diferida y que son los chicos los que piden a las chicas que bailen con ellos. Alicia sabe cuáles son las preferencias de todo el mundo y cree que todos los demás actuarán de acuerdo con sus verdaderas preferencias. ¿Puede obtener un resultado mejor engañando algo? Supongamos que Alicia elige a Carlos frente a Alberto, ¿qué ocurrirá en la segunda ronda? **Alberto le pedirá a Berta que baile con él**. ¿Qué ocurrirá a continuación? **Berta elegirá a Alberto y rechazará a Borja y Borja pedirá a Alicia que baile con él**. ¿Cuál será el resultado final? **Alicia se empareja con Borja, Berta con Alberto y Clara con Carlos**. ¿Obtendrá Alicia mejores resultados que si hubiera actuado «honradamente» y hubiera elegido a Alberto en lugar de a Carlos? **Sí**.

17.15 (1) Una residencia universitaria tiene que asignar habitación a cuatro estudiantes, Arturo, Bruno, César y Daniel. Al director de la residencia le gustaría que las parejas fueran estables, de manera que a ninguno de los estudiantes le gustara más compartir habitación con otro estudiante que con la pareja asignada. Las preferencias de los estudiantes son las siguientes:

Persona	**Primera opción**	**Segunda opción**	**Tercera opción**
Arturo	Bruno	César	Daniel
Bruno	César	Arturo	Daniel
César	Arturo	Bruno	Daniel
Daniel	Arturo	Bruno	César

(a) ¿Hay alguna asignación estable? Explique su respuesta. (Pista: Observe que todos los estudiantes, excepto Daniel, son la primera opción de los demás, salvo Daniel.) **No. Suponga que hay una asignación estable. Alguien tendría que ser la pareja de Daniel. A la pareja de Daniel le gustaría compartir habitación con cualquiera que no fuera Daniel. Pero la pareja de Daniel es la primera opción de otro distinto de Daniel**.

(b) El humorista James Thurber escribió un libro llamado *¿Es necesario el sexo?* ¿En qué sentido da este ejemplo una respuesta a la pregunta de Thurber? **El algoritmo de la aceptación diferida garantiza que existe un emparejamiento estable cuando hay dos «sexos» tales que las parejas contienen un miembro de cada sexo. Pero cuando cualquiera puede emparejarse con cualquiera, no tiene por qué haber un emparejamiento estable**.

18 La tecnología

Introducción

En este capítulo examinaremos las funciones de producción que relacionan la producción de una empresa con los factores que emplea. La teoría de la producción te resultará muy familiar porque guarda un estrecho paralelismo con la teoría de la utilidad. Cuando estudiamos la teoría de la utilidad, vimos que una *curva de indiferencia* es el lugar geométrico de las cestas de consumo que ofrecen al consumidor el mismo nivel de utilidad. De manera análoga, en la teoría de la producción, una *isocuanta* es el lugar geométrico de las combinaciones de factores que permiten obtener el mismo nivel de producción. En la teoría del consumo la pendiente de una curva de indiferencia correspondiente a la cesta de consumo $(x_1\ x_2)$ es igual a la relación entre las utilidades marginales, $UM_2(x_1, x_2)/UM_2(x_1, x_2)$. En la teoría de la producción la pendiente de una isocuanta correspondiente a la combinación de factores $(x_1\ x_2)$ es igual a la relación entre los productos marginales, $PM_1(x_1, x_2)/PM_2\ (x_1\ x_2)$. La mayor parte de las funciones que utilizamos como ejemplos de funciones de utilidad se pueden emplear también como ejemplos de funciones de producción.

Sin embargo, hay una diferencia importante entre las funciones de utilidad y las funciones de producción. Recuerda que las funciones de utilidad son «únicas hasta una transformación monótona». Por el contrario, dos funciones de producción diferentes que son una transformación monótona la una de la otra describen dos tecnologías diferentes.

Ejemplo: Si la función de utilidad $U(x_1\ x_2) = x_1 + x_2$ representa las preferencias de una persona, entonces éstas son también representadas por la función de utilidad $U^*(x_1\ x_2) = (x_1 + x_2)^2$. Dada una restricción presupuestaria, una persona que tuviera la función de utilidad $U^*(x_1, x_2)$ tendría el mismo mapa de curvas de indiferencia y elegiría las mismas combinaciones de consumo que una persona cuya función de utilidad fuera $U(x_1, x_2)$. Pero supongamos que una empresa tiene la función de producción $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ y otra empresa tiene la función de producción $f^*(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$. Se cumple que las dos empresas tendrían las mismas isocuantas, pero no emplearán necesariamente la misma tecnología. Si ambas empresas presentan la combinación de factores $(x_1, x_2) = (1, 1)$, entonces la primera empresa tendrá un nivel de producción igual a 2 y la segunda empresa tendrá un nivel de producción igual a 4.

Examinemos ahora los «rendimientos de escala». Los rendimientos de escala describen la variación del nivel de producción si multiplicamos la cantidad de cada factor empleado en el proceso de producción por un número $t > 1$. Si la cantidad de producción se multiplica por un número mayor que t, entonces los rendimientos de escala son crecientes; si se multiplica exactamente por t, los rendimientos de escala son constantes, y si se multiplica por un número menor que t, entonces los rendimientos de escala son decrecientes.

Ejemplo: Consideremos la función de producción $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2}\, x_2^{3/4}$. Si multiplicamos la cantidad de cada factor por i, entonces la producción será $f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^{1/2}\, (tx_2)^{3/4}$. Para comparar $f(tx_1, tx_2)$ con $f(x_1, x_2)$, sacamos factor común en la expresión que contiene t en la ecuación anterior, obteniendo $f(tx_1, tx_2) = t^{5/4}\, x_1^{1/2}\, x_2^{3/4} = t^{5/4} f(x_1\, x_2)$. Por lo tanto, si multiplicamos las cantidades empleadas de todos los factores por t, multiplicamos la cantidad de producción por $t^{5/4}$. Esto significa que la tecnología tiene rendimientos *crecientes* de escala.

Ejemplo: Sea la función de producción $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. En este caso,

$$f(tx_1, tx_2) = \min\{tx_1, tx_2\} = \min t\{x_1, x_2\} = t \min\{x_1, x_2\} = tf(x_1, x_2).$$

Por lo tanto, si multiplicamos la cantidad empleada de todos los factores por t, la producción también resultará multiplicada por t y como consecuencia la función de producción tiene rendimientos *constantes* de escala. En algunos problemas se requerirá también determinar si el producto marginal de cada uno de los factores de producción aumenta o disminuye a medida que se incrementa la cantidad de ese factor manteniendo fija la cantidad de los otros factores. Aquellos que conocen cálculo diferencial saben que el producto marginal de un factor no es más que la primera derivada de la producción respecto a la cantidad empleada de ese factor. Por lo tanto, el producto marginal de un factor aumentará, disminuirá o permanecerá constante al incrementar la cantidad empleada si la *segunda* derivada de la función de producción con respecto a la cantidad empleada de ese factor es negativa, positiva o nula respectivamente.

Ejemplo: Consideremos la función de producción $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2}\, x_2^{3/4}$. El producto marginal del factor 1 es $\frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{3/4}$. Ésta es una función decreciente de x_1 como se puede verificar si calculamos la derivada del producto marginal respecto a x_1. Análogamente, podemos demostrar que el producto marginal de x_2 es decreciente al incrementar x_2.

18.0 Ejercicio de calentamiento: En la primera parte de este ejercicio tienes que calcular el producto marginal y la relación técnica de sustitución de las funciones de producción más comunes. Por ejemplo, consideremos la función de producción $f(x_1, x_2) = 2x_1 + \sqrt{x_2}$. El producto marginal de x_1 es la derivada de $f(x_1, x_2)$ con respecto a x_1, manteniendo fijo x_2 que en este caso es igual a 2. El producto marginal de x_2 es la derivada de $f(x_1, x_2)$ con respecto a x_2, manteniendo fijo x_1, que en este caso es igual a $2\frac{1}{\sqrt{x_2}}$. La relación técnica de sustitución (RTS) es $-PM_1/PM_2 = -4\sqrt{x_2}$. Si no conoces el cálculo diferencial, completa esta tabla con las respuestas facilitadas al final del libro. Esta tabla te servirá como referencia para problemas posteriores.

En la tabla correspondiente, escribe en la primera columna *Cr, C* o *D* si la función de producción tiene rendimientos de escala crecientes, constantes o decrecientes respectivamente. Escribe en la segunda columna (o tercera) *Cr, C* o *D* dependiendo de si el producto marginal del factor 1 (o factor 2) es creciente, constante o decreciente al variar únicamente la cantidad empleada de ese mismo factor.

Producto marginal y relación técnica de sustitución

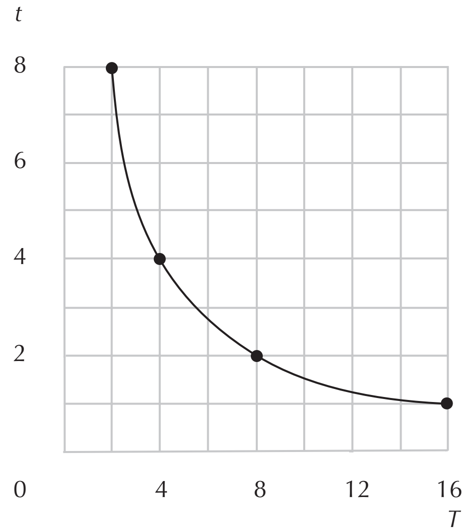
$f(x_1, x_2)$	$PMg_1(x_1, x_2)$	$PMg_2(x_1, x_2)$	$RTS(x_1, x_2)$
$x_1 + 2x_2$	1	2	$-1/2$
$ax_1 + bx_2$	a	b	$-a/b$
$50x_1\ x_2$	$50x_2$	$50x_1$	$-\frac{x_2}{x_1}$
$x_1^{1/4}x_2^{3/4}$	$\frac{1}{4}x_1^{-3/4}x_2^{3/4}$	$\frac{3}{4}x_1^{1/4}x_2^{-1/4}$	$-\frac{x_2}{3x_1}$
$Cx_1^a x_2^b$	$Cax_1^{a-1}x_2^b$	$Cax_1^a x_2^{b-1}$	$-\left(\frac{x_2+1}{x_1+2}\right)$
$(x_1 + 2)(x_2 + 1)$	$x_2 + 1$	x_{1+2}	$-\left(\frac{x_2+b}{x_1+a}\right)$
$(x_1 + a)(x_2 + b)$	x_{2+b}	x_{1+a}	$-\left(\frac{x_2+1}{x_1+2}\right)$
$ax_1 + b\sqrt{x_2}$	a	$\frac{b}{2\sqrt{x_2}}$	$\frac{2a\sqrt{x_2}}{b}$
$x_1^a + x_2^a$	ax_1^{a-1}	ax_2^{a-1}	$-\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{a-1}$
$\left(x_1^a + x_2^a\right)^b$	$bax_1^{a-1}\left(x_1^a + x_2^a\right)^{b-1}$	$bax_2^{a-1}\left(x_1^a + x_2^a\right)^{b-1}$	$-\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{a-1}$

Rendimientos de escala y variaciones del producto marginal

$f(x_1, x_2)$	Escala	PMg_1	PMg_2
$x_1,\ 2x_2$	C	C	C
$\sqrt{x_1 + 2x_2}$	D	D	D
$0{,}2x_1x_2^2$	I	C	I
$x_1^{1/4}x_2^{3/4}$	C	D	D
$x_1 + \sqrt{x_2}$	D	C	D
$(x_1 + 1)^{0,5}(x_2)^{0,5}$	D	D	D
$\left(x_1^{1/3} + x_2^{1/3}\right)^3$	C	D	D

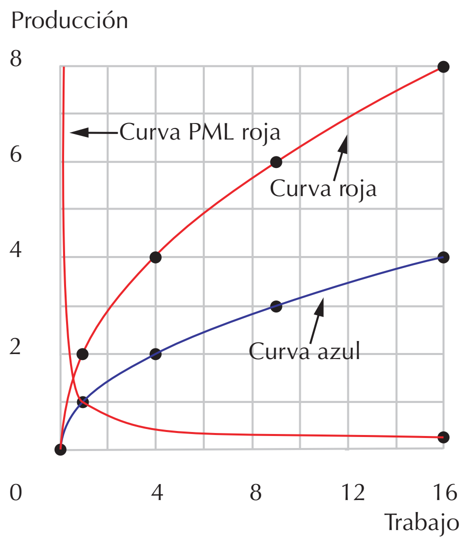
18.1 (0) Olivia cultiva melocotones. Si indicamos con T el número de unidades de trabajo que emplea y con t el número de unidades de tierra que utiliza, su producción es $f(T, t) = T1/2_t1/2$ kilos de melocotones.

(a) En el gráfico de debajo, representa algunas combinaciones de factores que le permiten obtener una producción de 4 kilos de melocotones y traza las isocuantas que atraviesan estos puntos. Todos los puntos de la isocuanta satisfacen la ecuación $\boldsymbol{t = 16/T}$.



(b) Esta función de producción presenta rendimientos (constantes, crecientes o decrecientes) de escala. **Rendimientos constantes de escala**.

(c) A corto plazo, Olivia no puede variar la superficie de la tierra que cultiva. En el gráfico siguiente dibuja en color azul una curva que represente la producción de Olivia en función del factor trabajo si dispone de 1 unidad de tierra. Localiza en el gráfico los puntos correspondientes a 0, 1, 4, 9 y 16 unidades de trabajo empleado y márcalos con el número correspondiente. La pendiente de esta curva se conoce con el nombre de **producto marginal del trabajo**. Esta curva, ¿se hace más inclinada o menos inclinada a medida que se incrementa la cantidad empleada de trabajo? **Menos inclinada**.



(d) Suponiendo que Olivia tiene 1 unidad de tierra, ¿cuánta producción adicional obtiene si actualmente está empleando 1 unidad de trabajo y añade una unidad adicional? $\boldsymbol{\sqrt{2} - 1 \approx 0{,}41}$. ¿Y si actualmente está empleando 4 unidades de trabajo? $\boldsymbol{\sqrt{5} - 2 \approx 0{,}24}$. Si sabes cálculo diferencial determina el producto marginal del factor trabajo correspondiente a la combinación de factores (1, 1) y compara

este resultado con el incremento unitario de la producción del factor trabajo determinado con anterioridad. **La derivada es $1/2\sqrt{T}$, por lo que *PM* es 0,5 cuando $T = 1$ y 0,25 cuando $T = 4$**.

(e) A largo plazo, Olivia puede variar la extensión del factor tierra y la cantidad del factor trabajo empleado. Supongamos que incrementa la superficie de su frutal y ahora es de 4 unidades de tierra. Dibuja en el gráfico anterior en color rojo una curva que represente la producción en función del factor trabajo. Y dibuja, también en color rojo, una curva que represente el producto marginal del factor trabajo en función de ese mismo factor si el factor tierra permanece fijado en 4 unidades.

18.2 (0) Supongamos que x_1 y x_2 se emplean en proporciones fijas y que $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$.

(a) Supongamos que $x_1 < x_2$. El producto marginal de x_1 es **1** y (aumenta, permanece constante o disminuye) para pequeños incrementos de x_1 **permanece constante**. El producto marginal de x_2 es **0** y (aumenta, permanece constante o disminuye) para pequeños incrementos de x_2 **permanece constante**. La relación técnica de sustitución entre x_2 y x_1 es **infinita**. Esta tecnología presenta rendimientos (crecientes, constantes o decrecientes) de escala **constantes**.

(b) Supongamos que $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ y $x_1 = x_2 = 20$. ¿Cuál es el producto marginal derivado de un pequeño incremento de x_1? **0**. ¿Cuál es el producto marginal derivado de un pequeño incremento de x_2? **0**. El producto marginal de x_1 (aumentará, disminuirá o permanecerá constante) si la cantidad del factor x_2 se incrementa mínimamente. **Aumentará**.

Cálculo

18.3 (0) Supongamos que tenemos una función de producción Cobb-Douglas $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{3/2}$.

(a) Escribe la expresión algebraica del producto marginal de x_1 correspondiente al punto (x_1, x_2). $\frac{1}{2}x_1^{-1/2}x_2^{3/2}$.

(b) El producto marginal de x_1 (aumenta, permanece constante o disminuye) **disminuye** para pequeños incrementos de x_1 manteniendo fijo x_2.

(c) El producto marginal del factor 2 es $3/2x_1^{1/2}x_2^{1/2}$ y (aumenta, permanece constante o disminuye) para pequeños incrementos de x_2. **Aumenta**.

(d) Un incremento en la cantidad del factor x_2 (aumenta, permanece constante o disminuye) el producto marginal de x_1. **Aumenta**.

(e) La relación técnica de sustitución entre x_2 y x_1 es $\mathbf{-x_2/3x_1}$.

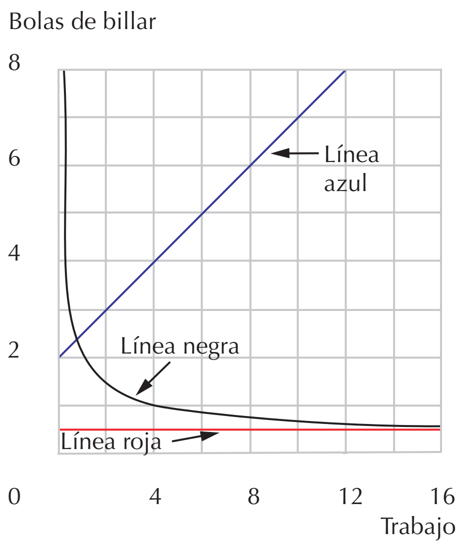
(f) ¿Presenta esta tecnología una relación técnica de sustitución decreciente? **Sí**.

(g) ¿Presenta esta tecnología rendimientos (crecientes, constantes o decrecientes) de escala? **Crecientes**.

18.4 (0) La función de producción de bolas de billar es $f(K, T) = T/2 + \sqrt{K}$, donde T es la cantidad de trabajo empleada y K es la cantidad de capital empleada.

(a) Hay rendimientos (crecientes, constantes o decrecientes) de escala. **Decrecientes**. El producto marginal del trabajo es (creciente, constante o decreciente). **Constantes**.

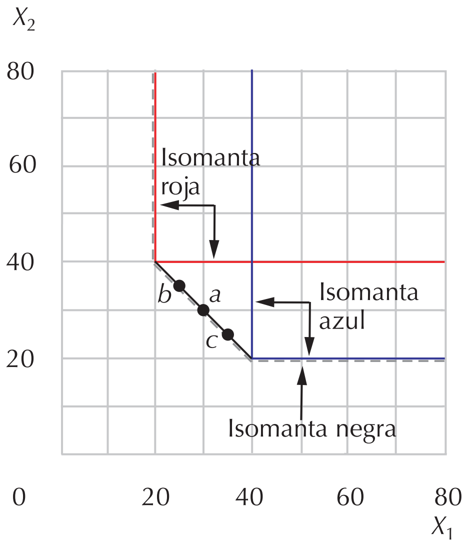
(b) A corto plazo, el nivel del capital se fija en 4 unidades, mientras que el factor trabajo es variable. En el gráfico siguiente representa en color azul la producción en función del factor trabajo a corto plazo. Dibuja en color rojo el producto marginal del trabajo a corto plazo en función del empleo de ese mismo factor. El producto medio del factor trabajo se define como la relación entre la producción total y la cantidad empleada del factor trabajo. Representa en color negro el producto medio a corto plazo del trabajo en función del empleo de ese mismo factor.



18.5 (0) La Compañía General de Monstruos dispone de dos plantas para producir monstruos rodantes, una ubicada en Valdeacederas y la otra en Madridejos. La función de producción de la planta de Valdeacederas es $f_F(x_1, x_2) = \min\{x, 2x_2\}$ y la función de producción de la planta de Madridejos es $f_I(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$, donde x_1 y x_2 son las cantidades de factores utilizadas.

(a) Dibuja en color azul en el gráfico siguiente la isocuanta correspondiente a la producción de 40 monstruos rodantes en la planta de Valdeacederas y en color rojo la isocuanta correspondiente a la producción de 40 monstruos rodantes en la planta de Madridejos.

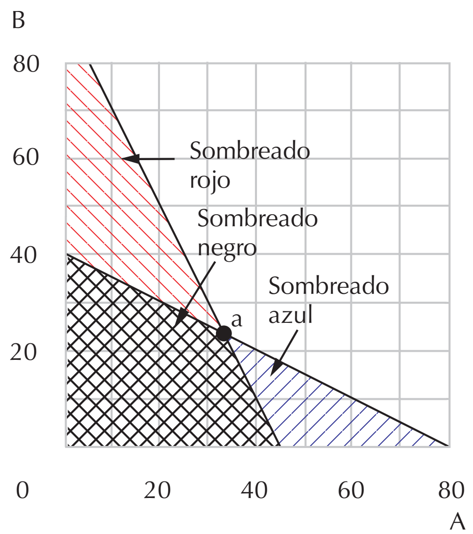
(b) Supongamos que la empresa se propone producir 20 monstruos rodantes en cada planta. ¿Qué cantidad de cada factor necesitará la empresa para producir 20 monstruos rodantes en la planta de Valdeacederas? $\mathbf{x_1 = 20, x_2 = 10}$. ¿Qué cantidad de cada factor necesitará la empresa para producir 20 monstruos rodantes en la planta de Madridejos? $\mathbf{x_1 = 10, x_2 = 20}$. Indica en el gráfico con una *a* el punto que representa la cantidad total de los dos factores necesaria para producir 40 monstruos rodantes, 20 en la planta de Valdeacederas y 20 en la planta de Madridejos.



(c) Indica con la letra *b* el punto correspondiente a la cantidad total necesaria para producir 10 monstruos rodantes en la planta de Valdeacederas y 30 monstruos rodantes en la planta de Madridejos. Indica con la letra *c* el punto correspondiente a la cantidad total de cada uno de los factores necesaria para producir 30 monstruos rodantes en la planta de Valdeacederas y 10 monstruos rodantes en la planta de Madridejos. Traza en color negro la isocuanta que corresponde a 40 unidades de producción si la empresa puede subdividir la producción de la manera que más le convenga entre las dos plantas. La tecnología disponible de esta empresa, ¿es convexa? **Sí**.

18.6 (0) Eres el director de una fábrica con 160 trabajadores que pueden distribuirse en dos procesos diferentes de producción. Para producir una unidad del producto A son necesarios 2 trabajadores y para producir una unidad del producto B son necesarios 4 trabajadores.

(a) Escribe una ecuación que represente las combinaciones de los productos A y B que se pueden obtener empleando exactamente 160 trabajadores. **2A + 4B = 160**. En el diagrama que sigue colorea en color azul la superficie correspondiente a las combinaciones de A y de B que pueden obtenerse empleando exactamente 160 trabajadores. (Supón que también puede darse el caso de que algunos trabajadores no hagan nada en absoluto.)



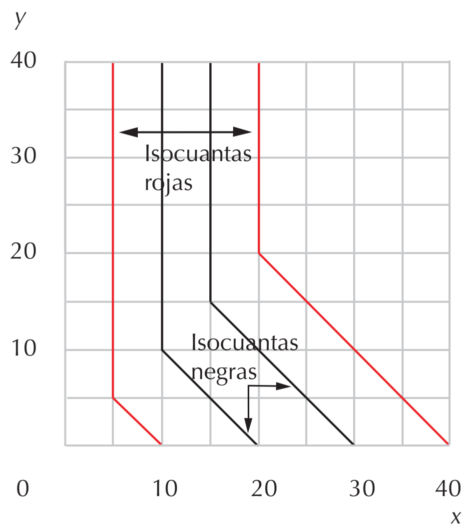
(b) Supongamos ahora que para producir una unidad de A sea necesario emplear, además de los 2 trabajadores, 4 palas, y que para producir una unidad de B sea necesario emplear 4 trabajadores y 2 palas. En el gráfico anterior, colorea en color rojo la superficie correspondiente a las combinaciones de A y B que se pueden obtener con 180 palas si la oferta de trabajo fuera ilimitada. Escribe una ecuación que represente el conjunto de las combinaciones de A y de B que requieren exactamente 180 palas. **4A + 2B = 180**.

(c) En el mismo diagrama, colorea en color negro la superficie que corresponde a las posibles combinaciones de producción teniendo en cuenta una oferta de trabajo limitada y una oferta de palas limitada.

(d) Localiza en el diagrama las posibles combinaciones de producción que permiten el empleo total de todos los trabajadores y de todas las palas disponibles. Si no dispusieras de los gráficos, ¿qué ecuaciones tendrías que resolver para determinar este punto? **2A + 4B = 160 y 4A + 2B = 180**.

(e) Si dispones de 160 trabajadores y 180 palas, ¿cuál es la cantidad máxima del producto A que puedes producir? **45 unidades**. Si produces esta cantidad, no estarás empleando la oferta total de uno de los factores. ¿Cuál? **Trabajadores**. ¿Qué cantidad de ese factor se quedará sin emplear? **70**.

18.7 (0) Una empresa tiene una función de producción dada por $f(x, y) = \min\{2x, x + y\}$. En el gráfico siguiente traza en color rojo un par de isocuantas de producción correspondientes a esta empresa. La función de producción de otra empresa es $f(x, y) = x + \min\{x, y\}$. ¿Presenta alguna de las empresas, o ambas, rendimientos constantes de escala? **Ambas**. En el mismo gráfico, traza en color negro un par de isocuantas de la segunda empresa.



18.8 (0) Supongamos que una función de producción tiene la forma

$$f(x_1, x_2, x_3) = Ax_1^a x_2^b x_3^c,$$

donde $a + b + c > 1$. Demuestra que presenta rendimientos crecientes de escala. **Para cualquier $t > 1$, $f(tx_1, tx_2, tx_3) = A(tx_1)^a (tx_2)^b (tx_3)^c = t^{a+b+c} f(x_1, x_2, x_3) > tf(x_1, x_2, x_3)$.**

18.9 (0) Supongamos que la función de producción es $f(x_1, x_2) = Cx_1^a x_2^b$, donde *a, b* y *C* son constantes positivas.

(a) ¿Para qué valores positivos de *a, b* y *C* presenta la función rendimientos decrecientes de escala? **Para todo $C > 0$ y $a + b < 1$**. ¿Y rendimientos constantes de escala? **Para todo $C > 0$ y $a + b = 1$**. ¿Y rendimientos crecientes de escala? **Para todo $C > 0$ y $a + b > 1$**.

(b) ¿Para qué valores positivos de *a, b* y *C* el producto marginal del factor 1 es de creciente? **Para todo $C > 0$ y $b > 0$ y $a < 1$**.

(c) ¿Para qué valores positivos de *a, b* y *C* la relación técnica de sustitución es decreciente? **Para todos los valores positivos**.

18.10 (0) Supongamos que la función de producción es $f(x_1, x_2) = \left(x_1^a x_2^b\right)^b$, donde *a* y *b* son constantes positivas.

(a) ¿Para qué valores positivos de *a* y *b* presenta la función rendimientos decrecientes de escala? **$ab < 1$**. ¿Rendimientos constantes de escala? **$ab = 1$**. ¿Y rendimientos crecientes de escala? **$ab > 1$**.

18.11 (0) Supongamos que una empresa tiene una función de producción dada por $f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2^2 \cdot$

(a) El producto marginal del factor 1 (aumenta, disminuye o permanece constante) **disminuye** a medida que la cantidad del factor 1 se incrementa. El producto marginal del factor 2 (aumenta, disminuye o permanece constante) **aumenta** a medida que la cantidad del factor 2 se incrementa.

(b) Esta función de producción no satisface la definición de rendimientos crecientes, decrecientes o constantes de escala. ¿Por qué? **Los rendimientos de escala son diferentes dependiendo de la proporción en que se utilicen los factores**. Halla una combinación de factores que permita obtener, empleando una cantidad doble de ambos factores, una cantidad de producción mayor del doble. **$x_1 = 1$, $x_2 = 4$, por ejemplo**. Halla una combinación de factores que permita obtener, empleando una cantidad doble de ambos factores, una cantidad de producción menor del doble. **$x_1 = 4$, $x_2 = 0$, por ejemplo**.

19 La maximización del beneficio

Introducción

En una industria competitiva una empresa no puede cobrar por su producción un precio superior al precio de mercado. Si el mercado de los factores también es competitivo, entonces la empresa tiene que adquirir asimismo los factores al precio de mercado. Supongamos que una empresa competitiva que maximiza los beneficios puede variar la cantidad de uno solo de los factores y que el producto marginal de ese factor es decreciente a medida que se incrementa su cantidad. En este caso la empresa maximizará sus beneficios empleando una cantidad tal del factor variable de manera que el valor de su producto marginal sea igual a su precio. Incluso en el caso de una empresa que emplea diversos factores, solamente algunos de ellos pueden ser modificados a largo plazo.

Ejemplo: Una empresa tiene la función de producción dada por $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$. Supongamos que esta empresa está empleando actualmente 16 unidades del factor 2 y que no puede variar esta cantidad a corto plazo. A corto plazo la empresa puede elegir solamente el nivel de empleo del factor 1. Indicamos con una p el precio de la producción de la empresa y con w_1 el precio que tiene que pagar por una unidad del factor 1. Queremos determinar la cantidad de x_1 que la empresa empleará y su nivel de producción. Como la cantidad empleada del factor 2 a corto plazo tiene que ser 16, la producción será igual a $f(x_1, 16) = 4\sqrt{x_1}$. Obtenemos el producto marginal de x_1 calculando la derivada de la producción con respecto a x_1, que en este caso es igual a $2/\sqrt{x_1}$. Si igualamos el valor del producto marginal del factor 1 con su precio, obtenemos que $2p/\sqrt{x_1} = w_1$, ecuación que podemos resolver para determinar el valor de x_1. El resultado es $x_1 = (2p/w_1)^2$. Sustituyendo este resultado en la función de producción vemos que la empresa elegirá un nivel de producción igual a $4\sqrt{x_1} = 8p/w_1$ unidades.

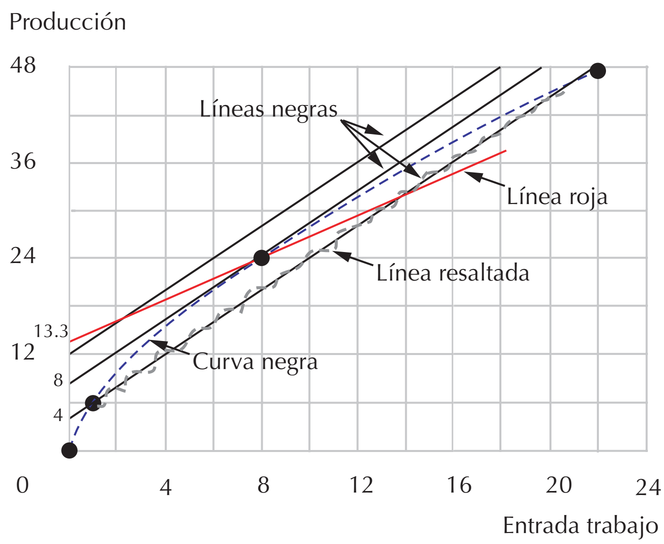
A largo plazo, la empresa puede estar en posición de variar el nivel de empleo de todos sus factores de producción. Consideremos el caso de una empresa competitiva que emplea solamente dos factores. Si la empresa maximiza sus beneficios se tiene que cumplir que el valor del producto marginal de cada uno de los factores sea igual a su precio. De este modo obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, donde las incógnitas son las cantidades empleadas de ambos factores. Si la tecnología presenta rendimientos decrecientes de escala, estas dos ecuaciones son suficientes para determinar el nivel de empleo de ambos factores. Si la tecnología presenta rendimientos constantes de escala, estas dos ecuaciones nos permiten determinar solamente la relación entre los niveles de empleo de los dos factores.

En los problemas relativos al axioma débil de la maximización de beneficios se requiere determinar si el comportamiento observado de una empresa es coherente con el comportamiento de maximización de beneficios. Para esto será necesario que traces algunas de las rectas isobeneficio de la empresa. Una recta isobeneficio corresponde a todas las combinaciones de los factores y del producto que generan un mismo nivel de beneficios, dado el precio de los factores y del producto. Para obtener la ecuación de una recta isobeneficio basta con escribir la ecuación que representa los beneficios de la empresa dados los precios de los factores y del producto y resolverla para determinar el nivel de producción en función de la cantidad empleada de los factores. Desde el punto de vista gráfico, es posible establecer que el comportamiento de una empresa es coherente con el objetivo de la maximización de beneficios si la combinación de los factores y del producto elegida en cada periodo se encuentra por debajo de las rectas isobeneficio de los demás periodos.

19.1 (0) La función de producción a corto plazo de una empresa competitiva viene dada por $f(L) = 6L)^{2/3}$, donde L es la cantidad de trabajo empleada. (Para los que no conocen cálculo diferencial: si la producción total es aL^b, donde a y b son constantes y donde L es la cantidad empleada de cualquier factor de producción, entonces el producto marginal de L viene dado por la fórmula abL^{b-1}.) El coste de una unidad de trabajo es $w = 6$ y el precio de una unidad de producción es $p = 3$.

(a) Indica en el gráfico algunos puntos pertenecientes a esta función de producción y representa la función en el gráfico en color azul. Traza en color negro la recta isobeneficio que atraviesa el punto (0, 12), la recta isobeneficio que atraviesa el punto (0, 8) y la recta isobeneficio que atraviesa el punto (0, 4). ¿Cuál es la pendiente de cada una de estas rectas? **Todas, pendiente de 2**. ¿Cuántos puntos pertenecientes a la recta isobeneficio que atraviesa el punto (0, 12) corresponden a las combinaciones de los factores y del producto que son efectivamente posibles? **Ninguno**. Resalta el segmento de la recta isobeneficio que atraviesa el punto (0, 4) correspondiente a los niveles de producción efectivamente posibles.

(b) ¿Cuántas unidades de trabajo contratará la empresa? **8**. ¿Cuál será su nivel de producción? **24**. Si la empresa no tiene otros costes, ¿cuáles serán sus beneficios totales? **24**.



(c) Supongamos que el coste de una unidad de trabajo desciende a 4 y que el precio del producto se mantiene en *p*. Traza en el mismo gráfico, en color rojo, las nuevas rectas isobeneficio que atraviesan los puntos correspondientes a las combinaciones de los factores y del producto que la empresa había elegido anteriormente. Dado el nuevo precio, ¿elegirá la empresa incrementar su producción? **Sí**. Razona tu respuesta haciendo referencia al diagrama. **Como muestra el diagrama, la empresa puede alcanzar una recta isobeneficio más alta aumentando la producción**.

Cálculo

19.2 (0) Una empresa de Sevilla emplea un solo factor para producir un bien recreativo en la Expo de acuerdo con la función de producción $f(x) = 4\sqrt{x}$, donde x es el número de unidades del factor. Una unidad del bien cuesta 100 euros y una unidad del factor cuesta 50 euros.

(a) Escribe una función que represente los beneficios de la empresa en función de la cantidad empleada del factor. $\boldsymbol{\pi = 400\sqrt{x} - 50x}$.

(b) ¿Cuál es el nivel del factor maximizador de beneficios? **16**. Y ¿cuál es el nivel de producción que maximiza los beneficios? **16**. ¿Qué beneficios obtiene la empresa cuando maximiza sus beneficios? **800 euros**.

(c) Supongamos que la empresa tiene que pagar un impuesto de 20 euros por cada unidad producida y que recibe un subsidio de l0 euros por cada unidad del factor que adquiere. ¿Cuál es el nuevo nivel del factor? **16**. ¿Cuál es el nuevo nivel de producción? **16**. ¿Qué beneficios obtiene ahora? **640 euros**. (Pista: un buen método para comprobar dicho extremo consiste en escribir una expresión algebraica de los beneficios de la empresa en función del factor para determinar la cantidad del factor que maximiza los beneficios.)

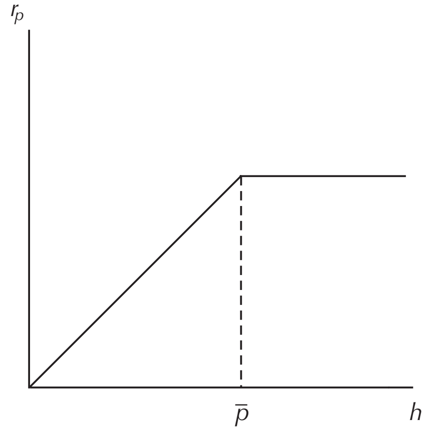
(d) Supongamos que en lugar de este impuesto y este subsidio, los beneficios de la empresa sufren un impuesto del 50%. Representa los beneficios de la empresa después del impuesto, en función de la cantidad empleada del factor. $\boldsymbol{\pi = 0{,}50 \times \left(400\sqrt{x} - 50x\right)}$. ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza los beneficios? **16**. ¿Qué beneficios obtiene después del impuesto? **400 euros**.

19.3 (0) El padre Jesús busca paganos y los convierte en personas virtuosas. Para este proceso se necesitan dos factores: los paganos (que están disponibles en abundancia) y los sermones. La función de producción tiene la siguiente forma: $v_p = \min\{p, h\}$, donde v_p es el número de personas virtuosas producidas, p es el número de paganos que asisten a los sermones del padre Jesús y h es el número de horas sermoneando. De cada persona convertida, el padre Jesús recibe en agradecimiento una donación de s. Es triste decirlo, pero los paganos no acuden voluntariamente a los sermones del padre Jesús, de manera que para atraerlos les tiene que ofrecer una paga igual a w. Supongamos que las horas sermoneando se fijan en $\bar{h}$ y que el padre Jesús sea un profeta que maximiza beneficios.

(a) Si $p < \bar{h}$, ¿cuál es el producto marginal de los paganos? **1**. ¿Cuál es el valor del producto marginal de un pagano adicional? $\boldsymbol{s}$.

(b) Si $p > \bar{h}$, ¿cuál es el producto marginal de los paganos? **0**. ¿Cuál es el valor del producto marginal de un pagano adicional en este caso? **0**.

(c) Representa la función de producción en el gráfico siguiente. Identifica correctamente los ejes y la cantidad del factor correspondiente a $p = \overline{h}$.



(d) Cuando $w < s$, ¿cuántos paganos serán convertidos? $\boldsymbol{\overline{p}}$. Si, por el contrario, $w > s$, ¿cuántos paganos serán convertidos? **0**.

19.4 (0) Reinetas Reunidas y Cía. compra manzanas a granel y vende dos productos: cajas de manzanas y botellas de sidra. La capacidad de la empresa tiene tres tipos de limitaciones: los espacios de almacenamiento, el número de máquinas de embalaje y la cantidad de exprimidoras de manzanas para obtener la sidra. Para producir una caja de manzanas se requieren 6 unidades de espacios de almacenamiento, 2 unidades de máquinas de embalaje y 0 unidades de exprimidoras. Para producir una botella de sidra se requieren 3 unidades de espacios de almacenamiento, 2 unidades de máquinas de embalaje y 1 unidad de exprimidoras. Las cantidades totales disponibles cada día son: 1.200 unidades de espacios de almacenamiento, 600 unidades de máquinas de embalaje y 250 unidades de exprimidoras.

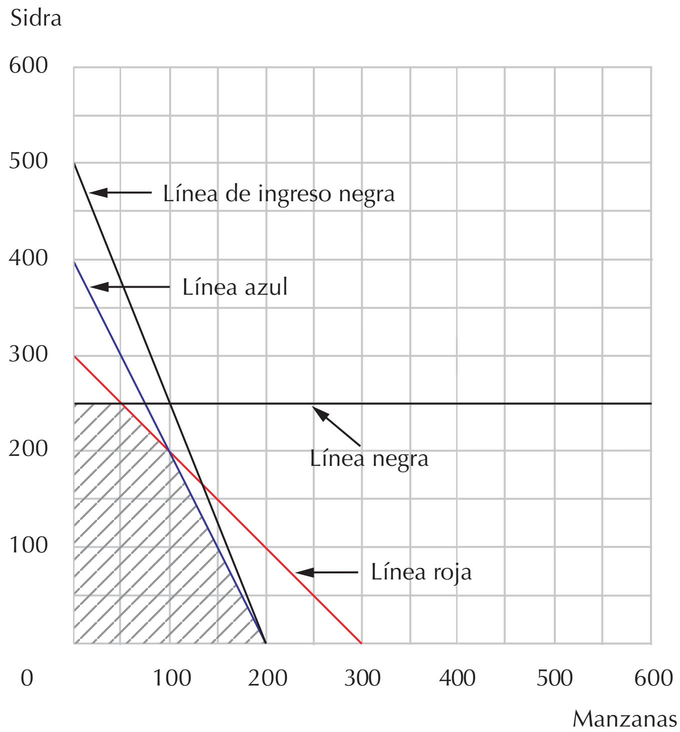
(a) Si la única limitación de la producción fueran solamente los espacios de almacenamiento y todos estos espacios se utilizaran para producir manzanas, ¿cuántas cajas de manzanas se podrían producir en un día? **200**. ¿Cuántas botellas de sidra se podrían producir en un día si se dedicaran en cambio todos los espacios de almacenamiento a la producción de sidra y no hubiera ninguna otra restricción? **400**. Traza en el siguiente gráfico una línea azul que represente las combinaciones de la restricción de la producción derivadas de los espacios de almacenamiento disponibles.

(b) Continuando con este mismo razonamiento, traza en color rojo una línea que represente las restricciones en la producción derivadas de la limitación de máquinas de embalaje. ¿Cuántas cajas de manzanas podría producir Reinetas Reunidas y Cía. si la única limitación fuera la disponibilidad de máquinas de embalaje? **300**. ¿Y cuántas botellas de sidra? **300**.

(c) Para finalizar, traza en color rojo una línea que represente las combinaciones de las restricciones en la producción derivadas de la limitación de máquinas exprimemanzanas. ¿Cuántas cajas de manzanas podría producir Reinetas Reunidas y Cía. si la única limitación fuera la disponibilidad de máquinas exprimidoras y no hubiera ninguna otra restricción? **Un número infinito**. ¿Cuántas botellas de sidra? **250**.

(d) Colorea ahora la superficie correspondiente a las posibles combinaciones de producción diaria de manzanas y de sidra de Reinetas Reunidas y Cía.

(e) Reinetas Reunidas y Cía. puede vender una caja de manzanas por 5 euros y una botella de sidra por 2 euros. Traza una línea negra que represente todas las combinaciones de ventas de manzanas y sidra que generarían unos ingresos de 1.000 euros diarios. Con este plan de producción maximizada de beneficios, Reinetas Reunidas y Cía. produce **200** cajas de manzanas y **0** botellas de sidra y los ingresos totales ascienden a **1.000** euros.



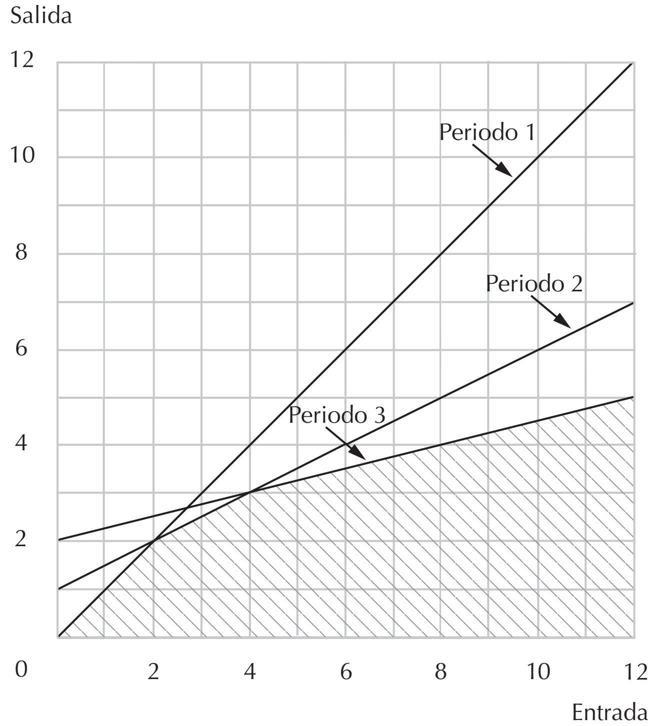
19.5 (0) Una empresa que maximiza los beneficios produce un solo producto, y, y emplea un solo factor, x, para producirlo. Denotamos con w el precio de una unidad del factor y con p el precio del producto. Se observa el comportamiento de la empresa en tres periodos y el resultado es como sigue:

Periodo	y	x	w	p
1	1	1	1	1
2	2,5	3	0,5	1
3	4	s	0,25	1

(a) Escribe una ecuación que represente los beneficios de la empresa, π, en función de la cantidad empleada del factor x, de la cantidad del producto y que produce, del coste unitario del factor w y del precio del producto p. $\boldsymbol{\pi = py - wx}$.

(b) En el diagrama correspondiente traza, para cada uno de los tres periodos, una recta isobeneficio que represente las combinaciones de los factores y del producto que hubieran generado los mismos beneficios en ese periodo que las combinaciones elegidas realmente. ¿Cuáles son las ecuaciones de estas tres rectas? $\boldsymbol{y = x}$, $\boldsymbol{y = 1 + 0{,}5x}$, $\boldsymbol{y = 2 + 0{,}25x}$. Aplicando la teoría de la rentabilidad revelada colorea

la zona correspondiente a las combinaciones de los factores y del producto que es posible establecer dados los resultados disponibles. ¿Cómo podrías describir verbalmente esta zona? **La región que se encuentra debajo de las 3 rectas isobeneficio**.



19.6 (0) Tadeo Pilluelo es el azote de los torpes. Esto significa que busca compañías que no están maximizando sus beneficios, las compra y después intenta gestionarlas de manera que generen beneficios más elevados. Tadeo está examinando las cuentas de dos refinerías que podría comprar, Mampsa y Persol. Cada una de estas compañías compra petróleo y produce gasolina. Durante el periodo abarcado por los archivos, el precio de la gasolina ha fluctuado considerablemente, mientras que el coste del petróleo se ha mantenido fijo en 10 euros el barril. Para simplificar, supongamos que el petróleo es el único factor necesario para producir gasolina.

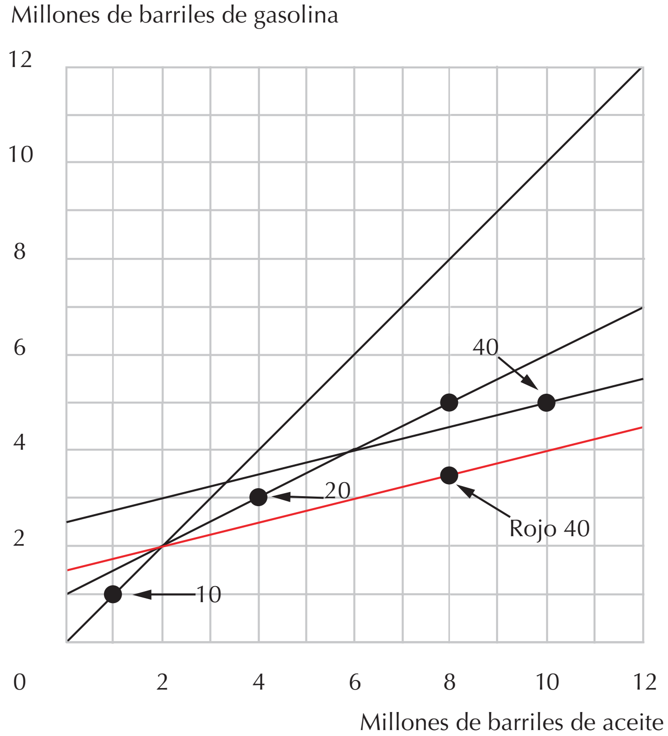
Cuando el precio del barril de gasolina era 10 euros, Mampsa producía 1 millón de barriles de gasolina empleando 1 millón de barriles de petróleo. Cuando el precio de la gasolina era 20 euros el barril, Mampsa producía 3 millones de barriles de gasolina empleando 4 millones de barriles de petróleo. Finalmente, cuando el precio de la gasolina era 40 euros el barril, Mampsa producía 5 millones de barriles de gasolina empleando 10 millones de barriles de petróleo.

Persol (dirigida por Mateo Matarile) se comportó exactamente de la misma manera en los dos primeros casos cuando el precio de la gasolina era 10 y 20 euros el barril, pero cuando el precio alcanzó los 40 euros, Persol producía 3,5 millones de barriles de gasolina empleando 8 millones de barriles de petróleo.

(a) Traza en color negro las rectas isobeneficio de Mampsa en los tres periodos considerados, señalando los puntos correspondientes a las elecciones de los niveles de producción de la compañía. Denomina las rectas con los números 10, 20 y 40. Traza en color rojo la recta isobeneficio de Persol e indica el nivel de producción elegido por la compañía. Indica esta recta con el número 40 en color rojo.

(b) ¿Qué beneficios hubiera podido obtener Persol cuando el precio de la gasolina era 40 euros el barril si hubiera elegido producir la misma cantidad que producía cuando el precio del barril era 20

euros? **80 millones de euros**. ¿Cuáles fueron en realidad los beneficios de Persol cuando el precio de la gasolina era 40 euros? **60 millones de euros**.



(c) ¿Existe algún modo de verificar que Mampsa no está maximizando los beneficios? Razona tu respuesta. **No. Los datos satisfacen el axioma débil de la maximización del beneficio**.

(d) ¿Existe algún modo de verificar que Persol no está maximizando los beneficios? Razona tu respuesta. **Sí. Cuando el precio de la gasolina era de 40 euros, Persol podría haber ganado más dinero actuando como actuó cuando el precio de la gasolina era de 20 euros**.

19.7 (0) Tras haber estudiado detenidamente la situación de Mampsa, Tadeo Pilluelo decide que la compañía probablemente haya estado maximizando sus beneficios. Pero aun así, todavía está interesado en adquirirla. Quiere emplear la gasolina que produce para su flota de camiones de transporte de sus granjas de pollos, Gallina Caponata, S.A. Para este propósito Mampsa tendría que ser capaz de producir 5 millones de barriles de gasolina empleando 8 millones de barriles de petróleo. Marca en el gráfico el punto correspondiente a esta combinación. Suponiendo que Mampsa maximiza siempre sus beneficios, ¿sería tecnológicamente posible emplear esta combinación de los factores y del producto? ¿Por qué o por qué no? **No. Si pudiera, habría obtenido más beneficios eligiendo esta combinación que la que eligió cuando el precio del petróleo era de 40 euros**.

19.8 (0) Supongamos que todas las empresas que operan en un mercado competitivo intentan maximizar sus beneficios y emplean solamente un factor de producción. En este caso sabemos que para cualquier variación en el precio del factor o del producto, la empresa elegirá una cantidad del factor o del producto que satisfaga el axioma débil de la conducta rnaximizadora de beneficios, $\Delta p \Delta y - \Delta w \Delta x \geq 0$.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones satisfacen el axioma débil de la conducta maximizadora de beneficios (ADCMB)? Responde sí o no y razona brevemente tu respuesta.

(a) Si el precio del factor no varía, entonces una disminución del precio del producto implicará que la empresa produce la misma cantidad o una cantidad menor del producto. **Sí. Si el precio del factor no varía, $\Delta w = 0$, por lo que el axioma débil de la maximización de l beneficio dice que $\Delta p \Delta y \geq 0$**.

(b) Si el precio del producto permanece invariable, entonces una disminución del precio del factor implicará que la empresa emplea la misma cantidad o una cantidad mayor del factor. **Sí. Si el precio del producto no cambia, $\Delta p = 0$, por lo que el axioma débil dice $-\Delta w \Delta x \geq 0$**.

(c) Si aumenta tanto el precio del producto como el del factor y la empresa produce una cantidad menor del producto, entonces la empresa empleará una cantidad mayor del factor. **No. Por la regla de los signos $(+)(-) - (+)(+) \geq 0$, lo cual no puede ocurrir**.

19.9 (1) El agricultor Hoglund ha descubierto que su granja puede producir 30 kilos de maíz por acre si no emplea ningún fertilizante. Si emplea N kilos de fertilizante por cada acre de tierra, el *producto marginal* del fertilizante es igual a $1 - N/200$ kilos de maíz por cada kilo de fertilizante.

(a) Si el precio de 1 kilo de maíz es 3 euros y el precio de 1 kilo de fertilizante es p florines (donde $p < 3$), ¿cuántos kilos de fertilizante por acre debería emplear Hoglund para maximizar sus beneficios? **$200 - 66{,}66p$**.

(b) (Sólo para los que recuerdan mínimamente el cálculo integral.) Represente con una función la cantidad de maíz por acre generada en función de la cantidad de fertilizante empleada. **$30 + N - N^2/400$**.

(c) El vecino de Hoglund, Skoglund, posee una tierra mejor que la de Hoglund. De hecho, con cualquier cantidad de fertilizante que emplea, obtiene exactamente el doble de maíz por acre que Hoglund obtiene empleando la misma cantidad de fertilizante. ¿Qué cantidad de fertilizante empleará Skoglund por acre si el precio de 1 kilo de maíz es 3 euros y el precio de 1 litro de fertilizante es p euros? **$200 - 33{,}33p$**. (Pista: comienza escribiendo el producto marginal del fertilizante empleado por Skoglund en función de N.)

(d) Si Hoglund y Skoglund están maximizando beneficios, Skoglund producirá una cantidad de maíz ¿mayor del doble, menor del doble o exactamente el doble de la de Hoglund? Razona tu respuesta. **Más de doble. S produciría el doble que H si utilizaran las mismas cantidades de fertilizante, pero S utiliza más fertilizante que H**.

(e) Razona cómo una persona que comparara las cosechas de maíz de Hoglund y Skoglund y conociera la cantidad de fertilizante empleada por cada uno, pero ignorara la calidad de cada una de las tierras, podría derivar una interpretación errónea de la efectividad del fertilizante. **El fertilizante no fue la causa de toda la diferencia de rendimiento. La mejor tierra recibió más fertilizante**.

19.10 (0) Una empresa que emplea dos factores variables tiene la función de producción $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2}x_2^{1/4}$. El precio del producto es igual a 4, el precio del factor 1 es igual a w_1 y el precio del factor 2 es igual a w_2.

(a) Escribe una ecuación que iguale el valor del producto marginal del factor 1 con su precio $\mathbf{2x_1^{1/2}x_2^{1/4} = w_1}$ y una ecuación que iguale el valor del producto marginal del factor 2 con su precio. $\mathbf{x_1^{1/2}x_2^{-3/4} = w_2}$. Resuelve este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas x_1 y x_2, para determinar las cantidades de los factores 1 y 2 que maximizan los beneficios de la empresa en función de w_1 y w_2. De este modo, obtenemos que $x_1 = \mathbf{8/(w^3{}_1\ w_2)}$ y $x_2 = \mathbf{4/(w^2{}_1\ w_2{}^2)}$. (Pista: puedes usar la primera ecuación para determinar el valor de x_1 en función de x_2 y del precio de los factores. Sustituye después este resultado en la segunda ecuación para determinar el valor de x_2 en función de ambos precios. Por último, utiliza el valor de x_2 que has obtenido para determinar el valor de x_1.)

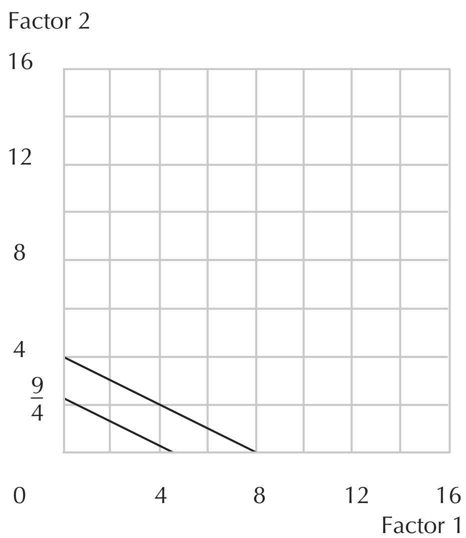
(b) Si el precio del factor 1 es 2 y el precio del factor 2 es 1, ¿cuántas unidades del factor 1 demandará la empresa? **1**. ¿Cuántas unidades del factor 2 demandará la empresa? **1**. ¿Cuál será su nivel de producción? **1.** ¿Qué beneficios obtendrá? **1**.

19.11 (0) Una empresa que emplea dos factores variables tiene la función de producción $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2}x_1^{1/2}$. El precio del producto es igual a 4, el precio del factor 1 es igual a 4 y el precio del factor 2 es igual a w_2.

(a) Escribe dos ecuaciones que igualen el valor del producto marginal de cada uno de los factores con su precio. $\mathbf{2x_1^{-1/2}x_1^{1/2} = w_1}$ **y** $\mathbf{2x_1^{1/2}\ x_1^{-1/2} = w_2}$. Si $w_2 = 2w_2$, estas dos ecuaciones implican que $x_1/x_2 = \mathbf{1/2}$.

(b) En el caso de esta función de producción, ¿es posible resolver las dos ecuaciones de los productos marginales determinando únicamente los valores de x_1 y x_2? **No**.

19.12 (1) Una empresa que emplea dos factores variables tiene la función de producción $f(x_1, x_2) = \sqrt{2x_1 + 4x_2}$. En el gráfico siguiente, traza las isocuantas correspondientes a un nivel de producción igual a 3 y a un nivel de producción igual a 4.



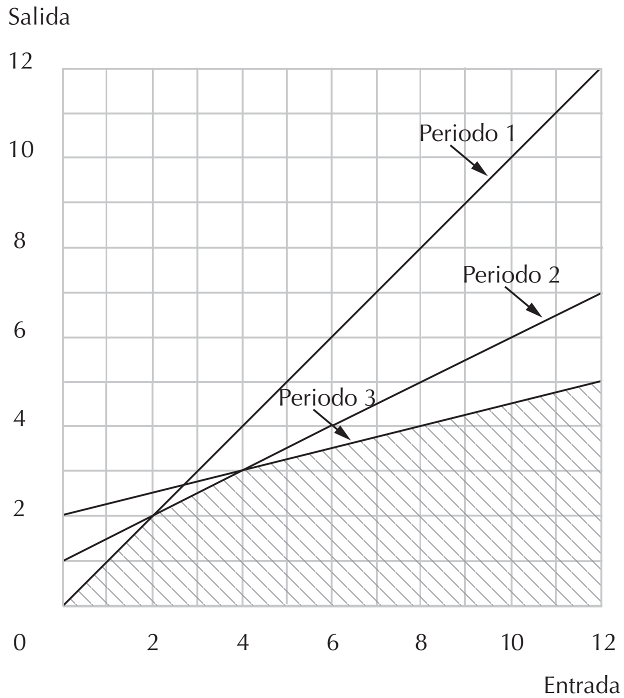
(a) Si el precio del bien producido es 4, el precio del factor 1 es 2 y el precio del factor 2 es 3, determina el nivel de empleo maximizador de beneficios del factor 1, **0**, el nivel de empleo maximizador de beneficios del factor 2, **16/9**, y la producción maximizadora de beneficios, **8/3**.

19.13 (0) Una empresa maximizadora de los beneficios produce un bien, y, y utiliza un factor, x, para producirlo. El precio por unidad del factor se representa por medio de w y el precio del producto por medio de p. Observamos la conducta de la empresa durante tres periodos y vemos lo siguiente:

Periodo	y	x	w	p
1	1	1	1	1
2	2,5	3	0,5	1
3	4	8	0,25	1

(a) Formula una ecuación de los beneficios de la empresa, π, en función de la cantidad que utiliza del factor x, la cantidad que produce del bien y, el coste unitario del factor w y el precio del bien p. $\boldsymbol{\pi = py - wx}$.

(b) Traza en el gráfico adjunto una recta isobeneficio para cada uno de los tres periodos, mostrando las combinaciones de las cantidades el factor y del bien que generarían los mismos beneficios ese periodo que las combinaciones elegidas realmente. ¿Cuáles son las ecuaciones correspondientes a estas tres rectas? $\boldsymbol{y = x}$, $\boldsymbol{y = 1 + 0{,}5x}$, $\boldsymbol{y = 2 + 0{,}25x}$. Utilizando la teoría de la rentabilidad revelada, sombrea en el gráfico la región que representa las combinaciones de cantidades del factor y del bien que podrían ser viables a juzgar por los datos de los que se dispone. ¿Cómo describirías verbalmente esta región? **La región que se encuentra debajo de las 3 rectas isobeneficio**.

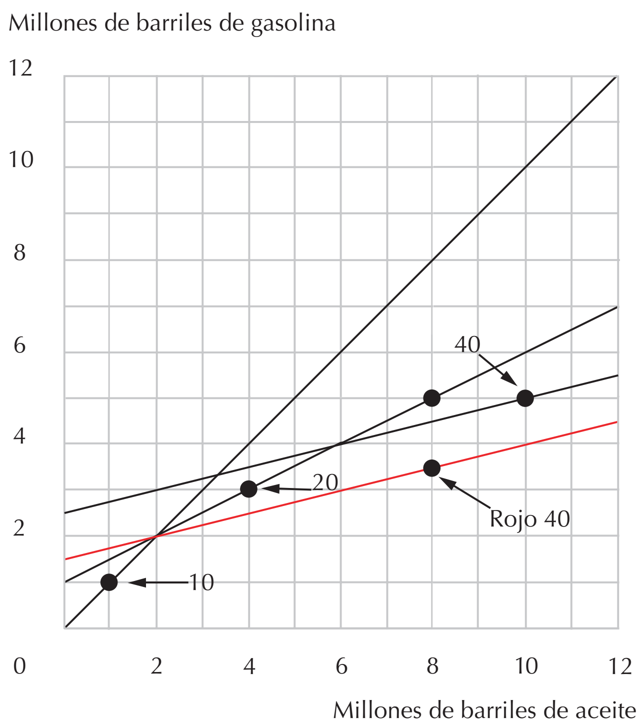


19.14 (0) José García, apodado «el Depredador», es un tiburón empresarial. Eso significa que busca empresas que no están maximizando los beneficios, las compra y trata de gestionarlas de manera que obtengan mayores beneficios. José García está examinando los datos financieros de dos refinerías que podría comprar, la Compañía Petrosa y la Compañía Refisa. Cada una de estas compañías compra petróleo y produce gasolina. Durante el periodo de tiempo al que se refieren estos datos, el precio de la gasolina experimentó grandes fluctuaciones, mientras que el coste del petróleo se mantuvo constante en 10 euros por barril. Suponemos, para simplificar el análisis, que el petróleo es el único factor que se emplea en la producción de gasolina.

Petrosa produjo 1 millón de barriles de gasolina utilizando 1 millón de barriles de petróleo cuando el precio de la gasolina fue de 10 euros por barril. Cuando fue de 20 euros por barril, produjo 3 millones de barriles de gasolina utilizando 4 millones de barriles de petróleo. Por último, cuando el precio de la gasolina fue de 40 euros por barril, Petrosa utilizó 10 millones de barriles de petróleo para producir 5 millones de barriles de gasolina.

Refisa (que es dirigida por Martín E. Landes III) no hizo exactamente lo mismo cuando el precio de la gasolina fue de 10 y de 20 euros, pero cuando alcanzó los 40 euros, produjo 3,5 millones de barriles de gasolina utilizando 8 millones de barriles de petróleo.

(a) Representa en color negro las rectas isobeneficio y las decisiones de Petrosa correspondientes a los tres periodos. Llámalas 10, 20 y 40. Representa en color rojo la recta isobeneficio y la decisión de producción de Refisa. Señálala con un 40 en color rojo.



(b) ¿Cuántos beneficios podría haber obtenido Petrosa cuando el precio de la gasolina era de 40 euros por barril si hubiera decidido producir la misma cantidad que cuando el precio era de 20 euros por barril? **80 millones de euros**. ¿Qué beneficios obtuvo realmente Petrosa cuando el precio de la gasolina era de 40 euros? **60 millones de euros**.

(c) ¿Existe alguna prueba de que Petrosa no está maximizando los beneficios? Explica tu respuesta. **No. Los datos satisfacen el axioma débil de la maximización del beneficio**.

(d) ¿Existe alguna prueba de que Refisa no está maximizando los beneficios? Explica tu respuesta. **Sí. Cuando el precio de la gasolina era de 40 euros, Refisa podría haber ganado más dinero actuando como actuó cuando el precio era de 20 euros**.

19.15 (0) Tras estudiar detenidamente la situación de Petrosa, José García llega a la conclusión de que la compañía probablemente ha estado maximizando los beneficios. Pero sigue estando muy interesado en comprarla. Quiere utilizar la gasolina que produce para su flota de reparto de sus productos avícolas, Transportes Capón. Para eso, Petrosa tendría que ser capaz de producir 5 millones de barriles de gasolina con 8 millones de barriles de petróleo. Marca este punto en tu gráfico. Suponiendo que Petrosa siempre maximiza los beneficios, ¿sería viable desde el punto de vista tecnológico producir esta combinación de cantidades del factor y de producción? ¿Por qué sí o por qué no? **No. Si pudiera, habría obtenido más beneficios eligiendo esta combinación que la que eligió cuando el precio del petróleo era de 40 euros**.

19.16 (0) Supongamos que las empresas que producen en un mercado competitivo intentan maximizar los beneficios y sólo utilizan un factor de producción. En ese caso, sabemos que cualesquiera que sean las variaciones del precio del factor y del producto, la elección de la cantidad del factor y de la cantidad de producción debe obedecer el axioma débil de la maximización del beneficio, $\Delta p \Delta y - \Delta w \Delta x \geq 0$.

¿Cuáles de las siguientes proposiciones puede demostrarse por medio del axioma débil de la conducta maximizadora del beneficio? Responde afirmativa o negativamente y da una breve explicación.

(a) Si el precio del factor no varía, un descenso del precio del producto implicará que la empresa producirá la misma cantidad de producción o menos. **Sí**. **Si el precio del factor de no varía, $\Delta w = 0$, por lo que el axioma débil de la maximización del beneficio dice que $-\Delta p \Delta y \geq 0$**.

(b) Si el precio del producto se mantiene constante, un descenso del precio del factor implicará que la empresa utilizará la misma cantidad del factor o más. **Sí**. **Si el precio del producto no varía, $\Delta p = 0$, por lo que el axioma débil de la maximización del beneficio dice que $-\Delta w \Delta x \geq 0$**.

(c) Si tanto el precio del producto como el del factor suben y la empresa produce menos cantidad, la empresa utilizará una cantidad mayor del factor. **No**. **Por la regla de los signos es (+)(–) – (+)(+) ≥ 0, lo cual no puede ocurrir**.

20 La minimización de los costes

Introducción

En el capítulo de la elección del consumidor estudiamos el comportamiento de un consumidor que trata de maximizar su utilidad dada la restricción de poseer una cantidad fija de dinero para gastar. En este capítulo estudiaremos el comportamiento de una empresa que trata de producir una cantidad determinada de producción de la manera menos costosa posible. En ambas circunstancias tenemos que hallar el punto de tangencia entre una línea curva y una línea recta. En la teoría del consumidor tenemos una «curva de indiferencia» y una «recta presupuestaria» y en la teoría del productor tenemos una «isocuanta de producción» y una «recta isocoste». Como recordarás, en la teoría del consumidor determinar el punto de tangencia nos permite obtener solamente una de las dos ecuaciones necesarias para localizar la cesta elegida por el consumidor. La segunda ecuación que utilizábamos era la recta presupuestaria. En la teoría de la minimización de costes también es la determinación del punto de tangencia la que permite obtener una de las dos ecuaciones necesarias. En esta ocasión no conocemos con anticipación la cantidad que el productor está gastando, así que en su lugar facilitamos qué nivel de producción quiere generar y tenemos que determinar el modo menos costoso de producirla. Por lo tanto, la segunda ecuación es la que establece la cantidad de producción que la empresa intenta generar.

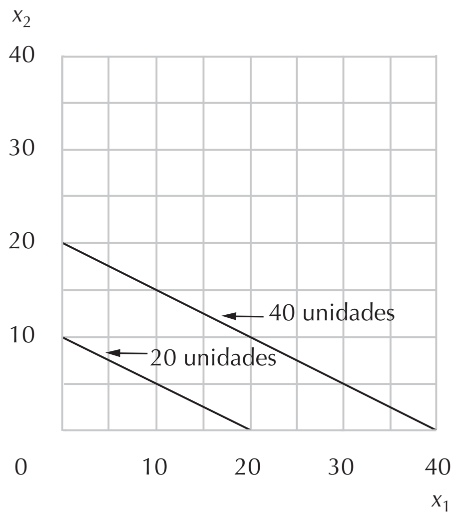
Ejemplo: La función de producción de una empresa es $f(x_1\ x_2) = \left(\sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2}\right)^2$. El precio del factor 1 es $w_1 = 1$ y el precio del factor 2 es $w_2 = 1$. Vamos a determinar la combinación de los factores más económica para producir 16 unidades del producto. Tenemos que encontrar un punto que se corresponda con una relación marginal de transformación igual a $-\ w_1/w_2$. Si calculamos la relación marginal de transformación (o la buscamos en el ejercicio de calentamiento del capítulo 18), tenemos que RMT $(x_1, x_2) = -(1/3)\ (x_2/x_1)^{1/2}$. Por lo tanto, tenemos que $-\ (1/3)(x_2/x_1)^{1/2} = -\ w_1/\ w_2 = -1$. Esta ecuación se puede simplificar para obtener $x_2 = 9x_1$. De manera que sabemos que la combinación de los factores elegida tiene que encontrarse en la recta cuya ecuación es $x_2 = 9x_1$. Como queremos determinar la manera más económica de producir 16 unidades del producto, la combinación de los factores que buscamos tiene que satisfacer la ecuación $\left(\sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2}\right)^2 = 16$, o su equivalente $\left(\sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2}\right) = 4$. Como $x_2 = 9x_1$ podemos sustituir el valor de x_2 en la ecuación anterior para obtener $\left(\sqrt{x_1} + 3\sqrt{9x_1}\right) = 4$ que se puede simplificar a $10\sqrt{x_1} = 4$. Resolviendo esta ecuación para determinar el valor de x_1, tenemos que $x_1 = 16/100$ y, por consiguiente, $x_2 = 9x_1 = 144/100$.

El valor de las cantidades x_1 y x_2 que hemos determinado en el parágrafo anterior se conocen con el nombre de *demandas condicionadas de los factores* 1 y 2, donde el condicionamiento con respecto a los precios es $w_1 = 1$ y $w_2 = 1$ y con respecto al nivel de producción es $y = 16$. Expresamos esta condición algebraicamente con $x_1(1, 1, 16) = 16/100$ y $x_2(1, 1, 16) = 144/100$. Como conocemos la cantidad de cada factor que se empleará para producir 16 unidades del producto y conocemos el precio de cada uno de los factores, podemos determinar ahora el coste de producir 16 unidades del producto. Este coste es $c(w_1, w_2, 16) = w_1x_1(w_1, w_2, 16) + w_2x_2(w_1, w_2, 16)$. Como en nuestro ejemplo $w_1 = w_2 = 1$, tenemos que $c(1, 1, 16) = x_1(1, 1, 16) + x_2(1, 1, 16) = 160/100$.

En la teoría del consumidor también consideramos los casos en los cuales las «curvas» de indiferencia son líneas rectas y en los casos en los cuales las curvas de indiferencia tienen vértices. Después vimos que la elección de un consumidor se puede corresponder con uno de los extremos de la recta presupuestaria o con el vértice de una curva de indiferencia. En general, observando atentamente el diagrama puedes determinar la solución. El procedimiento para determinar las soluciones que se encuentran en vértices y en extremos es prácticamente el mismo en el caso de la minimización de costes de una empresa. Veremos algunos ejercicios que muestran cómo aplicarlo.

20.1 (0) Nuria vende programas de ordenador fáciles de usar. La función de producción de su empresa es $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, donde x_1 es la cantidad de trabajo no cualificado y x_2 es la cantidad de trabajo cualificado que tiene contratada.

(a) Traza en el gráfico siguiente la isocuanta de producción que representa las combinaciones de factores que generarán 20 unidades del producto y la isocuanta que representa las combinaciones de factores que generarán 40 unidades del producto.



(b) Esta función de producción, ¿presenta rendimientos crecientes, decrecientes o constantes de escala? **Constantes**.

(c) Si Nuria sólo contrata trabajadores no cualificados, ¿cuántas unidades de trabajo no cualificado necesitará para generar y unidades de producción? $\boldsymbol{y}$.

(d) Si Nuria sólo contrata trabajadores cualificados, ¿cuántas unidades de trabajo cualificado necesitará para generar y unidades de producción? $\boldsymbol{y/2}$.

(e) Si Nuria se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), ¿cuál es la combinación de factores más económica para generar 20 unidades de producción? x_1 = **0**, x_2 = **10**.

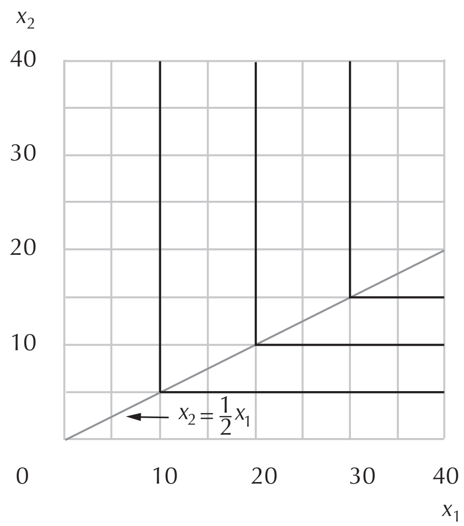
(f) Si Nuria se enfrenta a los precios de los factores (1, 3), ¿cuál es la combinación de factores más económica para generar 20 unidades de producción? x_1 = **20**, x_2 = **0**.

(g) Si Nuria se enfrenta a los precios de los factores (w_1, w_2), ¿cuál será el coste mínimo que la empresa tiene que soportar para generar 20 unidades de producción? $\boldsymbol{c = \min\{20w_1, 10w_2\} = 10 \min\{2w_1, w_2\}}$.

(h) Si Nuria se enfrenta a los precios de los factores (w_1, w_2), ¿cuál será el coste mínimo que la empresa tiene que soportar para generar y unidades de producción? $\boldsymbol{c(w_1, w_2, y) = \min\{w_1, w_2/2\}y}$.

20.2 (0) Bruñidos, S.A. produce bustos de bronce. Como se sabe, el bronce es una aleación de cobre y de cinc utilizados en proporciones fijas. La función de producción viene dada por $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$, donde x_1 es la cantidad empleada de cobre y x_2 es la cantidad empleada de cinc en el proceso de producción.

(a) Traza en el gráfico adjunto una isocuanta típica que corresponda a esta función de producción.



(b) Esta función de producción, ¿presenta rendimientos crecientes, decrecientes o constantes de escala? **Constantes**.

(c) Si la empresa se propone producir 10 bustos de bronce, ¿qué cantidad de cobre necesitará? **10 unidades**. ¿Qué cantidad de cinc necesitará? **5 unidades**.

(d) Si la empresa se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), ¿cuál es la combinación de factores más económica para producir 10 bustos de bronce? ¿Cuál será el coste de la empresa? **Sólo puede producir 10 unidades utilizando la combinación (10, 5), por lo que ésta es la forma más barata**. **Costará 15 euros**.

(e) Si la empresa se enfrenta a los precios de los factores (w_1, w_2), ¿cuál es la combinación de factores más económica para producir 10 bustos de bronce? $\boldsymbol{c(w_1, w_2, 10) = 10w_1 + 5w_2}$.

(f) Si la empresa se enfrenta a los precios de los factores (w_1, w_2), ¿cuál es la combinación de factores más económica para producir y bustos de bronce? $\mathbf{(w_1 + w_2/2)y}$.

Calculo

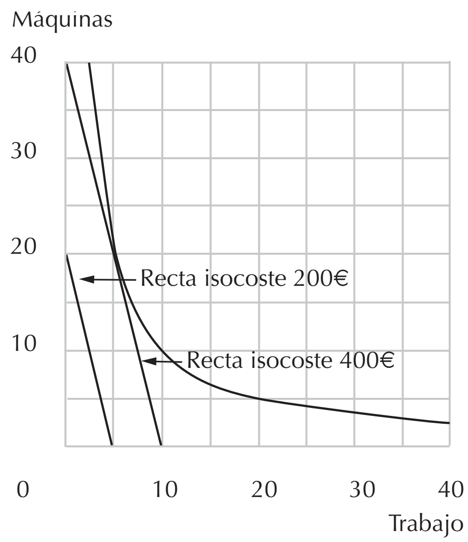
20.3 (0) Una empresa emplea en su proceso de producción los factores trabajo y máquinas, correspondientes a la función de producción $f(T, M) = 4T^{1/2}M^{1/2}$, donde T es el número de las unidades de trabajo empleadas y M es el número de máquinas. El coste de una unidad de trabajo es 40 euros y el coste de utilización de una máquina es 10 euros.

(a) Traza en el gráfico siguiente una recta isocoste correspondiente a todas las combinaciones de trabajo y maquinaria que cuestan 400 euros y w_1 a recta isocoste correspondiente a las combinaciones de factores que cuestan 200 euros. ¿Cuál es la pendiente de estas rectas isocoste? **–4**.

(b) Supongamos que la empresa se propone generar su producto de la manera más económica posible. Determina el número de máquinas que emplearía por cada trabajador. (Pista: la empresa elegirá el punto correspondiente a la pendiente de la isocuanta de producción que sea igual a la pendiente de la recta isocoste.) **4**.

(c) Traza en el gráfico la isocuanta correspondiente a un nivel de producción igual a 40. Calcula la cantidad de trabajo (**5 unidades)** y el número de máquinas (**20**) que se emplearán para producir 40 unidades del producto de la manera más económica posible, dados los precios de los factores. Calcula el coste de producir 40 unidades a estos precios, $c(40, 10, 40) = \mathbf{400}$.

(d) ¿Cuántas unidades de trabajo ($\mathbf{y/8}$) y cuántas máquinas ($\mathbf{y/2}$) empleará la empresa para producir y unidades de la manera más económica posible? ¿Cuál será el coste? $\mathbf{10y}$. (Pista: advierte que hay rendimientos constantes de escala.)



20.4 (0) Eulogio vende limonada en un mercado competitivo, la esquina de una calle muy transitada de un pueblo de Alicante. Su función de producción es $f(x_1, x_2) = x_1^{1/3}x_2^{1/3}$, donde la producción se mide en litros, x_1 es el número de kilos de limones que utiliza y x_2 es el número de horas de trabajo que pasa exprimiendo los limones.

(a) Esta función, ¿presenta rendimientos crecientes, constantes o decrecientes de escala? **Decrecientes**.

(b) Si w_1 es el coste de un kilo de limón es y w_2 es el salario de un exprimidor de limones, la manera más económica posible de producir limonada consiste en emplear $\boldsymbol{w_1/w_2}$ horas de trabajo por cada kilo de limones. (Pista: iguala la pendiente de la isocuanta con la pendiente de la recta isocoste.)

(c) Si Eulogio se propone producir y unidades de la manera más económica posible, entonces el número de kilos de limones que empleará será $x_1\ (w_1, w_2, y) = \boldsymbol{w_1^{1/2}y^{3/2}/w_1^{1/2}}$ y el número de horas de trabajo será $x_2(w_1, w_2, y) = \boldsymbol{w_1^{1/2}y^{3/2}/w_2^{1/2}}$. (Pista: para determinar la combinación de factores empleada utiliza la función de producción y la ecuación de la última parte de la respuesta anterior.)

(d) El coste de Eulogio de producir y unidades siendo los precios de los factores x_1 y w_2 es $c(w_1, w_2, y) = w_1x_1(w_1\ w_2, y) + w_2x_2(w_1, w_2, y) = \boldsymbol{2w_1^{1/2}w_2^{1/2}y^{3/2}}$.

20.5 (0) Los precios de los factores (x_1, x_2, x_3, x_4) son $(4, 1, 3, 2)$.

(a) Si la función de producción viene dada por $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$, ¿cuál es el coste mínimo de producir una unidad de producción? **5 euros**.

(b) Si la función de producción viene dada por $f(x_3, x_4) = x_3 + x_4$, ¿cuál es el coste mínimo de producir una unidad de producción? **2 euros**.

(c) Si la función de producción viene dada por $f(x_1\ x_2, x_3, x_4) = \min\{x_1 + x_2, x_3 + x_4\}$, ¿cuál es el coste mínimo de producir una unidad de producción? **3 euros**.

(d) Si la función de producción viene dada por $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\} + \min\{x_3, x_4\}$, ¿cuál es el coste mínimo de producir una unidad de producción? **5 euros**.

20.6 (0) Jacinto Campos es un entusiasta de la jardinería de interiores y ha descubierto que el número de plantas felices, F, depende de la cantidad de luz, l, y de agua, a. De hecho, Jacinto ha observado que las plantas necesitan el doble de luz que de agua y que cualquier cantidad de más o de menos será inservible. Por lo tanto, la función de producción de Jacinto es $F = \min\{l, 2a\}$.

(a) Supongamos que Jacinto emplea 1 unidad de luz, ¿cuál es la cantidad mínima de agua que *puede emplear* para producir una planta feliz? **1/2 unidad de agua**.

(b) Supongamos que Jacinto quiere producir 4 plantas felices, ¿cuál es la cantidad mínima necesaria de luz y de agua? **(4,2)**.

(c) La función de demanda de Jacinto condicionada del factor luz es $l(w_1, w_2, F) = \boldsymbol{F}$. Y la función de demanda condicionada del factor agua es $a(w_1, w_2, F) = \boldsymbol{F/2}$.

(d) Si una unidad de luz cuesta w_1 y una unidad de agua cuesta w_2, la función de costes de Jacinto es $c(w_1, w_2, F) = w_1\, F + \frac{w_2}{2}\, F$.

20.7 (1) Florinda Campos, la hermana de Jacinto, es una funcionaria que trabaja en la universidad y utiliza un método alternativo de jardinería. Florinda ha descubierto que las plantas, para crecer felizmente, sólo necesitan un fertilizante y que les hablen. (Aviso: comentarios frívolos acerca de los discursos de los funcionarios que trabajan en la universidad como sustitutivos perfectos de los fertilizantes serán considerados de muy mal gusto.) Si f es el número de frascos de fertilizantes empleados y m es el número de horas que emplea monologando con sus plantas, el número de plantas felices producidas es exactamente $F = m + 2f$. Supongamos que un frasco de fertilizante cuesta w_1 y una hora monologando con las plantas cuesta w_m.

(a) Si Florinda no emplea fertilizante, ¿cuántas horas tiene que estar monologando para obtener una planta feliz? **1 hora**. Si ella no monologa con sus plantas en absoluto, ¿cuántos frascos de fertilizante necesitará para cultivar una planta feliz? **1/2 frasco**.

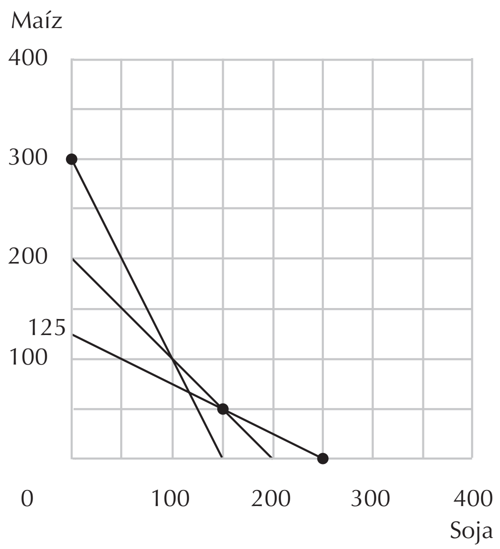
(b) Si $w_m < w_f/2$, ¿le resultaría más económico a Florinda emplear el fertilizante o los monólogos para cultivar una planta feliz? **Serían más económicos los monólogos**.

(c) La función de costes de Florinda es $c(w_f, w_m, F) = \mathbf{min}\left\{\frac{w_f}{2}, w_m\right\}F$.

(d) Su función de demanda condicionada del factor monólogo con las plantas es $m(w_f, w_m, F) = \boldsymbol{F}$ si $w_m < w_f/2$ y **0** si $w_m > w_f/2$.

20.8 (0) ¿Recuerdas a Tadeo Pilluelo, el azote de los torpes? Ahora se dedica a gestionar la compañía Pollo al Ajillo, que comprende varias granjas de pollos. Alimenta a sus pollos con una mezcla de soja y de maíz que varía dependiendo de los precios de ambos productos. De acuerdo con la información facilitada por sus encargados, cuando el precio de la soja era 10 euros el kilo y el precio del maíz era 50 euros el kilo, mezclaban 50 kilos de maíz y 150 kilos de soja por cada corral de pollos. Cuando el precio de la soja era 20 euros el kilo y el precio del maíz era 10 euros el kilo, mezclaban 300 kilos de maíz y 0 kilos de soja por cada corral de pollos. Cuando el precio del maíz era 20 euros el kilo y el precio de la soja era 10 euros el kilo, mezclaban 250 kilos de soja y 0 kilos de maíz por cada corral de pollos.

(a) Representa gráficamente estas tres combinaciones de los factores y la recta isocoste en el gráfico siguiente:



(b) ¿Qué cantidad de dinero emplearon los encargados de la Pollo al Ajillo para alimentar a un corral de pollos cuando los precios eran (10, 10)? **2.000 euros**. ¿Y cuando los precios eran (10, 20)? **2.500 euros**. ¿Y cuando los precios eran (20, 10)? **3.000 euros**.

(c) ¿Hay alguna prueba de que los encargados de la Pollo al Ajillo no estuvieran minimizando los costes? ¿Por qué o por qué no? **No hay ninguna prueba, ya que los datos satisfacen el axioma débil de la minimización de los costes**.

(d) Pilluelo se pregunta a sí mismo si sería posible hallar precios del maíz y de la soja a los cuales sus encargados pudieran mezclar 150 kilos de maíz y 50 kilos de soja para producir un corral de pollos, ¿Cuánto deberían gastar empleando este método para producir un corral de pollos, si el precio de la soja fuese $p_s = 10$ y el precio del maíz fuese $p_m = 10$? **2.000 euros**. ¿Y si los precios fueran $p_s = 10$ y $p_m = 20$? **3.500 euros**. ¿Y si los precios fueran $p_s = 20$ y $p_m = 10$? **2.500 euros**.

(e) Si los encargados de la Pollo al Ajillo habían estado siempre minimizando los costes, ¿sería posible producir un corral de pollos mezclando 150 kilos de maíz y 50 kilos de soja? **No**. **A los precios (20, 10) esta combinación cuesta menos que la combinación utilizada realmente a los precios (20, 10). Si pudiera producir esa combinación, la combinación elegida, no se habría elegido**.

20.9 (0) Una empresa del sector de la genealogía llamada Icoña produce árboles genealógicos utilizando un solo factor. Su función de producción es $f(x) = \sqrt{x}$.

(a) Esta empresa, ¿presenta rendimientos crecientes, constantes o decrecientes de escala? **Decrecientes**.

(b) ¿Cuántas unidades del factor son necesarias para producir 10 unidades del producto? **100 unidades**. Si el factor cuesta w por unidad, ¿cuánto cuesta producir 10 unidades del producto? **100 *w***.

(c) ¿Cuántas unidades del factor son necesarias para producir y unidades del producto? $\boldsymbol{y^2}$. Si el factor cuesta w por unidad, ¿cuánto cuesta producir y unidades del producto? $\boldsymbol{y^2 w}$.

(d) Si el factor cuesta w por unidad, ¿cuál es el coste medio de producir y unidades? $\boldsymbol{CMe(w, y) = yw}$.

20.10 (0) Una cafetería universitaria produce comidas integrales empleando un solo factor y un proceso de producción bastante notable. No estamos autorizados a revelar el nombre del ingrediente, pero según afirma una autoridad culinaria: «Los hongos participan en el proceso». La función de producción de la cafetería es $f(x) = x^2$, donde x es la cantidad del factor y $f(x)$ es el número de comidas integrales producidas.

(a) Esta cafetería, ¿presenta rendimientos crecientes, constantes o decrecientes de escala? **Crecientes**.

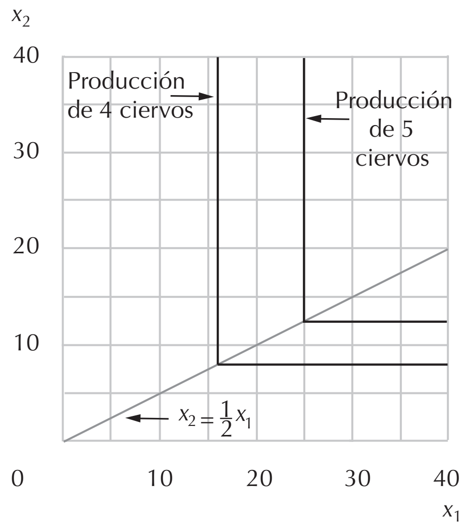
(b) ¿Cuántas unidades del factor son necesarias para producir 144 comidas integrales? **12**. Si el factor cuesta w por unidad, ¿cuánto cuesta producir 144 comidas integrales? **12*w***.

(c) Cuántas unidades del factor son necesarias para producir y comidas integrales? $\sqrt{y}$. Si el factor cuesta w por unidad, ¿cuánto cuesta producir y comidas integrales? $w\sqrt{y}$.

(d) Si el factor cuesta w por unidad, ¿cuál es el coste medio de producir y comidas integrales? $CMe(w, y) = w\sqrt{y}$.

20.11 (0) Irma trabaja confeccionando artesanalmente ciervos de plástico para decoración de jardines. «Es un trabajo duro –dice Irma– pero hay que hacer lo que sea para ganarse el pan». Su función de producción viene dada por $f(x_1, x_2) = (\min\{x_1, 2x_2\})^{1/2}$, donde x_1 es la cantidad de plástico empleada, x_2 es la cantidad de trabajo empleada y $f(x_1, x_2)$ es el número de ciervos producidos.

(a) Traza en el siguiente gráfico una isocuanta de producción que represente las combinaciones de factores que permitan producir 4 ciervos y la isocuanta que represente las combinaciones de factores que permitan producir 5 ciervos.



(b) Esta función de producción, ¿presenta rendimientos crecientes, constantes o decrecientes de escala? **Rendimientos decrecientes de escala**.

(c) Si Irma se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), ¿cuál es la manera más económica de producir 4 ciervos? **Utilizar (16, 8)**. ¿Cuál es el coste de esta producción? **24 euros**.

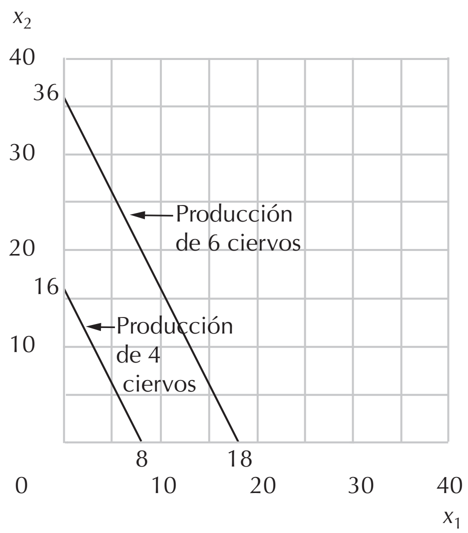
(d) Si lrma se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), ¿cuál es la manera más económica de producir 5 ciervos? **Utilizar (25, 12,5)**. ¿Cuál es el coste de esta producción? **37,50 euros**.

(e) Si Irma se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), el coste de producir y ciervos con esta tecnología es $c(1, 1, y) = \mathbf{3y^2/2}$.

(f) Si Irma se enfrenta a los precios de los factores (w_1, w_2), el coste de producir y ciervos con esta tecnología es $c(w_1, w_2/y) = \mathbf{(w_1 + w_2/2)y^2}$.

20.12 (0) Amadeo Durero también es un productor de ornamentos decorativos para el jardín y ha descubierto un método de producción totalmente automatizado. No le supone trabajo alguno, solamente necesita madera y plástico. Manifiesta que le gusta su negocio «porque necesita la pasta». La función de producción de Amadeo viene dada por $f(x_1, x_2) = (2x_1 + x_2)^{1/2}$, donde x_1 es la cantidad de plástico empleado, x_2 es la cantidad de madera empleada y $f(x_1, x_2)$ es el número de ciervos producidos.

(a) Traza en el gráfico siguiente una isocuanta de producción que represente las combinaciones de factores que permitan producir 4 ciervos y otra isocuanta que represente las combinaciones de factores que permitan producir 6 ciervos.



(b) Esta función de producción, ¿presenta rendimientos crecientes, constantes o decrecientes de escala? **Rendimientos decrecientes de escala**.

(c) Si Amadeo se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), ¿cuál es la manera más económica de producir 4 ciervos? **(8, 0)**. ¿Cuál es el coste de esta producción? **8 euros**.

(d) Si Amadeo se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), ¿cuál es la manera más económica de producir 6 ciervos? **(18, 0)**. ¿Cuál es el coste de esta producción? **18 euros**.

(e) Si Amadeo se enfrenta a los precios de los factores (1, 1), el coste de producir y ciervos con esta tecnología es $c(1, 1, y) = \mathbf{y^2/2}$.

(f) Si Amadeo se enfrenta a los precios de los factores (3, 1), el coste de producir y ciervos con esta tecnología es $c(3, 1, y) = \mathbf{y^2}$.

20.13 (0) Supongamos que Amadeo Durero, a quien conocimos en el problema anterior, no puede variar la cantidad de madera que emplea a corto plazo y se ve obligado a emplear 20 unidades de madera. Supongamos que puede variar la cantidad de plástico empleada, incluso a corto plazo.

(a) ¿Qué cantidad de plástico necesitará para producir 100 ciervos? **4.990 unidades**.

(b) Si una unidad de plástico cuesta 1 euro y una unidad de madera cuesta 1 euro también, ¿cuánto le costará a Amadeo producir 100 ciervos? **5.010 euros**.

(c) Escribe la función de costes de Amadeo a corto plazo si los factores tienen estos precios. $\boldsymbol{c(1, 1, y) = 20 + (y^2 - 20)/2}$.

21 Las curvas de costes

Introducción

En este capítulo continuamos estudiando las funciones de costes. Los costes totales se pueden dividir en costes fijos, que no varían al cambiar el nivel de producción, y en costes variables. Para obtener el coste (total) medio, el coste fijo medio y el coste variable medio, basta con dividir la función de costes apropiada por y, el nivel de producción. La función del coste marginal es la derivada de la función de costes totales con respecto a la producción (o, si no dominamos el cálculo diferencial: el cociente de la variación de los costes correspondiente a una variación en la producción).

Recuerda que la curva de coste marginal corta tanto a la curva de coste medio como a la curva de coste variable medio en sus puntos mínimos. Así que para determinar el punto mínimo de la curva de coste medio simplemente igualamos el coste marginal con el coste medio y procedemos de manera análoga para el mínimo de la curva de coste variable medio.

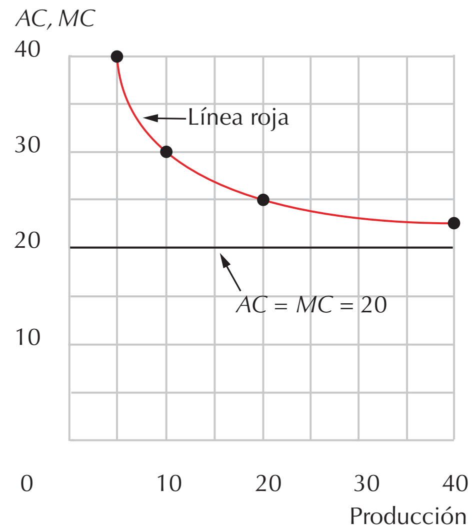
Ejemplo: La función de costes totales de una empresa es $C(y) = 100 + 10y$. Vamos a escribir las ecuaciones de las diversas curvas de costes. Los costes fijos totales son iguales a 100, de manera que la ecuación de la curva de coste fijo medio es $100/y$. Los costes variables totales son $10y$, por lo tanto, los costes variables medios son $10y/y = 10$ para cualquier nivel de y. El coste marginal es igual a 10 para cualquier nivel de y. Los costes totales medios son $(100 + 10y)/y = 10 + 10/y$. Notemos que para esta empresa los costes totales medios decrecen a medida que aumenta el nivel de y y advirtamos también que el coste marginal es inferior al coste total medio para cualquier nivel de y.

21.1 (0) El señor Olegario Carroza, propietario de Autos Locos, S.A., se dedica a vender coches. Olegario adquiere los coches por c euros cada uno y no tiene otros costes.

(a) ¿Cuáles son sus costes totales si vende 10 coches? **10*c***. ¿Y si vende 20 coches? **20*c***. Escribe la ecuación que representa los costes totales de Olegario suponiendo que venda y coches: $\boldsymbol{CT(y) = cy}$.

(b) ¿Cuál es su función de coste medio? $\boldsymbol{CMe(y) = c}$. Por cada coche adicional que Olegario vende sus costes se incrementan en $\boldsymbol{c}$. Escribe la función de coste marginal de Olegario: $\boldsymbol{CMg(y) = c}$.

(c) Dibuja en el gráfico siguiente la curva de coste medio y la curva de coste marginal de Olegario suponiendo que $c = 20$.



(d) Supongamos que Olegario tiene que pagar b euros al año para producir anuncios televisivos ofensivos. La curva de costes totales es ahora $CT(y) = \boldsymbol{cy + b}$, su curva de coste medio es $CMe(y) = \boldsymbol{c + b/y}$ y su curva de coste marginal es $CMg(y) = \boldsymbol{c}$.

(e) Dibuja en color rojo en el gráfico anterior la curva de coste medio suponiendo que $b = 100$ euros.

21.2 (0) Dromedario Carroza, un hermano de Olegario, se dedica al negocio de la reparación de coches. Como últimamente no tenía mucho que hacer, decidió calcular los costes de su negocio. Encontró que los costes totales destinados a reparar s coches son $CT(s) = 2s^2 + 10$. Pero la atención de Dromedario se desvió hacia otros cauces..., y aquí es donde empieza tu tarea. Completa por favor los siguientes cálculos:

Costes variables totales: $\boldsymbol{2s^2}$.
Costes fijos totales: **10**.
Costes variables medios: $\boldsymbol{2s}$.
Costes fijos medios: $\boldsymbol{10/s}$.
Costes medios totales: $\boldsymbol{2s + 10/s}$.
Costes marginales: $\boldsymbol{4s}$.

21.3 (0) Un tercer hermano, Relicario Carroza, es propietario de un cementerio de coches. Para demoler los coches, Relicario puede emplear uno de estos dos métodos: puede comprar una prensa hidráulica de coches que cuesta 200 euros al año y emplearla después para demoler coches gastando 1 euro por coche reducido a chatarra, o bien puede adquirir una pala que cuesta 10 euros, que durará un año y pagarle 5 euros a Sicario, el último de los hermanos Carroza, por sepultar cada coche.

(a) Escribe la función de los costes totales de los dos métodos, donde y es la producción anual: $CT_1(y)$ $= \boldsymbol{y + 200}$ **y** $\boldsymbol{CT_2(y)\ 5y + 10}$.

(b) La función de coste medio del primer método es $\boldsymbol{1 + 200/y}$ y el coste marginal es **1**. La función de coste medio del segundo método es $\boldsymbol{5 + 10/y}$ y el coste marginal es **5**.

(c) Si Relicario tritura 40 coches al año, ¿qué método debería emplear? **El método 2**. Si Relicario tritura 50 coches al año, ¿qué método debería emplear? **El método 1**. ¿Cuál es el mínimo número de coches que tendría que demoler en un año para que le compensara comprar la prensa hidráulica? **48 coches al año**.

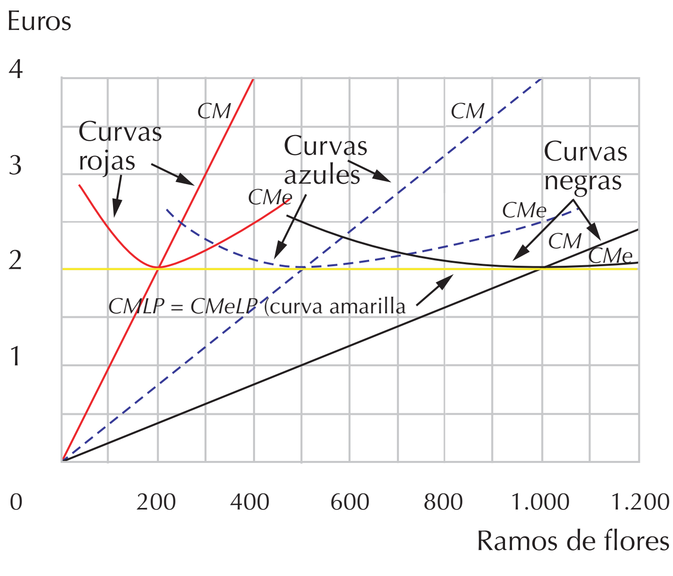
21.4 (0) María Magnolia quiere abrir una floristería, Pétalos de Petunia, en un nuevo centro comercial. Puede elegir entre tres locales cuyas superficies son 200, 500 y 1.000 m² respectivamente. La renta mensual es de 1 euro por metro cuadrado. María ha estimado que si dispone de F metros cuadrados y vende y ramos de flores al mes, sus costes variables serán $c_v(y) = y^2/F$ al mes.

(a) Si dispone del local de 200 m², ¿cuál es su función de coste marginal? $\boldsymbol{CM = \frac{200}{100}}$. ¿Y su función de coste medio? $\boldsymbol{CMe = \frac{200}{y} + \frac{y}{200}}$. ¿Cuál es el nivel de producción que minimiza su coste medio? **200**. ¿Cuál es el coste medio que corresponde a este nivel de producción? **2 euros**.

(b) Si dispone del local de 500 m², ¿cual es su función de coste marginal? $\boldsymbol{CM = y/250}$. ¿Y su función de coste medio? $\boldsymbol{CMe = (500/y) + y/500}$. ¿Cuál es el nivel de producción que minimiza su coste medio? **500**. ¿Cuál es el coste medio que corresponde a este nivel de producción? **2 euros**.

(c) Si dispone del local de 1.000 m², ¿cuál es su función de coste marginal? $\boldsymbol{CM = y/500}$. ¿Y su función de coste medio? $\boldsymbol{CMe = (1.000/y) + y/1.000}$. ¿Cuál es el nivel de producción que minimiza su coste medio? **1.000**. ¿Cuál es el coste medio que corresponde a este nivel de producción? **2 euros**.

(d) Dibuja en color rojo, en el gráfico adjunto, la curva de coste medio y la curva de coste marginal si María elige el local de 200 m². Dibuja en color azul la curva de coste medio y la curva de coste marginal si María elige el local de 500 m². Dibuja en color negro la curva de coste medio y la curva de coste marginal si María elige el local de 1.000 m². Indica la curva de coste medio con *CMe* y la curva de coste marginal con *CMg*.



(e) Con un marcador fluorescente de color amarillo marca la curva de coste medio a largo plazo y la curva de coste marginal a largo plazo, señalando respectivamente las curvas con *CMeLP CMgLP*.

21.5 (0) Tarzán MacAbeo es un editor de tebeos. Los únicos factores que necesita son historietas antiguas y dibujantes. Su función de producción es

$$Q = 0{,}1H^{\frac{1}{2}}T^{3/4},$$

donde H es el número de historietas antiguas empleadas, T es el número de horas que los dibujantes están trabajando y Q es el número de tebeos producidos.

(a) Esta función de producción, ¿presenta rendimientos crecientes, constantes o decrecientes de escala? Razona tu respuesta. **Muestra rendimientos crecientes de escala ya que $f(tH, tT) = t^{5/4}f(H, T) > tf(H, T)$.**

(b) Si el número de historietas antiguas empleadas es 100, representa el producto marginal del trabajo de los dibujantes en función de T. $\boldsymbol{PM = \frac{3}{4T^{1/4}}}$. ¿Es el producto marginal del trabajo creciente o decreciente a medida que la cantidad de trabajo se incrementa? **Decreciente**.

21.6 (0) Gumersindo Macizo, el irascible director comercial de Tarzán MacAbeo, anuncia que las historietas antiguas se venden a 1 euro la unidad y que el salario de los dibujantes es de 2 euros la hora.

(a) Supongamos que, a corto plazo, Tarzán se ve forzado a emplear exactamente 100 historietas antiguas (adquiridas a 1 euro cada una) pero que puede contratar toda la mano de obra que desee. ¿Cuánta mano de obra tiene que contratar para producir Q tebeos? $\boldsymbol{Q^{4/3}}$.

(b) Representa el coste total de Tarzán a corto plazo en función de su producción. $\boldsymbol{2Q^{4/3} + 100}$**.**

(c) La función de coste marginal a corto plazo es $\boldsymbol{8Q^{1/3}/3}$.

(d) La función de coste medio a corto plazo es $\boldsymbol{2Q^{1/3} + 100/Q}$.

Cálculo

21.7 (1) Tarzán le pide a su hermano, Fray MacAbeo, que examine la situación a largo plazo. Fray MacAbeo, que ha estudiado atentamente el apéndice del capítulo 19 de tu libro de texto, le presenta el siguiente informe:

(a) Si todos los factores son variables, y si las historietas antiguas cuestan 1 euro cada una y el trabajo de los dibujantes cuesta 2 euros la hora, la manera más económica de producir exactamente un tebeo es empleando $\boldsymbol{10^{4/5}(4/3)^{3/5} \approx 7{,}4}$ historietas antiguas y $\boldsymbol{10^{4/5}(3/4)^{2/5} \approx 5{,}6}$ horas de trabajo de los dibujantes. (Ciertamente se admiten también historietas por entregas o fraccionadas.)

(b) Esta combinación de factores costaría **18,7 euros**.

(c) Dada nuestra función de producción, la proporción más económica en la cual se pueden emplear las historietas y el trabajo es la misma independientemente de cuántos tebeos se editen. Pero si doblamos la cantidad de ambos factores, el número de tebeos producidos resultará multiplicado por $\mathbf{2^{5/4}}$.

21.8 (0) Consideremos la función de costes $c(y) = 4y2 + 16$.

(a) La función de coste medio es $\boldsymbol{CMe = 4y + \frac{16}{y}}$.

(b) La función de coste marginal es $\boldsymbol{CM = 8y}$.

(c) El nivel de producción correspondiente al coste medio mínimo es $\boldsymbol{y = 2}$.

(d) La función de coste variable medio es $\boldsymbol{CVMe = 4y}$.

(e) ¿A qué nivel de producción es el coste variable medio igual al coste marginal? **En** $\boldsymbol{y = 0}$.

21.9 (0) La función de producción de una empresa competitiva tiene la forma $Y = 2L + 5K$. Si $w = 2$ euros y $r = 3$ euros, ¿cuál será el coste mínimo de producir 10 unidades del producto? **6 euros**.

22 La oferta de la empresa

Introducción

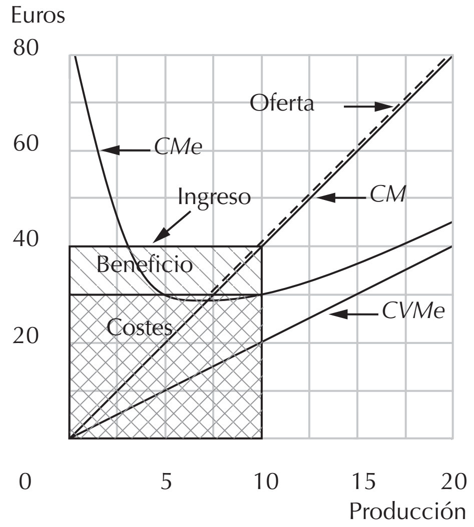
La curva de oferta a corto plazo de una empresa competitiva es el segmento correspondiente de la curva de coste marginal a corto plazo con pendiente positiva que se encuentra por encima de la curva de coste variable medio. La curva de oferta a largo plazo de una empresa competitiva es el segmento correspondiente de la curva de coste marginal a corto plazo con pendiente positiva que se encuentra por encima de la curva de coste medio a largo plazo.

Ejemplo: Una empresa tiene la función de costes a largo plazo dada por $c(y) = 2y^2 + 200$ para $y > 0$ y $c(0) = 0$. Vamos a calcular su curva de oferta a largo plazo. El coste marginal de la empresa cuando su nivel de producción es igual a y es $CMg(y) = 4y$. Si representamos gráficamente la producción en el eje horizontal y el coste (en euros) en el eje vertical, vemos que la curva de coste marginal a largo plazo es una línea que pasa por el origen con pendiente positiva igual a 4. La curva de oferta a largo plazo es el segmento correspondiente de esta curva que se encuentra por encima de la curva de coste medio a largo plazo. Cuando la producción es igual a y, los costes medios de esta empresa son $CMe(y) = 2y + 200/y$. Esta función representa gráficamente una curva con forma de U. A medida que y se aproxima a cero, la $CMe(y)$ tiende al infinito porque $200/y$ tiende a un valor infinito. Cuando el valor de y es muy elevado, la $CMe(y)$ tiende al infinito porque $2y$ es muy elevado. ¿Cuándo se cumple que $CMe(y) < CMg(y)$? Esto se cumple cuando $2y + 200/y < 4y$. Simplificando esta desigualdad obtenemos que $CMe(y) < CMg(y)$ cuando $y > 10$. Por consiguiente, la curva de oferta a largo plazo es el segmento correspondiente de la curva de coste marginal a largo plazo en la cual $y > 10$ y su ecuación es por lo tanto $p = 4y$ para $y > 10$. Si queremos determinar la cantidad ofrecida en función del precio basta con resolver esta expresión para determinar y en función de p. Entonces obtenemos $y = p/4$ para toda $p > 40$.

Supongamos que $p < 40$, por ejemplo $p = 20$, ¿cuál es la oferta de la empresa? Si el precio es 20 y la empresa iguala este precio con el coste marginal a largo plazo, producirá $5 = 20/4$ unidades de producción. Si la empresa produce solamente 5 unidades sus costes medios son $2 \times 5 + 200/5 = 50$. Por lo tanto, cuando el precio es 20, lo mejor que puede hacer la empresa si produce una cantidad positiva es producir 5 unidades. Pero entonces sus costes totales serán $5 \times 50 = 250$ y los ingresos totales serán $5 \times 20 = 100$ con lo que la empresa estará perdiendo dinero y sería más beneficioso si no produjera nada en absoluto. De hecho, para cualquier precio $p < 40$, la empresa elegirá un nivel de producción nulo.

22.1 (0) ¿Recuerdas a Dromedario Carroza, el hermano de Olegario que se dedica al negocio de la reparación de coches? Dromedario había calculado que el coste total de reparar s coches era igual a $c(s) = 2s^2 + 100$.

(a) Esto implica que el coste medio es igual a $\mathbf{2s + 100/s}$, el coste variable medio es igual a $\mathbf{2s}$ y el coste marginal es igual a $\mathbf{4s}$. En el gráfico siguiente representa estas tres curvas y también la curva de oferta de Dromedario.



(b) Si el precio de mercado es 20 euros, ¿cuántos coches estará dispuesto a reparar Dromedario? **5**. Si el precio de mercado es 40 euros, ¿cuántos coches reparará Dromedario? **10**.

(c) Supongamos que el precio de mercado es 40 euros y que Dromedario maximiza sus beneficios. Colorea y señala en el gráfico anterior la superficie correspondiente a los costes totales, los ingresos totales y los beneficios totales.

Cálculo

22.2 (0) Una empresa competitiva tiene la siguiente función de costes a corto plazo: $c(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 5$.

(a) La función de coste marginal de la empresa es $CMg(y) = \mathbf{3y^2 - 16y + 30}$.

(b) La función de coste variable medio de la empresa es $CVMe(y) = \mathbf{y^2 - 8y + 30}$. (Pista: adviértase que el total del coste variable equivale a $c(y) - c(0)$.)

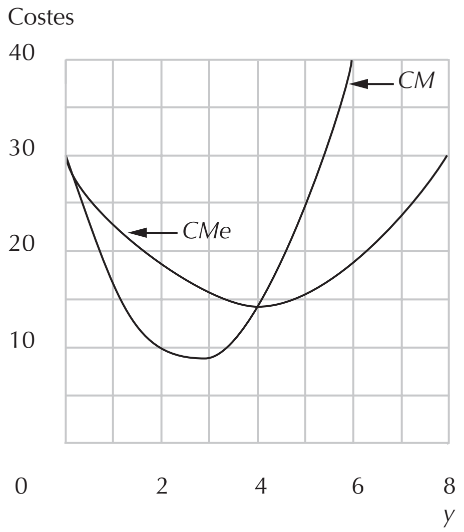
(c) Representa gráficamente en el gráfico la función de coste marginal y la función de coste variable medio e indícalas con *CMg* y *CVMe*.

(d) El coste variable medio disminuye conforme se incrementa la producción si el nivel de producción es inferior a **4** y aumenta conforme se incrementa la producción si el nivel de producción es superior a **4**.

(e) El coste marginal es igual al coste variable medio cuando el nivel de producción es igual a **4**.

(f) La empresa cesará su producción si el precio es inferior a **14**.

(g) La cantidad mínima que la empresa ofrecerá a cualquier precio es **4**. ¿A qué precio ofrecerá la empresa exactamente 6 unidades de producción? **42**.



Cálculo 22.3 (0) El señor Arrobo es propietario de un campo de nabos de 5 hectáreas de extensión, y obliga a su esposa Filomena y a su hijo Petronio a cultivarlo sin pagarles ningún salario. Supongamos por ahora que el terreno no se puede utilizar más que para cultivar nabos y que Filomena y Petronio no tienen posibilidad de trabajar en otras actividades alternativas. El único factor por el que el señor Arrobo tiene que pagar es el fertilizante. Si emplea x frascos de fertilizante, obtiene $10\sqrt{x}$. Un frasco de fertilizante cuesta 1 euro.

(a) ¿Cuál es el coste total del fertilizante necesario para producir 100 nabos? **100 euros**. ¿Cuál es el coste total del fertilizante necesario para producir y nabos? $\boldsymbol{y^2/100}$.

(b) Si la única manera de que el señor Arrobo pueda variar su producción es variando la cantidad de fertilizante empleado para su campo de nabos, escribe la expresión algebraica de su coste marginal en función de y. $\boldsymbol{CMg(y) = y/50}$.

(c) Si el precio de un nabo es 2 euros, ¿cuántos nabos producirá el señor Arrobo? **100**. ¿Cuántos frascos de fertilizante adquirirá? **100**. ¿Qué beneficios obtendrá? **100 euros**.

(d) El precio del fertilizante y el de los nabos permanecen invariables, pero el señor Arrobo se entera de que Filomena y Petronio podrían trabajar durante el verano en un taller. Podrían obtener entre los dos unos ingresos de 300 euros, que Arrobo podría embolsarse, pero entonces no dispondrían de tiempo para cultivar el campo de nabos y sin su trabajo no conseguiría producir ningún nabo. ¿Cuál es ahora el coste total de Arrobo de producir y nabos? $\boldsymbol{c(y) = 300 + (y/10)^2}$.

(e) ¿Debería continuar con el cultivo de nabos o colocar a Filomena y Petronio en el taller? **Taller**.

22.4 (0) El herborista Severino es famoso por sus tisanas. Su función de costes totales es $c(y) = y^2 + 10$ para $y > 0$ y $c(0) = 0$. (Es decir, sus costes son nulos si no produce ninguna tisana.)

(a) ¿Cuál es su función de coste marginal? **2*y***. ¿Cuál es su función de coste medio? $\mathbf{y + 10/y}$.

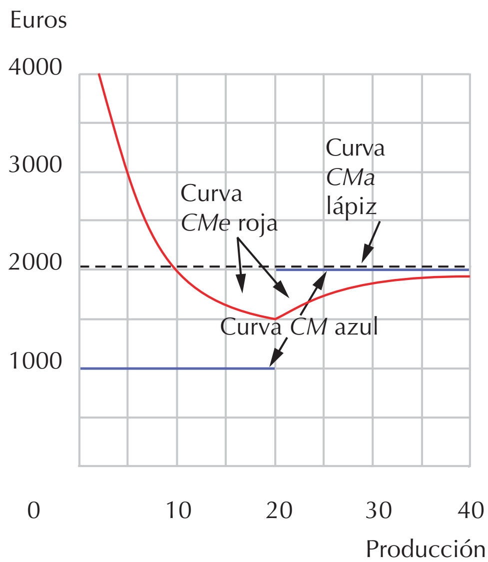
(b) ¿Para qué cantidades es su coste marginal igual a su coste medio? $\mathbf{\sqrt{10}}$. ¿Para qué cantidades su coste medio es mínimo? $\mathbf{\sqrt{10}}$.

(c) Si Severino opera en un mercado competitivo, ¿cuál es el precio mínimo al cual está dispuesto a ofrecer una cantidad positiva de las tisanas, en equilibrio, a largo plazo? $\mathbf{2\sqrt{10}}$. ¿Cuánto producirá a ese precio? $\mathbf{\sqrt{10}}$.

22.5 (1) Severo Fidel produce montañas a partir de granos de arena y puede hacerlo casi sin ningún esfuerzo, así que para resolver este problema supongamos que los granos de arena es el único factor necesario en la producción de montañas. Supongamos que las montañas se producen con rendimientos constantes de escala y que se necesitan 100 granos de arena para producir 1 montaña. El precio corriente de mercado de un grano de arena es 20 euros. Hace unos cuantos años, Severo compró una «opción» que le permite adquirir hasta 2.000 granos de arena a 10 euros cada uno. El contrato de la opción establece explícitamente que puede adquirir menos de 2.000 granos de arena si así lo desea, pero que no puede revender los granos de arena que adquiere bajo este contrato. Para obtener el permiso gubernamental para producir las montañas a partir de los granos de arena, Severo tendría que pagar 10.000 euros por una licencia que le permite amalgamar los granos de arena.

(a) Si Severo produce menos de 20 montañas, el coste marginal de producir una montaña es **1.000 euros** y si produce más de 20 montañas, el coste marginal de producir una montaña es **2.000 euros**.

(b) Dibuja en el gráfico de debajo la curva de coste marginal de Severo Fidel (en color azul) y su curva de coste medio (en color rojo).



(c) Si el precio de una montaña es 1.600 euros, ¿cuántas montañas producirá Severo? **20 montañas**.

(d) El Gobierno está considerando incrementar el precio de la licencia de los amalgamadores de granos de arena a 11.000 euros. Severo se lamenta de que con este aumento tendría que retirarse del negocio. ¿Está Severo diciendo la verdad? **No**. ¿Cuál es el precio máximo que el Gobierno puede fijar

para la licencia sin que Severo tenga que abandonar el negocio? **El precio máximo que podría fijar es la cantidad de sus beneficios excluido el precio de la licencia, 12.000 euros**.

(e) Eleuterio Sumario, el abogado de Severo, ha descubierto una cláusula en el contrato de la opción de Severo que le permite revender los granos de arena que compró bajo este contrato al precio de mercado. Dibuja con lápiz en el gráfico anterior la nueva curva de coste marginal de Severo. Si el precio de una montaña se mantiene en 1.600 euros, ¿cuántas montañas producirá ahora Severo? **Venderá todos sus granos de arena y no producirá ninguna montaña**.

22.6 (1) Lady Wellesleigh fabrica bolsos de seda con orejas de hembras de cerdo. Es la única persona del mundo que sabe cómo hacerlo. Para producir un bolso de seda necesita una oreja de hembra de cerdo y 1 hora de trabajo. Puede comprar todas las orejas que desee a 1 euro cada una. Lady Wellesleigh no dispone de ninguna otra fuente de ingresos aparte de su trabajo. Su función de utilidad es de la forma Cobb-Douglas, $U(c, o) = c^{1/3}o^{2/3}$, donde c es la cantidad de dinero diario que emplea en adquirir bienes de consumo y o es la cantidad de ocio de que dispone. Lady Wellesleigh dispone de 24 horas al día para distribuir entre el trabajo y el ocio.

(a) Lady Wellesleigh puede fabricar bolsos de seda o ganar 5 euros la hora como costurera en un taller. Si trabaja en el taller, ¿cuántas horas al día trabajará? **8**. (Pista: para determinar esta cantidad, escribe la restricción presupuestaria de Lady Wellesleigh y trata de recordar cómo se calcula la función de demanda para un caso con función de utilidad Cobb-Douglas.)

(b) Si pudiera ganar un salario de 10 euros la hora trabajando como costurera, ¿cuántas horas trabajaría? **8 horas**.

(c) Si el precio de los bolsos de seda es p euros, ¿cuánto dinero ingresará Lady Wellesleigh por cada bolso después de pagar las orejas de hembra de cerdo que necesita para fabricarlos? $\boldsymbol{p - 1}$.

(d) Si puede ganar 5 euros la hora como costurera, ¿cuál es el precio mínimo que le haría dedicarse a la fabricación de bolsos de seda? **6 euros**.

(e) ¿Cuál es la función de oferta de los bolsos de seda? (Pista: el precio de los bolsos de seda determina el «salario» que Lady Wellesleigh puede obtener fabricando bolsos de seda. Esto a su vez determina el número de horas que ella elegirá trabajar y, por lo tanto, la oferta de los bolsos de seda.) **0(p) = 8 para p > 6,0 en caso contrario**.

Cálculo

22.7 (0) ¿Recuerdas a Ernesto, el vendedor de limonada de Villavieja? Le conociste en el capítulo de las funciones de costes. Su función de producción es $f(x_1, x_2) = x_1{}^{1/3}x_2{}^{1/3}$, donde x_1 es el número de kilos de limones que emplea y x_2 es el número de horas exprimiéndolos. Como ya vimos, su función de costes es $c(w_1, w_2, y) = 2w_1{}^{1/2}w_1{}^{1/2}y^{3/2}$, donde y es el número de unidades de limonada producidas.

(a) Si un kilo de limones cuesta 1 euro, el salario es de 1 euro la hora y el precio de la limonada es p, la función de coste marginal de Ernesto es $CMg(y)$ = $\mathbf{3y^{1/2}}$ y su función de oferta es $o(p) = o(p)$ = $\mathbf{p^2/9}$. Si 1 kilo de limones cuesta 4 euros y el salario es de 9 euros la hora, su función de oferta será $o(p)$ = $\mathbf{p^2/324}$.

(b) En general, el coste marginal de Ernesto depende del precio de los limones y del salario. Si el precio de los limones es w_1 y el del trabajo es w_2, cuando Ernesto produce y unidades de limonada, su coste marginal es $CMg(w_1, w_2/y)$ = $\mathbf{3w_1^{1/2}w_1^{1/2}y^{1/2}}$. La cantidad que ofrezca Ernesto dependerá de tres variables, p, w_1 y w_2 y, en función de estas tres variables, Ernesto ofrecerá $o(p, w_1, w_2)$ = $\mathbf{p^2/9w_1w_2}$.

Cálculo 22.8 (0) Como seguramente recordarás del capítulo de las funciones de costes, los trabajos artísticos de Irma tienen una función de producción $f(x_1, x_2) = (\min\{x_1, 2x_2\})^{1/2}$, donde x_1 es la cantidad de plástico empleada, x_2 es la cantidad de trabajo empleado y $f(x_1, x_2)$ es el número de elementos decorativos para el jardín que produce. Indicamos con w_1 el precio de una unidad de plástico y con w_2 el salario de un a unidad de trabajo.

(a) La función de costes de Irma es $c(w_1, w_2, y)$ = $\mathbf{(w_1 + w_2/2)y^2}$.

(b) Si $w_1 = w_2 = 1$, entonces el coste marginal de Irma de producir y unidades de producción es $CMg(y)$ = $\mathbf{3y}$. La cantidad de unidades de producción que ofrecerá si el precio es p es $o(p)$ = $\mathbf{p/3}$. Dados estos precios de los factores, su coste medio por unidad de producción es $CMe(y)$ = $\mathbf{3y/2}$.

(c) Si el precio competitivo de los ornamentos para el jardín es $p = 48$ y $w_1 = w_1 = 1$, ¿cuántas unidades producir á? **16**. ¿Cuántos beneficios obtendrá? **384**.

(d) Generalizando más, si los precios de los factores son w_1 y w_2, su función del coste marginal es $CMg(w_1, w_2, y)$ = $\mathbf{(2w_1 + w_2)y}$. Dados estos precios de los factores y siendo p el precio de la producción, el número de unidades que elegirá ofrecer será igual a $o(p, w_1, w_2)$ = $\mathbf{p/(2w_1 + w_2)}$.

22.9 (0) Jacobo Benítez puede extraer sangre de una piedra. Si dispone de x piedras, el número de litros de sangre que puede extraer de una piedra es $f(x) = 2x\frac{1}{3}$. Una piedra le cuesta a Jacobo w euros y puede vender 1 litro de sangre por p euros.

(a) ¿Cuántas piedras necesita Jacobo para extraer y litros de sangre? $\mathbf{y^3/8}$.

(b) ¿Cuál es el coste de extraer y litros de sangre? $\mathbf{wy^3/8}$.

(c) ¿Cuál es la función de oferta de Jacobo si una piedra cuesta 8 euros? $\mathbf{y = (p/3)^{1/2}}$. ¿Y si una piedra cuesta w euros? $\mathbf{y = (8p/3w)^{1/2}}$.

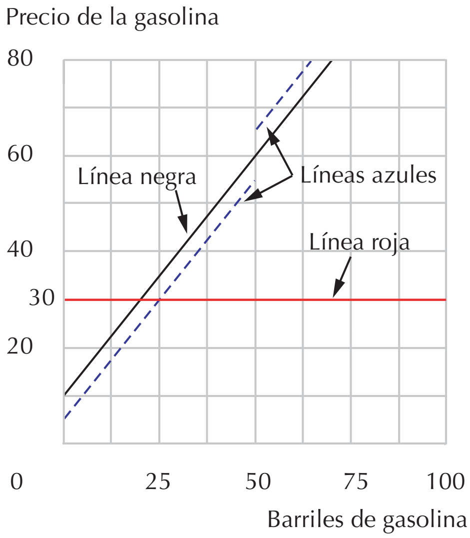
(d) Si Jacobo tiene 19 parientes que también saben extraer sangre de una piedra de la misma manera, ¿cuál es la función de oferta agregada de sangre, si una piedra cuesta w euros? $\mathbf{Y = 20(8p/3w)^{1/2}}$.

22.10 (1) La refinería de la señorita Fina en Rioseco transforma el petróleo crudo en gasolina. Para producir un barril de gasolina se necesita 1 barril de petróleo crudo. Además del coste del petróleo concurren otros costes en el refinamiento de la gasolina. Los costes totales de producir y barriles de gasolina vienen dados por la función de costes $e(y) = y^2/2 + p_p y$, donde p_p es el precio de un barril de petróleo crudo.

(a) Representa el coste marginal de producir gasolina en función de p_p e y. $\boldsymbol{y + p_p}$.

(b) Supongamos que la refinería puede adquirir 50 barriles de petróleo crudo a 5 euros cada uno, pero que si adquiere más de 50 barriles, entonces cada barril adicional cuesta 15 euros. La curva de coste marginal será $\boldsymbol{y + 5}$ hasta los 50 primeros barriles de gasolina y $\boldsymbol{y + 15}$ de 50 en adelante.

(c) Dibuja en color azul en el gráfico siguiente la curva de oferta de la refinería de la señorita Fina.



(d) Supongamos que la señorita Fina se enfrenta a una curva de demanda de gasolina horizontal si el precio es 30 euros por barril. Dibuja en color rojo esta curva de demanda en el gráfico anterior. ¿Cuánta gasolina ofrecerá la refinería? **25 barriles**.

(e) Si la señorita Fina ya no pudiera adquirir los primeros 50 barriles a 5 euros cada uno, sino que tuviera que pagar todos los barriles de petróleo crudo a 15 euros, ¿cómo variaría la cantidad producida? **Se reduciría a 15 barriles**.

(f) Supongamos ahora que se introduce un programa legislativo que permite a las refinerías adquirir por cada barril de petróleo comprado por 15 euros otro por el precio de 5 euros. ¿Cuál será ahora la curva de oferta de la señorita Fina? $\boldsymbol{O(p) = p - 10}$. Supongamos que pueda adquirir fracciones de barril por el mismo procedimiento. Dibuja esta curva de oferta en el gráfico anterior en color negro. Si la curva de demanda es horizontal cuando un barril cuesta 30 euros, ¿cuánta gasolina ofrecerá en este caso la señorita Fina? **20 barriles**.

23 La oferta de la industria

Introducción

Para determinar la producción ofrecida por la industria basta con sumar la oferta de producción procedente de cada empresa particular, recordando que lo que hay que sumar son las cantidades y no los precios. La curva de oferta de la industria tendrá un vértice cuando los precios de mercado sean lo suficientemente bajos como para que algunas empresas reduzcan a cero la cantidad ofrecida.

La serie de problemas sobre la industria de gnomos para decorar jardines tiene por objeto ayudarte a comprender la distinción entre el largo plazo y el corto plazo. Para resolver estos problemas, debes prestar especial atención al momento en el que se toman las decisiones. En concreto, en este problema las unidades de capital (moldes para fabricar gnomos) sólo pueden producirse y entregarse un año después del pedido.

En los tres últimos ejercicios de este capítulo, el análisis de la demanda y de la oferta se aplican a los problemas económicos de algunas actividades ilegales. En estos casos será necesario hacer uso de tus conocimientos para determinar de dónde proceden estas funciones de oferta específicas.

23.0 Ejercicio de calentamiento: Presentamos aquí algunas instrucciones para determinar las funciones de oferta de mercado a partir de las funciones de oferta lineales de las empresas. La clave consiste en recordar que la función de oferta de mercado puede tener vértices. Por ejemplo, si las funciones de producción de dos empresas son $O_1(p) = p$ y $O_2(p) = p - 2$, entonces la función de oferta de mercado es: $O(p) = p$ para $p \leq 2$ y $O(p) = 2p - 2$ para $p > 2$; es decir, solamente la primera empresa ofrecerá una cantidad positiva de producción si los precios son inferiores a 2 euros y ambas empresas ofrecerán una producción positiva si los precios son superiores a 2 euros. Trata ahora de determinar la función de oferta de mercado en cada uno de los siguientes casos:

(a) $O_1(p) = p$, $O_2(p) = 2p$, $O_3(p) = 3p$. $\boldsymbol{O(p) = 6p}$.

(b) $O_1(p) = 2p$, $O_2(p) = p - 1$. $\boldsymbol{O(p) = 2p}$ **para** $\boldsymbol{p \leq 1}$**,** $\boldsymbol{O(p) = 3p - 1}$ **para** $\boldsymbol{p > 1}$.

(c) La función de oferta de 200 empresas es $O_1(p) = 2p - 8$ y la función de oferta de 100 empresas es $O_2(p) = p - 3$. $\boldsymbol{O(p) = 0}$ **para** $\boldsymbol{p < 3}$**,** $\boldsymbol{O(p) = 100p - 300}$ **para** $\boldsymbol{3 \leq p = 4}$**,** $\boldsymbol{O(p) = 500p - 1.900}$ **para** $\boldsymbol{p > 4}$.

(d) $O_1(p) = 3p - 12$, $O_2(p) = 2p - 8$, $O_3(p) = p - 4$. $\boldsymbol{O(p) = 6p - 24}$ **para** $\boldsymbol{p > 4}$.

23.1 (1) Zenón, el primo de Amadeo Durero, fabrica gnomos de yeso para decorar jardines. La tecnología empleada en este negocio consiste en el empleo de un molde de gnomo, yeso y trabajo. Un molde de gnomo es una pieza tecnológica que cuesta 1.000 euros y dura exactamente un año, después del cual está completamente desgastada y no tiene ningún valor. Con un molde de gnomo se pueden fabricar 500 gnomos al año, y por cada gnomo fabricado se necesita destinar un total de 7 euros al yeso y al trabajo. Las cantidades totales de yeso y de trabajo empleado varían a corto plazo, es decir, si se quiere producir solamente 100 gnomos anuales con un molde de gnomos, se necesita destinar únicamente 700 euros anuales para el yeso y el trabajo, y así sucesivamente. El número de moldes de gnomos de la industria no se puede variar a corto plazo. Para conseguir uno nuevo hay que encargarlo especialmente a la fábrica de moldes de gnomos, que sólo acepta pedidos el 1 de enero de cada año y que demora la entrega un año entero hasta el 1 de enero del año siguiente. Una vez instalado el molde de gnomos en la planta de la fábrica, es imposible moverlo sin destruirlo y no se puede utilizar para otra actividad que no sea la producción de gnomos para jardines.

Durante muchos años la función de demanda a la que se enfrentaba la industria de gnomos para jardines ha sido $D(p) = 60.000 - 5.000p$, donde $D(p)$ es el número total de gnomos para jardines vendidos en un año y p es su precio. El precio de los factores se ha mantenido constante durante muchos años y la tecnología no ha sufrido modificaciones. Nadie espera ningún cambio en el futuro y la industria está en equilibrio a largo plazo. El tipo de interés es del 10% y cuando se adquiere un molde de gnomos se paga en el momento de la entrega. Para simplificar nuestros cálculos supondremos que todos los gnomos que se construyen durante el año de duración del molde de gnomos se venden el día de Navidad y que los trabajadores y los proveedores de yeso reciben su salario en esta fecha por el trabajo realizado durante todo el año. Y, también para simplificar, haremos coincidir la Navidad con el 31 de diciembre.

(a) Si invirtieras 1.000 euros en un banco el 1 de enero, ¿cuánto dinero esperarías recibir a cambio un año después? **1.100 euros**. Si el 1 de enero recibieras en la fábrica un molde de gnomos y lo abonaras ese mismo día, ¿a cuánto tendrían que ascender tus ingresos excedentes de los costes del yeso y del trabajo para que te compensara la adquisición de la máquina? (Recuerda que la máquina se desgastará y quedará inutilizada al final del año.) **1.100 euros**.

(b) Supongamos que hace poco has instalado un molde para fabricar gnomos; ¿cuál es tu coste marginal de producción a corto plazo si produces hasta 500 gnomos? **7 euros**. ¿Y tu coste variable medio de producir hasta 500 gnomos? **7 euros**. Si sólo tienes un molde para fabricar gnomos, ¿es posible producir a corto plazo más de 500 gnomos? **No**.

(c) Si hace poco que has instalado un molde para fabricar gnomos, producirás 500 gnomos si el precio de los gnomos fuera superior a **7 euros**. No producirás ningún gnomo si el precio de los gnomos es inferior a **7 euros**. Estarás indiferente entre producir un número cualquiera de gnomos entre 0 y 500 si el precio de los gnomos fuera **7 euros**.

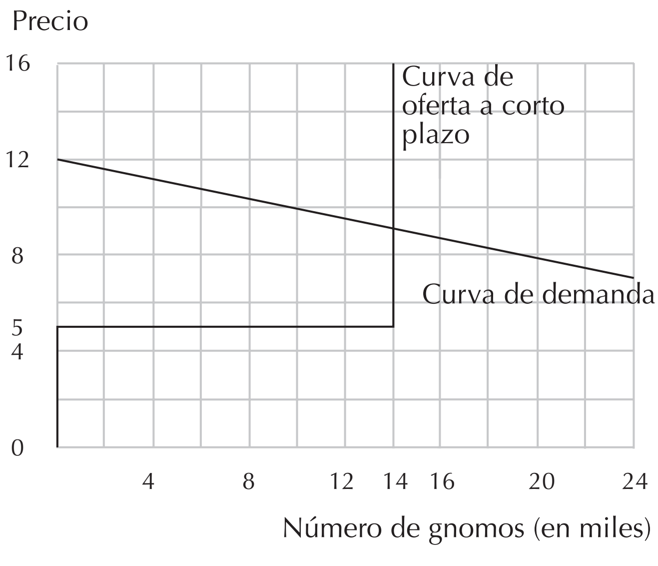
(d) Si pudieras vender todos los gnomos que quisieras a 10 euros cada uno y ninguno a un precio superior, ¿qué tipo de rendimiento conseguirías sobre tus 1.000 euros invirtiéndolos en la adquisición de una máquina de gnomos? **50%**. ¿Es este rendimiento más elevado al conseguido con la inversión del dinero en un banco? **Sí**. ¿Cuál es el precio mínimo de los gnomos con el que la tasa de rendimiento

que obtienes invirtiendo 1.000 euros en un molde para fabricar gnomos es como mínimo de un 10%? **9,20** euros. ¿Podría ser el precio de equilibrio a largo plazo de los gnomos más bajo que éste? **No**.

(e) Al precio calculado en el último apartado, ¿cuál será la demanda de gnomos por año? **14.000**. ¿Cuántos moldeadores de gnomos se adquirirán cada año? **28**. ¿Es éste un precio de equilibrio a largo plazo? **Sí**.

23.2 (1) Continuamos con nuestro estudio de la industria de los gnomos para jardines. Supongamos que inicialmente la situación fuera como la descrita en el problema anterior, pero que para gran sorpresa de todos se anuncia el 1 de enero de 2001 la invención de un nuevo tipo de yeso que permite producir los gnomos empleando los mismos moldes pero reduciendo de 7 a 5 euros el coste del yeso y del trabajo necesario para producirlos. Suponemos que en 2001 la función de demanda de gnomos por parte de los consumidores no ha variado como consecuencia de esta noticia. El anuncio se hizo lo suficientemente pronto ese día como para que todo el mundo cambiara su pedido de moldes cuya entrega estaba prevista para el 1 de enero de 2002 pero, naturalmente, el número total de moldes de los que se dispone en 2001 era únicamente los 20 moldes que se pidieron el año pasado. El fabricante de moldes para hacer gnomos firmó un contrato para venderlos por 1.000 euros cuando se los pidieron, por lo que no puede cobrar un precio distinto cuando los entrega.

(a) Traza en el gráfico adjunto la curva de oferta de la industria a corto plazo y la curva de demanda de gnomos para jardines correspondiente al año 2001, tras el anuncio del descubrimiento del nuevo tipo de yeso.



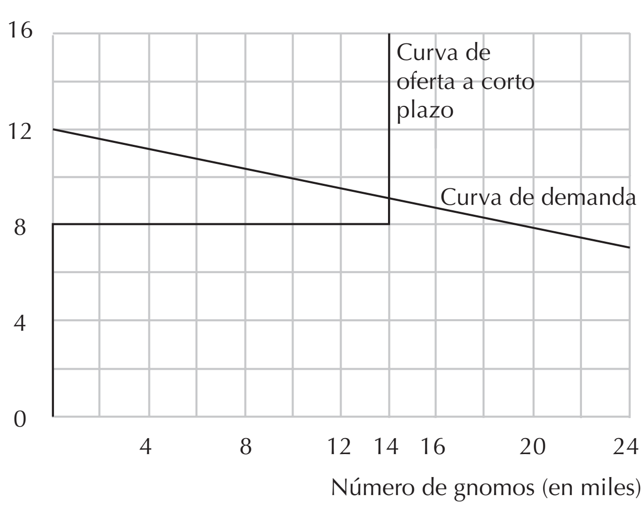
(b) En 2001 ¿cuál es la producción total de equilibrio a corto plazo de gnomos para jardines? **14.000**. ¿Y su precio de equilibrio a corto plazo? **9,20 euros**. (Pista: observa la intersección de las curvas de oferta y de demanda que acabas de trazar.) El primo Zenón compró un molde para fabricar gnomos que le entregaron el 1 de enero de 2001 y, tal como se había acordado, pagó 1.000 euros por él ese día. El 1 de enero de 2002, cuando vende los gnomos que ha hecho durante el año y cuando paga a los trabajadores y a los proveedores del yeso, recibe un flujo neto de caja de **2.100 euros**. ¿Ha obtenido por la inversión en el molde una tasa de rendimiento de más del 10%? **Sí**. ¿Qué tasa ha obtenido? **110%**.

(c) Melitón, el vecino de Zenón, también produce gnomos de jardín e hizo un pedido de moldes que tienen que entregarle el 1 de enero de 2001. Ese mismo día, Zenón, mientras está investigando la manera de invertir otra parte de su dinero, considera la compra del nuevo molde de Melitón para instalarlo en su propia fábrica. Si Melitón conserva su molde obtendrá un fijo neto de dinero de **2.100 euros** en un año. Si el tipo de interés al que Melitón se enfrenta tanto para prestar dinero como para que le presten es del 10%, ¿estará dispuesto a vender su molde por 1.000 euros? **No**. ¿Cuál es el mínimo precio por el que estará dispuesto a venderlo? **1.909 euros**. Si el mejor tipo de rendimiento que Zenón puede obtener de una inversión alternativa de su dinero adicional es del 10%, ¿cuál es la cantidad máxima que estará dispuesto a pagar por adquirir el nuevo molde de Melitón? **1.909 euros**.

(d) ¿Cómo crees que variará el número de pedidos de gnomos cuya entrega vence el 1 de enero de 2002? ¿Será mayor, menor o igual al número de pedidos del año anterior? **Mayor**. Después de un tiempo suficiente, la industria alcanzará un nuevo precio de equilibrio a largo plazo, ¿cuál será el nuevo precio de equilibrio de un gnomo? **7,20 euros**.

23.3 (1) En el problema anterior hemos estudiado los efectos de un invento que rebaja los costes. En éste suponemos que no hay tal invento, pero se introduce un impuesto. Supongamos que el 1 de enero de 2001 la industria era como la que hemos descrito en el problema anterior (sin el invento del nuevo tipo de yeso). Ese día, el Gobierno sorprendió a la industria de gnomos para jardines introduciendo un impuesto sobre la producción de gnomos. El fabricante debía pagar un impuesto de 1 euro por cada gnomo producido. El anuncio se hizo lo suficientemente pronto ese día como para que todo el mundo cambiara su pedido de moldes cuya entrega estaba prevista para el 1 de enero de 2002, pero el número total de moldes de los que se dispone en 2001 son únicamente los 20 moldes que se pidieron el año pasado. Los fabricantes de moldes para hacer gnomos firmaron un contrato para venderlos por 1.000 euros cuando se los pidieron, por lo que no pudieron cobrar un precio distinto cuando los entregaron. Por lo tanto, a corto plazo, en 2001, el número de moldes para fabricar gnomos seguía siendo de 28.

(a) Representa en el gráfico adjunto la curva de oferta de gnomos de la industria a corto plazo correspondiente al año 2001, una vez introducido el impuesto. Muestra en ese mismo gráfico la curva de demanda de gnomos.



(b) En 2001, una vez introducido el impuesto, ¿cuál es la producción total de gnomos de equilibrio a corto plazo? **14.000**. ¿Y cuál es el precio de equilibrio a corto plazo de los gnomos? **9,20 euros**. (Pista: Observa la intersección de las curvas de oferta y de demanda que acabas de trazar.)

(c) Si tienes un molde para fabricar gnomos, el coste marginal de producir un gnomo, incluido el impuesto, es de **8 euros**. Por lo tanto, en 2001 todos los moldes para fabricar gnomos (se utilizarán, no se utilizarán) **se utilizarán**.

(d) ¿Cuál será la producción total de gnomos en 2001? **14.000**. ¿Y su precio? **9,20 euros**. ¿Qué tasa de rendimiento obtendrá Zenón, el primo de Durero, por su inversión en un molde para fabricar gnomos que pidió hace un año y por el que pagó 1.000 euros en ese momento? **40%**.

(e) Recuerda que Melitón, el vecino de Zenón, también en cargó un molde para fabricar gnomos que le entregarán el 1 de enero de 2001. Con el impuesto, el molde de Melitón es una inversión menos atractiva que sin el impuesto pero, aun así, Zenón lo compraría si puede conseguirlo a un precio lo suficientemente barato como para obtener una tasa de rendimiento del 10% por la inversión. ¿Cuánto debe estar dispuesto a pagar por el nuevo molde de Melitón? **545,45 euros**.

(f) ¿Qué crees que ocurrirá con el número de moldes pedidos cuya fecha de entrega vence el 1 de enero de 2002? ¿Será mayor, menor o igual que el número pedido el año anterior? **Menor**.

(g) El impuesto sobre los gnomos se mantuvo durante muchos años y nadie esperaba que cambiara ni el impuesto, ni la demanda, ni la oferta. Pasado un tiempo suficiente, la industria alcanzó un nuevo equilibrio a largo plazo. ¿Cuál era el nuevo precio de equilibrio de los gnomos? **10,20 euros**.

(h) A corto plazo, ¿quién acabaría pagando el impuesto sobre los gnomos? ¿Los productores o los consumidores? **Los productores**. ¿Subió el precio de los gnomos más, menos o lo mismo que el impuesto por gnomo? **Lo mismo**.

(i) Supongamos que a primera hora de la mañana del 1 de enero de 2001 el Gobierno hubiera anunciado que se establecería un impuesto de 1 euro por los gnomos, pero que no entraría en vigor hasta el 1 de enero de 2002. ¿Sería necesariamente la situación de los productores de gnomos peor que si no hubiera ningún impuesto? ¿Por qué sí o por qué no? **No. Los productores preverían la subida del impuesto y reducirían la oferta, elevando así los precios**.

(j) ¿Es razonable suponer que el Gobierno podría introducir impuestos «por sorpresa» sin que las empresas sospechen que puede haber «sorpresas» parecidas en el futuro? Supongamos que la introducción del impuesto en enero de 2001 lleva a los empresarios a sospechar que se introducirán más impuestos en el futuro. ¿Afectará eso a los precios y a las ofertas de equilibrio? ¿Cómo? **Si un impuesto por sorpresa lleva a los fabricantes de gnomos a esperar «sorpresas» parecidas en el futuro, el precio vigente deberá ser más alto para inducirlos a entrar en la industria. Eso elevará el precio que pagan los consumidores**.

23.4 (0) Consideremos una industria competitiva donde operan un gran número de empresas, todas con idénticas funciones de costes $c(y) = y^2 + 1$ para $y > 0$ y $c(0) = 0$. Supongamos que inicialmente la curva de demanda de esta industria viene dada por $D(p) = 52 - p$. (La producción de una empresa no tiene que ser un número entero, pero el número de empresas sí tiene que ser un número entero.)

(a) ¿Cuál es la curva de oferta de una empresa en particular? $O(p)$ = $\boldsymbol{p/2}$. Si hay n empresas en la industria, ¿cuál será la curva de oferta de la industria? $\boldsymbol{Y = np/2}$.

(b) ¿Cuál es el precio mínimo al cual se puede vender el producto? $\boldsymbol{p^* = 2}$.

(c) ¿Cuál será, en equilibrio, el número de empresas de esta industria? (Pista: trata de averiguar cuál será el precio de la industria y mira si funciona.) **Prueba con $\boldsymbol{p^* = 2}$. Obtenemos $\boldsymbol{D(p) = 52 - 2 = n2/2}$, lo que implica que $\boldsymbol{n^* = 50}$.**

(d) ¿Cuál será el precio de equilibrio? $\boldsymbol{p^* = 2}$. ¿Cuál será la producción de equilibrio de cada empresa? $\boldsymbol{y^* = 1}$.

(e) ¿Cuál será la producción de equilibrio de la industria ? $\boldsymbol{Y^* = 50}$.

(f) Supongamos ahora que la curva de demanda se desplaza a $D(p) = 52{,}5 - p$. ¿Cuál será, en equilibrio, el número de empresas de la industria? (Pista: ¿Puede una empresa nueva entrar en el mercado y obtener beneficios no negativos?) **Si entrara una nueva empresa, habría 51 empresas. La ecuación de oferta y demanda sería $\boldsymbol{52{,}5 - p = 51p/2}$. Despejando, se obtiene $\boldsymbol{p^* = 105/53 < 2}$. Una nueva empresa perdería dinero. Por lo tanto, en condiciones de equilibrio habría 50 empresas**.

(g) ¿Cuál será el precio de equilibrio? **Resolviendo $\boldsymbol{52{,}5 - p = 50p/2}$, tenemos que $\boldsymbol{p^* = 2{,}02}$**. ¿Cuál será la producción de equilibrio de cada empresa? $\boldsymbol{y^* = 1{,}01}$. ¿Cuáles serán, en equilibrio, los beneficios de cada empresa? **Alrededor de 0,02**.

(h) Supongamos ahora que la curva de demanda se desplaza a $D(p) = 53 - p$. ¿Cuál será, en equilibrio, el número de empresas de la industria? **51**. ¿Cuál será el precio de equilibrio? **2**.

(i) ¿Cuál será la producción de equilibrio de cada empresa? $\boldsymbol{y = 1}$. ¿Cuáles serán, en equilibrio, los beneficios de cada empresa? **Cero**.

23.5 (3) En el año 1990 la ciudad de Ham Harbor tenía un mercado de servicios de taxi más o menos libre. Cualquier empresa respetable podía ofrecer servicios de taxi siempre y cuando los conductores y los taxistas respetaran ciertas normas de seguridad. Supongamos que el coste marginal constante de un trayecto en taxi sea 5 dólares y que un taxi pueda realizar una media de 20 trayectos diarios. Supongamos que la función de demanda de trayectos en taxi viene dada por $D(p) = 1.200 - 20p$, donde la demanda está expresada en trayectos diarios y el precio se expresa en dólares. Suponemos que la industria es completamente competitiva.

(a) ¿Cuál es el precio de equilibrio de un trayecto? (Pista: en un equilibrio competitivo el precio tiene que ser igual al coste marginal.) **5**. ¿Cuál es, en equilibrio, el número de trayectos diarios? **1.100**. ¿Cuál será, en equilibrio, el número de taxis de la industria? **55**.

(b) Ese mismo año el Ayuntamiento decide implantar un sistema de licencias de taxis, concediendo una licencia a todos los taxis existentes. El consistorio establece que se ajustarán las tarifas de los taxis para que la demanda de trayectos sea igual a la oferta, pero que en el futuro no concederá nuevas licencias. En el año 1995 los costes no han variado, pero la curva de demanda de trayectos en taxi se ha desplazado a $D(p) = 1.220 - 20p$. ¿Cuál era el precio de equilibrio de un trayecto en taxi en 1995? **6 dólares**.

(c) ¿Cuáles eran los beneficios de un taxista por un trayecto en 1995, sin contar los costes asociados con la obtención de una licencia de taxi? **1 dólar**. ¿Cuáles eran los beneficios diarios del taxista obtenidos con una licencia de taxi? **20**. Si el taxista trabajaba todos los días, ¿cuáles eran los beneficios anuales obtenidos con una licencia de taxi? **7.300 dólares**.

(d) Si el tipo de interés era del 10%, y se esperaba que los costes, la demanda y el número de licencias permanecieran constantes para siempre, ¿cuál era el precio de mercado de una licencia de taxi? **73.000 dólares**.

(e) Supongamos que el Ayuntamiento decide conceder en 1995 el número suficiente de licencias que permita reducir el precio de los trayectos en taxi a 5 dólares. Con este propósito, ¿cuántas licencias sería necesario conceder? **1**.

(f) Suponiendo que la demanda en Ham Harbor no va a aumentar, ¿cuál sería el valor de una licencia de taxi con esta nueva tarifa? **Ninguno**.

(g) ¿Cuánto dinero estaría dispuesto a pagar cada propietario de un taxi para impedir que se concedan más licencias? **73.000 dólares cada uno**. ¿Cuál es la cantidad total que todos los taxistas en conjunto estarían dispuestos a pagar para impedir la concesión de nuevas licencias? **4.015.000 dólares**. La cantidad total que los consumidores estarían dispuestos a pagar para que se expida una nueva licencia sería mayor, menor o igual que esta cantidad. **Mayor**.

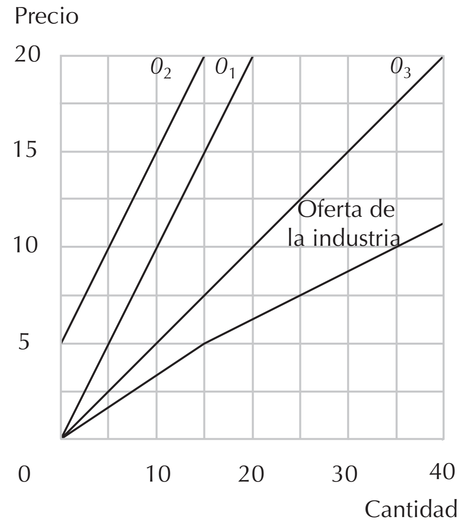
23.6 (2) En este problema determinaremos las configuraciones de equilibrio de un terreno agrícola que circunda una ciudad. Imaginemos que la ciudad está ubicada en medio de una llanura homogénea. En el mercado del centro de la ciudad el precio del trigo es 10 euros el kilo y sólo cuesta 5 euros cultivar un kilo de trigo. Sin embargo, el transporte del grano hasta el centro de la ciudad cuesta 10 céntimos por kilómetro.

(a) Si una granja está situada a t kilómetros del centro de la ciudad, escribe la fórmula de sus beneficios por cada kilo de trigo transportado al mercado. **Beneficios por kilo = 5 – 0,10 t**.

(b) Supongamos que se pueden cultivar 1.000 kilos en un acre de terreno. ¿Por cuánto se alquilará 1 acre de terreno situado a t kilómetros del mercado? **Alquiler = 5.000 – 100 t**.

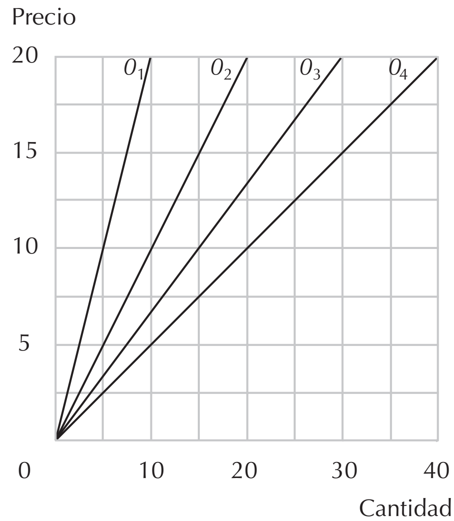
(c) ¿Cuál es la distancia hasta el mercado a la que tendría que estar situado el terreno para que su valor fuera nulo? **50 kilómetros**.

23.7 (1) Consideremos una industria donde operan tres empresas que tienen las siguientes funciones de oferta: $O_1(p) = p$, $O_2(p) = p - 5$ y $O_3(p) = 2p$ respectivamente. Dibuja en el gráfico siguiente cada una de las tres curvas y la curva de oferta resultante de la industria.



(a) Si la curva de demanda de mercado tiene la forma $D(p) = 15$, ¿cuál es el precio de mercado resultante? **5**. ¿Y la cantidad de producción en equilibrio? **15**. ¿Cuál es el nivel de producción de la empresa 1 dado este precio? **5**. ¿Y de la empresa 2? **0**. ¿Y de la empresa 3? **10**.

23.8 (0) Supongamos que todas las empresas de una industria tienen la misma curva de oferta dada por $O_i(p) = p/2$. Representa en el gráfico siguiente cuatro curvas de oferta de la industria en los casos en que estén operando 1, 2, 3 o 4 empresas respectivamente.

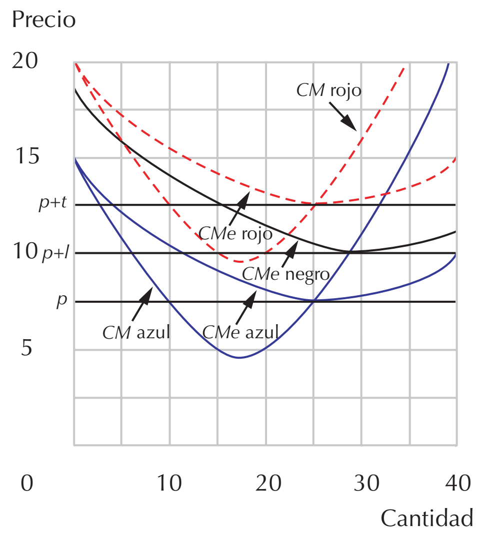


(a) Si todas las empresas tienen un coste de estructura tal que si el precio fuera inferior a 3 euros estarían perdiendo dinero, ¿cuál sería el precio y la cantidad de producción de equilibrio de la industria si la demanda de mercado fuera igual a $D(p) = 3{,}5$? Respuesta: el precio = **3,50 euros** y la cantidad = **3,5**. ¿Cuántas empresas operarían en este mercado? **2**.

(b) Si todas las condiciones fueran idénticas a las del apartado anterior, exceptuando que la demanda de mercado fuese igual a $D(p) = 8 - p$, ¿cuál sería el precio y la cantidad de equilibrio de la industria? **3,20 euros y 4,8**. ¿Cuántas empresas operarían en este mercado? **3**.

23.9 (0) Supongamos que todas las empresas de la industria de alpargatas operan con libertad de entrada y presentan la misma curva de coste medio en forma de *U*.

(a) Dibuja en el siguiente gráfico en color azul las curvas de coste marginal y coste medio de una empresa representativa e indica el nivel del precio de mercado correspondiente al equilibrio a largo plazo.



(b) Supongamos que el Gobierno implanta un impuesto *t* sobre cada unidad de producción vendida por la industria. Dibuja en color rojo en el mismo gráfico estas nuevas condiciones. Después de que la industria se haya ajustado a la implantación de este impuesto, el modelo competitivo predeciría lo siguiente: el precio de mercado (aumentará, disminuirá) **aumentará** en *t*, habrá un número (mayor, igual, menor) **menor** de empresas operando en la industria y el nivel de producción de cada empresa (aumentará, permanecerá igual, disminuirá) **permanecerá igual**.

(c) Supongamos que el Gobierno implanta un impuesto *l* sobre cada una de las empresas de la industria. Representa en color negro las nuevas condiciones. Después de que la industria se haya ajustado a la implantación de este impuesto el modelo competitivo predeciría lo siguiente: el precio de mercado (aumentará, disminuirá) **aumentará**, habrá un número (mayor, igual, menor) **menor** de empresas operando en la industria y el nivel de producción de cada empresa (aumentará, permanecerá igual, disminuirá) **aumentará**.

23.10 (0) Son muchos los países donde un restaurante que sirve bebidas alcohólicas tiene que obtener una licencia especial. Supongamos que el número de licencias esté limitado y que se pueden traspasar fácilmente de un restaurante a otro. Supongamos que las condiciones de esta industria se aproximen en gran medida a las de competencia perfecta. Si los ingresos medios de un restaurante son de 100.000 euros al año y una licencia para servir alcohol se puede obtener pagando una cuota de 85.000 euros anuales, ¿cuál es el coste medio de la industria? **15.000 euros**.

23.11 (2) Las autoridades australianas han ilegalizado las exportaciones de cacatúas para impedir la extinción de estos grandes loros y la medida ha provocado la aparición de un mercado ilegal. El coste de capturar una cacatúa australiana y enviarla a Estados Unidos es de alrededor de 40 dólares por pájaro. Los loros de contrabando son drogados y enviados en maletas y como esto es extremadamente traumático para los pájaros, cerca del 50% de las cacatúas mueren durante el trayecto. Cada cacatúa de contrabando tiene una probabilidad del 10% de ser descubierta, imponiéndose una multa de 500 dólares al contrabandista. Las cacatúas confiscadas que aparecen muertas son donadas a las cafeterías de las universidades.*

(a) La probabilidad de que una cacatúa de contrabando llegue viva, no sea confiscada y se pueda vender es 0,45. Por lo tanto, si el precio de los loros de contrabando es p, ¿cuáles son los ingresos brutos esperados de un contrabandista por cada loro enviado? **0,45 p**.

(b) ¿Cuál es el coste esperado, incluyendo las multas esperadas y el coste de capturarlo y enviarlo, de cada loro? **0,10 dólares × 500 + 40 = 90 dólares**.

(c) La oferta de loros de contrabando será una línea horizontal cuando el precio de mercado sea **200 dólares**. (Pista: ¿a qué precio el contrabandista ni gana ni pierde?)

(d) La función de demanda de cacatúas de contrabando en Estados Unidos es $D(p) = 7.200 - 20p$ al año. ¿Cuántas cacatúas de contrabando se venderán en un año en Estados Unidos al precio de equilibrio? **3.200**. ¿Cuántas cacatúas tienen que capturarse en Australia para que se ponga a la venta esta cifra de pájaros vivos en Estados Unidos? **3.200/0,45 = 7.111**.

(e) Supongamos que en lugar de poner en libertad a las cacatúas confiscadas, las autoridades aduaneras las venden en el mercado estadounidense. Los beneficios derivados de la exportación de cacatúas de contrabando no varían con esta nueva política. Como la curva de oferta es horizontal se tiene que cumplir que el precio de equilibrio de las cacatúas de contrabando tiene que ser igual al precio de equilibrio cuando las cacatúas de contrabando son puestas en libertad. ¿Cuántas cacatúas vivas se venderán, en equilibrio, en Estados Unidos? **3.200**. ¿Cuántas cacatúas desaparecerán permanentemente de los bosques australianos? **6.400**.

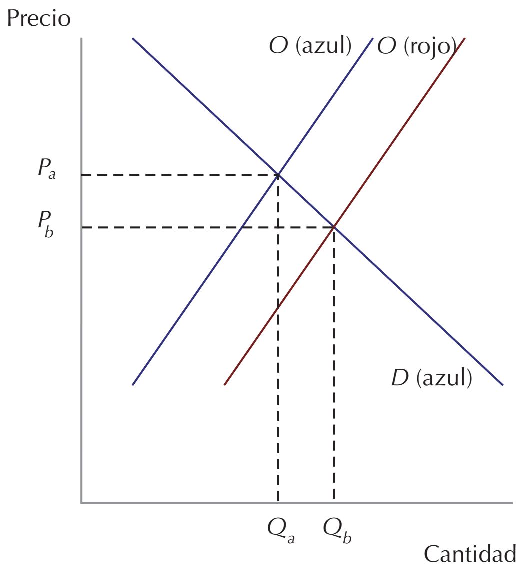
(f) Supongamos que el comercio de cacatúas es legalizado y que cuesta cerca de 40 dólares capturar y enviar una cacatúa a Estados Unidos en una jaula confortable y que el número de muertes causadas por este procedimiento es imperceptible. ¿Cuál sería el precio de equilibrio de las cacatúas en Estados Unidos? **40 dólares**. ¿Cuántas cacatúas se venderían en Estados Unidos? **6.400**. ¿Cuántas cacatúas tendrían que capturarse en Australia para abastecer el mercado estadounidense? **6.400**.

23.12 (0) El cuerno de rinoceronte es muy apreciado en Japón y China por sus presuntas propiedades afrodisíacas, con consecuencias bastante desafortunadas sobre todo para los rinocerontes del África Oriental. Aunque es ilegal matar rinocerontes en las reservas de Kenia, la población de rinocerontes de estas reservas ha sido prácticamente exterminada por los depredadores. El precio de los cuernos de rinoceronte se ha elevado tanto que un depredador puede obtener ingresos suficientes

* Este problema está basado en hechos reales, pero las cifras que presentamos son arbitrarias. Sería muy interesante tener estimaciones precisas sobre las verdaderas funciones de coste y de demanda.

para medio año matando a un solo rinoceronte. Como la recompensa de los depredadores es tan elevada, es prácticamente imposible hacer cumplir la ley en África Oriental. También hay grandes reservas de rinocerontes en Sudáfrica, pero los guardianes de estas reservas han conseguido erradicar la caza de rinocerontes casi por completo, lo que ha permitido que la población de rinocerontes en Sudáfrica haya aumentado. En un reciente programa de televisión de la serie *Nova,* un guarda forestal sudafricano explicaba que algunos rinocerontes incluso habían sido «capturados» para impedir la superpoblación de rinocerontes. «¿Y qué hacen –preguntó el entrevistador– con los cuernos de los animales que capturan o que mueren por causas naturales?». El guarda forestal explicó muy orgulloso que, como el comercio internacional de cuernos de rinoceronte es ilegal, Sudáfrica evitaba participar en este tráfico criminal. En lugar de venderlos, los cuernos eran destruidos o conservados en un almacén.

(a) Supongamos que todos los cuernos de rinoceronte producidos en Sudáfrica son destruidos. Denomina los ejes de debajo y dibuja en color azul las curvas de oferta y de demanda de cuernos de rinoceronte en el mercado mundial. Indica el precio y la cantidad de equilibrio.



(b) Si Sudáfrica vendiera sus cuernos de rinoceronte en el mercado mundial, ¿cuál de las curvas del diagrama se desplazaría y en qué dirección? **La curva de oferta se desplazaría hacia la derecha**. Señala la curva o curvas desplazadas en color rojo. Si Sudáfrica tomara esta decisión, el consumo mundial de cuernos de rinoceronte, ¿aumentaría o disminuiría? **Aumentaría**. El precio de los cuernos de rinoceronte ¿aumentaría o disminuiría? **Disminuiría**. La cantidad de rinocerontes capturados ¿aumentaría o disminuiría? **Disminuiría**.

23.13 (1) La venta de cuernos de rinoceronte no está prohibida por una inquietud respecto de los efectos secundarios de los perversos placeres que estimulan los desinhibidores afrodisíacos, sino porque la actividad encaminada a satisfacer la oferta es letal para los rinocerontes. Análogamente, las autoridades australianas no han restringido la exportación de cacatúas a Estados Unidos por el hecho de que poseer una cacatúa sea un vicio. De hecho, en Australia es perfectamente legal tener en casa una cacatúa como animal doméstico. El motivo de la restricción es simplemente proteger las poblaciones salvajes de la sobreexplotación. En el caso referente a otros bienes parece que la sociedad no tiene un interés particular en restringir las actividades derivadas de la oferta, pero intenta al mismo tiempo reducir su consumo. Un buen ejemplo lo suponen las drogas ilegales. El cultivo de marihuana, por ejemplo, es una actividad agraria que en sí misma no es más nociva que el cultivo del maíz o de las coles de Bruselas. Es el consumo de la marihuana lo que la sociedad desaprueba.

Supongamos que existe un coste marginal constante de 5 dólares por cultivar una onza de marihuana y entregarla a los compradores, pero si la policía descubre un cultivo de marihuana o apresa a un traficante, confisca la droga e impone una multa al traficante. Supongamos que la probabilidad de que la marihuana sea aprehendida es de 0,3 y que la multa sea de 10 dólares por onza.

(a) Si el «precio en la calle» es p dólares por onza, ¿cuál es el ingreso esperado, al neto de la multa, de un traficante por la venta de una onza de marihuana? **0,7 p – 3.** Entonces, ¿cuál es el precio de equilibrio de la marihuana? **11,4 dólares**.

(b) Supongamos que la función de demanda de marihuana sea $Q = A - Bp$. Si toda la marihuana confiscada es destruida, ¿cuál será, en equilibrio, el consumo de marihuana? **A – 11,4B**. Supongamos que la marihuana confiscada no es destruida sino que se vende en un mercado libre. ¿Cuál será, en equilibrio, el consumo de marihuana? **A – 11,4B**.

(c) El precio de la marihuana, ¿aumentará, disminuirá o permanecerá igual? **Permanecerá igual**.

(d) Si el coste marginal asociado a la producción de marihuana fuese creciente en lugar de constante, ¿crees que el consumo de marihuana sería mayor si la marihuana confiscada se vendiera en lugar de ser destruida? Razona tu respuesta. **El consumo aumentará porque la curva de oferta se desplazará hacia la derecha, reduciendo el precio**.

24 El monopolio

Introducción

Podemos determinar la cantidad de producción que maximiza los beneficios de un monopolista calculando el nivel de producción que iguala el ingreso marginal con el coste marginal. Una vez determinado este nivel de producción es suficiente sustituirlo en la función de demanda para determinar el precio establecido por el monopolista. En general, la función de ingreso marginal puede hallarse simplemente calculando la derivada de la función de los ingresos totales con respecto a la cantidad. Sin embargo, en el caso especial de una función de demanda lineal, es fácil calcular la curva de ingreso marginal gráficamente. Con una curva inversa de demanda lineal, $p(y) = a - by$, la curva de ingreso marginal adopta siempre la forma $IMg(y) = a - 2by$.

24.1 (0) El profesor Kamarada acaba de escribir el primer libro de texto sobre economía punkie, titulado *lsokuantas isopokas*. Algunas investigaciones de mercado sugieren que la función de demanda de este libro va a ser $Q = 2.000 - 100p$, donde p representa el precio del libro. Va a costar 1.000 euros tener el libro editado para su impresión y no se puede imprimir ningún ejemplar sin pagar por esos costes de edición. Además de este coste de edición, hay un coste marginal de 4 euros por cada libro impreso.

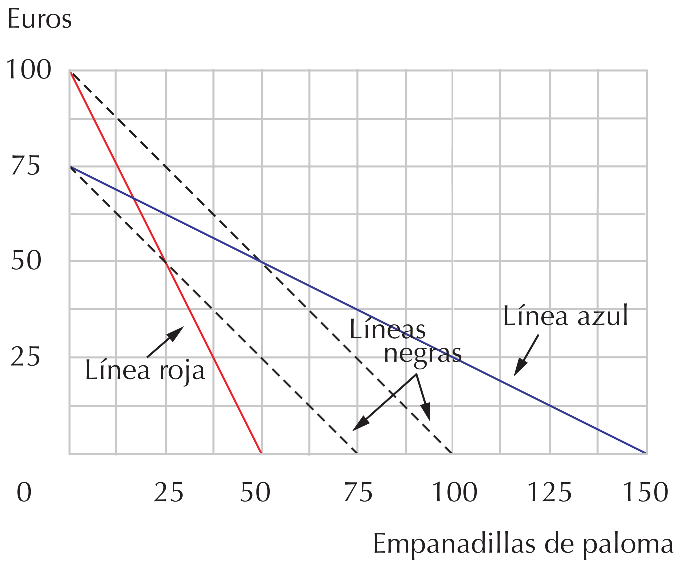
(a) La función de ingresos totales del libro del profesor Karnarada es $I(Q)$ = $\mathbf{20Q - Q2/100}$.

(b) La función de costes totales de producción del libro del profesor Kamarada es $C(Q)$ = $\mathbf{1.000 + 4Q}$.

(c) La función de ingreso marginal es $IMg(Q)$ = $\mathbf{20 - Q/50}$ y la función de coste marginal es $CMg(Q)$ = **4**. La cantidad de libros que hay que vender para maximizar los beneficios es igual a Q^* = **800**.

24.2 (0) Jordi vende empanadillas de paloma en su carrito de las Ramblas, donde es el único proveedor de estos exquisitos bocados. Sus costes son nulos debido a la abundancia disponible de la materia prima necesaria en las mismas Ramblas.

(a) Cuando se inició en el negocio, la función inversa de demanda de empanadillas de paloma era $p(y) = 100 - y$, donde el precio se expresa en euros y donde y se refiere al número de empanadillas vendidas. En color negro dibuja esta curva inversa de demanda en el gráfico siguiente y en color rojo dibuja la curva de sus ingresos marginales.



(b) ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza los beneficios de Jordi? **50**. ¿Qué precio cobrará Jordi por cada empanadilla? **50 euros**.

(c) Después de haberse dedicado a este negocio durante varios meses, se da cuenta de que la curva de demanda se ha desplazado a $p(y) = 75 - y/2$. Dibuja en color azul la nueva curva de demanda en el gráfico y en color negro la nueva curva de ingreso marginal.

(d) ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza los beneficios con este nuevo precio? **75**. ¿Cuál es el nuevo precio que maximiza los beneficios? **37,5 euros por empanadilla**.

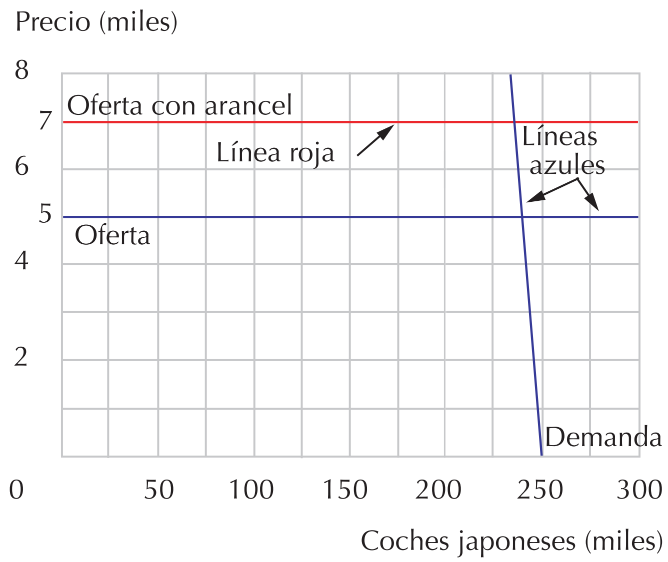
24.3 (0) Supongamos que la función de demanda de coches japoneses en Estados Unidos es tal que las ventas anuales de coches (expresadas en millares de coches) es igual a $250 - 2P$, donde P es el precio de los coches japoneses expresado en miles de dólares.

(a) Si la curva de oferta es horizontal al precio de 5.000 dólares, ¿cuál será, en equilibrio, el número de coches japoneses vendidos en Estados Unidos? **240 mil**. ¿Cuánto dinero en total se gastarán los estadounidenses en la adquisición de coches japoneses? **1,2 miles de millones de dólares**.

(b) Supongamos que en respuesta a las presiones por parte de los fabricantes de coches estadounidenses, Estados Unidos impone un arancel de importación sobre los coches japoneses de tal forma que, por cada coche exportado a Estados Unidos, los fabricantes japoneses tienen que pagar un impuesto al Gobierno estadounidense de 2.000 dólares. ¿Cuántos coches japoneses se venderán ahora en Estados Unidos? **236.000**. ¿A qué precio se venderán? **7.000 dólares**.

(c) ¿Cuánto dinero recaudará el Gobierno de Estados Unidos gracias a este arancel? **472 millones de dólares**.

(d) En el gráfico siguiente, el precio que pagan los consumidores estadounidenses aparece representado en el eje vertical. Dibuja en color azul las curvas de oferta y de demanda anteriores a la imposición del arancel de importación. Después de la imposición del arancel de importación, la curva de oferta se desplaza mientras que la curva de demanda no varía. Dibuja en color rojo la nueva curva de oferta.



(e) Supongamos que en lugar de imponer un arancel de importación, el Gobierno de Estados Unidos persuade al Gobierno japonés para que éste imponga «restricciones voluntarias a la exportación» en los coches que se exportan a Estados Unidos. Supongamos que los japoneses acceden a restringir sus exportaciones de coches a Estados Unidos requiriendo que todo coche que se exporte a Estados Unidos vaya acompañado de un permiso de exportación. Supongamos además que el Gobierno japonés accede a conceder solamente 236.000 permisos de exportación y vende esos permisos a las empresas automovilísticas japonesas. Si estas empresas japonesas conocieran la curva de demanda estadounidense y supieran que solamente 236.000 coches japoneses se van a vender en Estados Unidos, ¿cuál es el precio que podrán cobrar por los coches que exporten a Estados Unidos? **7 mil dólares**.

(f) ¿Cuánto dinero estará dispuesta a pagar una empresa japonesa por obtener un permiso de exportación? **2.000 dólares**. (Pista: piensa en lo que cuesta fabricar un coche y a qué precio lo puedes vender si dispones de un permiso de exportación.)

(g) ¿A cuánto ascenderán los ingresos totales del Gobierno japonés derivados de la venta de los permisos de exportación? **472 millones de dólares**.

(h) ¿Cuánto dinero se gastarán los estadounidenses en la adquisición de coches japoneses? **1.652 miles de millones de dólares**.

(i) ¿Por qué crees que los japoneses podrían someterse «voluntariamente» a controles sobre la exportación? **Los ingresos totales de las compañías japonesas y del Gobierno son mayores con los controles de las exportaciones que sin ellos. Como la producción es menor, los costes son más bajos. Unos ingresos mayores y unos costes menores implican más beneficios.**

24.4 (0) Una compañía monopolista tiene una curva inversa de demanda dada por $P(y) = 12 - y$ y una curva de costes dada por $C(y) = y^2$.

(a) ¿Cuál será el nivel de producción que maximiza los beneficios? **3**.

(b) Supongamos que el Gobierno decide imponerle un impuesto a esta monopolista de manera que por cada unidad que produzca tiene que pagarle al Gobierno 2 euros. ¿Cuál será entonces su nivel de producción bajo este tipo de impuesto? **2,5**.

(c) Supongamos ahora que el Gobierno establece un impuesto a tanto alzado de 10 euros sobre los beneficios de la monopolista. ¿Cuál será su nivel de producción? **3**.

24.5 (1) En Fetage sólo se edita un periódico, *La Calumnia Ilustrada*. La demanda de este periódico depende del precio y de la cantidad de artículos escandalosos que se publiquen. La función de demanda es $Q = 15\,E^{1/2}p^{-3}$, donde Q es el número de ejemplares vendidos por día, E se refiere al número de columnas del periódico que informan sobre escándalos y P es el precio. No hay escasez de escándalos en Fetage, no obstante hay que utilizar una serie de recursos para escribirlos, formatearlos e imprimirlos como historias escandalosas. El coste, en pesos, de publicar E unidades de escándalos es igual a $10E$ euros. Estos costes son independientes del número de ejemplares vendidos. Además de esto, cuesta dinero imprimir y repartir el periódico y estos costes suponen 0,10 euros por cada copia y el coste de cada una de ellas es independiente de la cantidad de escándalos divulgados por el periódico. Por lo tanto, el coste total necesario de imprimir Q ejemplares del periódico con E columnas de historias escandalosas es $10E + Q/0{,}10$ euros.

(a) Calcula la elasticidad respecto al precio de la demanda de *La Calumnia Ilustrada*. **–3**. ¿Depende la elasticidad respecto al precio del número de artículos escandalosos publicados? **No**. ¿Es la elasticidad respecto al precio constante para cualquier precio? **Sí**.

(b) Recuerda que $IMg = P(1 + 1/\varepsilon)$. Para maximizar los beneficios, *La Calumnia Ilustrada* tendrá que igualar el ingreso marginal con el coste marginal. Determina cuál será el precio que *La Calumnia Ilustrada* tiene que cobrar por ejemplar para maximizar los beneficios. **0,15 euros**. Cuando el ejemplar se vende a este precio, la diferencia entre el precio y el coste marginal de imprimir y repartir cada ejemplar es **0,05 euros**.

(c) Si *La Calumnia Ilustrada* cobra el precio que maximiza los beneficios e imprime 100 columnas de artículos escandalosos, ¿cuántas copias venderá? (Redondea al entero más próximo.) **44.444.** Escribe la expresión algebraica general del número de copias vendidas en función de E. $\boldsymbol{Q(E) = Q = 15\,E^{1/2}\,(0{,}15)^{-3} = 4.444{,}44\,E^{1/2}}$.

(d) Suponiendo que el periódico cobra el precio que maximiza los beneficios, escribe una expresión algebraica para los beneficios en función de Q y E. **Beneficios =** $\boldsymbol{0{,}15\,Q - 0{,}10\,Q - 10\,E}$. Con el valor de $Q(E)$ que hayas calculado en el último apartado, sustituye $Q(E)$ por el valor de Q para desarrollar una expresión algebraica de los beneficios en función solamente de la variable E. **Beneficios =** $\boldsymbol{0{,}05(4.444{,}44\,E^{1/2}) - 10E = 222{,}22\,E^{1/2} - 10E}$.

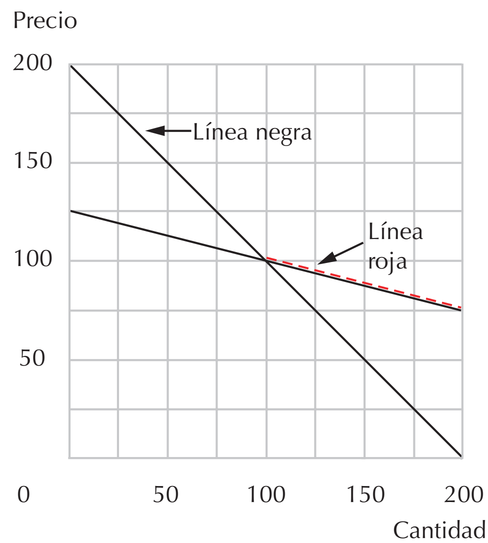
(e) Si *La Calumnia Ilustrada* cobra el precio que maximiza los beneficios e imprime la cantidad de artículos escandalosos que maximiza los beneficios, ¿cuántas columnas de artículos escandalosos deberá imprimir? **123,456 columnas**. ¿Cuántas copias se venderán? **49.383**. ¿Cuántos beneficios se obtienen si *La Calumnia Ilustrada* maximiza sus beneficios? **1.234,5**.

24.6 (0) Dibuja en color negro en el gráfico siguiente la curva inversa de demanda $p_1(y) = 200 - y$.

(a) Si los costes de la monopolista son nulos, ¿en qué punto de la curva elegirá operar? **En $y = 100$, $P = 100$**.

(b) Dibuja ahora otra curva de demanda que pase a través del punto que maximiza los beneficios y que sea menos pendiente que la curva de demanda inicial. Marca en color negro el segmento de esta nueva curva de demanda en la cual la monopolista elegirá operar. (Pista: ¿recuerdas el concepto de la preferencia revelada?)

(c) Con la nueva curva de demanda, ¿los beneficios obtenidos por la monopolista serán (mayores o menores) respecto a la curva de demanda inicial? **Mayores**.



25 La conducta del monopolio

Introducción

En los problemas de este capítulo analizaremos las posibilidades que tienen los monopolistas de practicar la discriminación de precios. También hay problemas relacionados con los mercados espaciales, en los cuales se tienen en cuenta los costes de transporte y mostramos que las lecciones aprendidas sobre estos mercados nos permiten estudiar la competencia en condiciones de diferenciación del producto en términos económicos y políticos.

Recuerda que a un discriminador de precios le interesa que el *ingreso marginal* de cada mercado sea igual al coste marginal de producción. Dado que produce toda su producción en un solo emplazamiento, su coste marginal de producción es el mismo para los dos mercados y depende de su producción *total*. El procedimiento para resolver estos problemas requiere considerar el ingreso marginal de cada uno de los mercados en función de la cantidad vendida en ese mercado y considerar el coste marginal en función de la suma de las cantidades vendidas en los dos mercados. Las condiciones para la maximización de beneficios constituyen entonces dos ecuaciones en las cuales las dos incógnitas representan las dos cantidades vendidas en los dos mercados. Por supuesto, si el coste marginal es constante, el procedimiento es todavía más sencillo, ya que todo lo que tenemos que hacer es determinar las cantidades de cada industria para las cuales el ingreso marginal es igual al coste marginal constante.

Ejemplo: Un monopolista vende en dos mercados. La curva inversa de demanda en el mercado 1 es $p_1 = 200 - q_1$ y la curva inversa de demanda en el mercado 2 es $p_2 = 300 - q_2$. La función del coste total de la empresa es $C(q_1 + q_2) = (q_1 + q_2)^2$. La empresa es capaz de discriminar los precios en los dos mercados. Vamos a identificar los precios que el monopolista cobrará en cada uno de los mercados. En el mercado 1, el ingreso marginal de la empresa es $200 - 2q_1$ y en el mercado 2 el ingreso marginal es $300 - 2q_2$. Los costes marginales de la empresa son $2(q_1 + q_2)$. Para maximizar sus beneficios la empresa iguala el ingreso marginal de cada mercado con el coste marginal. Con esto obtenemos dos ecuaciones, $200 - 2q_1 = 2(q_1 + q_2)$ y $300 - 2q_2 = 2(q_1 + q_2)$. Resolviendo el sistema de estas dos ecuaciones con dos incógnitas para determinar los valores de q_1 y q_2 encontramos que $q_1 = 16{,}67$ y $q_2 = 66{,}67$. Podemos determinar el precio cobrado en cada uno de los mercados sustituyendo estas cantidades en las funciones de demanda. El precio cobrado en el mercado 1 será 183,33 y el precio cobrado en el mercado 2 será 233,33.

25.1 (0) Sergio Repanocha acaba de escribir un libro repulsivo, *Cálculo integral y moralidad derivada*. Su editorial, Bontón, S.L., calcula que la demanda de este libro en España va a ser $Q_1 = 50.000 - 2.000P_1$, donde P_1 es el precio en España expresado en euros. La demanda por la obra de Repanocha en Hispanoamérica es $Q_2 = 10.000 - 500P_2$, donde P_2 es su precio en Hispanoamérica expresado también en euros. La función de costes del editor es $C(Q) = 50.000 + 2Q$, donde Q es el número total de copias que se imprimen del libro.

(a) Si Bontón, S.L. tiene que cobrar el mismo precio en ambos países, ¿cuántos ejemplares debería vender? **27.500**. ¿Qué precio debería cobrar para maximizar sus beneficios? **13 euros**. ¿A cuánto ascenderían esos beneficios? **252.500 euros**.

(b) Si Bontón, S.L. pudiera cobrar precios diferentes en cada uno de los mercados, y se propone maximizar sus beneficios, ¿cuántos ejemplares deberá vender en España? **23.000 libros**. ¿Cuál es el precio que cobrará en España? **13,50 euros**. ¿Cuántos ejemplares venderá en Hispanoamérica? **4.500 libros**. ¿Cuál es el precio que cobrará en Hispanoamérica? **11 euros**. ¿A cuánto ascenderán sus beneficios? **255.000 euros**.

25.2 (0) Un monopolio tiene una curva inversa de demanda $p(y) = 100 - 2y$, y tiene un coste marginal constante igual a 20 euros.

(a) ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza los beneficios? **20**.

(b) ¿Cuál es el precio que maximiza los beneficios? **60 euros**.

(c) ¿Cuál es el precio óptimo desde el punto de vista social? **20 euros**.

(d) ¿Cuál es el nivel de producción socialmente óptimo de esta empresa? **40**.

(e) ¿Cuál es la pérdida irrecuperable de bienestar de esta empresa debido al comportamiento monopolístico? **400**.

(f) Supongamos que este monopolista pudiera operar como un monopolista perfectamente discriminador de precios y vender cada unidad del producto al precio máximo por el que pudiera venderse. La pérdida irrecuperable de bienestar en este caso sería de **0**.

Cálculo

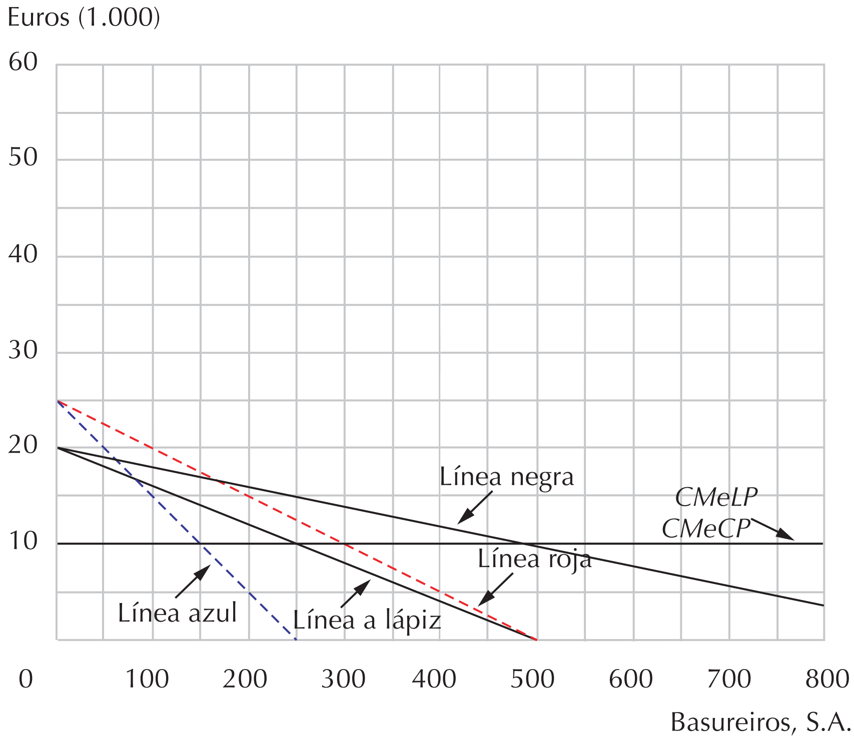
25.3 (1) Basureiros, S.A. es la única empresa productora de camiones de basura, y vende sus productos tanto en los mercados nacionales como en los exteriores. Debido a la presencia de restricciones institucionales a la importación y a la exportación, no hay posibilidad alguna de que un bien adquirido en uno de los mercados pueda ser revendido en el otro mercado. Las curvas inversas de demanda y las curvas de ingreso marginal correspondientes a cada mercado son las siguientes:

$$P_n = 20.000 - 20Q \qquad IMg_e = 20.000 - 40Q$$
$$P_n = 25.000 - 50Q \qquad IMg_e = 25.000 - 100Q$$

donde P_n y P_e representan respectivamente los precios cobrados en el mercado nacional y exterior, IMg_n y IMg_e las curvas de ingreso marginal en el mercado nacional y exterior y Q la cantidad de producción. El proceso de producción de esta empresa presenta rendimientos constantes de escala y se sabe por experiencias anteriores que se necesitan 1.000.000 de euros para producir 100 camiones.

(a) La función de coste medio a largo plazo de Basureiros, S.A. es $CMe(Q)$ = **10.000 euros** y la función de coste marginal a largo plazo es $CMg(Q)$ = **10.000 euros**. (Pista: Si hay rendimientos constantes de escala, ¿hay alguna variación en los costes medios, a largo plazo, a medida que varía el nivel de producción?) Dibuja la curva de coste medio y de coste marginal en el gráfico.

(b) Dibuja la curva de demanda que caracteriza el mercado nacional en color negro y la curva de ingreso marginal de este mismo mercado con lápiz. Dibuja la curva de demanda que caracteriza el mercado exterior en color rojo y la curva de ingreso marginal de este mismo mercado en color azul.

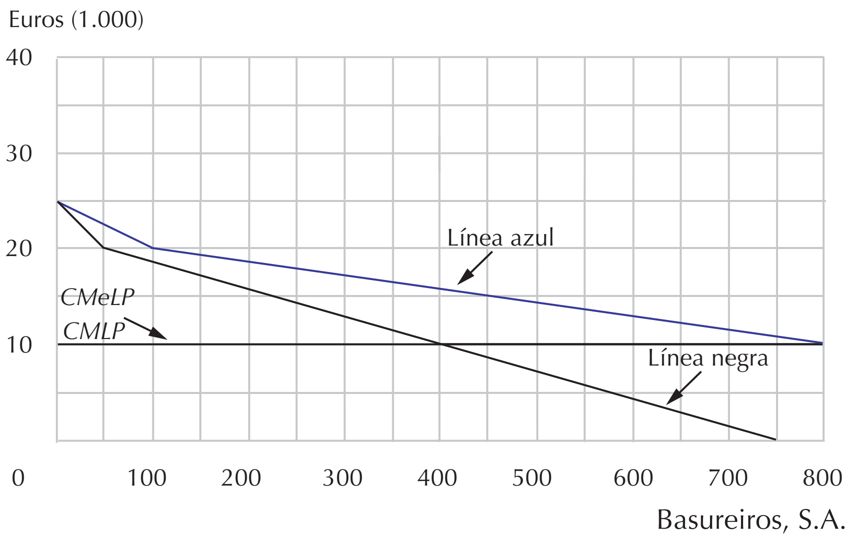


(c) Si Basureiros, S.A. está maximizando sus beneficios, venderá **250 camiones** en el mercado nacional a **15.000 euros** cada uno y **150 camiones** en el mercado exterior a **17.500 euros** cada uno. ¿Cuáles son los beneficios totales que obtiene Basureiros, S.A.? **2.375.000 euros**.

(d) Teniendo en cuenta el precio y la cantidad que maximizan los beneficios, ¿cuál es la elasticidad respecto al precio de la demanda en el mercado nacional? **–3**. ¿Cuál es la elasticidad respecto al precio de la demanda en el mercado exterior? **–2,33**. ¿Es la demanda más o menos elástica en el mercado donde se cobran los precios más elevados? **Menos elástica**.

(e) Supongamos ahora que las restricciones a la importación y a la exportación se liberalizan de manera que cualquiera que adquiera un camión de basura en un mercado pueda revenderlo inmediatamente (y sin costes adicionales) en el otro mercado. Representa en el gráfico de la página siguiente la nueva curva inversa de demanda (en color azul) y la nueva curva de ingreso marginal (en color negro) a las que se enfrentará Basureiros, S.A.

(f) Dado que sus costes no han variado, ¿cuántos camiones de basura debería vender Basureiros, S.A.? **400**. ¿Cuál es el precio que cobrará? **15.714 euros**. ¿Cómo variarán los beneficios de Basureiros, S.A. ahora que ya no es posible aplicar discriminación de precios? **Disminuirán en 89.284 euros**.



25.4 (0) Una monopolista tiene una función de costes dada por $C(y) = y^2$ y se enfrenta a una función de demanda dada por $P(y) = 120 - y$, donde el precio se expresa en euros.

(a) ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza sus beneficios? **30**. ¿Cuál será el precio que cobrará la monopolista? **90 euros**.

(b) Si se impone un impuesto a tanto alzado de 100 euros sobre los beneficios de esta monopolista, ¿cuál será la cantidad que elegirá producir? **30**.

(c) Si se quiere fijar un precio tope para esta monopolista, de manera que se maximice la suma de los excedentes del consumidor y del productor, ¿cuál será el precio tope que deberemos elegir? **80 euros**.

(d) Dado este precio tope, ¿qué cantidad de producción elegirá esta monopolista? **40**.

(e) Supongamos que se establece un impuesto específico sobre la monopolista de 20 euros sobre cada unidad producida. ¿Cuál será en este caso el nivel de producción que maximice los beneficios? **25**.

25.5 (1) El cine *Fantasio* es un local ubicado en la zona universitaria de una ciudad catalana. En esta sala se proyectan películas de calidad inusualmente buena y se amenaza a los asistentes puntuales con música de órgano en directo y dibujos animados de Cobi. Si la sala se abre, los propietarios tienen que pagar una cantidad fija cada noche de 500 euros por las películas, los acomodadores y otros servicios, independientemente del número de espectadores que acudan a ver la película. Supongamos, para simplificar el análisis, que si el cine está cerrado, los costes son iguales a cero. El número de espectadores que acuden a la sesión de noche del cine *Fantasio* que son estudiantes viene dado por $Q_E = 220 - 40P_E$, donde Q_E es el número de entradas que corresponden a la demanda por parte de los estudiantes al precio P_E, mientras que la demanda en la sesión de noche por parte de los espectadores que no son estudiantes es $Q_N = 140 - 20P_N$.

(a) Si el cine *Fantasio* cobra un precio único, P_U, igual para todos los espectadores, cuando los precios oscilan entre 0 y 5,50 euros, la función de demanda agregada de entradas de cine es $Q_U(P_U)$ = $\mathbf{360 - 60}\boldsymbol{P_U}$. Para los precios de más de 5,50 euros, la función inversa de demanda es $P_U(Q_U)$ = $\mathbf{6 -}\boldsymbol{Q_U}\mathbf{/60}$.

(b) ¿Cuál es el número de entradas que el cine *Fantasio* tiene que vender para maximizar los beneficios si cobra el mismo precio a todos los espectadores? **180**. ¿A qué precio tendrá que vender este número de entradas? **3 euros**. ¿Qué beneficios obtendrá el *Fantasio* con este precio? **40**. ¿Cuántas entradas se venderán a los estudiantes? **100**. ¿Y a los no estudiantes? **80**.

(c) Supongamos que la cajera pudiera discernir con precisión a los estudiantes de los no estudiantes antes de entrar a la sala obligando a los estudiantes a mostrar su carné de estudiante. Estos estudiantes no pueden revender sus entradas y los no estudiantes no tienen acceso a ningún carné de estudiante. De esta manera, el *Fantasio* puede incrementar sus beneficios cobrando distintos precios a los estudiantes y a los no estudiantes. ¿Cuál es el precio que cobrará a los estudiantes? **2,75 euros**. ¿Cuántas entradas venderá a los estudiantes? **110**. ¿Cuál es el precio que cobrará a los no estudiantes? **3,50 euros**. ¿Cuántas entradas venderá a los no estudiantes? **70**. ¿Cuántos beneficios obtendrá el cine *Fantasio*? **47,50 euros**.

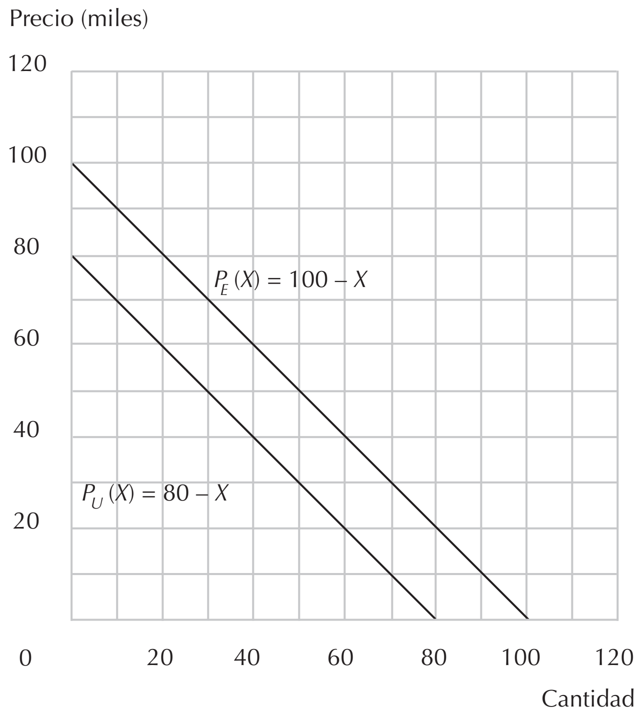
(d) Si conoces el cálculo de derivadas intenta resolver este apartado del problema. Supongamos que el cine *Fantasio* puede albergar solamente 150 personas y que la propietaria quiere maximizar los beneficios cobrando distinto precio a los estudiantes y a los no estudiantes. Si el aforo de la sala es de 150 butacas y Q_E son las entradas que se venden a los estudiantes, ¿cuál es el máximo número de entradas que se pueden vender a los no estudiantes? $\boldsymbol{Q_N} \mathbf{= 150 -} \boldsymbol{Q_E}$. Desarrolla una expresión algebraica para el precio de las entradas para los no estudiantes en función de las entradas vendidas a los estudiantes (Pista: determina primero la función inversa de demanda de los no estudiantes.) $\boldsymbol{P_N} \mathbf{= -1/2 +} \boldsymbol{Q_E}\mathbf{/2}\boldsymbol{D}$. Desarrolla una expresión algebraica para los beneficios del cine *Fantasio* en función solamente de la variable Q_E. (Pista: haz sustituciones haciendo uso de tus respuestas anteriores.) $Q_E(11/2 - Q_E/40) + (-1/2 + 20/Q_E)\ (150 - Q_E)500 = -3Q_E^2/40 + 27Q_E/2 - 575$. ¿Cuántas entradas debería vender el cine *Fantasio* a los estudiantes para maximizar sus beneficios? **90**. ¿Cuál es el precio cobrado a los estudiantes? **3,25 euros**. ¿Cuántas entradas ha vendido a los no estudiantes? **60**. ¿Cuál es el precio cobrado a los no estudiantes? **4 euros**. ¿Qué beneficios obtiene el *Fantasio* con esta estrategia? **32,50 euros**.

25.6 (2) *El Diario Económico* está considerando la posibilidad de ofrecer un nuevo servicio que envíe artículos a los lectores por correo electrónico. Su investigación de mercado indica que hay dos tipos de posibles usuarios: los pobretones estudiantes de microeconomía y los ejecutivos de alto nivel. Sea x el número de artículos que solicita anualmente un usuario. Los ejecutivos tienen una función inversa de demanda $P_E(x) = 100 - x$ y los estudiantes tienen una función inversa de demanda $P_U(x) = 80 - x$ (los precios se expresan en céntimos de euro). El coste marginal en que incurre *El Diario* al enviar artículos por correo electrónico es nulo. Traza estas funciones de demanda en el gráfico adjunto y etiquétalas.

(a) Supongamos que *El Diario* puede identificar a los usuarios que son estudiantes y a los que son ejecutivos. Ofrece a cada tipo de usuario un plan de «todo o nada». Un estudiante puede suscribirse y acceder a 80 artículos al año o nada. ¿Cuál es el precio máximo que estará dispuesto a pagar un estudiante por acceder a 80 artículos? **32 euros, equivalente al área situada bajo la curva de demanda del**

estudiante. (Pista: recuerda la lección sobre el excedente del consumidor y el área situada debajo de la curva de demanda). Un ejecutivo puede suscribirse y acceder a 100 artículos al año o nada. ¿Cuál es el precio máximo que estará dispuesto a pagar un ejecutivo por acceder a 100 artículos? **50 euros, que es el área situada bajo la curva de demanda del ejecutivo**.

(b) Supongamos que *El Diario* no puede identificar a los usuarios que son ejecutivos y a los que son estudiantes. Por lo tanto, no puede estar seguro de que los ejecutivos no se suscribirán al plan destinado a los estudiantes si éste les parece mejor. En este caso, *El Diario* puede seguir ofreciendo dos planes, pero tendrá que dejar que sean los propios usuarios los que seleccionen el que es óptimo para ellos. Supongamos que ofrece dos planes: uno que permite acceder a 80 artículos al año y el otro a 100. ¿Cuál es el precio más alto que pagarán los estudiantes por la suscripción a 80 artículos? **32 euros**.



(c) ¿Qué valor total tiene para los ejecutivos el acceso a 80 artículos al año? **48** euros. (Pista: observa el área situada debajo de su curva de demanda y a la derecha de la recta vertical en 80 artículos.)

(d) ¿Cuál es el precio máximo que puede cobrar *El* Diario por 100 artículos al año si quiere que los ejecutivos prefieran este plan a comprar 80 artículos al año al precio máximo que están dispuestos los estudiantes a pagar por 80 artículos? **Resolviendo 50–*p* = 49-32, tenemos que *p* = 34 euros**.

(e) Supón que *El Diario* decide incluir solamente 60 artículos en el paquete destinado a los estudiantes. ¿Cuál es el precio máximo que podría cobrar y conseguir que los estudiantes compraran este paquete? **30 euros**.

(f) Si *El Diario* ofrece un «paquete a los estudiantes» de 60 artículos a este precio, ¿cuánto excedente *neto* del consumidor obtendrían los ejecutivos comprando el paquete destinado a los estudiantes? **12 euros**.

(g) ¿Cuál es el precio máximo que podría cobrar *El Diario* por un paquete de 100 artículos y esperar que los ejecutivos lo compraran en lugar del paquete destinado a los estudiantes? **38 euros**.

(h) Si el número de ejecutivos que hay en la población es igual al número de estudiantes, ¿obtendría *El Diario* mayores beneficios ofreciendo a los estudiantes un paquete de 80 artículos o uno de 60? **60**.

25.7 (2) Bill Barreras, director general de la empresa informática MuchoSoft, está considerando la posibilidad de adoptar una nueva estrategia de comercialización: vender conjuntamente su procesador de textos, que ha tenido un gran éxito de ventas, y su hoja de cálculo a un único precio.

Desde el punto de vista de la empresa, la venta conjunta de los programas a un precio reducido produce dos efectos en las ventas: 1) los ingresos aumentan debido a las ventas adicionales del producto conjunto; y 2) los ingresos disminuyen debido a que es menor la demanda de cada uno de los componentes del paquete.

La rentabilidad de la venta conjunta depende de cuál sea el efecto que domine. Supongamos que MuchoSoft vende el procesador de textos a 200 euros y la hoja de cálculo a 250. Una encuesta de marketing realizada a 100 personas que compraron cualquiera de los dos programas el año pasado demostró lo siguiente:

1. 20 personas compraron los dos.
2. 40 personas compraron solamente el procesador de textos. Estarían dispuestas a gastar hasta 120 euros más por la hoja de cálculo.
3. 40 personas compraron solamente la hoja de cálculo. Estarían dispuestas a gastar hasta 100 euros más por el procesador de textos.

Para responder a las siguientes preguntas, puedes suponer lo siguiente:

1. Los nuevos compradores de productos de MuchoSoft tendrán las mismas características que este grupo.
2. La producción de copias adicionales de cualquiera de los dos programas informáticos tiene un coste marginal nulo.
3. La creación del producto conjunto tiene un coste marginal nulo.

(a) Supón que MuchoSoft ofrece los productos por separado y también conjuntamente. Para averiguar qué precio debe cobrar por el producto conjunto, Bill Barreras se hace las siguientes preguntas. Para vender el paquete conjunto a los compradores del procesador de textos, el precio tendría que ser inferior a **200 + 120 = 350**.

(b) Para vender el paquete conjunto a los usuarios de la hoja de cálculo, el precio tendría que ser inferior a **250 + 100 = 350**.

(c) ¿Qué beneficios obtendría MuchoSoft vendiendo a un grupo de 100 usuarios si cobrara por el paquete conjunto 320 euros? **Todo el mundo compra el paquete, por lo que los beneficios son iguales a 100 $\times$ 320 = 32.000 euros.**

(d) ¿Qué beneficios obtendría si vendiera el paquete conjunto a un grupo de 100 usuarios a un precio de 350 euros? **20 personas comprarían de todas formas el paquete, 40 personas comprarían la hoja de cálculo solamente y estarían dispuestas a comprar el paquete, 40 personas comprarían el procesador de textos, pero no la hoja de cálculo. Los beneficios totales serían iguales a 20 × 350 + 40 × 350 + 40 × 200 = 29.000**.

(e) Si MuchoSoft ofrece el paquete conjunto, ¿qué precio debería cobrar? **320 euros es el precio más rentable**.

(f) ¿Qué beneficios obtendría si no ofreciera el paquete conjunto? **Si no se ofreciera el paquete, los beneficios serían iguales a 20 × (200 + 250) + 40 × 200 + 40 × 250 = 27.000.**

(g) ¿Que beneficios obtendría si ofreciera el paquete conjunto? **100 × 320 = 32.000**.

(h) ¿Es más rentable vender los productos conjuntamente o por separado? **Conjuntamente**.

(i) Supón que a MuchoSoft le preocupa la fiabilidad de su encuesta de mercado y cree que, si no vende los productos conjuntamente, t de las 100 personas comprarán ambos productos, $(100 - t)/2$ comprarán el procesador solamente y $(100 - t)/2$ comprarán la hoja de cálculo solamente. Calcula los beneficios en función de t si no vende los productos conjuntamente **$225 \times (100 - t) + 450 \times t$**.

(j) ¿Qué beneficios obtiene vendiéndolos conjuntamente? **32.000 euros**.

(k) ¿Qué valores tendría que tener t para que no fuera rentable vender los productos conjuntamente? **Despejando el valor de t que iguala los dos beneficios, se obtiene $t = 42{,}22$. Por lo tanto, si más de 42 de los 100 nuevos compradores adquieren de todas formas los dos productos, no es rentable venderlos conjuntamente**.

(l) Hasta ahora sólo nos hemos referido en este análisis a los clientes que comprarían al menos uno de los programas al conjunto inicial de precios. ¿Existe alguna fuente adicional de demanda del paquete conjunto? ¿Qué nos lo indica sobre los cálculos que hemos hecho de la rentabilidad de la venta conjunta? **Sí, es posible que haya algunos consumidores que no estén dispuestos a pagar 200 euros por el procesador de textos o 250 euros por la hoja de cálculo, pero que estén dispuestos a pagar 320 euros por el paquete. Eso significa que la venta conjunta sería incluso más rentable de lo que indican los cálculos anteriores**.

25.8 (0) Xavier Clavelino está a punto de inaugurar un nuevo parque de atracciones, Tibi Garbo, cuyas atracciones son escalofriantes: puedes montarte en las montañas rusas Desplomes de Yeltsin, escalar la Roca de Roldán o cenar en Fonda Fantasmada. Don Xavier calcula que Tibi Garbo tendrá unos 1.000 visitantes diarios, cada persona se montará en $x = 50 - 50p$ atracciones, donde p es el precio de una atracción. Las personas que visiten el parque serán muy parecidas y se descarta que alguien pueda subirse a las atracciones un numero negativo de veces. El coste marginal de que una persona entre en una atracción es prácticamente cero.

(a) ¿Cuál es la función inversa de demanda de atracciones? **$p(x) = 1 - x/50$**.

(b) Si Xavier Clavelino fija el precio que maximiza los beneficios, ¿cuántas atracciones visitará en un día cada visitante? **25**.

(c) ¿Cuál será el precio de una atracción? **50 céntimos**.

(d) ¿Cuál será el beneficio por visitante que conseguirá don Xavier? **12,50 euros**.

(e) ¿Cuál es el precio eficiente en el sentido de Pareto de una atracción? **0**.

(j) Si don Xavier fijara el precio eficiente en el sentido de Pareto, ¿cuántas entradas se comprarían? **50**.

(g) ¿Cuál sería el excedente del consumidor generado a este precio? **25**.

(h) Si don Xavier decidiera implantar un precio por la entrada en el recinto y otro por atracción, ¿cuál sería el precio por la entrada? **25 euros**. ¿Y por atracción? **0**.

25.9 (1) El pueblo de Villanueva se halla ubicado en una estrecha franja de terreno entre dos montañas, tiene una longitud de 36 km, orientado en dirección norte-sur, y sólo tiene una manzana de ancho. Dentro del pueblo, su población tiene una densidad uniforme de 100 personas por km. Debido a lo escarpado del terreno, no vive nadie fuera de los límites del pueblo. A causa de las estrictas normas impuestas por su consistorio, el pueblo sólo tiene tres salas de baile, una ubicada en el último local al norte del pueblo, otra en el último local al sur del pueblo, y la tercera justo en mitad del pueblo. Los costes de desplazamiento, incluidos el tiempo y la gasolina, son de 100 euros por kilómetro. Todos los habitantes de Villanueva tienen las mismas preferencias. Desean ir a bailar una vez a la semana si el total, que incluye los costes de desplazamiento y el precio de la entrada, no supera los 1.500 euros.

(a) Piensa en una de las salas de baile en un extremo del pueblo. Si cobra una entrada de 100 euros, ¿qué distancia estará dispuesto a desplazarse un habitante de Villanueva para ir a bailar allí? **5 km**. Con una entrada de 1.000 euros, ¿cuántos clientes tendrá esta sala de baile en una semana ? **500**.

(b) Escribe la fórmula del número de clientes que tendrá una de las salas de baile del extremo del pueblo si pide una entrada de p euros por noche. $\mathbf{100 \times (15 - p)}$.

(c) Escribe la fórmula de la función inversa de demanda de una de estas salas de baile. $\mathbf{p = 15 - q/100}$.

(d) Supón que las salas de baile del extremo del pueblo tienen un coste marginal de 300 euros por cliente y desean fijar el precio de la entrada de manera que se maximicen sus beneficios. (De momento supón que estas salas de baile no tienen que competir con las demás salas del pueblo.) ¿Cuántos clientes tendrán? **600**. ¿A qué precio pondrán las entradas? **9 euros**. ¿Cuál es la mayor distancia de la que atraen dientes? **6 km**.

(e) Ahora fíjate en la sala de baile que está en el centro del pueblo. Si su entrada vale p euros, ¿cuántos clientes tendrá a la semana? $\mathbf{2 \times (15 - p)}$.

(f) Si la sala del centro del pueblo también tiene unos costes marginales de 300 euros y maximiza sus beneficios, ¿en cuánto fijará el precio de la entrada? **9 euros**. ¿Cuántos clientes semanales tendrá? **1.200**. ¿A qué distancia del centro del pueblo vivirá su diente más alejado? **6 kilómetros**.

(g) Supón que el consistorio liberaliza su normativa urbanística y ya no impone restricciones sobre la localización de las salas de baile aunque, como antes, sólo concede licencias a tres salas. Las dos salas situadas en los extremos del pueblo tienen los contratos de alquiler de sus respectivos locales a punto de expirar y están buscando locales para instalarse en algún lugar del pueblo. El coste del traslado es el mismo independientemente del lugar al que vayan a instalarse. La sala situada en el centro va a

quedarse donde está. ¿Aumentarían los beneficios de las salas de los extremos si abrieran sus nuevos locales junto a la sala del centro? **No**. ¿Cuál sería la localización que maximizaría los beneficios de cada una de estas dos salas de baile? **Una estaría situada a 12 kilómetros al norte del centro de la ciudad y la otra 12 kilómetros al sur**.

25.10 (1) En un distrito de algún lugar del país de Ningunaparte hay que elegir a un nuevo representante. Todos los votantes tienen ideas políticas unidimensionales que pueden ordenarse claramente en un espectro de izquierda a derecha. Podemos definir la «localización» de las ideas políticas de un ciudadano de la siguiente manera. Se dice que el ciudadano que tiene las ideas más de extrema izquierda se encuentra en el punto 0 y el que tiene las ideas más de extrema derecha se encuentra en el punto 1. Si las ideas de un ciudadano se hallan a la derecha de las ideas de la proporción x de la población de ese lugar, se dice que las ideas de ese ciudadano se encuentran situadas en el punto x. Los candidatos están obligados a declarar públicamente su propia posición política en una escala de izquierda a derecha que va de cero a uno. Los votantes siempre votan al candidato cuya posición declarada se encuentra más cerca de sus propias ideas (si hay un empate en el caso del candidato más cercano, los votantes lanzan una moneda al aire para decidir a quién van a votar).

(a) Hay dos candidatos a ocupar el escaño en el Parlamento. Supongamos que lo único que le interesa a cada uno es obtener el mayor número de votos posible. ¿Hay un equilibrio en el que cada candidato elige la mejor posición, dada la posición del otro? En caso afirmativo, describa el equilibrio.

El único equilibrio es aquel en el que ambos candidatos eligen la misma posición y esa posición se encuentra en el punto 1/2.

25.11 (2) En el distrito que hemos descrito en el problema anterior, veamos qué ocurre si a los candidatos no les interesa el número de votos que obtendrán sino únicamente la cantidad de donaciones que recibirán para su campaña. Por tanto, cada candidato elige la localización ideológica que maximiza la cantidad de donaciones que recibe, dada la posición del otro.*

Digamos que un votante de extrema izquierda es aquel cuyas ideas políticas se encuentran a la izquierda del candidato situado más a la izquierda, que un votante de extrema derecha es aquel cuyas ideas políticas se encuentran a la derecha del candidato situado más a la derecha y que un votante moderado es aquel cuyas ideas políticas se encuentran entre las posiciones de los dos candidatos. Suponga que cada votante extremista hace una donación al candidato cuya posición está más cerca de sus propias ideas y que los votantes moderados no hacen ninguna donación a las campañas. El número de euros que dona un votante extremista a su candidato favorito es proporcional a la distancia entre los dos candidatos. Concretamente, suponemos que hay alguna constante C tal que si el candidato de izquierda está situado en x y el de derecha está situado en y, el total de donaciones que recibe el candidato de izquierda es igual a $Cx(y - x)$ euros y el total que recibe el candidato de derecha es igual a $C(1 - y)\ (y - x)$ euros.

(a) Si el candidato de derecha se encuentra en y, la posición que maximiza las donaciones del candidato de izquierda es $x = \mathbf{y/2}$. Si el candidato de izquierda se encuentra en x, la posición que maximiza las donaciones del candidato de derecha es $y = \mathbf{(1 + x)/2}$. (Pista: tome una derivada y fíjela en 0).

* Este supuesto es algo extremo. Los candidatos normalmente gastan al menos una parte de las donaciones en publicidad para captar votos y esta publicidad influye en los resultados de las votaciones.

(b) Halle el único par de posiciones ideológicas de los dos candidatos tal que cada uno adopta la posición que maximiza las donaciones a su campaña, dada la posición del otro. **$x = 1/3$, $y = 2/3$**.

(c) Suponga que además de recibir donaciones de los extremistas de cada lado, los candidatos también pueden recibir donaciones de los moderados cuyas ideas están más cerca de su posición que de la de su rival. Suponga que los moderados, al igual que los extremistas, hacen donaciones a su candidato preferido y que donan en proporción a la diferencia entre la distancia ideológica que los separa del candidato que menos prefieren y la distancia ideológica que los separa del candidato que más prefieren. Demuestre que en este caso las únicas posiciones en las que los candidatos de derecha y de izquierda maximizan las donaciones a su campaña, dada la posición del otro candidato, se encuentran donde $x = 1/4$ e $y = 3/4$. **El total de donaciones que recibirá el candidato de izquierda será igual a $C(x(y-x) + (y-x)^2/4)$. El total de donaciones que recibirá el candidato de derecha será igual a $C((1-y)(y-x) + (y-x)^2/4)$. Diferenciando la primera expresión con respecto a x y la segunda con respecto a y y resolviendo las ecuaciones simultáneas resultantes, tenemos que $x = 1/4$ e $y = 3/4$**.

26 Los mercados de factores

Introducción

En este capítulo vamos a analizar la demanda de factores de un monopolista. Si una empresa constituye un monopolio en una determinada industria, producirá una cantidad inferior a la que produciría si esta industria estuviera organizada de forma competitiva y, por lo tanto, en general, querrá emplear una cantidad de factores inferior a la que emplearía si se tratara de una empresa análoga competitiva. El valor del producto marginal no es más que el valor de las cantidades adicionales producidas, empleando una unidad adicional de un factor. La lógica normal de la maximización de beneficios de las industrias competitivas implica que una empresa competitiva empleará un factor hasta el punto en el cual el **valor del producto marginal** sea igual al precio del factor.

El **ingreso marginal del producto** es el ingreso adicional obtenido al emplear una unidad adicional de uno de los factores. Para una empresa competitiva el ingreso marginal del producto es igual al valor del producto marginal, pero en el caso de una empresa monopolista se trata de dos cantidades diferentes. Un monopolista debe tener en cuenta el hecho de que al incrementar la cantidad producida disminuirá el precio al cual se vende, de manera que el ingreso marginal del producto de una unidad adicional del factor será inferior al valor del producto marginal.

Otro concepto que vamos a estudiar en este capítulo es el de **monopsonio**, que se produce cuando un mercado está dominado por un único comprador de un bien. El caso del monopsonio es muy similar al caso del monopolio: el monopsonista emplea una cantidad del factor inferior a la empleada por una empresa análoga competitiva, porque el precio que el monopsonista tiene que pagar por él depende de la cantidad que compra de ese factor.

Consideraremos en último lugar un interesante ejemplo del factor oferta en el cual un monopolista produce un bien que es empleado por otro monopolista.

Ejemplo: Supongamos que una empresa monopolista se enfrenta a una curva de demanda de su producción de la forma $p(y) = 100 - 2y$. La función de producción es $y = 2x$ y el precio de una unidad del factor es 4 euros. ¿Qué cantidad del factor querrá emplear la monopolista? ¿Qué cantidad de este factor emplearía una industria competitiva, si todas las empresas del sector presentaran la misma función de producción?

Respuesta: La monopolista empleará cantidades del factor hasta el punto en el cual el ingreso marginal del producto es igual al precio del factor. El ingreso, en función de la producción es $I(y) = p(y)y = (100 - 2y)y$. Para determinar el ingreso en función de la oferta sustituimos $y = 2x$:

$$I(x) = (100 - 4x)2x = (200 - 8x)x.$$

La función de ingreso marginal del producto adoptará la forma $IMPx = 200 - 16x$. Al igualar el ingreso marginal del producto con el precio del factor obtenemos la ecuación

$$200 - 16x = 4.$$

Resolviendo esta ecuación, tenemos que $x^* = 12{,}25$.
Si la industria fuera competitiva, entonces debería emplear el factor hasta el punto en el cual el valor del producto marginal fuera igual a 4. De este modo obtenemos la ecuación

$$p2 = 4$$

y, por lo tanto, $p^* = 2$. ¿Qué cantidad de producción sería demandada a este precio? Sustituyendo el valor que habíamos determinado en la función de demanda obtenemos la ecuación $2 = 100 - 2y$ que implica que $y^* = 49$. Como la función de producción es $y = 2x$, obtenemos como resultado que $x^* = y^*/2 = 24{,}5$.

26.1 (0) Las empresas Pocopelo tienen el monopolio de la producción de ungüentos anticaspa. Su fábrica está situada en la ciudad de San Pelocalvo, no hay ninguna otra industria en esta ciudad y la ecuación de oferta de trabajo es $W = 10 + 0{,}1L$ donde W es el salario diario y L es el número de días de trabajo realizado por persona. La función de producción de los ungüentos anticaspa es $Q = 10L$, donde L es la oferta de trabajo diario y Q es la cantidad diaria producida. La curva de demanda de ungüentos anticaspa es $P = 41 - Q/1.000$, donde P es el precio y Q es el número de ventas diarias.

(a) Determina el nivel de producción que maximiza los beneficios de las empresas Pocopelo. (Pista: utiliza la función de producción para determinar la cantidad del factor trabajo que requiere un nivel de producción dado. Con las oportunas sustituciones puedes calcular los costes totales de la empresa en función de su producción y a continuación sus beneficios en función de su producción. Ahora puedes calcular el nivel de producción que maximiza los beneficios.) **10.000**.

(b) ¿Cuánta mano de obra emplea? **1.000**. ¿Cuál es el salario que paga? **110 euros**.

(c) ¿Cuál es el precio de los ungüentos anticaspa? **31 euros**. ¿Cuántos beneficios se obtienen? **200.000 euros**.

26.2 (0) Los habitantes de Bichy Cataplán consumen botellas de agua mineral de acuerdo con la función de demanda $D(p) = 1.000 - p$. En este caso $D(p)$ indica la cantidad de botellas demandadas de agua mineral por año si el precio de la botella es p, expresado en euros. La única distribuidora de agua mineral de Bichy Cataplán, Sin Burbujas, adquiere el agua mineral a c euros la botella de su proveedora Parmalatosa. Parmalatosa es la única suministradora de agua mineral en toda la zona y actúa como un monopolio maximizador de beneficios. Para simplificar supongamos que sus costes de producción son nulos.

(a) ¿Cuál es e1 precio de equilibrio que cobra la distribuidora Sin Burbujas? $\boldsymbol{p^* = \frac{1.000 + c}{2}}$.

(b) ¿Cuál es la cantidad de equilibrio que vende Sin Burbujas? $\boldsymbol{D(p^*) = \frac{1.000 - c}{2}}$.

(c) ¿Cuál es el precio de equilibrio que cobra la productora Parmalatosa? $\boldsymbol{c^* = 500}$.

(d) ¿Cuál es la cantidad de equilibrio que vende Parmalatosa? $\boldsymbol{D(c^*) = 250}$.

(e) ¿Cuáles son los beneficios de Sin Burbujas? $\boldsymbol{\pi b = (500 - 250)(750 - 500) = 250^2}$.

(f) ¿Cuáles son los beneficios de Parmalatosa? $\boldsymbol{\pi p = 500 \cdot 250}$.

(g) ¿Cuál es el excedente del consumidor que se genera en este mercado? $\boldsymbol{EC_e = 250^2/2}$.

(h) Supongamos que se espera que esta situación continúe para siempre con estas características y que se espera que el tipo de interés anual permanezca constante al 10%. ¿Cuál es la suma mínima de dinero que Parmalatosa debería entregar a Sin Burbujas para adquirir su empresa? $\boldsymbol{10 \times 250^2}$.

(i) Supongamos que Parmalatosa le entrega esa cantidad. ¿Cuál será la nueva cantidad y el nuevo precio del agua mineral? $\boldsymbol{p^* = 500}$ **y** $\boldsymbol{D(p^*) = 500}$.

(j) ¿Cuáles serán los beneficios de esta nueva empresa integrada? $\boldsymbol{\pi_p = 500^2}$.

(k) ¿Cuál es la cantidad total de los excedentes del consumidor que se generan? ¿Cómo se puede comparar con el anterior nivel de excedentes del consumidor? $\boldsymbol{EC_i = 500^2/2 > EC_e}$.

Cálculo

26.3 (0) Grabaciones Ratoneras Insufribles Suburbanas (GRIS) tiene el monopolio de las grabaciones del famoso grupo de rock Los Maderos. La música de Los Maderos solamente está disponible en soportes digitales y cada soporte digital virgen le cuesta a GRIS c euros. No hay otros costes adicionales de producción o distribución. Indicamos con $p(x)$ la función inversa de demanda de la música de Los Maderos en función de x, que es el número de grabaciones vendidas.

(a) ¿Cuál es la condición de primer orden para que se maximicen los beneficios? Para posteriores referencias indicamos que x^* es la cantidad producida que maximiza los beneficios y que p^* es el precio a que se venden. (Vamos a suponer por ahora que las grabaciones no se pueden copiar.) $\boldsymbol{p(x^*) + p'(x^*)x^* = c}$. Ahora aparece disponible una nueva clase de soportes digitales que se comercializan ampliamente y que permiten al consumidor hacer 1 copia y solamente 1 copia de un soporte ya grabado. Estas copias son sustitutivos perfectos del original pregrabado, y además no hay ningún obstáculo que impida usarlas o venderlas. Sin embargo, todo el mundo se da cuenta de la diferencia entre las copias y los originales y advierten que las grabaciones copiadas no sirven para hacer nuevas copias. Los soportes vírgenes le cuestan al consumidor c euros cada una, que es el mismo precio que paga el monopolista por ellas.

(b) Todos los admiradores de Los Maderos aprovechan la oportunidad de hacer una única copia de la grabación y la venden en el mercado de segunda mano. ¿Cuál es la relación entre el precio de una grabación original y el de una grabación copiada? Calcula la curva inversa de demanda de las grabaciones originales a la que se enfrenta GRIS. (Pista: hay dos fuentes de demanda de una grabación virgen: el

placer derivado de escucharla y los beneficios derivados de la venta de una copia.) **Si GRIS produce x cintas, $2x$ cintas llegan al mercado, por lo que GRIS puede vender una cinta por $p(2x) + [p(2x) - c]$. El primer término es la disposición a pagar por escuchar la grabación; el segundo término es el beneficio generado por la venta de una copia**.

(c) Escribe una expresión algebraica para los beneficios que GRIS obtendrá si produce x grabaciones. $[p(2x) + p(2x) - c]x - cx = 2p(2x)x - 2cx$.

(d) Representemos con x^{**} el nivel de producción que maximiza los beneficios de GRIS. ¿En qué se diferencia del anterior nivel de producción maximizador de beneficios? **A partir de las dos funciones de beneficio, se observa que $2x^{**} = x^*$, por lo que $x^{**} = x^*/2$**.

(e) ¿Cómo se puede comparar el precio de una *copia* de una grabación de Los Maderos con el precio determinado en el apartado *(a)*? **Los precios son iguales**.

(f) Si p^{**} es el precio de una grabación de Los Maderos, ¿a cuánto se venderá una *nueva* grabación de Los Maderos? $2p^{**} - c$.

27 El oligopolio

Introducción

En este capítulo resolveremos ejercicios sobre las decisiones de producción de empresas en los casos en que éstas adoptan el comportamiento estratégico de la competencia de Cournot, la competencia de Stackelberg u otras formas de comportamiento oligopolístico. En el modelo de Cournot, cada una de las empresas elige la cantidad de producción que maximiza sus beneficios, dadas sus expectativas sobre la cantidad que producirá la otra empresa. El precio de mercado depende de la producción total de la industria, por ejemplo $q_A + q_B$, donde A y B son las dos empresas. Para maximizar sus beneficios, la empresa A iguala su ingreso marginal (que depende de la cantidad producida por la empresa A y de la producción esperada de la empresa B, ya que el precio de mercado esperado de la industria depende de la suma de ambas cantidades) con su coste marginal. Resolviendo esta ecuación determinamos la cantidad producida de la empresa A en función de la producción esperada de la empresa B, obteniendo una de las dos funciones de reacción, con un procedimiento análogo determinamos la función de reacción de la empresa B. Si resolvemos simultáneamente estas dos ecuaciones determinamos la cantidad producida de las dos empresas en el equilibrio de Cournot.

Ejemplo: En Santervás de la Sierra hay dos panaderos, Alonso y Castro. El pan de Alonso está tan rico como el pan de Castro –nadie puede distinguirlos–. Alonso tiene un coste marginal constante de 1 euro por barra de pan y Castro tiene un coste marginal constante de 2 euros por barra. Los costes fijos son nulos para ambos. La función inversa de demanda de pan en Santervás de la Sierra es $p(q) = 6 - 0{,}01q$, donde q es el número total de barras vendidas al día.

Hallemos la función de reacción de Cournot de Alonso. Si Castro amasa q_C barras y Alonso amasa q_A barras, la producción total sumará $q_A + q_C$ y el precio será $6 - 0{,}01\ (q_A + q_C)$. Los beneficios de Alonso serán $pq_A - q_A = (6 - 0{,}01q_A - 0{,}01q_C)\,q_A - q_A = 6q_A - 0{,}01q^2_A - 0{,}01q_Cq_A - q_A$. Por lo tanto, si Castro va a amasar q_C unidades, entonces Alonso tiene que amasar q_A para maximizar $6q_A - 0{,}01q^2_A - 0{,}01q_Cq_A - q_A$. Esta función se maximiza cuando $6 - 0{,}02q_A - 0{,}01q_C = 1$. (Podemos obtener este resultado o bien igualando el ingreso marginal de Alonso con su coste marginal, o bien directamente igualando a cero la derivada de los beneficios con respecto a q_A.) La función de reacción de Alonso, $R_A(q_C)$ expresa su producción óptima si él sabe que Castro va a amasar q_C. Partiendo de la ecuación anterior obtenemos que $RA(q_C) = (5 - 0{,}01q_C)/0{,}02 = 250 - 0{,}5q_C$.

Podemos calcular la función de reacción de Castro del mismo modo. Si Castro sabe que Alonso va a producir q_A unidades, entonces los beneficios de Castro serán $p(q_A + q_C) - 2q_C = (6 - 0{,}01q_A - 0{,}01q_C)$

$q_C - 2q_C = 6q_C - 0{,}01q_Aq_C - 0{,}01q^2_C - 2q_C$. Los beneficios de Castro serán maximizados si elige un valor para q_C de forma que satisfaga la ecuación $6 - 0{,}01q_A 0{,}02q_C = 2$. Por consiguiente, la función de reacción de Castro es $R_C(q_A) = (4 - 0{,}01q_A)/0{,}02 = 200 - 0{,}5q_A$.

Indiquemos las cantidades producidas por las dos empresas en el equilibrio de Cournot con $\overline{q}_A$ y $\overline{q}_C$. Las condiciones requeridas para el equilibrio de Cournot son aquellas en las que $\overline{q}_A = R_A(\overline{q}_C)$ y $\overline{q}_C = R_C(\overline{q}_A)$. Resolviendo estas dos ecuaciones con dos incógnitas hallamos que $\overline{q}_A = 200$ y $\overline{q}_C = 100$. Podemos ahora también determinar el precio de equilibrio de Cournot y los beneficios de cada panadero. El precio de equilibrio de Cournot es $6 - 0{,}01(200 + 100) = 3$ euros. Por lo tanto, en el punto de equilibrio de Cournot, Alonso obtiene unos beneficios de 2 euros por cada una de las 200 barras que amasa y Castro obtiene unos beneficios de 1 duro por cada una de las 100 barras que amasa.

En la competencia de Stackelberg, la producción maximizadora de beneficios de la empresa seguidora depende de su expectativa sobre la cantidad producida por la empresa líder. Su función de reacción, $R_S(q_L)$, se determina de la misma manera que la de una empresa competidora de Cournot. La empresa líder elige primero su propio nivel de producción, q_L, por que conoce la función de reacción de la empresa seguidora. De esta manera, la empresa líder tiene en cuenta que el precio de la industria depende de la suma de su propia producción y de la producción de su seguidora, es decir, de $q_L + R_S(q_L)$. Como el precio de la industria se puede expresar en función solamente de la variable q_L, podemos expresar también del mismo modo el ingreso marginal de la empresa líder. Por lo tanto, una vez que determinemos la función de reacción de la seguidora y la sustituyamos en la función inversa de demanda, podemos escribir una expresión algebraica que depende sólo de q_L que nos dice que el ingreso marginal es igual al coste marginal para la empresa líder. Podemos utilizar esta fórmula para calcular la cantidad producida por la empresa líder en el modelo de Stackelberg y sustituirla en la función de reacción de la seguidora para calcular la cantidad de producción de la seguidora en el modelo de Stackelberg,

Ejemplo: Supongamos que uno de los panaderos de Santervás de la Sierra desempeña el papel de líder de Stackelberg. Es posible que esto sea así porque Castro siempre se levanta una hora antes que Alonso y ha metido el pan en el horno antes de que Alonso empiece a amasarlo. Si Alonso siempre tiene conocimiento de cuánto pan tiene Castro en el horno, y si éste sabe que Alonso lo sabe, entonces Castro puede comportarse como un líder de Stackelberg. Castro sabe que la función de reacción de Alonso es $R_A(q_C) = 250 - 0{,}5q_C$ y, por lo tanto, sabe que si él amasa q_C barras de pan, entonces la cantidad total de pan que se amasará en Santervás de la Sierra será $q_C + R_A(q_C) = q_C + 250 - 0{,}5q_C = 250 + 0{,}5q_C$. Como la decisión de la producción de Castro determina el nivel de la producción total y, por consiguiente, el precio del pan, podernos expresar los beneficios de Castro simplemente en función de su propio nivel de producción. Castro reaccionará eligiendo la cantidad de producción que maximiza sus beneficios. Si Castro amasa q_C barras, el precio será $p = 6 - 0{,}01(250 + 0{,}15q_C) = 3{,}5 - 0{,}005q_C$ y, por lo tanto, sus beneficios serán $pq_C - 2q_C = (3{,}5 - 0{,}005q_C)\ q_C - 2q_C = 1{,}5\ q_C - 0{,}005q^2_C$. Sus beneficios se maximizan cuando $q_C = 150$. (Puedes obtener este resultado o bien igualando el ingreso marginal con el coste marginal, o bien directamente igualando a cero la derivada de los beneficios y resolviendo la ecuación para determinar el valor de q_C.) Si Castro produce 150 barras, entonces Alonso producirá $250 - 0{,}5 \times 150 = 175$ barras. El precio del pan será $6 - 0{,}01(175 + 150) = 2{,}75$. Castro ganará ahora 0,75 euros por cada una de las 150 barras amasadas y Alonso ganará 1,75 euros por cada una de las 1,75 barras amasadas.

27.1 (0) Ruiz y Castillo son dos cultivadores de melones rivales que venden sus melones en el Mercado Popular de Avellanejo. Son los únicos vendedores de melones en el mercado, donde la función de demanda de melones es $q = 3.200 - 1.600p$. El número total de melones vendidos en el mercado es $q = q_R + q_C$, donde q_R es la cantidad que vende Ruiz y q_C es la cantidad que vende Castillo. El coste de plantar melones para cualquiera de los dos agricultores es 0,50 euros por melón independientemente de la cantidad de melones que plante.

(a) La función inversa de demanda de melones en el Mercado Popular es $p = a - b(q_R + q_C)$, donde a = **2** y b = **1/1.600**. El coste marginal de producir un melón para cualquiera de los dos agricultores es **0,50 euros**.

(b) Cuando llega la primavera cada uno de los agricultores decide cuántos melones va a cultivar. Los dos conocen la función de demanda local y cada uno sabe cuántos melones vendió el otro agricultor el año pasado. De hecho, cada uno supone que el otro agricultor venderá el mismo número de melones que vendió el pasado año. De manera que si, por ejemplo, Castillo vendió 400 melones el año anterior, Ruiz cree que Castillo también venderá 400 melones este año. Si Castillo vendió 400 melones el año anterior, ¿qué precio cree Ruiz que tendrán los melones si él mismo (Ruiz) vende 1.200 melones este año? **1**. Si Castillo vendió q_C^{t-1} melones el año $t - 1$, entonces en la primavera del año t Ruiz cree que si él, Ruiz, vende q^t_R melones este año, el precio de los melones este año será $\mathbf{2 - (q_C^{t-1} + q_R^t)/1.600}$.

(c) Si Castillo vendió 400 melones el año pasado, Ruiz cree que si él mismo vende q^t_R melones este año, entonces la función inversa de demanda con que se enfrenta es $p = 2 - 400/1.600 - q^t_R/1.600 = 1{,}75 - q^t_R/1.600$. Por lo tanto, si Castillo vendió 400 melones el año pasado, el ingreso marginal de Ruiz este año será $1{,}75 - q^t_R/800$. Generalizando más, si Castillo vendió q_C^{t-1} melones el año pasado, entonces Ruiz cree que si él mismo vende q^t_R melones este año, su ingreso marginal este año será $\mathbf{2 - q_C^{t-1}/1/1.600 - q^t_R 1/800}$.

(d) Ruiz cree que Castillo nunca variará la cantidad de melones que cultiva de los q_C^{t-1} que vendió el pasado año. Por consiguiente, va a plantar suficientes melones este año para poder vender la cantidad de los mismos que maximice sus beneficios este año. Para maximizar sus beneficios elige este año la cantidad de producción que iguale su ingreso marginal de este año con su coste marginal. Esto significa que, para calcular la cantidad de producción de este año de Ruiz, teniendo en cuenta que el año anterior la cantidad producida por Castillo fue q_C^{t-1}, Ruiz tiene que resolver la siguiente ecuación $\mathbf{2 - q_C^{t-1}/1.600 - q_R t/800 = 0{,}5}$.

(e) La función de reacción de Cournot de Ruiz, $R^t_R\,(q_C^{t-1})$, es una función que nos permite determinar la cantidad de producción maximizadora de beneficios de Ruiz este año en función de la cantidad producida por Castillo el año pasado. Emplea la ecuación que desarrollaste en la respuesta anterior para determinar la función de reacción de Ruiz, $R^t_R\,(q_C^{t-1})$ = $\mathbf{1.200 - q_C^{t-1}/2}$. (Pista: ésta es una expresión lineal del tipo $a - b\,q_C^{t-1}$. Tienes que determinar las constantes a y b.)

(f) Supongamos que Castillo toma sus decisiones de la misma manera que Ruiz. Advierte que el problema es completamente simétrico en los papeles que desempeñan Ruiz y Castillo. Por lo tanto, sin tan siquiera calcularlo, podemos adivinar que la función de reacción de Castillo es $R^t_C\,(q_C^{t-1})$ = $\mathbf{1.200 - q_R^{t-1}/2}$. (Por supuesto si no te gusta adivinar, puedes calcularlo repitiendo el procedimiento con el que determinamos la función de reacción de Ruiz.)

(g) Supongamos que el año 1 Ruiz produjo 200 melones y Castillo produjo 1.000 melones. En el año 2, ¿cuántos produciría Ruiz? **700**. ¿Cuántos produciría Castillo? **1.100**. En el año 3, ¿cuántos produciría

Ruiz? **650**. ¿Cuántos produciría Castillo? **850**. Utiliza una calculadora o bolígrafo y papel para calcular un cierto número de elementos de esta sucesión. ¿A qué nivel de producción va convergiendo la producción de Ruiz? **800**. ¿Y la de Castillo? **800**.

(h) Escribe un sistema de dos ecuaciones simultáneas que permitan determinar el nivel de las producciones q_C y q_R de tal manera que si Ruiz está produciendo q_R y Castillo está produciendo q_C, entonces en el siguiente periodo ambos querrán producir la misma cantidad. (Pista: utiliza las funciones de reacción.) $\boldsymbol{q_C = 1.200 - q_R/2}$ **y** $\boldsymbol{q_R = 1.200 - q_C/2}$.

(i) Resuelve el sistema de dos ecuaciones que desarrollaste en el último apartado para determinar la cantidad producida en equilibrio por cada agricultor. Cada agricultor, en el equilibrio de Cournot, produce **800 melones**. La cantidad total de melones llevados al Mercado Popular en Avellanejo es **1.600**. El precio de los melones en ese mercado es **1 euro**. ¿Qué beneficios obtendrá cada agricultor? **400 euros**.

27.2 (0) Supongamos que el comercio de melones en Avellanejo se desarrolla como hemos descrito en el último ejercicio a excepción de un detalle. Todas las primaveras la nieve se derrite en la plantación de melones de Ruiz una semana antes de que se derrita en la plantación de Castillo. Por lo tanto, Ruiz puede plantar sus melones una semana antes que Castillo. Pero Castillo vive justo debajo de la carretera donde vive Ruiz, y por esto puede saber con sólo mirar a la plantación de Ruiz cuántos melones ha plantado éste y cuántos cosechará en el otoño. (Supongamos también que Ruiz va a vender siempre todos los melones que produzca.) Por lo tanto, en lugar de suponer que Ruiz venderá la misma cantidad de melones que el año pasado, Castillo puede ver cuántos melones va a vender Ruiz realmente este año. Castillo tiene esta información antes de que él haya tomado su propia decisión sobre cuántos melones va a plantar.

(a) Si Ruiz planta suficientes melones para producir q^t_R este año, entonces Castillo sabe que la cantidad que tiene que producir para maximizar sus beneficios este año es q^t_C = $\boldsymbol{1.200 - q^t_R/2}$. (Pista: recuerda la función de reacción que determinaste en el ejercicio anterior.)

(b) Cuando Ruiz planta sus melones se da cuenta de cómo Castillo va a tomar su decisión y, por lo tanto, sabe que la cantidad que Castillo va a producir este año estará determinada por la cantidad que Ruiz va a producir. Por ejemplo, si la producción de Ruiz es q^t_R, entonces Castillo producirá y venderá $\boldsymbol{1.200 - q_R^t/2}$ y la producción total de los dos productores será $\boldsymbol{1.200 + q^t_R/2}$. Por lo tanto, Ruiz sabe que si produce la cantidad q_R, el precio de mercado de los melones será $\boldsymbol{1{,}25 - q^t_R/3.200}$.

(c) En el último apartado del ejercicio determinamos que el precio al que se venden los melones este año en el Mercado Popular está relacionado con el número de melones que Ruiz produzca este año. Escribe ahora una expresión para determinar los ingresos totales de Ruiz en el año *t* en función de su propia producción, q^t_R. $\boldsymbol{1{,}25\, q^t_R - (q^t_R)^2/3.200}$. Escribe una expresión para el ingreso marginal de Ruiz en el año *t* en función de q^t_R. $\boldsymbol{1{,}25 - q^t_R/1.600}$.

(d) El nivel de producción que maximiza los beneficios de Ruiz es **1.200 melones**. El nivel de producción que maximiza los beneficios de Castillo es **600**. El precio de equilibrio de los melones en el Mercado Popular de Avellanejo es **7/8 euros**. ¿Qué beneficios obtiene Ruiz? **450 euros**. ¿Qué beneficios obtiene Castillo? **225 euros**. Un equilibrio del tipo que hemos descrito aquí se conoce con el nombre de equilibrio de **Stackleberg.**

(e) Si quisiera, Ruiz podría retrasar la plantación hasta la misma época que Castillo, de manera que ninguno de ellos tuviera idea de los planes del otro cuando fuera a plantar. ¿Le interesaría a Ruiz hacer esto? Razona tu respuesta. (Pista: ¿cuáles son los beneficios de Ruiz en el equilibrio mencionado? ¿Cómo se pueden comparar con sus beneficios en el equilibrio de Cournot?) **No. Los beneficios de Ruiz en el equilibrio de Stackleberg son mayores que en el de Cournot, por lo que Ruiz querrá que Castillo sepa cuál es su nivel de producción**.

27.3 (0) Supongamos que Ruiz y Castillo llegan a un acuerdo mercantil y deciden determinar conjuntamente su nivel total de producción y producir cada uno el mismo número de melones. Para maximizar sus beneficios conjuntos, ¿cuántos melones tendrían que producir en total? **1.200**. ¿Cuántos producen cada uno de ellos? **600**. ¿Qué beneficios obtiene cada uno de ellos? **450**.

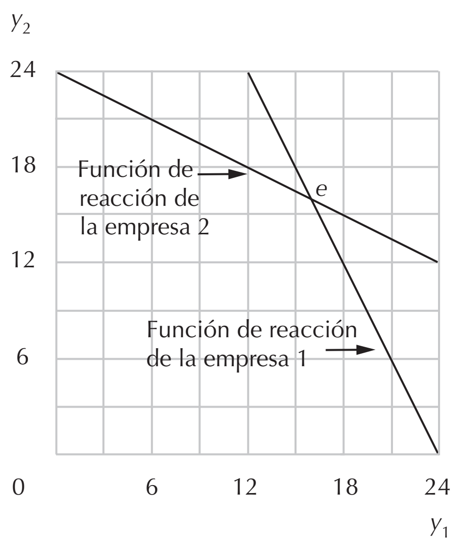
27.4 (0) La curva inversa de demanda en el mercado de espinacas viene dada por $P(Y) = 100 - 2Y$, donde el precio se expresa en euros y la cantidad en kilogramos. La función del coste total, expresada en euros, de cualquier empresa de la industria que las produce viene dada por $CT(y) = 4y$.

(a) El coste marginal de cualquier empresa de la industria es igual a **4 euros**. La variación del precio si incrementamos en una unidad la producción es igual a **– 2 euros**.

(b) Si la industria de las espinacas fuera totalmente competitiva, la producción de la industria sería **48** y el precio de mercado sería de **4 euros**.

(c) Supongamos que dos empresas que operan según el modelo de Cournot compiten en el mercado. La función de reacción de la empresa 1 sería $\mathbf{y_1(y_2) = y_1 = 24 - y_2/2}$. (Recordatorio: al contrario que en el ejemplo presentado en tu libro de texto, el coste marginal en este caso no es cero.) La función de reacción de la empresa 2 sería $\mathbf{y_2 = 24 - y_1/2}$. Si las empresas operaran en el punto del equilibrio de Cournot la producción de la industria sería **32** y cada empresa produciría **16** y el precio de mercado sería **36** euros.

(d) Para el modelo de Cournot, dibuja en el gráfico siguiente las dos curvas de reacción e indica el punto que corresponde al equilibrio de Cournot.



(e) Si las dos empresas deciden coludir, la producción de la industria sería **24** y el precio de mercado sería igual a **52 euros**.

(f) Supongamos que las dos empresas coludantes generan la misma cantidad de producción. Si una de ellas supone que la otra no reaccionaría a una variación en la producción de la industria, ¿qué incentivos hay para que la primera incrementara su producción en una unidad? **Los beneficios aumentarían en 22 euros**.

(g) Supongamos que una de las empresas actúa como una líder de Stackelberg y la otra como una seguidora. El problema de maximización de la empresa líder se puede escribir como: $\mathbf{max}_{y_1}[\mathbf{100 - 2(}y_1 \mathbf{+ 24 -} y_1\mathbf{/2)]}y_1 \mathbf{- 4}y_1$. Resolviendo este problema obtenemos que la producción de la empresa líder es **24** y el nivel de producción de la seguidora es **12**. Esto implica una producción total de la industria de **36** y un precio de **28** euros.

27.5 (0) Fuensanta es la única propietaria de una fuente de agua mineral de la que extrae, sin coste alguno, tanta agua como desee. A Fuensanta le cuesta 2 euros por garrafa embotellar esta agua. La curva inversa de demanda del agua mineral de Fuensanta es $p = 20 - 0{,}20q$, donde p es el precio por garrafa y q es el número de garrafas vendidas.

(a) Escribe una expresión algebraica para los beneficios en función de q, $\Pi(q) = \mathbf{(20 - 0{,}20}q\mathbf{)}\ q \mathbf{- 2}q$. Calcula el valor de q que maximiza los beneficios de Fuensanta. **45**.

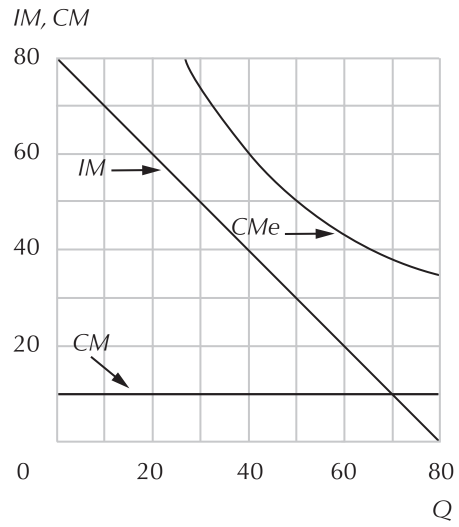
(b) ¿Cuál es el precio por garrafa de agua mineral que puede cobrar si produce la cantidad que maximiza los beneficios? **11 euros**. ¿Qué beneficios obtiene? **405 euros**.

(c) Supongamos ahora que Aristóteles, el vecino de Fuensanta, encuentra una fuente de agua mineral que produce un agua mineral tan buena como la de Fuensanta pero al que le cuesta 6 euros la garrafa de agua ya embotellada. La demanda total del mercado de agua mineral es la misma de siempre. Supongamos que Fuensanta y Aristóteles creen ambos que la decisión del otro de producir una determinada cantidad es independiente de la suya propia. ¿Cuál sería la producción de Fuensanta en el equilibrio de Cournot? **50/3**. ¿Cuál es el precio en el equilibrio de Cournot? **9,33 euros**.

27.6 (1) Las Aerolíneas Flamencas tienen el monopolio del trayecto entre Pinto y Valdemoro. Si Aerolíneas Flamencas ofrece al día un vuelo en cada sentido, la demanda de viajes de ida y vuelta es $q = 160 - 2p$, donde q es el número de pasajeros diarios. (Suponemos que nadie adquiere billetes para volar en un solo sentido.) Hay un «supuesto» coste fijo de 2.000 euros al día necesario para fletar el avión, independientemente del número de pasajeros. Hay además un coste marginal de 10 euros por pasajero. Así que los costes diarios totales, en euros, ascienden a $2.000 + 10q$ si el avión acaba despegando.

(a) Dibuja en el gráfico de la página siguiente la curva de ingreso marginal, la curva de coste medio y la curva de coste marginal y señala a qué corresponde cada curva.

(b) Calcula el precio y la cantidad maximizadores de beneficios y los beneficios totales diarios de Aerolíneas Flamencas p = **45**, q = **70** *y* π = **450 euros al día**.



(c) Si el tipo de interés anual es del 10%, ¿cuánto estaría dispuesto a pagar un inversor para adquirir el monopolio de Aerolíneas Flamencas en la ruta Pinto-Valdemoro? (Suponemos que las condiciones de coste y demanda no van a variar nunca.) **Alrededor de 1,6 millones de euros**.

(d) Supongamos que otra compañía con los mismos costes que Aerolíneas Flamencas quisiera competir en el mercado de Pinto-Valdemoro y que entonces la industria se convirtiera en un duopolio de Cournot, ¿conseguiría la nueva compañía algún beneficio? **No, las pérdidas serían de alrededor de 900 euros al día**.

(e) Supongamos ahora que se pone de moda la trepidante vida nocturna en Pinto y Valdemoro y, como consecuencia, la población de ambos localidades se duplica. Como resultado también, la demanda de viajes aéreos entre ambos lugares se duplica a $q = 320 - 4p$. Supongamos que el avión inicial tuviera una capacidad de 80 pasajeros. Si Aerolíneas Flamencas sólo fleta este avión y ninguna otra compañía aérea entra en el mercado, ¿a qué precio debería cobrar los billetes para maximizar sus beneficios y a cuánto ascenderían éstos? p = **60 euros y** π = **2.000 euros**.

(f) Supongamos que los supuestos costes fijos por avión son constantes independientemente del número de aviones. Si Aerolíneas Flamencas añadiera un segundo avión con los mismos costes y la misma capacidad que el primero, ¿qué precio cobraría? **45 euros**. ¿Cuántos billetes vendería? **140.** ¿A cuánto ascenderían sus beneficios? **900 euros**. Si Aerolíneas Flamencas pudiera impedir la entrada en el mercado de un competidor, ¿le beneficiaría añadir un segundo avión? **No**.

(g) Supongamos que Aerolíneas Flamencas sólo fletara un avión y otra compañía entrara en el mercado con su propio avión. Si esta segunda compañía tiene la misma función de costes que la primera y si ambas actuaran como oligopolistas del modelo de Cournot, ¿cuál será el precio del billete? **40 euros**. ¿el número de billetes vendidos? **80.** ¿Y los beneficios? **400 euros**.

27.7 (0) Alejandra y Analía son las únicas vendedoras de canguros en Sidney, Australia. Analía elige el número de canguros a vender, q_1, para maximizar sus beneficios basándose en el número de canguros que ella espera que venda Alejandra. Por su parte, Alejandra sabe cómo va a actuar Analía y elige el número de canguros que ella va a vender, q_2, después de tener en cuenta esta información. La función inversa de demanda de canguros es $P(q_1 + q_2) = 2.000 - 2(q_1 + q_2)$. Cuesta 400 dólares (australianos) criar un canguro para su venta.

(a) Alejandra y Analía son competidoras de Stackelberg. **Alejandra** es la líder y **Analía** es la seguidora.

(b) Si Analía espera que Alejandra venda q_2 canguros, ¿cuál será su propio ingreso marginal si ella misma vende q_1 canguros? $\boldsymbol{IM(q_1 + q_2) = 2.000 - 4q_1 - 2q_2}$.

(c) ¿Cuál es la función de reacción de Analía? $\boldsymbol{R(q_2) = R(q_2) = 400 - 1/2q_2}$.

(d) Si ahora Alejandra vende q_2 canguros, ¿cuál es el número total de canguros que se venderán? $\boldsymbol{400 + 1/2q_2}$. ¿Cuál será el precio de mercado en función solamente de la variable q_2? $\boldsymbol{P(q_2) = 1.200 - q_2}$. ¿Cuál es el ingreso marginal de Alejandra en función solamente de la variable q_2? $\boldsymbol{IM(q_2) = 1.200 - 2q_2}$. ¿Cuántos canguros venderá Alejandra? **400**. ¿Cuántos canguros venderá Analía? **200**. ¿Cuál será el precio de mercado? **800 euros**.

27.8 (0) Consideremos una industria con la siguiente estructura: Hay 50 empresas que actúan de manera competitiva y que tienen idénticas funciones de costes dadas por $c(y) = y^2/2$ y hay una empresa monopolista con costes marginales nulos. La curva de demanda del producto viene dada por

$$D(p) = 1.000 - 50p.$$

(a) ¿Cuál es la curva de oferta de una de las empresas competitivas? $\boldsymbol{y = p}$. La oferta total del sector competitivo al precio p es $O(p) = \boldsymbol{50p}$.

(b) Si la monopolista establece el precio p, la cantidad que puede vender es $D_m(p) = \boldsymbol{1.000 - 100\ p}$.

(c) La producción que maximiza los beneficios de la monopolista es $y_m = \mathbf{500}$. ¿Cuál es el precio que corresponde a la maximización de beneficios de la monopolista? $\boldsymbol{p = 5}$.

(d) ¿Cuánta producción ofrecerá el sector competitivo a este precio? $\mathbf{50 \times 5 = 250}$. ¿Cuál será la cantidad total de producción vendida en esta industria? $\boldsymbol{y_m + y_c = 750}$.

27.9 (0) Consideremos un mercado con una sola empresa de grandes dimensiones y muchas empresas pequeñas. La curva de oferta conjunta de todas las empresas pequeñas es:

$$O(p) = 100 + p.$$

La curva de demanda del producto es:

$$D(p) = 200 - p.$$

La función de costes de la empresa grande es:

$$c(y) = 25y.$$

(a) Supongamos que la gran empresa se ve obligada a actuar en el nivel cero de producción. ¿Cuál será el precio de equilibrio? **50**. ¿Y la cantidad de equilibrio? **150**.

(b) Supongamos ahora que la gran empresa intenta explotar su poder en el mercado y establece un precio que maximice sus beneficios. Para construir el modelo que representa esta situación suponemos que los consumidores acuden siempre primero a las empresas competitivas adquiriendo todo cuanto les es posible y después acuden a la gran empresa. En esta situación, el precio de equilibrio será **37,50 euros**. La cantidad de equilibrio ofrecida por la empresa monopolista será **25** y la cantidad de equilibrio ofrecida por las empresas competitivas será **137,5**.

(c) ¿Cuáles serán los beneficios de la gran empresa? **312,50 euros**.

(d) Supongamos por último que la gran empresa pudiera forzar a las empresas competitivas fuera del negocio y comportarse como un verdadero monopolio. ¿Cuál será el precio de equilibrio? **225/2**. ¿Cuál será la cantidad de equilibrio? **175/2**. ¿Cuáles serán los beneficios de la gran empresa? $\mathbf{(175/2)^2}$.

Cálculo

27.10 (2) En un área remota del oeste americano, antes de que llegaran los ferrocarriles, las estufas de hierro estaban muy solicitadas, pero las personas vivían muy apartadas unas de otras, las carreteras eran muy deficientes y las estufas de hierro resultaban pesadas y costosas de enviar. Estas estufas se podían trasladar por medio de barcos de vapor por el río hasta la ciudad de Bouncing Springs. Ben Kinmore era el único comerciante de estufas en Bouncing Springs. Podía adquirir todas las que quisiera a 20 dólares cada una, siéndole entregadas en su tienda. Los únicos clientes de Ben eran los rancheros que vivían a lo largo de la carretera que atravesaba la ciudad de este a oeste. En esta carretera no había ningún otro vendedor de estufas ni hacia el este ni hacia el oeste. En Bouncing Springs no vivía ningún ranchero, pero a lo largo de la carretera había un rancho a cada milla tanto hacia el este como hacia el oeste. El coste de transporte de una estufa era de 1 dólar por milla. Los propietarios de cada rancho de la carretera tenían un precio de reserva de 120 dólares por estufa de hierro, es decir, cualquiera de ellos estaba dispuesto a pagar hasta 120 dólares por tener una estufa de hierro antes que quedarse sin ella, y nadie necesitaba más de una estufa. Ben Kinmore cobraba un precio base de p dólares por las estufas y añadía a este precio el coste de enviarlas. Por ejemplo, si el precio base de las estufas era 40 dólares y un ranchero vivía a 45 millas al oeste de Bouncing Springs, tendría que pagar 85 dólares para conseguir una estufa: 40 dólares de precio base más un cargo adicional por gastos de envío de 45 dólares. Como el precio de reserva de cada ranchero era de 120 dólares se deduce que si el precio base era 40 dólares, cualquier ranchero que viviera en un radio de 80 millas de Bouncing Springs estaría dispuesto a pagar 40 dólares más los gastos de envío con tal de tener una estufa. Por consiguiente, al precio base de 40 dólares, Ben podía vender 80 estufas a los rancheros que vivían al oeste de su ciudad. De la misma manera, si el precio base era 40 dólares, podía vender 80 estufas a los rancheros que vivían al este de su ciudad, siendo la suma total de estufas de 160.

(a) Si Ben estableciera un precio base de p dólares para las estufas, donde $p < 120$ y si cobrara 1 dólar por milla de gastos de envío, ¿cuál sería el número total de estufas que podría vender? $\mathbf{2(120 - p)}$. (No olvides las que podría vender tanto al este como al oeste.) Suponemos que Ben no tiene otros costes más que los de adquirir las estufas y enviarlas. Entonces Ben podría obtener unos beneficios de $p - 20$ por estufa. Expresa los beneficios totales de Ben en función de 1 precio base, p, que cobra: $\mathbf{2(120 - p)(p - 20) = 2(140p - p^2 - 2.400)}$.

(b) El precio base que maximiza los beneficios de Ben es **70** dólares. (Pista: acabas de escribir los beneficios en función del precio. Ahora tienes que calcular la derivada de esta función con respecto a p.) El cliente más alejado de Ben estaría situado a una distancia de **50** millas de su ciudad. Ben vendería **100** estufas y sus beneficios totales serían **5.000** dólares.

(c) Supongamos ahora que, en lugar de establecer un único precio base y hacer que todos los compradores paguen el coste de los gastos de envío, Ben ofrece el envío gratuito de todas las estufas. Establece un precio de p dólares y se compromete a enviarlas gratuitamente a cualquier ranchero que viva en un radio de $p - 20$ millas de su ciudad. (No las enviará a nadie que viva más lejos, porque entonces le cuesta más de p dólares adquirir una estufa y enviarla.) Si Ben determina el precio de este modo, ¿qué valor debería elegir para p? **120 dólares**. ¿Cuántas estufas podría enviar? **200**. ¿Cuáles serían sus ingresos totales? **24.000 dólares**. ¿Cuáles serían sus costes totales, incluyendo el coste de los gastos de envío y el coste de adquirir las estufas? **14.100 dólares**. (Pista: para cualquier n, la suma de la serie 1 + 2, + ... + n es igual a $n(n + 1)/2$). ¿Cuántos beneficios obtendría? **10.100 dólares**. ¿Puedes explicar por qué es más rentable para Ben utilizar esta política de precios en la cual él paga directamente los gastos de envío, en lugar de la política en la cual los rancheros tienen que pagarse sus propios gastos de envío? **Si Ben paga los gastos de envío, puede practicar la discriminación de precios con los rancheros cercanos y los lejanos. Cobra un precio más alto, una vez descontado el coste de transporte, a los rancheros cercanos y un precio neto más bajo a los lejanos, que están dispuestos a pagar una cantidad menor excluidos los costes de transporte**.

Cálculo

27.11 (2) Quizás te hayas preguntando qué hace Ben Kinmore, que vive apaciblemente en el bosque recolectando los beneficios de su monopolio, en este capítulo dedicado a los oligopolios. Bueno, desgraciadamente para Ben, antes de que le hubiera dado tiempo a vender ninguna estufa, el ferrocarril construyó un tendido hasta la ciudad de Deep Furrow, a sólo 40 millas de la carretera, al oeste de Bouncing Springs. Huey Sunshine, el tendero de Deep Furrow, también podía adquirir estufas que el tren transportaba hasta su tienda, a 20 dólares cada una. Huey Sunshine y Ben Kinmore son los únicos proveedores de estufas en toda la carretera. Concentremos nuestra atención en cómo competían por los dientes que vivían entre ellos. Podemos calcularlo porque Ben puede cobrar precios base diferentes por las estufas que envía al este y por las que envía al oeste. Y Huey puede hacer lo mismo.

Supongamos que Ben establece un precio base p_B para las estufas que envía al oeste y añade un cargo adicional de 1 dólar de gastos de envío por cada milla. Supongamos que Huey establece un precio base p_H para las estufas que envía al este y añade un cargo adicional de 1 dólar de gastos de envío por cada milla. Los rancheros que viven entre Ben y Huey comprarían al vendedor que está dispuesto a enviárselas a menor coste (siempre y cuando el precio total no exceda de 120 dólares.) Si el precio base de Ben es p_B y el precio base de Huey es p_H, un ranchero que viva x millas al oeste de Ben tendría que pagar un total de $p_B + x$ por adquirir una estufa enviada por Ben y $P_H + (40 - x)$ por adquirir una estufa enviada por Huey.

(a) Si el precio base de Ben es p_B y el de Huey es p_H, escribe una ecuación que permita determinar x^*, que es la distancia máxima al oeste de Bouncing Springs a donde se extiende el mercado de Ben. $\boldsymbol{p_B + x^* = p_H + (40 - x^*)}$. Si el precio base de Ben es p_B y el de Huey es p_H, entonces Ben venderá **20 +** $\boldsymbol{(p_H - p_B)/2}$ estufas y Huey venderá **20 +** $\boldsymbol{(p_B - p_H)/2}$.

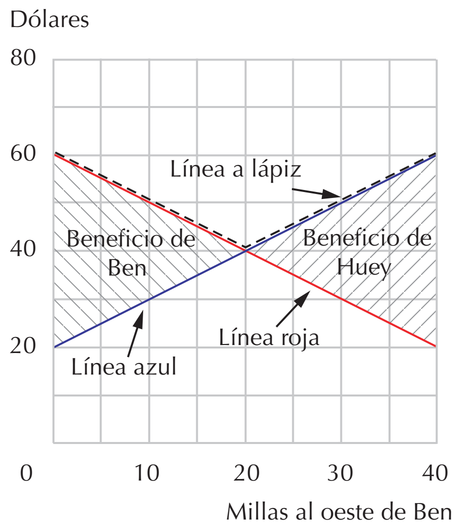
(b) Teniendo en cuenta que Ben obtiene unos beneficios de $p_B - 20$ por cada estufa que vende, los beneficios de Ben se pueden expresar con la siguiente función de p_B y p_H. $\mathbf{(20 + (p_H - p_B)/2)(p_B - 20)}$.

(c) Si Ben piensa que Huey no variará su precio base, p_H, independientemente del precio que él elija, ¿qué precio tiene que elegir Ben para p_B para maximizar sus beneficios? $\mathbf{p_B = 30 + p_H/2}$. (Pista: iguala a cero la derivada de los beneficios de Ben con respecto a su precio.) Supongamos que Huey cree que el precio de Ben no variará de p_B, independientemente del precio que Huey elija, ¿qué valor de p_H maximizará los beneficios de Huey? (Pista: ten en cuenta la simetría del problema y la contestación a la última pregunta.) $\mathbf{p_H = 30 + p_B/2}$.

(d) ¿Puedes determinar un precio base para Ben y un precio base para Huey de manera que cada uno esté maximizando sus beneficios dada la elección del otro? (Pista: determina los precios p_B y p_H que resuelven simultáneamente las dos ecuaciones anteriores.) $\mathbf{p_B = p_H = 60}$. ¿Cuántas estufas vende Ben a los rancheros que viven al oeste de su ciudad? **20**. ¿Qué beneficios obtiene de estas ventas? **800 dólares**.

(e) Supongamos que Ben y Huey deciden competir por los clientes que viven entre ellos mediante discriminación de precios. Supongamos que Ben ofrece el envío de una estufa a un ranchero que vive x millas al oeste de su ciudad por un precio igual al máximo entre su coste total de enviarla a ese ranchero y el coste total de Huey de enviarla a ese mismo ranchero menos un centavo. Supongamos también que Huey ofrece el envío de una estufa a un ranchero que vive x millas al oeste de Ben por un precio igual al máximo entre su propio coste total de enviarla a este ranchero y el coste total de Ben de enviarla a ese mismo ranchero menos un centavo. Por ejemplo, si un ranchero vive a 10 millas al oeste de Ben, su coste total (gastos de envío incluidos) es de 30 dólares: 20 dólares por la adquisición de la estufa y 10 dólares por enviarla 10 millas al oeste. El coste total (gastos de envío incluidos) de Huey es de 50 dólares: 20 dólares por la adquisición de la estufa y 30 dólares por enviarla 30 millas al este. Ben cobrará el máximo entre su propio coste, que es 30 dólares, y el coste total (gastos de envío incluidos) de Huey menos un centavo, que es 49,99 dólares. El máximo entre estos dos números es **49,99 dólares**. Huey cobrará el máximo entre su propio coste total de enviársela a este ranchero, que es 50 dólares, y el coste total (gastos de envío incluidos) de Ben menos un centavo, que es 29,99 dólares. Por lo tanto, Huey cobrará **50 dólares** por enviársela a este ranchero. Este ranchero se la comprará a **Ben**, cuyo precio para él es un centavo más barato. Cuando los dos comerciantes adoptan esta política de precios, todos los rancheros que viven en un radio de **20** millas de Ben, le comprarán a Ben y todos los rancheros que viven en un radio de 20 millas de Huey, le comprarán a Huey. Un ranchero que vive a x millas al oeste de Ben y le compra a Ben, tiene que pagar **59,99 –** $\mathbf{x}$ **dólares** para que le envíen la estufa. Un ranchero que vive a x millas al este de Huey y se la compra a él tiene que pagar 59,99 – x p ara que se la envíen. En el gráfico adjunto, representa con color azul el coste total de Ben de enviarle una estufa a un ranchero que vive a x millas al este de Ben y con color rojo el coste total de Huey de enviársela a un ranchero que vive a x millas al oeste de Ben. Utiliza un lápiz para marcar el precio mínimo disponible para un ranchero en función de cuán lejos viva al oeste de Ben,

(f) Dada esta política de precios que acabas de representar, ¿qué rancheros consiguen las estufas enviadas a menor precio, aquellos que viven más próximos a los comerciantes o aquellos que viven a medio camino entre ellos? **Los que viven a medio camino entre ellos**. Sombrea en el gráfico trazado el área que representa los beneficios de cada comerciante. ¿Qué beneficios obtiene cada uno? **400 dólares**. Si Ben y Huey adoptan esta política de precios, ¿existe algún medio mediante el cual cualquiera de ellos (o ambos) pudiera incrementar sus beneficios variando el precio que cobran a algunos rancheros? **No**.


Dólares
80
60
40
20
0
10
20
30
40
Línea a lápiz
Beneficio de Ben
Beneficio de Huey
Línea roja
Línea azul
Millas al oeste de Ben

28 La teoría de los juegos

Introducción

En esta introducción examinaremos dos ejemplos de juegos en los que participan dos personas. El primero tiene un equilibrio de estrategia dominante. El segundo es un juego de suma cero que tiene un equilibrio de Nash en las estrategias puras que no es un equilibrio de estrategia dominante.

Ejemplo: Alberto y Victoria son compañeros de habitación en un colegio mayor universitario. Los dos prefieren tener la habitación limpia a tenerla sucia, pero a ninguno de los dos les gusta limpiar la habitación. Si los dos la limpian, cada uno consigue un resultado de 5. Si uno la limpia y el otro no, el que la limpia tiene una utilidad de 2 y el que no la limpia tiene una utilidad de 6. Si ninguno de los dos la limpia, ésta queda hecha una porquería y cada uno obtiene una utilidad de 3. El cuadro adjunto muestra los resultados correspondientes a las estrategias «limpiar» y «no limpiar».

Habitación limpia - Habitación sucia

		Limpiar	No limpiar
Alberto	Limpiar	5, 5	2,6
	No limpiar	6,2	3, 3

En este juego, independientemente de que Victoria decida o no limpiar, Alberto obtendrá mejores resultados si no limpia que si limpia. Por lo tanto, «no limpiar» constituye una estrategia dominante para Alberto. El mismo razonamiento muestra que, independientemente de lo que decida hacer Alberto, Victoria obtiene mejores resultados si decide «no limpiar». Por lo tanto, el resultado en el que ambos compañeros de habitación deciden «no limpiar» es un equilibrio de estrategia dominante, independientemente del hecho de que ambas personas obtengan mejores resultados si las dos deciden limpiar la habitación.

Ejemplo: Este juego está ambientado en el sur del Pacífico en el año 1943. El almirante Imamura tiene que transportar tropas japonesas desde el puerto de Rabaul de Nueva Bretaña, atravesando el mar de Bismarck, hasta Nueva Guinea. La flota japonesa puede dirigirse o bien al norte de Nueva Bretaña, donde probablemente estará neblinoso, o bien al sur de Nueva Bretaña, donde probablemente estará despejado. El almirante Kenney de EE UU confía en bombardear esta flota y tiene que elegir entre concentrar su aviación de reconocimiento en la ruta norte o en la ruta sur. Una vez que encuentra la flota, puede bombardearla hasta su llegada a Nueva Guinea. Los colaboradores de Kenney han estimado el número de días que podrían estar bombardeando en cada una de las dos opciones. Las consecuencias para Kenney e Imamura en cada una de las opciones aparecen en el cuadro de abajo. El juego está concebido como un «juego de suma cero», es decir, por cada solución, las consecuencias para Imamura son contrarias a las consecuencias para Kenney.

La batalla del mar de Bismarck

		Imamura	
		Norte	Sur
Kenney	Norte	2, –2	2, –2
	Sur	1, –1	3, –3

En este juego no hay un equilibrio de estrategia dominante ya que no existe una estrategia dominante para Kenney. Su elección óptima depende de lo que decida hacer Imamura. El único equilibrio de Nash en este juego se produce cuando Imamura elige la ruta norte y Kenney concentra su búsqueda en la misma ruta. Para comprobarlo, observamos que si Imamura se dirige hacia el norte, entonces Kenney consigue los dos días previstos para bombardear si él (Kenney) elige el norte y solamente un día si elige el sur. Si Kenney concentra su reconocimiento en el norte, Imamura está indiferente entre elegir la ruta sur o la ruta norte ya que él esperaba ser bombardeado durante dos días en cualquiera de los casos. Por lo tanto, si ambos eligen «norte», entonces ninguno de ellos tiene ningún incentivo para modificar la decisión elegida. Podemos verificar que para cualquier otra combinación, uno de los dos almirantes preferiría cambiar la estrategia elegida. Tal como los hechos ocurrieron en la realidad, Imamura eligió la ruta norte y Kenney concentró su búsqueda en el norte. Después de casi un día de búsqueda, los norteamericanos encontraron la flota japonesa y la dañaron considerablemente.*

28.1 (1) Este problema tiene por objeto ayudarte a adquirir práctica en la interpretación de las matrices de los juegos y a comprobar que comprendes la definición de estrategia dominante. Considera la siguiente matriz de un juego.

La matriz de un juego

		Jugador B	
		Izquierda	Derecha
Jugador A	Arriba	a, b	c, d
	Abajo	e, f	g, h

(a) Si (arriba, izquierda) es un equilibrio de estrategia dominante, sabemos que $a > \boldsymbol{e}$, $b > \boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{c} > g$ y $\boldsymbol{f} > h$.

(b) Si (arriba, izquierda) es un equilibrio de Nash, ¿cuál de las desigualdades anteriores debe satisfacerse? $\boldsymbol{a > e}$; $\boldsymbol{b > d}$.

* Este ejemplo se discute en el libro de R. Duncan Luce y Howard Raiffa *Games and Decisions,* John Wiley & Sons (1957), o Dover Publications (1989), libro que recomendamos a todos los interesados en profundizar en la teoría de juegos.

(c) Si (arriba, izquierda) es un equilibrio de estrategia dominante, ¿debe ser un equilibrio de Nash? ¿Por qué? **Sí. Un equilibrio de estrategia dominante siempre es un equilibrio de Nash**.

28.2 (0) Para saber cómo actúa realmente la gente en las situaciones que son como un juego, los economistas y otros científicos sociales a menudo realizan experimentos en los que los sujetos juegan por dinero. Uno de esos juegos se conoce con el nombre de *juego de los bienes públicos voluntarios*. Se elige este juego para representar situaciones en las que los individuos pueden emprender acciones que son caras para ellos, pero que son beneficiosas para toda la comunidad.

En este problema, analizaremos una versión del juego de los bienes públicos voluntarios en el que participan dos jugadores. Se colocan dos jugadores en habitaciones separadas y se le da a cada uno 10 euros. El jugador puede utilizar este dinero de dos formas. Puede *quedárselo* o puede *entregarlo* a un «fondo público». El dinero que va a parar al fondo público se multiplica por 1,6 y se reparte por igual entre los dos jugadores. Si ambos entregan sus 10 euros, cada uno recibe 20 euros × 1,6/2 = 16 euros. Si uno entrega su dinero y el otro no, cada uno recibe 10 euros × 1,6/2 = 8 euros del fondo público, por lo que el que ha entregado su dinero tiene 8 euros al final del juego y el que no ha entregado nada tiene 18, es decir, los 10 iniciales más 8 del fondo público. Si ninguno de los dos entrega el dinero, los dos tienen sus 10 euros iniciales. La matriz de resultados de este juego es:

El juego de los bienes públicos voluntarios

		Jugador B: Entregar dinero	Jugador B: Quedarse el dinero
Jugador A	Entregar dinero	16,16	8,18
	Quedarse el dinero	18,8	10,10

(a) Si el jugador A se queda con el dinero, ¿qué resultado obtendrá el B si también se queda con el suyo? **10 euros**. Si el jugador A se queda con el dinero, ¿qué resultado obtendrá el B si entrega el suyo al fondo? **8 euros**.

(b) Si el jugador A entrega su dinero al fondo, ¿qué resultado obtendrá el B si se queda con su dinero? **18 euros**. Si el jugador A entrega su dinero, ¿qué resultado obtendrá el B si también entrega el suyo? **16 euros**.

(e) ¿Tiene este juego un equilibrio de estrategia dominante? **Sí**. En caso afirmativo, ¿cuál es? **Ambos se quedan con su dinero**.

28.3 (1) Examinemos una versión más general del juego de los bienes públicos voluntarios descrito en el problema anterior. Este juego tiene N jugadores, cada uno de los cuales puede entregar 10 euros o nada al fondo público. Todo el dinero que se entrega al fondo público se multiplica por un número $B > 1$ y después se reparte por igual entre todos los jugadores que participan en el juego (incluidos los que no entregan su dinero). Por lo tanto, si todos los N jugadores entregan 10 euros al fondo, la cantidad que hay para repartir entre los N jugadores es igual a 10 euros BN y cada uno recibe 10 euros BN/N = 10 euros B del fondo público.

(a) Si $B > 1$, ¿en cuál de los casos siguientes obtiene cada jugador el mayor resultado? a) Todos los jugadores entregan sus 10 euros o b) todos los jugadores se quedan con sus 10 euros. **Todos los jugadores entregan sus 10 euros**.

(b) Supongamos que entregan su dinero exactamente K de los demás jugadores. Si tú te quedas con tus 10 euros, tendrás estos 10 euros más la parte que te corresponde del fondo público al que han contribuido los demás. ¿Qué resultado obtendrás en este caso? **10 euros + 10 euros BK/N**. Si entregas tus 10 euros, ¿cuántas personas en total entregarán su dinero? **$K + 1$**. ¿Qué resultado obtendrás? **10 euros $B(K + 1)/N$**.

(c) Si $B = 3$ y $N = 5$, ¿cuál es el equilibrio de estrategia dominante de este juego? **Todos se quedan con sus 10 euros**. Explica tu respuesta. **Si entregan su dinero otros K jugadores, el resultado de un jugador será 10 euros + $30K/5$ si se queda con los 10 euros y 30 euros $(K + 1)/5$ si los entrega. Cuando $B = 3$ y $N = 5$, la diferencia entre estos dos resultados es 10 euros – 6 euros = 4 euros > 0, por lo que vemos que para todo posible K, el resultado de quedarse con el dinero siempre es mayor**.

(d) En general, ¿qué relación debe haber entre B y N para que «quedarse con el dinero» sea una estrategia dominante? **Preguntamos cuándo es mayor el resultado de quedarse con el dinero que el resultado de entregarlo. Utilizando las fórmulas anteriores, queremos saber cuándo $10(1 + BK/N) > 10B(K + 1)/N$, lo que se reduce a $B/N < 1$.**

(e) A veces la decisión que maximiza el resultado *absoluto* de un jugador no maximiza su resultado *relativo*. Consideremos el ejemplo de un juego de bienes públicos voluntarios que hemos descrito antes, en el que $B = 6$ y $N = 5$. Supongamos que cuatro de los cinco jugadores del grupo entregan sus 10 euros, mientras que el quinto se queda con los suyos. ¿Qué resultado obtiene cada uno de los jugadores que entregan su dinero? **60 euros $\times 4/5 = 48$ euros**. ¿Qué resultado obtiene el que se queda con sus 10 euros? **10 euros + 60 euros $\times$ 4/5 = 58 euros**. ¿Quién obtiene el mejor resultado en el grupo? **El jugador que se queda con sus 10 euros**. ¿Qué resultado obtendría el quinto jugador si en lugar de quedarse con sus 10 euros, los entregara, de manera que los cinco entregarían su dinero? **60 euros $\times$ 5/5 = 60 euros**. Si entregan su dinero los otros cuatro jugadores, ¿qué debería hacer el quinto jugador para maximizar su resultado absoluto? **Entregar su dinero**. ¿Qué debería hacer para maximizar su resultado en relación con el de los demás jugadores? **Quedarse con sus 10 euros**.

(f) Si $B = 6$ y $N = 5$, ¿cuál es el equilibrio de estrategia dominante en este juego? **Todos entregan su dinero**. Explica tu respuesta. **Cuando $B = 6$ y $N = 5$, si entregan su dinero otros K jugadores, el resultado de un jugador será 10 euros + $60K/5$ si se queda con los 10 euros y 60 euros$(K + 1)/5$ si los entrega. Para todo posible K, la diferencia entre estos dos resultados es 10 euros – 12 euros = –2 euros, por lo que el resultado de entregar los 10 euros siempre es mayor**.

28.4 (1) El juego de los cazadores de ciervos se basa en una historia que cuenta Jean Jacques Rousseau en su libro *Discurso sobre el origen y los fundamentos de la desigualdad entre los hombres* (1754). La historia es algo así: «Dos cazadores se proponen matar un ciervo. Han acordado que uno de ellos hará correr al ciervo por el bosque y el otro se apostará en un lugar por el que éste debe pasar. Si los dos realizan fielmente las tareas que se han asignado, seguramente matarán al ciervo y se repartirán la pieza por igual. Durante la caza, cada cazador tiene la oportunidad de abandonar y dedicarse a perseguir una liebre. Si uno de los cazadores persigue una liebre en lugar del ciervo, tiene la seguridad de que cazará la liebre y de que el ciervo se escapará. Cada cazador preferiría compartir la mitad de un cierto a tener para él una liebre».

La matriz adjunta muestra los resultados de un juego de los cazadores de ciervos. Si los dos cazadores cazan un ciervo, cada uno obtiene un resultado de 4. Si ambos cazan una liebre, cada uno obtiene 3. Si uno de ellos caza un ciervo y el otro caza una libre, el que caza un ciervo obtiene 0 y el que caza una liebre obtiene 3.

El juego de la caza del ciervo

		Cazador B	
		Cazar un ciervo	Cazar una liebre
Cazador A	Cazar un ciervo	4,4	0,3
	Cazar una liebre	3,0	3,3

(a) Si estás seguro de que el otro cazador cazará el ciervo, ¿qué es lo mejor para ti? **Cazar el ciervo**.

(b) Si estás seguro de que el otro cazador cazará la liebre, ¿qué es lo mejor para ti? **Cazar la liebre**.

(c) ¿Tiene alguno de los dos cazadores una estrategia dominante en este juego? **No**. En caso afirmativo, ¿cuál es? En caso negativo, explica por qué no. **Lo mejor depende de lo que haga el otro jugador**.

(d) Este juego tiene dos equilibrios de Nash de estrategias puras. ¿Cuáles son? **Ambos cazadores cazan el ciervo. Ambos cazadores cazan la liebre**.

(e) ¿Es un equilibrio de Nash mejor para los dos jugadores que el otro? **Sí.** En caso afirmativo, ¿cuál es el equilibrio mejor? **Ambos cazan el ciervo**.

(f) Si un cazador cree que el otro cazará el ciervo con una probabilidad de 1/2 y cazará la liebre con una probabilidad de 1/2, ¿qué debe hacer este cazador para maximizar sus resultados esperados? **Cazar la liebre**.

28.5 (1) Evangelina y Gabriel se han conocido en una fiesta de un colegio mayor. Están desesperados por volverse a encontrar otra vez pero olvidaron intercambiar sus nombres o sus números de teléfono la primera vez que se vieron. Va a celebrarse otra fiesta y cada uno de ellos dispone de dos estrategias posibles. Éstas son «Ir a la fiesta» o «Quedarse en casa y estudiar». Seguramente se encontrarían si ambos fueran a la fiesta y seguramente también no se encontrarían si no fueran y se quedaran en casa estudiando. El resultado de encontrarse es de 1.000 para cada uno de ellos. Los resultados se describen en la siguiente matriz:

Encuentros en la segunda fase

		Gabriel: Ir a la fiesta	Gabriel: Quedarse en casa
Evangelina	Ir a la fiesta	1.000, 1.000	0, 0
	Quedarse en casa	0, 0	0, 0

(a) Se dice que una estrategia es débilmente dominante para un jugador si las ganancias que genera son *al menos tan grandes* como las que genera otra. ¿Hay algún resultado en este juego en el que ambos jugadores utilicen estrategias débilmente dominantes? **El único es (Ir a la fiesta, Ir a la fiesta)**.

(b) Determina todos los equilibrios de Nash de estrategias puras de este juego. **Hay dos: (Quedarse en casa, Quedarse en casa) y (Ir a la fiesta, Ir a la fiesta)**.

(c) De todos los equilibrios de Nash de estrategias puras que has determinado, ¿parece alguno de ellos «más razonable» que los otros? ¿Por qué o por qué no? **Aunque (Quedarse en casa, Quedarse en casa) es un equilibrio de Nash, parece tonto. Si cualquiera de los dos jugadores cree que hay alguna posibilidad de que el otro vaya a la fiesta, él también irá**.

(d) Cambiemos un poquito el juego. Evangelina y Gabriel están todavía desesperados por encontrarse de nuevo, pero ahora hay dos fiestas a las que pueden acudir. Hay una pequeña fiesta en la cual es seguro que se encuentren si ambos asisten y hay una gran fiesta donde puede que no se encuentren. El resultado esperado para cada uno de ellos es de 1.000 si ambos van a la fiesta pequeña. Como sólo hay un 50% de probabilidades de que se encontraran en la gran fiesta, el resultado esperado para cada uno de ellos en este caso es sólo de 500. Si van a distintas fiestas, el resultado para cada uno de ellos es cero. La matriz de resultados de este juego es:

Más encuentros

		Gabriel: Pequeña fiesta	Gabriel: Gran fiesta
Evangelina	Pequeña fiesta	1.000, 1.000	0, 0
	Gran fiesta	0, 0	500, 500

(e) ¿Tiene este juego un equilibrio de estrategia dominante? **No**. ¿Cuáles son los dos equilibrios de Nash de estrategias puras? **1) Ambos van a la pequeña fiesta. 2) Ambos van a la gran fiesta**.

(f) Uno de los dos equilibrios de Nash es superior (en el sentido de Pareto) al otro. Supongamos que cada persona pensase que había una ligera posibilidad de que la otra fuera a la pequeña fiesta. ¿Sería esto suficiente para convencer a ambas de que asistieran a la fiesta pequeña? **No**. ¿Puedes hallar alguna razón por la que el equilibrio superior (en el sentido de Pareto) pudiera darse si ambos jugadores entendieran la matriz del juego, y ambos supieran que el otro lo entiende, y cada uno supiera que el otro sabe que él o ella entiende la matriz del juego? **Si ambos conocen la matriz del juego y cada uno sabe que el otro la conoce, cada uno puede predecir que el otro elegirá la fiesta pequeña**.

28.6 (1) En la introducción de este capítulo de *Ejercicios* hemos vuelto a contar la triste historia de los compañeros de habitación Victoria y Alberto y su sucia habitación. La matriz de resultados de su relación era la siguiente:

Vida doméstica con Victoria y Alberto

		Victoria: Limpiar	Victoria: No limpiar
Alberto	Limpiar	5, 5	2, 6
	No limpiar	6, 2	3, 3

Supongamos que añadimos una segunda fase a este juego en la que Victoria y Alberto tienen cada uno la posibilidad de castigar al otro. Imaginemos que al final del día Victoria y Alberto pueden ver cada uno si el otro ha limpiado algo la habitación. Después de ver lo que ha hecho el otro, cada uno tiene la opción de iniciar una pelea. Las peleas perjudican a ambos, independientemente de quién las inicie. Por lo tanto, supondremos que si uno de ellos o ambos empiezan una pelea, el resultado del día para cada uno se reduce en 2 (por ejemplo, si Victoria limpia y Alberto no limpia y si Victoria, al ver este resultado, inicia una pelea, el resultado de Alberto será $6 - 2 = 4$ y el de Victoria será $2 - 2 = 0$).

(a) Supongamos que es por la tarde y que Victoria ve que Alberto ha decidido no limpiar y piensa que no iniciará una pelea. ¿Qué estrategia le dará a Victoria un resultado mejor para todo el día? ¿»Pelearse» o «No pelearse»? **No pelearse**.

(b) Supongamos que Victoria y Alberto creen cada uno que el otro tratará de emprender las acciones que maximicen su resultado total del día. ¿Cree alguno de los dos que el otro iniciará una pelea? **No**. Suponiendo que cada uno está tratando de maximizar su propio resultado, dado lo que hace el otro, ¿qué es de esperar que haga cada uno en la siguiente fase del juego? ¿»Limpiar» o «No limpiar»? **No limpiar**.

(c) Supongamos que Victoria y Alberto se dejan llevar por emociones que no pueden controlar. Ninguno de los dos puede evitar enfadarse si el otro no limpia. Y si cualquiera de los dos está enfadado, se pelearán, por lo que el resultado de cada uno se reducirá en 2. Dado que es seguro que se pelearán si cualquiera de los dos no limpia, la matriz de resultados del juego entre Victoria y Alberto se convierte en:

La vengativa Victoria y el enfadado Alberto

		Victoria: Limpiar	Victoria: No limpiar
Alberto	Limpiar	5, 5	0, 4
	No limpiar	4, 0	1, 1

(d) Si el otro jugador limpia, ¿es mejor «Limpiar» o «No limpiar»? **Limpiar**. Si el otro jugador no limpia, ¿es mejor «Limpiar» o «No limpiar»? **No limpiar**. Explica tu respuesta. **Si uno de los jugadores**

no limpia, el otro se enfadará, por lo que se pelearán independientemente de que el primer jugador limpie o no. Dado que se pelearán de todas formas, el segundo jugador obtiene mejores resultados no limpiando que limpiando.

(e) ¿Tiene este juego una estrategia dominante? **No**. Explica tu respuesta. **La mejor respuesta depende de lo que haga el otro**.

(f) Este juego tiene dos equilibrios de Nash. ¿Cuáles son? **Ambos limpian la habitación y ambos no limpian la habitación**.

(g) Explica cómo podría ser que Alberto y Victoria obtuvieran mejores resultados si ambos se enfadaran fácilmente que si supieran controlar sus emociones, pero también podría ocurrir que ambos obtuvieran peores resultados. **Si ambos se enfadan fácilmente, hay dos equilibrios, uno que es mejor para los dos y otro que es peor para los dos que el equilibrio en el que no se enfada ninguno de los dos y no limpia ninguno de los dos**.

(h) Supongamos que Alberto y Victoria son ambos conscientes de que Alberto se enfadará e iniciará una pelea si Victoria no limpia, pero que Victoria es una persona equilibrada y no iniciará una pelea. ¿Cuál sería el resultado de equilibrio? **Alberto no limpia y Victoria limpia. Ninguno de los dos inicia una pelea**.

28. 7(0) El Balcón de Claveles es una terraza de moda cuya especialidad es la horchata de chufa y otros zumos naturales. La mayoría de la gente que acude al Claveles va para ver y ser vista por otra gente de la clase de gente que frecuenta el Claveles. Hay, sin embargo, un grupo importante de 10 clientes que acude todas las noches atraídos por la horchata y que no les importa cuántas personas estén presentes. El número de clientes adicionales que se presentan en el Claveles depende de la cantidad de gente que ellos esperen encontrar. En un caso particular, si la gente espera que el número de clientes del Claveles en una noche sea de X, entonces el número de personas que acuden en realidad al Claveles es $Y = 10 + 0{,}8X$. En equilibrio, tiene que cumplirse que el número de personas que efectivamente acudan al restaurante sea igual al número de personas que se espera que acudan.

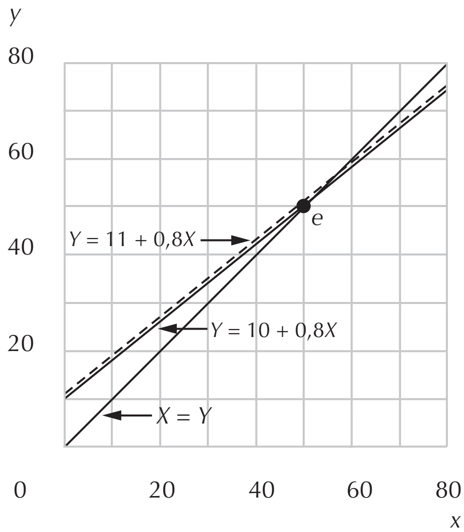
(a) ¿Qué dos ecuaciones simultáneas hay que resolver para determinar el equilibrio en la clientela del Claveles? $\boldsymbol{Y = 10 + 0{,}8\,X}$ **y** $\boldsymbol{X = Y}$.

(b) ¿Cuál es, en equilibrio, la clientela nocturna? **50**.

(c) Tracemos en los ejes siguientes las rectas que representan cada una de las dos ecuaciones mencionadas en el apartado *(a)*. Señala la clientela que corresponde al equilibrio.

(d) Supongamos que una entusiasta de horchata adicional se muda a este barrio. Igual que los otros 10, cena en el Claveles todas las noches independientemente de cuántos otros cenen allí. Escribe las dos nuevas ecuaciones que determinan la clientela en el Claveles y determina el número de clientes correspondiente al nuevo equilibrio. $\boldsymbol{y = 11 + 0{,}8x}$ **e** $\boldsymbol{y = x}$**, por lo que** $\boldsymbol{x = y = 55}$.

(e) Utiliza un color distinto para trazar la nueva recta que representa la ecuación que se ha modificado. ¿Cuántos clientes adicionales atrajo la nueva clienta habitual (además de sí misma)? **4**.



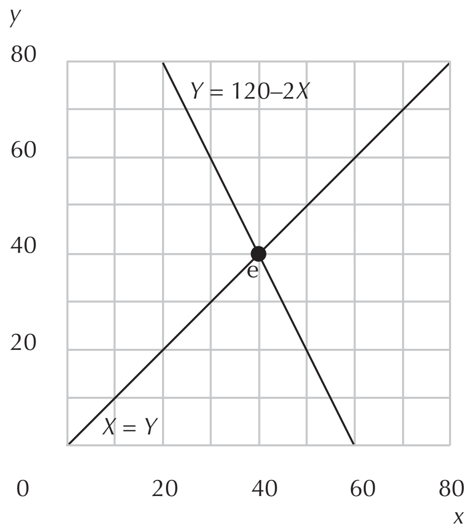
(f) Supongamos que todo el mundo tiene sus propias expectativas respecto a la clientela de esta noche basándose en la clientela de ayer, y que esta información es de conocimiento general. Entonces se produce que $X_t = Y_{t-1}$, donde X_t es la clientela prevista para el día t e Y_{t-1} es la clientela realmente presente el día $t - 1$. En cualquier día t, $Y_t = 10 + 0{,}8X_t$. Supongamos que la noche de la inauguración del Claveles la clientela está compuesta por 20 personas. ¿Cuál será la clientela de la segunda noche? **26**.

(g) ¿Cuál será la clientela de la tercera noche? **30,8**.

(h) La clientela tenderá hacia algún valor límite. ¿Cuál es? **50**.

28.8(0) El chiringuito Chachi es frecuentado por tipos insociables que odian las multitudes. Si los clientes habituales del Chachi esperan que la multitud del Chachi sea X, entonces el número de personas que efectivamente se presenten en el Chachi, Y, corresponderá al mayor de los dos números $120 - 2X$ y 0. Es decir, $Y = \max\{120 - 2X, 0\}$.

(a) Determina la clientela que, en equilibrio, frecuenta el Chachi. Diseña en los ejes adjuntos un diagrama que muestre el equilibrio.



(b) Supongamos que la gente espera que el número de clientes en una noche dada sea el mismo que el de la noche anterior. Supongamos que se presentan 50 dientes en el Chachi la primera noche. ¿Cuántos se presentarán el segundo día? **20**. ¿Y el tercero ? **80**. ¿Y el cuarto? **0**. ¿Y el quinto? **120**. ¿Y el sexto? **0**. ¿Y el nonagésimo noveno? **120**. ¿Y el centésimo? **0**.

(c) ¿Qué dirías que falla en este modelo si por lo menos 2 de los clientes tuvieran una memoria de 1 o 2 días? **Se darían cuenta de que el número de clientes que se presentó la noche anterior no sirve para predecir el número que se presentará esta noche. Si el número de clientes que se presentan es bajo en los días impares y alto en los pares, sería sensato ajustarse presentándose los días impares**.

29 Aplicaciones de la teoría de los juegos

Introducción

Como hemos visto, algunos juegos no tienen un «equilibrio de Nash de estrategias puras». Pero si permitimos que haya un «equilibrio de Nash de estrategias mixtas», casi todos los juegos del tipo que nos interesa tendrán un equilibrio de Nash. La clave para hallar esos equilibrios es observar que si, ante dos estrategias, a un jugador le da lo mismo una que otra, también está dispuesto a elegir aleatoriamente entre ellas. Esta observación generalmente nos da una ecuación que determina el equilibrio.

Ejemplo: En el deporte del béisbol, un lanzador lanza una pelota a un bateador que trata de golpearla. En nuestra versión simplificada del juego, el lanzador puede lanzarla alto o bajo, o el bateador puede batear alto o bajo. La pelota se mueve tan deprisa que el bateador tiene que decidirse a batear alto o bajo antes de que le lancen la pelota.

Supongamos que si el lanzador la lanza alto y el bateador batea bajo o si el lanzador la lanza bajo y el bateador batea alto, el bateador no da a la pelota, por lo que el lanzador gana.

Si el lanzador lanza la pelota alto y el bateador batea alto, el bateador siempre toca la pelota. Si el lanzador lanza la pelota bajo y el bateador batea bajo, el bateador sólo le dará la mitad de las veces.

Esta historia nos lleva a la siguiente matriz de resultados, en la que si el bateador golpea la pelota, obtiene un resultado de 1 y el lanzador obtiene un resultado de 0 y si el bateador no da a la pelota, el lanzador obtiene un resultado de 1 y el bateador obtiene un resultado de 0.

El béisbol simplificado

		Bateador	
		Batear bajo	Batear alto
Lanzador	Lanzar bajo	1, 0	0, 1
	Lanzar alto	.5, .5	1, 0

Este juego no tiene ningún equilibrio de Nash de estrategias puras. No hay ninguna combinación de jugadas realizadas con certeza que sea la mejor respuesta a la jugada del otro. El bateador siempre quiere batear hacia el mismo lugar hacia el que lanza el lanzador y el lanzador siempre quiere lanzar hacia el lugar contrario. Lo que podemos observar es un par de estrategias mixtas de equilibrio. En un equilibrio de estrategias mixtas, la estrategia de cada jugador se elige aleatoriamente. El bateador estará dispuesto a elegir una estrategia aleatoria sólo si el resultado esperado del batear alto es igual que el resultado esperado de batear bajo.

Los resultados de batear alto o de batear bajo dependen de lo que haga el lanzador. Sea π_L la probabilidad de que el lanzador lance la pelota alta y $1 - \pi_L$ la probabilidad de que la lance bajo. El bateador se da cuenta de que si batea alto, obtendrá un resultado de 0 si el lanzador lanza la pelota baja y 1 si el lanzador la lanza alta. El resultado esperado del bateador es, pues, π_L.

Si el lanzador lanza la pelota baja, la única forma de que el bateador pueda puntuar es que el lanzador la lance baja, lo cual ocurre con una probabilidad $1 - \pi_L$. Incluso en ese caso, el bateador sólo le da a la pelota la mitad de las veces. Por lo tanto, el resultado esperado del bateador si la lanza baja es $0{,}5(1 - \pi_L)$.

Estos dos resultados esperados se igualan cuando $\pi_L = 0{,}5(1 - \pi_L)$. Si resolvemos esta ecuación, veremos que $\pi_L = 1/3$. Ésta tiene que ser la probabilidad de que el lanzador lance la pelota alta en un equilibrio de estrategias mixtas.

Hallemos ahora la probabilidad de que el bateador batee bajo en un equilibrio de estrategias mixtas. En condiciones de equilibrio, la probabilidad del bateador π_B de batear bajo debe ser tal que el lanzador obtenga el mismo resultado esperado lanzando la pelota alta que lanzándola baja. El resultado esperado del lanzador es la probabilidad de que el bateador *no* puntúe.

Si el lanzador lanza la pelota alta, el bateador no le dará si batea bajo, pero le dará si batea alto, por lo que el resultado esperado del lanzador si la lanza alta es π_B.

Si el lanzador lanza la pelota baja, el bateador bateará alto con una probabilidad $(1 - \pi_B)$, en cuyo caso el lanzador obtiene un resultado de 1. Pero cuando el lanzador lanza la pelota baja, el bateador batea bajo con una probabilidad π_B y le da la mitad de las veces, por lo que el lanzador obtiene un resultado de $0{,}5\,\pi_B$. Por lo tanto, el resultado esperado del lanzador si lanza la pelota baja es $(1 - \pi_B) + 0{,}5\,\pi_B = 1 - 0{,}5\,\pi_B$. Para igualar el resultado que obtiene el lanzador lanzando la pelota alta y el que obtiene lanzándola baja, es necesario que $\pi_B = 1 - 0{,}5\,\pi_B$. Resolviendo esta ecuación, observarnos que en el equilibrio de estrategias mixtas, $\pi_B = 2/3$.

Recapitulando, el lanzador debe lanzar la pelota baja dos tercios de las veces y el bateador debe batear bajo dos tercios de las veces.

Cálculo

29.1 (2) Dos compañías de programas informáticos venden productos rivales. Estos productos son sustitutivos, por lo que el número de unidades que vende cualquiera de ellas es una función decreciente de su propio precio y una función creciente del precio del producto de la otra. Sea p_1 el precio y x_1 la cantidad vendida del producto 1 y p_2 y x_2 el precio y la cantidad vendida del producto 2. En ese caso, $x_1 = 1.000(90 - 1/2\, p_1 + 1/4\, p_2)$ y $x_2 = 1.000\ (90 - 1/2\, p_2 + 1/4\, p_1)$. Cada compañía ha incurrido en un coste fijo para diseñar y desarrollar sus programas informáticos, pero el coste de vender un programa a un usuario más es cero. Por lo tanto, cada compañía maximizará sus beneficios eligiendo el precio que maximiza su ingreso total.

(a) Formula una expresión del ingreso total de la compañía 1 en función de su precio p_1 y del precio p_2 de la otra compañía.

El ingreso es $\mathbf{1.000\left(90p_1 - \frac{1}{2}p_1^2 + \frac{1}{4}p_1p_2\right)}$.

(b) La función de mejor respuesta de la compañía 1, $MR_1(\cdot)$ se define de tal forma que $MR_1(p_2)$ es el precio del producto 1 que maximiza el ingreso de la compañía 1, dado que el precio del producto 2 es p_2. Con las funciones de ingreso que hemos especificado, la función de mejor respuesta de la compañía 1 se describe por medio de la fórmula $MR_1(p_2)$ = **90 +** $\boldsymbol{p_2}$**/4**. (Pista: toma una derivada del ingreso con respecto a p_1 y halla el p_1 que maximiza el ingreso, dado p_2.)

(c) Utiliza un método parecido para hallar la función de mejor respuesta de la compañía 2 $MR_2(p_1)$ = **90 +** $\boldsymbol{p_1}$**/4**.

(d) Halla los precios de equilibrio de Nash p_1 = **120** y p_2 = **120**.

(e) Supongamos que la compañía 1 es la que fija primero el precio. La compañía 2 sabe cuál es el precio p_1 que ha elegido la compañía 1 y sabe que ésta no lo modificará. Si la compañía 2 fija el precio que maximiza su ingreso, dado que el precio de la compañía 1 es p_2, ¿qué precio elegirá la compañía 2? p_2 = **90€ +** $\boldsymbol{p_1}$**/4**. Si la compañía 1 sabe cómo reaccionará la 2 al precio que ha elegido, ¿qué precio elegirá la compañía 1? **128,55 euros**. Dado este precio de la compañía 1, ¿qué precio elegirá la compañía 2? **186,41 euros**.

29.2 (1) He aquí un ejemplo de la «batalla de los sexos» que hemos analizado en el texto. Dos personas, llamémoslas Manuela y Roberto, aunque disfrutan ambas de la compañía de la otra, tienen gustos muy distintos a la hora de divertirse. A Roberto le gusta la lucha de mujeres en el barro, mientras que Manuela prefiere la ópera italiana. Están pensando qué harán el próximo sábado por la noche. Cada uno tiene dos opciones posibles, ir a una sesión de lucha o ir a la ópera. A Roberto lo que más le encantaría sería que fueran los dos a ver una sesión de lucha en el barro. Su segunda opción sería ir los dos a la ópera. Manuela preferiría que ambos fueran a la ópera. Su segunda opción sería ir los dos a una sesión de lucha en el barro. Los dos creen que el peor resultado sería que no se pusieran de acuerdo sobre dónde ir. Si eso ocurriera, se quedarían en casa enfurruñados.

Batalla de los sexos

		Manuela	
		Lucha	Ópera
Roberto	Lucha	2, 1	0, 0
	Ópera	0, 0	1, 2

(a) ¿Es la suma de los resultados de Manuela y Roberto constante en todos los casos? **No**. ¿Tiene este juego un equilibrio de estrategia dominante? **No**.

(b) Halla dos equilibrios de Nash de estrategias puras para este juego. **Ambos van a la ópera. Ambos van a ver la lucha de mujeres**.

(c) Halla un equilibrio de Nash de estrategias mixtas. **Manuela elige la ópera con una probabilidad de 2/3 y la lucha con una probabilidad de 1/3. Roberto elige la ópera con una probabilidad de 1/3 y la lucha con una probabilidad de 2/3**.

29.3 (1) Éste es un ejemplo del juego del «gallina». Dos adolescentes al volante de automóviles trucados se dirigen uno contra el otro a gran velocidad. El primero que vire bruscamente y se salga de la carretera es un «gallina». Lo mejor que puede ocurrirte es que el otro vire y tú no. En ese caso, tú eres el héroe y el otro es el gallina. Si los dos viráis, los dos sois gallinas. Si ninguno de los dos viráis, los dos acabaréis en el hospital. El cuadro adjunto muestra la matriz de resultados de este juego.

Juego del «Gallina»

		Lucas	
		Virar	No virar
José	Virar	1, 1	1, 2
	No virar	2, 1	0, 0

(a) ¿Tiene este juego una estrategia dominante? **No**. ¿Cuáles son los dos equilibrios de Nash de estrategias puras? **Los dos resultados en los que uno de los adolescentes vira y el otro no**.

(b) Halla un equilibrio de Nash de estrategias mixtas de este juego. **Elegir cada estrategia con una probabilidad del 1/2**.

29.4 (0) Propongo el siguiente juego: yo lanzo una moneda al aire y mientras está en el aire, tú dices si saldrá cara o saldrá cruz. Si aciertas, te quedas con la moneda. Supongamos que sabes que siempre sale cara. ¿Cuál es la mejor estrategia para ti? **Decir siempre cara**.

(a) Supongamos que la moneda está desequilibrada y que sale cara el 80% de las veces y cruz el 20%. ¿Cuál es ahora tu mejor estrategia? **Decir siempre cara**.

(b) ¿Qué ocurre si sale cara el 50% de las veces y cruz el 50%? **Da lo mismo**. ¿Cuál es tu mejor estrategia? **Siempre puedes decir cara, siempre puedes decir cruz o decir una de las dos aleatoriamente**.

(c) Supongamos ahora que soy capaz de elegir el tipo de moneda que voy a lanzar al aire (donde el tipo de moneda es la probabilidad de que salga cara) y que tú sabes lo que he elegido. ¿Qué tipo de moneda debo elegir para minimizar mis pérdidas? **Una moneda equilibrada**.

(d) ¿Cuál es el equilibrio de Nash de estrategias mixtas de este juego? Tal vez te ayude saber que hay mucha simetría en este juego. **Yo elijo una moneda equilibrada y tú eliges aleatoriamente diciendo un 50% de las veces cara y un 50% de las veces cruz**.

29.5 (0) A Néstor y a Ruth les encanta jugar al juego del escondite. Es un juego sencillo, pero continúa divirtiéndoles. Consiste en lo siguiente: Ruth se esconde arriba o abajo. Néstor puede buscar arriba o abajo, pero no en los dos sitios. Si encuentra a Ruth, Néstor consigue una bola de helado y Ruth ninguna. Si no encuentra a Ruth, Ruth consigue una bola de helado y Néstor ninguna. Pon los resultados en la matriz adjunta.

Juego del Escondite

		Ruth: Arriba	Ruth: Abajo
Néstor	Arriba	7, 0	0, 1
	Abajo	0, 1	1, 0

(a) ¿Es un juego de suma cero? **Sí**. ¿Cuáles son los equilibrios de Nash de estrategias puras? **No hay ninguno**.

(b) Halla el equilibrio de Nash de estrategias mixtas de este juego. **Ruth se esconde arriba y Néstor busca arriba con una probabilidad de 1/2; Ruth se esconde abajo y Néstor se esconde abajo con una probabilidad de 1/2**.

(c) Tras muchos años jugando a este juego, a Néstor y Ruth se les ocurre una manera de animarlo un poco. Ahora, si Néstor encuentra a Ruth arriba, consigue dos bolas de helado, pero si la encuentra abajo, consigue una. Si Néstor encuentra a Ruth, ella no recibe ningún helado, pero si no la encuentra, ella consigue una bola. Pon los resultados en la matriz adjunta.

Escondite avanzado

		Ruth: Arriba	Ruth: Abajo
Néstor	Arriba	2, 0	0, 1
	Abajo	0, 1	1, 0

(d) ¿Hay algún equilibrio de Nash de estrategias puras? **No**. ¿Qué equilibrio de estrategias mixtas puedes encontrar? **Ruth se esconde abajo 2/3 de las veces. Néstor busca abajo 1/2 de las veces**. Si ambos utilizan estrategias de equilibrio, ¿qué proporción del tiempo encontrará Néstor a Ruth? **1/2**.

29.6 (0) Tal vez te hayas preguntado qué significa la frase «los mansos heredarán la tierra». He aquí un ejemplo basado en el análisis del libro. En un famoso experimento, dos psicólogos colocaron dos cerdos –uno pequeño y uno grande– en una pocilga que tenía una palanca en un extremo y un comedero en el otro. Cuando se apretaba la palanca, aparecía una ración de comida en el comedero situado en el otro extremo. Si el cerdo pequeño apretaba la palanca, el grande se comía toda la ración y no le quedaba nada al pequeño. Si el grande apretaba la palanca, el pequeño tenía tiempo para conseguir parte de la comida antes de que llegara corriendo el grande al comedero y lo apartara.

Representemos esta situación por medio de un juego, en el que cada cerdo tiene dos estrategias posibles. Una es apretar la palanca. La otra es esperar en el comedero. Si los dos cerdos esperan en el comedero, ninguno de los dos consigue comida. Si los dos aprietan la palanca y el grande espera en el comedero, el grande se lo come todo y el pequeño tiene que quedarse mirando frustrado. Si el grande aprieta la palanca y el pequeño espera en el comedero, el pequeño puede comer 2/3 de la comida antes de que el grande lo aparte. Los resultados son los siguientes (estas cifras son inventadas, pero su magnitud relativa es coherente con los resultados del experimento de Baldwin y Meese).

Cerdo grande - Cerdo pequeño

		Cerdo grande	
		Apretar	Esperar
Cerdo pequeño	Apretar	–1, 9	–1, 10
	Esperar	6, 1	0, 0

(a) ¿Hay una estrategia dominante para el cerdo pequeño? **Sí, esperar**. ¿Hay una estrategia dominante para el cerdo grande? **No**.

(b) Halla un equilibrio de Nash para este juego. ¿Tiene el juego más de un equilibrio de Nash? **El único equilibrio de Nash es aquel en el que el cerdo pequeño espera y el cerdo grande aprieta la palanca**. (Por cierto, aunque Baldwin y Meese no interpretaron este experimento como un juego, el resultado que observaron era el resultado que predeciría el equilibrio de Nash).

(c) ¿Qué cerdo consigue más comida en el equilibrio de Nash? **El cerdo pequeño**.

29.7 (1) Echemos otra hojeada al ejemplo de fútbol que analizamos en el texto. Pero ahora generalizaremos algo más la matriz de resultados. Supongamos que la matriz de resultados es la siguiente.

El penalti

		Futbolista	
		Lanzar hacia la izquierda	Lanzar hacia la derecha
Portero	Lanzar hacia la izquierda	–1, 9	–1, 10
	Lanzar hacia la derecha	6, 1	0, 0

Ahora la probabilidad de que el que lanza meta gol si lanza hacia la izquierda y el portero se tira hacia la derecha es p. Queremos ver cómo varían. las probabilidades de equilibrio cuando varía p.

(a) Si el portero se tira hacia la izquierda con una probabilidad π_p, entonces si el futbolista que lanza el balón lo lanza hacia la derecha, la probabilidad de que meta gol es $\boldsymbol{\pi_p}$.

(b) Si el portero se tira hacia la izquierda con una probabilidad π_p, entonces si el futbolista que lanza el balón lo lanza hacia la izquierda, la probabilidad de que meta gol es $\boldsymbol{p\,(1-\pi_p)}$.

(c) Halla la probabilidad π_p que hace que el futbolista que lanza el balón tenga la misma probabilidad de meter gol lanzando hacia la izquierda que lanzando hacia la derecha (tu respuesta será una función de p). $\boldsymbol{\pi_p = \frac{p}{1+p}}$.

(d) Si el futbolista que lanza el balón lo lanza hacia la izquierda con una probabilidad π_L, entonces si el portero salta hacia la izquierda, la probabilidad de que el futbolista *no* meta gol es $\boldsymbol{\pi_L}$.

(e) Si el futbolista que lanza el balón lo lanza hacia la izquierda con una probabilidad π_L, entonces si el portero salta hacia la derecha, la probabilidad de que el futbolista *no* meta gol es $\mathbf{(1 - \mathit{p})\, \pi_L + (1 - \pi_L)}$.

(f) Halla la probabilidad π_L que hace que el resultado que obtiene el portero sea igual tirándose hacia la izquierda que tirándose hacia la derecha. $\mathbf{\frac{1}{1+\mathit{p}}}$.

(g) La variable p nos dice lo bueno que es el futbolista lanzando el balón hacia la izquierda de la portería cuando no está defendida. Cuando aumenta p, ¿aumenta la probabilidad de equilibrio de que el futbolista lance hacia la izquierda o disminuye? **Disminuye**. Explica por qué ocurre eso de una forma que incluso lo pueda entender un comentarista deportivo de TV. **Cuanto mejor se vuelve el lado débil del lanzador, menos frecuentemente defenderá el portero el lado bueno del lanzador. Por lo tanto, el lanzador puede tirar más frecuentemente a su lado bueno**.

29.8 (1) Este problema es un ejemplo del juego de los halcones y las palomas que se describe en el texto. Lo utilizó por primera vez el biólogo John Maynard Smith para mostrar cómo se emplea la teoría de los juegos en la teoría de la evolución. Los machos de una especie a menudo entran en conflicto con otros machos por la oportunidad de aparearse con las hembras. Si un macho entra en conflicto con otro, tiene dos estrategias posibles. Si se comporta como un «halcón», se peleará con el otro macho hasta ganar o resultar gravemente herido. Si se comporta como una «paloma», hará una osada demostración de fuerza, pero se replegará si su adversario comienza a pelear. Si se encuentran dos machos que se comportan como un «halcón», los dos saldrán gravemente heridos en la pelea. Si se encuentra un «halcón» con una «paloma», el «halcón» conseguirá aparearse con la hembra y la «paloma» se escapará y se dedicará a la meditación. Si un macho que se comporta como una «paloma» se encuentra con otro que se comporta como una «paloma», los dos se pavonearán, pero ninguno de ellos perseguirá al otro y lo obligará a marcharse. Finalmente, la hembra elige aleatoriamente a uno de ellos o se aburre y se va. El cuadro adjunto muestra los resultados esperados de cada macho.

El juego de los halcones y las palomas

		Animal B	
		Halcón	Paloma
Animal A	Halcón	–5, –5	10, 0
	Paloma	0, 10	4, 4

(a) Un macho, mientras vaga por el bosque, puede encontrarse en muchas situaciones conflictivas de este tipo. Supongamos que no puede saber de antemano si el otro animal con el que se encuentra es un «halcón» o una «paloma». El resultado de la adopción de una de las dos estrategias para él depende de las proporciones de «halcones» y de «palomas» que haya en la población en general. Supongamos, por ejemplo, que hay un único «halcón» en el bosque y que todos los demás machos son «palomas». El «halcón» observaría que su rival siempre se repliega, por lo que disfrutaría de un

resultado de **10** en cada encuentro. Dado que todos los demás machos son «palomas», si el macho restante es una «paloma», su resultado en cada encuentro sería **4**.

(b) Si tienden a elegirse las estrategias que son más rentables frente a los que son menos rentables, explica por qué no puede haber un equilibrio en el que todos los machos actúen como «palomas». **Si sabes que el macho con el que te encuentras se comporta como una paloma, compensa comportarse como un halcón**.

(c) Si todos los demás machos se comportan como «halcones», un macho que adopte la estrategia de un «halcón» se encontrará seguramente con otro «halcón» y obtendrá un resultado de **–5**. Si este macho adoptara, por el contrario, la estrategia de la «paloma», de nuevo se encontraría seguramente con un «halcón», pero su resultado sería **0**.

(d) Explica por qué no podría haber un equilibrio en el que todos los animales actuaran como «halcones». **Si todo el mundo se comporta como un halcón, sería rentable comportarse como una paloma**.

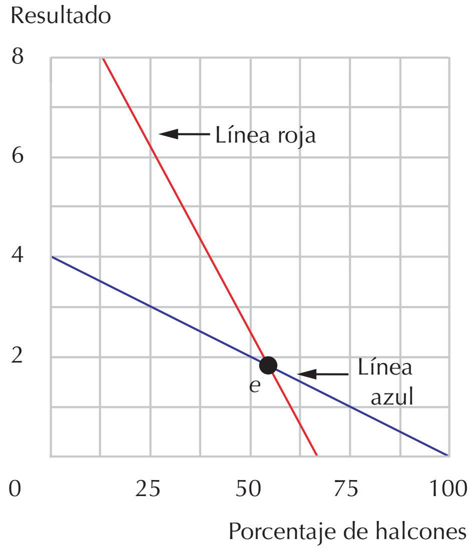
(e) Como no hay un equilibrio en el que todo el mundo elige la misma estrategia, buscamos un equilibrio en el que una proporción de los machos sean «halcones» y el resto «palomas». Supongamos que hay una gran población de machos y la proporción p se comporta como un «halcón». En ese caso, la proporción de veces que cualquier jugador se encuentra con otro que se comporta como un «halcón» es alrededor de p y la proporción de veces que se encuentran con otro que se comporta como una «paloma» es alrededor de $1 - p$. Por lo tanto, un «halcón» se encuentra con otro «halcón» y obtiene un resultado de –5 con una probabilidad p y se encuentra con una «paloma» y obtiene un resultado de 10 con una probabilidad $1 - p$. Por lo tanto, el resultado que obtiene un «halcón» cuando la proporción de «halcones» que hay en la población es p, es $p \times (-5) + (1 - p) \times 10 = 10 - 15p$. Realizando unos cálculos similares, se observa que el resultado medio que se obtiene comportándose como una «paloma» cuando la proporción de «halcones» que hay en la población es p es $\mathbf{p \times 0 + (1 - p) \times 4}$.

(f) Formula una ecuación que establezca que cuando la proporción de «halcones» que hay en la población es p, el resultado que obtienen los «halcones» es el mismo que el que obtienen las «palomas». $\mathbf{4 - 4p = 10 - 15p}$.

(g) Resuelve esta ecuación y halla el valor de p con el que los «halcones» obtienen los mismos resultados que las «palomas». Para ello es necesario que $p = \mathbf{6/11}$.

(h) Representa en color azul en los ejes del gráfico siguiente el resultado medio de la estrategia de las «palomas» cuando la proporción de «halcones» que hay en la población de machos es p. Representa en color rojo el resultado medio de la estrategia de los «halcones» cuando la proporción de «halcones» que hay en la población de machos es p. Indica en el gráfico la proporción de equilibrio por medio de la letra E.

(i) Si la proporción de «halcones» es algo mayor que E, ¿qué estrategia da mejores resultados? «**Paloma**». Si la proporción de «halcones» es algo menor que E, ¿qué estrategia da mejores resultados? «**Halcón**». Si la estrategia más rentable tiende a adoptarse más a menudo en el futuro, entonces si las proporciones de estrategias no son un equilibrio, ¿tenderán los cambios a acercar las proporciones al equilibrio o a alejarlas de él? **A acercarlas**.



29.9 (2) Las ideas económicas y el análisis de equilibrio tienen numerosas y fascinantes aplicaciones en biología. Los análisis convencionales de la selección natural y la aptitud biológica a menudo dan por sentado que los rasgos animales se seleccionan en beneficio de la especie. El pensamiento biológico moderno hace hincapié en que la unidad de selección son los individuos (o estrictamente hablando, los genes). Un gen mutante que induce a un animal a comportarse de una forma que ayuda a la especie a costa de los individuos que portan ese gen pronto es eliminado, independientemente de lo beneficiosa que sea esa conducta para la especie.

Un buen ejemplo es un artículo publicado en el *Journal of Theoretical Biology* en 1970 por H. J. Brockmann, A. Grafen y R. Dawkins, titulado «Evolutionarily Stable Nesting Strategy in a Digger Wasp». Sostienen que la selección natural da como resultado estrategias de conducta que maximizan la tasa esperada de reproducción de un animal durante su vida. Según los autores, «el tiempo es la moneda que emplean los animales».

Las hembras de avispa cavadora *Sphex ichneumoneus* construyen sus nidos en galerías subterráneas. Algunas de estas avispas cavan sus propias galerías. Cuando han cavado su galería, salen al campo y cazan saltamontes, que almacenan en su galería para dar de comer a sus crías cuando nacen. Cuando han acumulado varios saltamontes, depositan un huevo en la galería, cierran la cámara donde tienen la comida y el proceso comienza de nuevo. Pero cavar galerías y cazar saltamontes lleva tiempo. Una estrategia alternativa para una hembra es entrar a hurtadillas en la galería de alguna otra avispa mientras ésta se encuentra cazando saltamontes. Eso ocurre frecuentemente en las colonias de avispas cavadoras. Una avispa entra en una galería que ha sido cavada por otra y en la que ha almacenado saltamontes. La invasora comienza a cazar ella misma saltamontes para aumentar las reservas. Cuando la fundadora y la invasora se encuentran finalmente, se pelean. La que pierde la pelea se marcha y nunca vuelve. La que gana pone un huevo en el nido.

Como algunas avispas cavan sus propias galerías y algunas invaden las galerías iniciadas por otras, es probable que lo que observemos sea un equilibrio biológico en el que las dos estrategias son para una avispa dos formas igual de eficaces de utilizar el tiempo para reproducirse. Si una de las estrategias fuera más eficaz que la otra, sería de esperar que el gen que lleva a las avispas a comportarse de la forma más eficaz prosperara a costa de los genes que las llevan a comportarse de la forma menos eficaz.

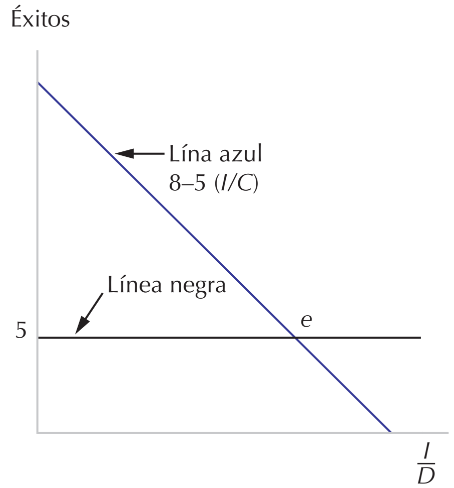
Supongamos que el tiempo que tarda una avispa en cavar su propia galería y en tratar de almacenar saltamontes y depositar un huevo en el nido es, en promedio, de 5 días. Supongamos que las avispas invasoras tardan, en promedio, 4 días solamente. Supongamos que cuando se enfrentan las fundadoras y las invasoras, la fundadora gana la mitad de las veces la pelea y la invasora la mitad de las veces. Sea C el número de avispas que cavan sus propias galerías e I el número de avispas que invaden las galerías de otras. La proporción de avispas cavadoras que son invadidas es alrededor de $\frac{5}{4}\frac{I}{C}$ (supongamos de momento que $\frac{5}{4}\frac{I}{C} < 1$). La mitad de las avispas cavadoras que son invadidas gana la pelea y consigue quedarse en su galería. La proporción de avispas cavadoras que pierden su galería tras la invasión de otras es, pues, $\frac{1}{2}\frac{5}{4} = \frac{5}{8}\frac{I}{C}$. Supongamos también que todas las avispas que no son invadidas por otras consiguen llenar sus galerías de saltamontes y poner huevos.

(a) En ese caso, la proporción de avispas cavadoras que no pierden su galería es simplemente $\boldsymbol{1-\frac{5}{8}\frac{I}{C}}$. Por lo tanto, en un periodo de 40 días, una avispa que cavara siempre su propia galería construiría 8 nidos. Su número esperado de éxitos sería $\boldsymbol{8-5\frac{I}{C}}$.

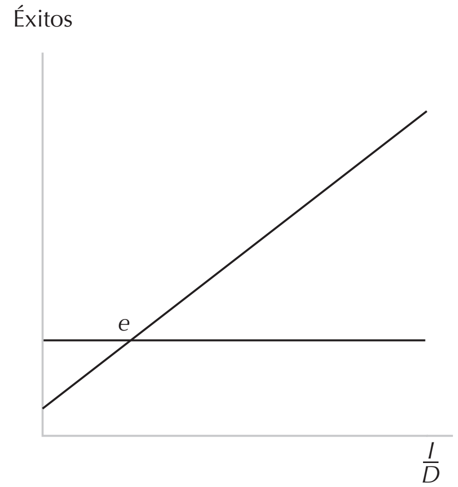
(b) En 40 días, una avispa que decidiera invadir siempre que tuviera una oportunidad tendría tiempo para 10 invasiones. Suponiendo que lo consigue la mitad de las veces en promedio, su número esperado de éxitos sería **5**. Formula una ecuación que exprese la condición de que las avispas que siempre cavan su propia galería obtienen exactamente los mismos resultados que las que siempre invaden las galerías cavadas por otras $\boldsymbol{8-5\frac{I}{C}=5}$.

(c) La ecuación que acabas de formular debe contener la expresión $\frac{I}{C}$. Halla el valor numérico de $\frac{I}{C}$ que iguala exactamente el número esperado de éxitos de las avispas cavadoras y las invasoras. La respuesta es $\boldsymbol{\frac{3}{5}}$.

(d) Pero hay aquí un problema: el equilibrio que hemos hallado no parece estable. Representa en color azul en los ejes adjuntos el número esperado de éxitos en un periodo de 40 días de las avispas que siempre cavan sus propias galerías, donde el número de éxitos es una función de $\frac{I}{C}$. Representa en color negro el número esperado de éxitos en un periodo de 40 días de las invasoras. Observa que este número es el mismo para todos los valores de $\frac{I}{C}$. Representa el punto en el que se cortan estas dos líneas rectas y observa que es un equilibrio. Justo a la derecha de donde se cortan las dos rectas, donde $\frac{I}{C}$ es algo mayor que el valor de equilibrio, ¿cuál tiene más pendiente? ¿La azul o la negra? **La negra**. En este nivel de $\frac{I}{C}$, ¿cuál es la estrategia más eficaz para una avispa cualquiera? **Invadir**. Supongamos que si una de las estrategias es más eficaz que la otra, la proporción de avispas que adoptan la más eficaz aumenta. Si, tras estar en equilibrio, la población se desplaza algo hacia la derecha del equilibrio, ¿volverían al equilibrio las proporciones de avispas cavadoras e invasoras o se alejarían más? **Se alejarían más**.



(e) Los autores observaron esta inestabilidad probable y trataron de introducir algunos cambios en el modelo que llevaran a la estabilidad. Observaron que una avispa invasora sí ayuda a almacenar saltamontes en la galería. Eso podría permitirle a la fundadora ganar algún tiempo. Si las fundadoras ganan las peleas lo suficientemente a menudo y reciben suficiente ayuda con los saltamontes de las invasoras, es posible que el número esperado de huevos que consiga poner sea una función creciente del número de invasoras en lugar de una función decreciente. Muestra en los ejes adjuntos un equilibrio en el que la galería de una avispa cavadora sea una estrategia cada vez más eficaz a medida que aumenta $\frac{I}{C}$ y en la que el resultado que obtiene la invasora sea constante en todos los cocientes de $\frac{I}{C}$. ¿Es estable este equilibrio? **Sí**.



29.10 (1) El restaurante «El pollo de hierro» está situado en una transitada autopista nacional. La mayoría de sus clientes son simplemente personas que pasan por allí y que nunca volverán a comer en el restaurante. Pero algunos son camioneros que, por la ruta que realizan, pasan periódicamente por delante del restaurante. Sibila, la camarera miope de «El pollo de hierro» no es capaz de distinguir a los clientes habituales de los que sólo entran una vez. Puede atender bien o mal a los clientes. Sabe que si los atiende mal, éstos dejarán poca propina. Si atiende bien a un camionero, éste le dará una buena propina con la (vana) esperanza de que le reconozca la próxima vez que entre, pero si atiende bien a un cliente que sólo entra una vez, éste dejará aun así poca propina. Supongamos que el coste que tiene para Sibila atender bien a un cliente en lugar de atenderlo mal es de 1 euro. Las propinas que dejan los clientes insatisfechos y los que pasan simplemente por el restaurante son, en promedio, de 0,50 euros por cliente. Un camionero que ha sido bien atendido y que tiene intención de volver dejará una propina de 2 euros. Sibila cree que la proporción de clientes que son camioneros que tienen intención de volver es x. En condiciones de equilibrio, sería de esperar que Sibila atendiera bien si x es mayor que **2/3** y mal si x es menor.

29.11 (2) Mona se marcha dos días de la ciudad y no va a necesitar el coche durante ese tiempo. Lisa está de visita en casa de unos familiares y tiene interés en alquilar el coche. El valor que tiene para Lisa tener el coche durante estos días es de 50 euros al día. Mona averigua que el coste total que tiene para ella dejar que Lisa utilice el coche es de 20 euros, independientemente del número de días que lo utilice Lisa. La tarde antes del primero de estos dos días, Mona puede mandar un mensaje a Lisa proponiéndole alquilarle el coche durante dos días a un precio especificado. Lisa puede aceptar la oferta o rechazarla y hacer una contraoferta. El único problema estriba en que entre el momento en que hace la contraoferta y ésta es aceptada pasa un día entero.

Examinemos la solución de la negociación de Rubinstein a este problema. Comenzamos por el final. Si Lisa rechaza la oferta inicial, el coche sólo puede alquilarse para un día y Mona no tiene tiempo de hacer una contraoferta. Por lo tanto, si Lisa rechaza la oferta inicial, puede ofrecer a Mona algo más de 20 euros por alquilar el automóvil el último día y Mona aceptará. En este caso, Lisa obtiene un beneficio de algo menos de 50 euros – 20 euros = 30 euros. Mona se da cuenta de eso. Por lo tanto, cuando hace su oferta inicial, sabe que Lisa la rechazará, a menos que le permita a ésta obtener un beneficio de algo más de **30 euros**. Mona sabe que el valor que tiene para Lisa alquilar el coche durante dos días es **100 euros**. Por lo tanto, el precio más alto que aceptará Lisa por el alquiler del coche durante dos días es de **70 euros**. Corno los costes totales que tiene para Mona alquilar el coche son de 20 euros, Mona obtendría un beneficio neto de algo menos de **50 euros** y Lisa obtendría un beneficio neto de algo más de **30 euros.**

(a) Supongamos que la historia es idéntica a la anterior, salvo en que ahora Mona estará tres días fuera. El valor que tiene para Lisa tener el coche es de nuevo de 50 euros al día y el coste total que tiene para Mona dejar el coche a Lisa es de 20 euros, independientemente del número de días que lo utilice Lisa. Supongamos esta vez que Lisa hace la primera oferta. Mona puede aceptarla o rechazarla y hacer una contraoferta, Lisa, a su vez, puede aceptar la contraoferta de Mona o rechazarla y hacer otra contraoferta. Cada vez que se rechaza una oferta y se hace una nueva, pasa un día, Lisa se dice a sí misma: «Si Mona rechaza la oferta que vaya hacerle esta noche, quedarán dos días y le tocará a Mona hacer una oferta. Si ocurre eso, Mona obtendrá un beneficio de algo menos de **50 euros**. (Pista: hemos obtenido esta respuesta antes, en el caso de los dos días.) Como sus costes totales son de 20 euros, Mona obtendrá un beneficio de 50 euros si yo le ofrezco un precio de **70 euros** por el alquiler de tres días». Como tres días de alquiler del coche valen 150 euros para Lisa, Lisa obtendría un beneficio de **80 euros** y Mona obtendría un beneficio de 50 euros.

(b) Supongamos ahora que la historia es idéntica a la anterior, salvo en que ahora Mona estará cuatro días fuera y supongamos que Mona hace la primera oferta. Mona sabe que si Lisa la rechaza quedarán tres días, le tocará a Lisa hacer una oferta y, por lo tanto, Lisa puede obtener un beneficio de **80 euros** (véase la respuesta anterior). Tener el coche durante cuatro días tiene para Lisa un valor de 200 euros, por lo que el precio más alto que Mona puede esperar que acepte Lisa por los cuatro días es de algo menos de **120 euros**. En este caso, Mona obtiene un beneficio de algo menos de **100 euros** y Lisa obtiene un beneficio de algo más de **80 euros**.

30 Economía del comportamiento

Introducción

En este apartado presentamos algunos problemas que tienen por objeto ayudarte a analizar la naturaleza de la elección racional y de la elección no tan racional. Conocerás a una persona que lo deja todo para después de manera hiperbólica y a una que lo demora todo de manera exponencial. ¿Te recuerdan estas personas a alguien que conozcas? Conocerás a Juan, que es consciente de que tiene un problema de autocontrol con el consumo de cerveza. Para los que no habéis tenido el problema de Juan, ¿habéis evitado alguna vez poneros delante de un plato lleno de galletas de chocolate porque sabéis lo que ocurrirá si empezáis a coméroslas? ¿Habéis tenido problemas alguna vez para elegir porque hay demasiadas opciones? ¿Cómo reaccionaríais si Jara Jareño os invitara a una cerveza? ¿Cómo creéis racionalmente que es probable que se comporten las demás personas con las que os relacionáis?

30.1 (2) Es lunes por la mañana, temprano, y Darío Dávila tiene pendiente un trabajo de clase. Su profesor no acepta la entrega de trabajos fuera de plazo y para Darío es crucial entregar a tiempo el suyo. Debe entregarlo el jueves por la mañana, por lo que tiene tres días para hacerlo. Sabe que tardará 12 horas en hacer la investigación y en escribir el trabajo. Detesta hacer trabajos y le gusta posponer las tareas desagradables. Pero también sabe que es menos doloroso repartirse el trabajo entre esos tres días que hacerlo todo el último día. Para cualquier día, t, sea x_t el número de horas que dedica al trabajo en el día t y $x_t + 1$ y $x_t + 2$ el número de horas que dedica al trabajo el segundo día y el tercero. La siguiente función de utilidad describe las preferencias de Darío a primera hora del día t sobre las horas que va a dedicar cada uno de los tres días a hacer el trabajo:

$$U(x_t,\ x_{t+1},\ x_{t+2}) = -x_t^2 \frac{1}{2} x_{t+1^2} - \frac{1}{3} x_{t+1^2}.$$

(a) Supongamos que el lunes por la mañana, Darío elabora un plan eligiendo los valores de x_L x_M, x_{Mi}, que maximizan su función de utilidad

$$U(x_L, x_M, x_{Mi}) = -x_L^2 \frac{1}{2} x_M^2 - \frac{1}{3} x_{Mi}^2.$$

sujeta a la restricción de que dedica un total de 12 horas a hacer el trabajo. Esta restricción puede formularse de la siguiente manera: $x_L + x_M + x_{Mi} = 12$. ¿Cuántas horas tiene intención de dedicar al trabajo el lunes? x_L = **2 horas**. ¿Y el martes? x_M = **4 horas**. ¿Y el miércoles? x_{Mi} = **6 horas** (Pista: si está maximizando su utilidad sujeta a esta restricción, la desutilidad marginal que obtiene por realizar el trabajo debe ser la misma todos los días. Formula dos ecuaciones, una que iguale la desutilidad marginal de trabajar el martes y la de trabajar el lunes y una que iguale la desutilidad marginal de trabajar el miércoles y la de trabajar el lunes. Utiliza estas dos ecuaciones más la restricción presupuestaria $x_L + x_M + x_{Mi} = 24$ para hallar x_L, x_M, y x_{Mi}).

(b) El lunes, Darío dedicó 2 horas a hacer el trabajo de curso. El martes por la mañana, cuando se levantó, sabía que le quedaban 10 horas para hacerlo. Antes de decidir la cantidad de tiempo que iba a dedicar al trabajo el martes, consultó su función de utilidad. Como hoy es martes, la función de utilidad de Darío es

$$U(x_M,\ x_{Mi},\ x_J) = -x_{M^2}\frac{1}{2}x_{Mi^2} - \frac{1}{3}x_{J^2}$$

donde x_M, x_{Mi}, y x_J son las horas dedicadas al trabajo el martes, el miércoles y el jueves. Lo que haga el jueves no le servirá, por supuesto, para nada. Para entregar el trabajo a tiempo, Darío tiene que terminar lo que le queda entre el martes y el miércoles. Por lo tanto, la manera menos dolorosa de terminar el trabajo a tiempo es elegir los valores de x_M y x_{Mi} que maximizan

$$U(x_M,\ x_{Mi},\ O) = -x_{M^2}\frac{1}{2}x_{Mi^2}$$

sujeta a $x_M + x_{Mi} = 10$. Para eso, iguala la desutilidad marginal de trabajar el martes y la de trabajar el miércoles y obtiene la siguiente ecuación: $\mathbf{2x_M = x_{Mi}}$. Utiliza esta ecuación y la ecuación presupuestaria $x_M + x_{Mi} = 10$ para hallar el número de horas que trabajará Darío el martes **31/3** y el miércoles, **62/3**. El lunes, cuando Darío trazó su plan inicial, ¿cuántas horas pensó trabajar el martes? **4 horas**. ¿Y el miércoles? **6 horas**. ¿Tiene Darío preferencias coherentes temporalmente? **No**.

(e) Supongamos que el lunes por la mañana Darío se da cuenta de que, cuando llegue el martes, no seguirá el plan que maximiza sus preferencias el lunes sino que decidirá repartir el resto de la tarea de manera que se maximice

$$U(x_M,\ x_{Mi},\ O) = -x_{M^2} - \frac{1}{2}x_{Mi^2}$$

sujeta a la restricción $x_M + x_{Mi} = 12 - x_L$. Teniendo eso en cuenta, Darío hace un nuevo cálculo de la cantidad de horas que dedicará al trabajo el lunes. Hace el siguiente razonamiento. El martes elegirá los valores de x_M y x_{Mi}, de manera que la desutilidad marginal de trabajar el martes sea igual a la de trabajar el lunes. Para eso elegirá s_M / s_M = **2**. Darío utiliza esta ecuación, junto con la ecuación de la restricción, $x_M + x_{Mi} = 12 - x_L$, para hallar la cantidad de horas que dedicará al trabajo el martes y el miércoles si le dedica x_L horas el lunes. Al hacerlo, observa que si dedica x_L horas al trabajo el lunes, dedicará $x_M(x_L) = 1/3\ (12 - x_L)$ y $x_{Mi}(x_L) = 2/3\ (12 - x_L)$ horas el miércoles. Ahora, Darío sabe para cada valor posible de x_L cuántas horas dedicará al trabajo el martes y el miércoles. Por lo tanto, el lunes, puede calcular su utilidad como la siguiente función de x_L:

$$U_L(x_L) = -x_{L^2} - \frac{1}{2}x_M(x_L)^2\,.$$

Formula la derivada de esta expresión con respecto a x_L para observar que Darío maximiza su utilidad dedicando **2,03 horas** al trabajo el lunes.

(d) ¿Tiene la función de utilidad de tres periodos de Darío un descuento exponencial o hiperbólico? **Hiperbólico**. Si es hiperbólico, ¿cuál es el parámetro k? $\boldsymbol{k = 1}$.

30.2 (2) El lunes por la mañana Paula Pozas tiene que hacer el mismo trabajo que Darío Dávila. También necesita 12 horas para hacer el trabajo. Sin embargo, el día t sus preferencias sobre las horas que va a dedicar durante los 3 días siguientes a escribir el trabajo están representadas por

$$U(x_t, x_{t+1}, x_{t+2}) = -x_{t^2} \frac{1}{2} x_{t+1^2} - \frac{1}{4} x_{t+2^2}.$$

(a) ¿Tiene la función de utilidad de tres periodos de Paula un descuento exponencial o hiperbólico? **Exponencial**. Si es exponencial, ¿cuál es la tasa de descuento δ? Si es hiperbólico, ¿cuál es el parámetro k? $\boldsymbol{\delta = 1/2}$.

(b) El lunes por la mañana Paula hace un plan para acabar el trabajo que maximiza su función de utilidad el lunes

$$U(x_L,\ x_M,\ x_{Mi}) = -x_{L^2} \frac{1}{2} x_{M^2} - \frac{1}{4} x_{Mi^2}$$

sujeta a $x_L + x_M + x_{Mi} = 12$. ¿Cuántas horas piensa Paula trabajar el lunes? **12/7 = 1,71**. ¿Y el martes? **12 × 2/7 = 3,43**. ¿Y el miércoles? **12 × 4/7 = 6,86**.

(c) Paula dedicó 12/7 horas al trabajo el lunes e hizo todo lo que tenía planeado hacer el lunes. El martes por la mañana, su función de utilidad es

$$U(x_M,\ x_{Mi},\ x_J) = -x_{M^2} \frac{1}{2} x_{Mi^2} - \frac{1}{4} x_{J^2}.$$

Como las horas que trabaje el jueves no le servirán para terminar el trabajo a tiempo, igualará x_J a 0 y elegirá los valores de x_M y x_{Mi} que maximizan

$$-x_{M^2} - \frac{1}{2} x_{Mi^2}$$

sujeta a la restricción de que $x_M + x_{Mi} = 12 - (12/7)$. ¿Cuántas horas trabajará el martes? **12 × 2/7 = 3,43**. ¿Y el miércoles? **12 × 4/7 = 6,86**. ¿Coinciden estas cantidades con los planes que hizo el lunes? **Sí**. ¿Tiene Paula preferencias coherentes temporalmente? **Sí**.

30.3 (2) A Juan le gustan las fiestas y le gusta beber cerveza. Sabe que, si bebe demasiada, no se encontrará bien al día siguiente y no será capaz de trabajar. Cuando está en casa, pensando sobriamente sobre la resaca que tiene al día siguiente de una borrachera, sus preferencias sobre beber x vasos de cerveza en una fiesta están representadas por la función de utilidad $U_0(x) = 10x - x^2$. A Juan le han invitado a una fiesta el sábado por la noche y sabe que habrá barra libre. Su alternativa es pasar una tarde tranquila con un amigo abstemio. Si pasara una tarde tranquila con el amigo, obtendría una utilidad de 20.

(a) Si va a la fiesta y bebe la cantidad de cerveza que maximiza $U_0(x)$, ¿cuántos vasos beberá? **5**. ¿Cuál será su utilidad? **25**. ¿Es mayor o menor que la utilidad que obtendría si se quedara en casa? **Mayor**.

(b) Juan ha observado que la cerveza le produce un efecto extraño. Cambia su función de utilidad. Cuando bebe más cerveza, parece que tiene más sed y se olvida de los costes que tendrá para él a la mañana siguiente. De hecho, dado cualquier número de cervezas t, después de beber t cervezas, su función de utilidad de beber un *total* de x cervezas se convierte en $U_t(x) = (10 + t)x - x^2$. Por ejemplo, después de beber 5 cervezas, la utilidad que obtiene bebiendo un total de x cervezas es $15x - x^2$ y la utilidad marginal que obtiene bebiendo más cerveza es **$15 - 2x$**. Como esta utilidad marginal es positiva cuando $x = 5$, decidirá beber más de 5 cervezas. ¿Cuántas debe beber para que la utilidad marginal de beber más sea cero? **10**. Supongamos que antes de ir a la fiesta, Juan sabe que el número de cervezas que bebería no es el que su yo sobrio le dice que es el óptimo sino que bebería hasta que sus preferencias alteradas por la cerveza le dijeran que lo dejara. Utilizando sus preferencias sobrias, ¿qué utilidad espera obtener si va a la fiesta? **0**. ¿Obtendría mejores resultados si se quedara tranquilamente en casa esa tarde? **Sí**.

30.4 (1) Una enfermedad rara, pero mortal, aflige a 1 persona de cada 100.000. Los investigadores han desarrollado una poderosa prueba de diagnóstico para detectar esta enfermedad. Todo el que la padece da positivo. El 99% de los que no tienen la enfermedad da negativo y el 1% da positivo. Arnaldo Dilema fue sometido a esta prueba durante una revisión médica rutinaria y dio positivo. Arnaldo estaba horrorizado.

(a) Arnaldo se ha informado sobre una operación quirúrgica existente. Su seguro cubrirá los costes de esta operación. La operación erradicaría, desde luego, la enfermedad si la tiene, pero independientemente de que la tenga o no, hay una probabilidad de 1/200 de que no sobreviva a la intervención. Antes de hacer cálculos detallados, ¿crees que si se sometiera a la operación, aumentarían sus probabilidades totales de supervivencia? **Su respuesta**.

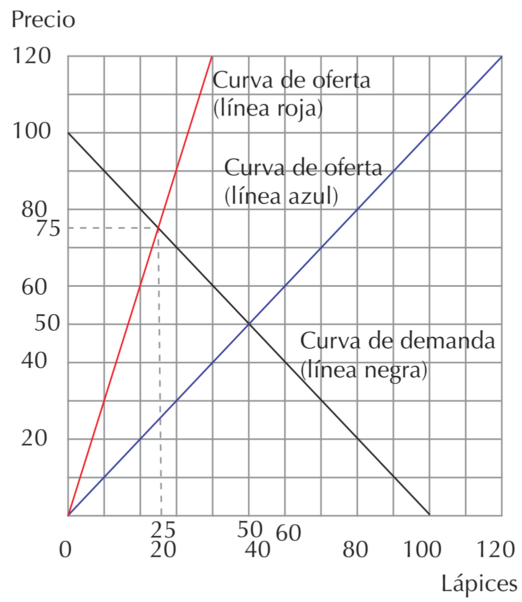
(b) Para hallar la probabilidad de que Arnaldo tenga realmente la enfermedad, dado que da positivo en la prueba, hagamos el siguiente razonamiento. La enfermedad aflige a 1 persona de cada 100.000, por lo que en una población de 1 millón de personas, cabe suponer que el número de personas que padecen la enfermedad es de alrededor de **10**. Supongamos que se realiza la prueba al millón de personas. Dado que un 1% de los que no tienen la enfermedad dará positivo, es de suponer que el número total de personas que darán positivo será de alrededor de **10.000**. Por lo tanto, de todas las personas que dan positivo en la prueba, la proporción que la tiene realmente es **1/1.000**. Así pues, dado que Arnaldo da positivo en la prueba, ¿qué probabilidades hay de que padezca la enfermedad? **1/1.000**. ¿Mejoraría su probabilidad de supervivencia si se sometiera a la operación? Explica tu respuesta. **No, si se somete a la operación, muere con una probabilidad de 1/200. Si no se somete a la operación, muere con una probabilidad de 1/1.000**.

(c) Supongamos que esta enfermedad aflige a una persona de cada 10.000 en lugar de una de cada 100.000. En ese caso, si Arnaldo diera positivo en la prueba, ¿qué probabilidades habría de que tuviera la enfermedad? **1/100**. ¿Mejoraría en ese caso su probabilidad de supervivencia sometiéndose a la intervención? **Sí**.

30.5 (2) Algunos economistas han encontrado pruebas experimentales de la existencia de diferencias sistemáticas entre la cantidad que la gente está dispuesta a pagar por un objeto y la que tendría que pagársele para que renunciara a él, si fuera suyo. Se conoce con el nombre de «efecto de dotación».

Daniel McFadden, profesor de la Universidad de California, ideó un experimento de clase para comprobar el efecto de dotación. Dividió aleatoriamente a los estudiantes de una clase numerosa en dos grupos del mismo tamaño. Entregó a los estudiantes de uno de los grupos un lápiz con el nombre de la clase en relieve. A continuación organizó un mercado de lápices. Pidió a cada uno de los estudiantes que habían recibido un lápiz que anotaran en un papel el precio más bajo al que venderían el lápiz y a los estudiantes que no tenían lápiz que anotaran el precio más alto que estarían dispuestos a pagar por uno. El profesor les dijo que construiría una «curva de oferta» ordenando las ofertas de menor a mayor y una «curva de demanda» ordenando las pujas de mayor a menor. El precio de equilibrio es el precio en el que se cortan las curvas de oferta y de demanda. Los compradores que ofrecieran al menos el precio de equilibrio recibirían un lápiz al precio de equilibrio y los vendedores que se ofrecieran a vender a precios iguales o inferiores al de equilibrio recibirían el precio de equilibrio por su lápiz. Con estas reglas, a todos los estudiantes les interesa hacer una oferta igual al verdadero valor que tiene el lápiz para ellos.

(a) McFadden observó que como los estudiantes que recibían lápices se habían seleccionado aleatoriamente, era de suponer que la distribución de la disposición a pagar por tener un lápiz de los estudiantes que habían recibido un lápiz fuera similar a la de los estudiantes que no habían recibido un lápiz. Si no se produce un efecto de dotación, el precio más bajo al que el propietario de un lápiz está dispuesto a venderlo es igual al precio más alto que pagaría por un lápiz. Como las preferencias de los dos grupos son aproximadamente iguales, es de esperar que en condiciones de equilibrio una vez comprados y vendidos los lápices, el número de lápices que tienen los estudiantes a los que no se les dio ninguno sea más o menos igual al número de lápices que tienen los que recibieron uno. Si eso es así, ¿qué proporción de los que no tienen lápiz compran uno? **La mitad**. ¿Qué proporción de los que tienen un lápiz lo venderían? **La mitad**. ¿Qué proporción del número total de lápices repartidos se intercambiaría? **La mitad**.

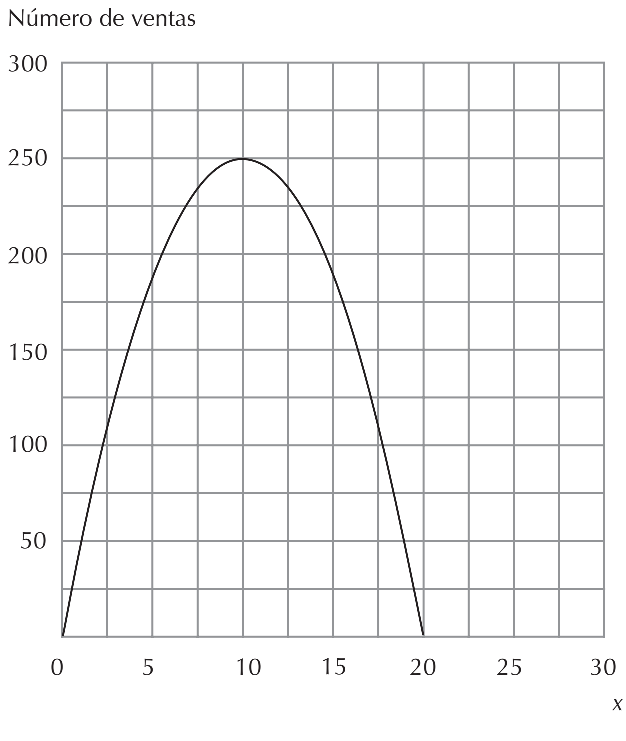


(b) En la clase del profesor McFadden, el número de lápices intercambiados resultó ser mucho menor que el que se esperaría sin un efecto de dotación. Un ejemplo mostrará cómo podría explicar un efecto de dotación esta diferencia. Consideremos una clase de 200 estudiantes divididos aleatoriamente en dos grupos de 100. Antes de repartir los lápices, la distribución de la disposición de los estudiantes a pagar por tener los lápices es la misma dentro de cada grupo. En concreto, para un precio cual-

quiera P (expresado en euros) comprendido entre 0 y 100, el número de estudiantes de cada grupo que están dispuestos a pagar P o más por un lápiz es $100 - P$. Supongamos que no hay ningún efecto de dotación. La curva de demanda de los que no tienen lápices viene dada por la ecuación $D(p) =$ **$100 - P$**. En la figura adjunta, traza en color negro la curva de demanda. Los estudiantes que tienen lápices tienen 100 lápices. Si tienen las mismas preferencias que los que no tienen lápices, al precio p querrán quedarse con $D(P)$ lápices para ellos. El número que ofrecerán es, pues, $S(P) = 100\ D(p)$. Introduciendo la expresión de $D(P)$ obtenida antes, esta expresión se simplifica a $S(P) =$ **P**. Traza en el gráfico adjunto la curva de oferta en color azul. La oferta es igual a la demanda cuando el precio P es **50** y el número intercambiado de lápices es **50**.

(c) Supongamos que hay un efecto de dotación que funciona de la manera siguiente: los estudiantes que tienen un lápiz se encariñan con él una vez que lo reciben. El precio más bajo que aceptará cualquiera que tenga un lápiz es el triple de la cantidad que estaba dispuesto a pagar antes de recibir el lápiz. Muestra en la figura en color rojo la curva de oferta de lápices, dado este efecto de dotación. ¿Cuál es la ecuación de esta curva de oferta de color rojo? $S(p) =$ **$p/3$**. Suponiendo que la curva de demanda de los estudiantes que no tienen un lápiz no varía, ¿cuál es el precio de equilibrio competitivo de los lápices? **75**. ¿Cuál es el número intercambiado de lápices de equilibrio? **25**.

30.6 (2) Marcos Téllez trabaja para Mermeladas Dulzonas y está preparando un puesto de degustación en un supermercado para exponer los numerosos productos que ofrece la empresa. Su jefa, Blanca Reina criticó su presentación anterior y le dijo: «¡Mermelada a mi izquierda, mermelada a mi derecha, pero nunca delante de mí!». Ahora se siente, pues, muy presionado para hacerlo bien. Ha contratado a un caro consultor económico que ha descubierto que si se exponen x tipos de mermelada, la probabilidad de que se detenga una persona que pase por delante y mire viene dada por $\max\{x/20, 1\}$. Además, si se para una persona y mira, la probabilidad de que compre viene dada por $\max\{1 - (x/20), 0\}$.



(a) Si se exponen x tipos de mermelada y pasan por delante 1.000 personas, ¿cuántas se pararán, en promedio, a mirar? **$50x$ si $x \leq 20$, 1.000 si $x > 20$**.

(b) Si se exponen x tipos de mermelada, ¿cuántas de las personas que pasen por delante comprarán realmente mermelada? **$(1 - (x/20))50x = 50x - 5x^2/2$**.

(c) Representa en el gráfico de la página anterior las ventas en función de x.

(d) Si Marcos elige el valor de x que maximiza las ventas, ¿qué valor debe elegir? **$x = 10$**.

(e) ¿Cuántos frascos de mermelada vende? **$50 \times 10 - 5 \times 100/2 = 250$ frascos**.

30.7 (2) Carlos Cinca tiene que abandonar la ciudad rápidamente y no se puede llevar el coche. Como no tiene tiempo de buscar otro comprador, debe vendérselo a su vecina Jara Jareño o destrozarlo. Carlos y Jara saben ambos que el coche vale 500 euros para Jara. No hay tiempo para negociar. Jara debe hacer una oferta por el coche y Carlos debe decidir si se lo vende a ella a ese precio o lo destroza. Jara no siente ninguna lástima por Carlos y su dilema, pero sí sabe que Carlos tiene carácter y teme que si le ofrece demasiado poco, se enfade y destroce el coche. En concreto, cree que la probabilidad de que Carlos le venda el coche es $x/500$ para cualquier $x \leq 500$ euros. Jara se da cuenta de que si puede comprar el coche por x euros, su beneficio será igual a 500 euros – x, pero si él destroza el coche, su beneficio es cero.

(a) Formula una expresión del beneficio esperado de Jara en función de x. **$(500 - x)x/500$ para $x \leq 500$**. ¿Qué precio debe ofrecer a Carlos para maximizar su beneficio esperado? **250** euros.

(b) Supongamos que Jara piensa que Carlos está seguro de que venderá el coche si ella le ofrece más de 300 euros y que la probabilidad de que Carlos le venda el coche es igual a $x/300$ para $x \leq 300$.

(c) Formula una expresión del beneficio esperado de Jara en función de x. **$(500 - x)x/300$ para $x \leq 300$**. ¿Qué precio debe ofrecer ella para maximizar su beneficio esperado? **200 euros**.

(d) Supongamos que Jara piensa que Carlos está seguro de que venderá el coche si ella le ofrece más de 200 euros y que la probabilidad de que Carlos le venda el coche es igual a $x/200$ para $x \leq 200$. ¿Qué precio debe ofrecerle para maximizar su beneficio esperado? **200 euros**.

30.8 (1) Un grupo de personas tiene la posibilidad de participar en el juego siguiente. Cada miembro del grupo elige un número comprendido entre 0 y 100. Hay una gran recompensa para aquel cuya respuesta se acerque más a 2/3 de la respuesta media de los demás miembros del grupo.

(a) Samuel Serrano piensa que los demás participantes en el juego son realmente estúpidos. Cree que elegirán números comprendidos entre 0 y 100 aleatoriamente, con un valor esperado de 50. Samuel maximizará sus ganancias esperadas eligiendo un número cercano a **$33{,}3 = 50 \times 2/3$**.

(b) Olga Ontañón se da cuenta de que la media no puede ser superior a 100 y, por lo tanto, la mitad de la media no puede ser superior a 50. Cree que los demás miembros del grupo son más o menos tan

listos como Samuel Serrano. Dado que estas personas elegirán números cercanos a **33,3**, Olga elegirá un número cercano a **22,2**.

(c) Tania Tobar piensa que nadie podría ser tan estúpido como Samuel Serrano, pero que todos los demás razonarán exactamente igual que Olga. Tania se da cuenta, sin embargo, de que si todos los demás actúan como Olga, ella no debería hacer lo mismo que Olga sino elegir un número cercano a **14,8**.

(d) Raquel Racional observa que Samuel, Olga y Tania piensan todos ellos que son más listos que el resto. Se pregunta: «¿Qué número elegiría si pensara que todo el mundo razona de la misma forma que yo?» ¿Para qué valor de x es cierto que $x = 2X/3$? $\boldsymbol{x = 0}$.

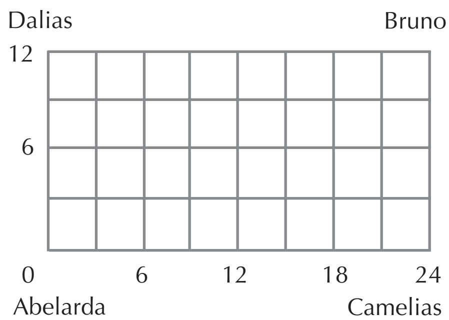
(e) Este juego se conoce con el nombre de «juego del concurso de belleza» y se ha realizado en numerosos experimentos de laboratorio de economía. También han participado en él varios miles de personas que respondieron a las preguntas realizadas en tres concursos independientes llevados a cabo por el diario económico *Spektrum der Wissenshaft*, la edición alemana de *Scientific American*. Se pidió a los lectores que dijeran un número entre 0 y 100 y se ofreció un premio al número que más se acercara a 2/3 de la media. Este juego también se ha realizado en experimentos de laboratorio con grupos de estudiantes universitarios de Cal Tech y de UCLA, estudiantes de Alemania y Singapur, alumnos de secundaria, el patronato de Cal Tech y gestores de cartera. En estos experimentos, normalmente sólo una pequeña proporción de los participantes responde con números de 50 o más. En los gráficos que muestran las frecuencias de las respuestas posibles, hay saltos en 33,3, en 22,2 y un pequeño aumento en cero. El número medio seleccionado por los lectores de *Spektrum der Wissenschaft* fue 22,08. Las puntuaciones medias de los distintos grupos de laboratorio son muy distintas; van desde un mínimo de 21,9 hasta un máximo de 46,1. ¿Qué grupo de laboratorio crees que eligió el número más bajo? **Los estudiantes universitarios de Cal Tech** (para obtener más información sobre este juego, a qué se debe su nombre y qué resultados obtuvo cada uno de los grupos, véase «Progress in Behavioral Carne Theory», artículo publicado en *Journal of Economic Perspectives* en otoño de 1997 por Colín Camerer, profesor de Cal Tech).

31 El intercambio

Introducción

La *caja de Edgeworth* es una herramienta excepcional. Contiene una asombrosa cantidad de información almacenada en unas cuantas líneas, unos cuantos puntos y unas cuantas curvas. De hecho, podemos utilizar una caja de Edgeworth para mostrar casi todo lo que hay que saber sobre el caso de dos comerciantes que intercambian dos bienes. Los economistas saben que el mundo real consta de más de dos personas y de más de dos bienes, pero resulta que los conocimientos adquiridos con este modelo se extienden de manera muy adecuada al caso de muchos bienes y de muchos individuos. Así que para el propósito de introducir el tema del equilibrio en el intercambio puro, la caja de Edgeworth es precisamente el instrumento idóneo. Comencemos con el ejemplo de dos jardineros que mantienen relaciones comerciales. Para sacarle el máximo partido posible a este ejemplo rellena el cuadro conforme vayas leyéndolo.

Ejemplo: Abelarda y Bruno consumen dos bienes, camelias y dalias. Abelarda dispone de 16 camelias y 4 dalias. Bruno tiene 8 camelias y 8 dalias. No consumen otros bienes y sólo comercian el uno con el otro. Para describir las posibles asignaciones de las flores, vamos a dibujar primero un rectángulo cuya base sea igual al número total de camelias y cuya altura sea igual al número total de dalias que ambos poseen entre los dos. La base de la caja es, por lo tanto, 16 + 8 = 24 y la altura de la caja es 4 + 8 = 12.



Cualquier posible asignación de las flores entre Abelarda y Bruno está totalmente representada por un único punto en la caja. Consideremos por ejemplo la asignación en la que Abelarda tiene la cesta de consumo (15, 9) y Bruno tiene la cesta de consumo (9, 3). Esta asignación está representada por el punto A = (15, 9) en la caja de Edgeworth, que debes representar. La distancia 15 desde A hasta el lado izquierdo de la caja representa el número de camelias de Abelarda y la distancia 9 desde A hasta la base de la caja representa el número de dalias de Abelarda. Este mismo punto permite determinar también el consumo de camelias y de dalias de Bruno. La distancia 9 desde A hasta el lado derecho de la caja representa el número de camelias consumidas por Bruno y la distancia desde A hasta el techo de la caja representa el número de dalias consumidas por Bruno. Como la base de la caja corresponde a la oferta total de camelias y la altura de la caja corresponde a la oferta total de dalias, estas convenciones nos aseguran que cualquier punto de la caja representa una asignación posible de la oferta total de camelias y de dalias.

También es útil identificar la asignación inicial en la caja de Edgeworth, que, en este caso, es el punto $E = (16, 4)$. Supongamos ahora que la función de utilidad de Abelarda es $U(c, d) = c + 2d$ y que la función de utilidad de Bruno es $U(c, d) = cd$. Las curvas de indiferencia de Abelarda serán líneas rectas con pendiente $-1/2$. La curva de indiferencia que atraviese su dotación inicial será, por ejemplo, una línea que vaya desde el punto (24, 0) al punto (0, 12). Como Bruno tiene una función de utilidad Cobb-Douglas, sus curvas de indiferencia están representadas por hipérboles rectangulares, pero como las cantidades de Bruno están medidas a partir de la esquina superior derecha de la caja, estas curvas de indiferencia estarán vueltas del revés como en los diagramas de la caja de Edgeworth de tu libro de texto.

El *conjunto de Pareto* o *curva de contrato* es el conjunto de puntos en los cuales las curvas de indiferencia de Abelarda son tangentes a las de Bruno. Habrá tangencia si las pendientes son las mismas. La pendiente de la curva de indiferencia de Abelarda es $-1/2$ en cualquier punto y la pendiente de la curva de indiferencia de Bruno depende de la cantidad consumida de los dos bienes. Si Bruno consume la cesta (c_B, d_B), la pendiente de su curva de indiferencia es igual a la relación marginal de sustitución, que es $-d_B/c_B$. Por lo tanto, las curvas de indiferencia de Abelarda y de Bruno serán tangentes en el punto en el cual $-d_B/c_B = -1/2$. Así que el conjunto de Pareto en este ejemplo coincide con la diagonal de la caja de Edgeworth.

En algunos problemas te pedimos que halles un equilibrio competitivo. En el caso de una economía formada por dos bienes, suele ser útil el siguiente procedimiento para calcular los precios y las cantidades de equilibrio.

- Dado que la demanda de cualquiera de los dos bienes sólo depende del cociente entre los precios del bien 1 y del 2, es útil suponer que el precio del bien 1 es igual a 1 y definir p_2 como el precio del bien 2.
- Suponiendo que el precio del bien 1 es igual a 1, se calcula la demanda de consumo del bien 2 en función de p_2.
- Se formula una ecuación que plantea que la cantidad total del bien 2 demandada por todos los consumidores es igual al total de dotaciones iniciales del bien 2 de todos los participantes.
- Se despeja en esta ecuación el valor de p_2 con el que la demanda del bien 2 es igual a su oferta (cuando la oferta del bien 2 es igual a su demanda, también debe ser cierto que la oferta de l bien 1 es igual a su demanda).
- Se introduce el precio en las funciones de demanda para hallar las cantidades.

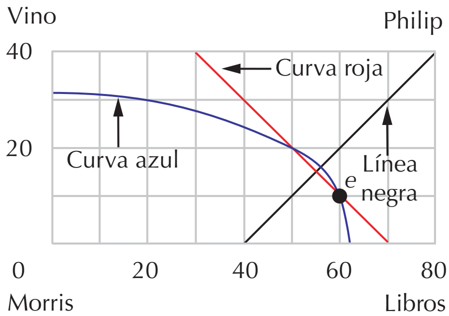
Ejemplo: La función de utilidad de Francis es $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ y la de Marga es $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. La dotación inicial de Francis es de 0 unidades del bien 1 y 10 del bien 2. La de Marga es de 20 unidades del bien 1 y 5 del bien 2. Hallemos un equilibrio competitivo para Marga y Francis.

Sea $p_1 = 1$ y hallemos las funciones de demanda del bien 2 por parte de Francis y Marga en función de p_2. Utilizando las técnicas aprendidas en el capítulo 6, observamos que la función de demanda del bien 2 por parte de Francis es $m/2p_2$, donde m es su renta. Dado que su dotación inicial es de 0 unidades del bien 1 y la del 2, su renta es 10 p_2. Por lo tanto, su demanda del bien 2 es 10 $p_2/2p_2 = 5$. Como los bienes 1 y 2 son complementarios perfectos para Marga, decidirá consumir en algún punto en el que $x_1 = x_2$. Este hecho, junto con su restricción presupuestaria, implica que su función de demanda del bien 2 es $m/(1 + p_2)$. Como su dotación es de 20 unidades del bien 1 y 5 del 2, su renta es $20 + 5p_2$. Por lo tanto, al precio p_2, su demanda es $(20 + 5p_2)/(1 + P_2)$. La suma de las demandas del bien 2 por parte de Francis y de Marga es $5 + (20 + 5p_2)/(1 + p_2)$. La oferta total del bien 2 es la dotación de 10 unidades de Francis más la dotación de 5 unidades de Marga, lo que hace un total de 15 unidades. Por lo tanto, la demanda es igual a la oferta cuando

$$5 + \frac{(20 + 5p_2)}{(1 + p_2)} = 15.$$

Resolviendo esta ecuación, observamos que el precio de equilibrio es $p_2 = 2$. Al precio de equilibrio, Francis demandará 5 unidades del bien 2 y Marga demandará 10.

31.1 (0) Mauricio Zapo y Patricio Seta consumen vino y libros. Mauricio tiene una dotación inicial de 60 libros y 10 botellas de vino. Patricio tiene una dotación inicial de 20 libros y 30 botellas de vino. No disponen de otros bienes y no comercian con nadie más que el uno con el otro. Para Mauricio un libro y una botella son sustitutivos perfectos. Su función de utilidad es $U(l, v) = l + v$, donde l es el número de libros que consume y v es el número de botellas de vino que consume. Las preferencias de Patricio son más sutiles y convexas. Tiene una función de utilidad Cobb-Douglas, $U(l, v) = lv$. En la caja de Edgeworth que facilitamos, el consumo de Mauricio se mide a partir de la esquina inferior izquierda y el de Patricio está medido a partir de la esquina superior derecha de la caja.



(a) Determina en este diagrama la dotación inicial y denomínala con la letra *D*. Dibuja en color rojo una de las curvas de indiferencia de Mauricio Zapo que atraviese su dotación inicial y en color azul una curva de indiferencia de Patricio Seta que atraviese su dotación inicial. (Recuerda que para Patricio las cantidades están medidas a partir de la esquina superior izquierda, así que sus curvas de indiferencia están «vueltas del revés».)

(b) En correspondencia con cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto en la cual ambas personas consumen cantidades positivas de ambos bienes, se tiene que cumplir que sus relaciones marginales de sustitución sean iguales. Independientemente de la cantidad que consuma, la relación marginal de sustitución de Mauricio es igual a **–*l*.** Si Patricio consume la cesta (l_p, v_p), su relación marginal de sustitución es $-v_p/l_p$. Por lo tanto, toda asignación eficiente en el sentido de Pareto en la cual ambos consumen cantidades positivas de ambos bienes, satisface la ecuación $v_p = l_p$. Representa en el diagrama anterior en color negro, la localización geométrica de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.

(c) En un equilibrio competitivo, tiene que darse que Mauricio consuma cantidades positivas de libros y cantidades positivas de botellas de vino. No obstante, para que esto sea así, tiene que darse que la relación entre el precio del vino y el precio de los libros sea igual a **1**. Por lo tanto, sabemos que si consideramos los libros como el bien *numerario,* entonces el precio del vino en un equilibrio competitivo tiene que ser igual a **1**.

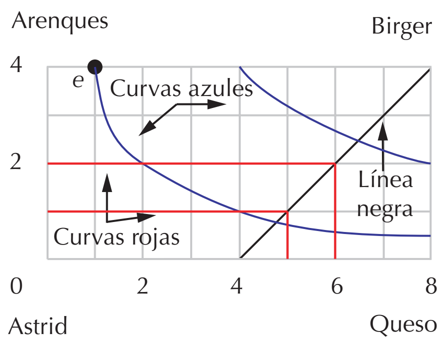
(d) En los precios de equilibrio que determinaste en el último apartado de la pregunta anterior, ¿cuál es el valor de la dotación inicial de Patricio Seta? **50**. Dados estos precios, Patricio elegirá consumir **25** libros y **25** botellas de vino. Si Mauricio Zapo consume todos los libros y todo el vino que Patricio no consume, consumirá **55** libros y **15** botellas de vino.

(e) Dados los precios de equilibrio competitivo que has determinado anteriormente, los ingresos de Mauricio son **70**. Por lo tanto, a estos precios, la suma que Mauricio tiene que pagar para consumir todos los libros y todo el vino que Patricio no consume es (igual, superior o inferior) **igual** a sus ingresos. Dados estos precios, ¿puede Mauricio adquirir una cesta de consumo que prefiera a la cesta de consumo (55, 15)? **No**.

(f) Supongamos que una economía consistiera de 1.000 personas exactamente iguales a Mauricio y 1.000 personas exactamente iguales a Patricio. Cada una del tipo Mauricio tiene la misma dotación que Mauricio y los mismos gustos y cada una del tipo Patricio tiene la misma dotación que Patricio y los mismos gustos. ¿Continuarían siendo los precios competitivos que determinaste anteriormente para Mauricio y para Patricio un equilibrio competitivo? **Sí**. Si cada una del tipo Mauricio y cada una del tipo Patricio se comportara de la misma manera que Mauricio y Patricio lo hicieron anteriormente, ¿sería la oferta del vino y de los libros igual a la demanda? **Sí**.

31.2 (0) Consideremos una pequeña economía de intercambio puro entre dos consumidores, Ataúlfo y Begoña, y dos bienes, arenques y queso. La dotación inicial de Ataúlfo es de 4 unidades de arenque y 1 unidad de queso y la asignación inicial de Begoña es de 0 unidades de arenques y 7 unidades de queso. La función de utilidad de Ataúlfo es $U(A_A, Q_A) = A_A, Q_A$. Begoña es una persona más inflexible. Su función de utilidad es $U(A_H, Q_B) = \min\{A_B, Q_B\}$. (Aquí A_A y Q_A representan las cantidades de arenque y de queso de Ataúlfo y A_B y Q_B representan las cantidades de arenque y de queso de Begoña.)

(a) Dibuja una caja de Edgeworth que muestre las asignaciones iniciales y representa unas cuantas curvas de indiferencia. Mide el consumo de Ataúlfo a partir de la esquina inferior izquierda y el de Begoña a partir de la esquina superior derecha. Dibuja en tu caja de Edgeworth dos curvas de indiferencia para cada una de las personas, las de Ataúlfo en color azul y las de Begoña en color rojo.



(b) Representa en color negro la localización geométrica de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. (Pista: dado que la curva de indiferencia de Begoña tiene un vértice, el cálculo de la derivada no nos será de mucha utilidad en este caso. Pero observa que debido a que la demanda de Begoña de los dos bienes tiene proporciones fijas, no sería eficiente darle a Begoña una cantidad positiva de cualquiera de los dos bienes si no dispone de esta misma cantidad del otro bien. ¿Qué te dice esto sobre cuál tiene que ser la localización de los puntos eficientes en el sentido de Pareto?) **Las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto se encuentran en la línea que tiene pendiente 1 y que parle de la esquina de la caja que es el origen de las curvas de Begoña**.

(c) Sea el queso el numerario (cuyo precio es 1) y p el precio de los arenques. Formula una expresión de la cantidad de arenques que demandará Begoña a estos precios. $\mathbf{7/(p + 1)}$ (Pista: como Begoña al principio tiene 7 unidades de queso y ningún arenque y como el queso es el numerario, el valor de su dotación inicial es 7. Si el precio de los arenques es p, ¿cuántas unidades de arenques elegirá para maximizar su utilidad sujeta a su restricción presupuestaria?)

(d) ¿Cuál es el valor de la dotación inicial de Ataúlfo donde el precio de l queso es 1 y p es el precio de los arenques? $\mathbf{1 + 4p}$. ¿Cuántos arenques demandará Ataúlfo al precio p? $\mathbf{2 + (1/2p)}$.

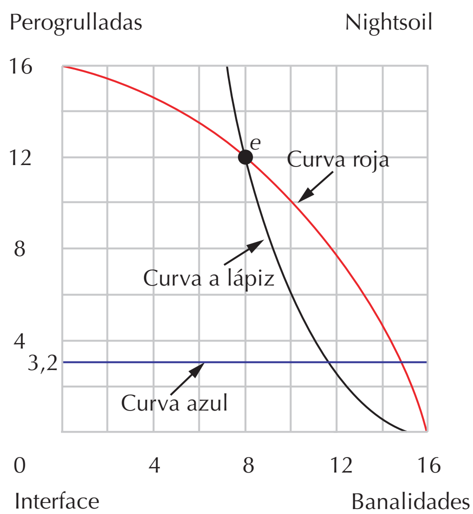
31.3 (0) El vicedecano Foster Z. Interface y el profesor J. Fetid Nightsoil intercambian perogrulladas y banalidades. Cuando el vicedecano Interface consume P_1 perogrulladas y B_1 banalidades, su utilidad viene dada por

$$U_1(B_1, P_1) = B_1 + 2\sqrt{P_1}.$$

Cuando el profesor Nightsoil consume PN perogrulladas y BN banalidades, su utilidad viene dada por

$$U_N(B_N, P_N) = B_N + 4\sqrt{P_N}.$$

La dotación inicial del vicedecano Interface es de 12 perogrulladas y 8 banalidades. La del profesor Nightsoil es de 4 perogrulladas y 8 banalidades.



(a) Si el vicedecano Interface consume P_1 perogrulladas y B_1 banalidades, su relación marginal de sustitución será $\boldsymbol{-P_1^{-1/2}}$. Si el profesor Nightsoil consume P_N perogrulladas y B_N banalidades, su relación marginal de sustitución será $\boldsymbol{-2P_N^{-1/2}}$.

(b) En la curva de contrato la relación marginal de sustitución del vicedecano Interface es igual a la del profesor Nightsoil. Escribe una ecuación que establezca esta condición. $\boldsymbol{\sqrt{p_1} = \sqrt{p_N}/2}$. Esta ecuación es particularmente sencilla porque la relación marginal de sustitución de cada persona depende solamente de su consumo de perogrulladas y no de su consumo de banalidades.

(c) Partiendo de esta ecuación podemos ver que P_1, P_N = **1/4** para todos los puntos de la curva de contrato. De este modo obtenemos una ecuación con dos incógnitas P_1 y P_N.

(d) Pero también sabemos que a lo largo de la curva de contrato se tiene que cumplir que $P_1 + P_N =$ **16**, porque el consumo total de perogrulladas tiene que ser igual a la dotación total de perogrulladas.

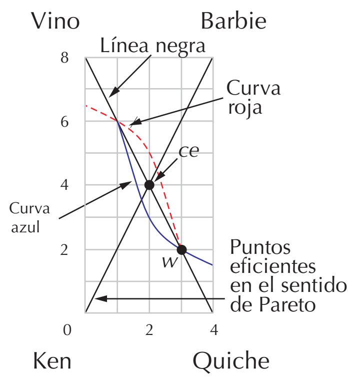
(e) Resolviendo este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, hallamos que en todos los puntos de la curva de contrato, P_1 y P_N son constantes e iguales respectivamente a $\boldsymbol{P_1 = 3{,}2}$ y a $\boldsymbol{T_N = 12{,}8}$.

(f) En la caja de Edgeworth, indica la dotación inicial con la letra *D*. Representa con color negro alguna curva de indiferencia del vicedecano Interface y con color rojo alguna curva de indiferencia del profesor Nightsoil. Señala con color azul la localización geométrica de los puntos eficientes en el sentido de Pareto. La curva de contrato es una línea (vertical) (horizontal) (diagonal) **horizontal** en la caja de Edgeworth.

(g) Determina el precio y las cantidades correspondientes al equilibrio competitivo. Es posible determinar el precio de equilibrio porque conocemos los relaciones marginales de sustitución que corresponden a la eficiencia en el sentido de Pareto. $\boldsymbol{P_1 = 3{,}2}$, $\boldsymbol{P_N = 12{,}8}$**, precio 1 de las perogrulladas/precio de las banalidades =** $\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{3{,}2}}}$.

31.4 (0) Tenemos una pequeña economía de intercambio puro que consta de sólo dos consumidores que se llaman Pin y Pon, y dos bienes, bizcocho y vino. La dotación inicial de Pin es de 3 unidades de bizcocho y 2 unidades de vino y la dotación inicial de Pon es de 1 unidad de bizcocho y 6 unidades de vino. Pin y Pon tienen idénticas funciones de utilidad. Expresamos la función de utilidad de Pin como $U(B_K, V_K) = B_K V_K$ y la función de utilidad de Pon como $U(B_B, V_B) = B_B V_B$, donde B_K y V_K son las cantidades de bizcocho y de vino de Pin y B_B y V_B son las cantidades de bizcocho y de vino de Pon.

(a) Dibuja en el espacio siguiente una caja de Edgeworth que ilustre esta situación. Representa el bizcocho en el eje horizontal y el vino en el eje vertical. Mide los bienes de Pin a partir de la esquina inferior izquierda de la caja y los bienes de Pon a partir de la esquina superior derecha. (Asegúrate de que igualas la base de la caja con la oferta total de bizcochos y la altura de la caja con la oferta total de vino.) Representa la asignación inicial en tu caja e indícala con la letra *W*. A los lados de la caja indica las cantidades de bizcocho y de vino correspondientes a la dotación inicial de cada uno de los dos consumidores.



(b) Dibuja en color azul una curva de indiferencia de Pin que represente las asignaciones en las cuales su nivel de utilidad es igual a 6. En color rojo dibuja una curva de indiferencia de Pon que represente las asignaciones en las cuales su nivel de utilidad sea igual a 6.

(c) En correspondencia con cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto en la cual ambos consumen cantidades positivas de ambos bienes, la relación marginal de sustitución entre el bizcocho y el vino de Pin tiene que ser igual a la de Pon. Escribe una ecuación que establezca esta condición relativa al consumo de cada bien por parte de cada persona. $\boldsymbol{V_B/B_B = V_K/B_K}$.

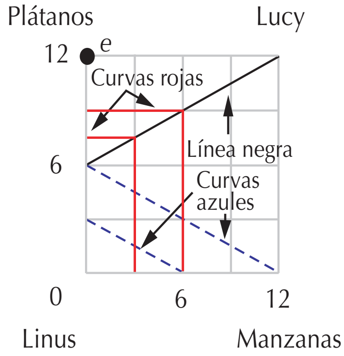
(d) Representa en tu gráfico la localización geométrica de las asignaciones que son eficientes en el sentido de Pareto. (Pista: si las dos personas tienen cada una que consumir los dos bienes en la misma proporción la una que la otra y si las dos juntas tienen que consumir doble cantidad de vino que de bizcocho, ¿cuál tiene que ser esta proporción?)

(e) En este ejemplo, en correspondencia con cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto, en la cual ambas personas consumen cantidades positivas de ambos bienes, la pendiente de la curva de indiferencia de Pin será **–2**. Por lo tanto, como sabemos que el equilibrio competitivo tiene que ser eficiente en el sentido de Pareto, sabemos que en un equilibrio competitivo, $P_B/P_V =$ **2**.

(f) En condiciones de equilibrio competitivo, la cesta de consumo de Pin debe ser **2 bizcochos, 4 botellas vino**. ¿Y la cesta de consumo de Pon? **2 bizcochos, 4 botellas vino**. (Pista: anteriormente has determinado los precios del equilibrio competitivo. Conoces la dotación inicial de Pin y conoces los precios de equilibrio. En equilibrio, los ingresos de Pin tendrán que ser iguales al valor de su dotación a los precios de equilibrio. Conociendo sus ingresos y los precios puedes calcular su demanda en el equilibrio competitivo. Después de determinar el consumo de Pin y sabiendo que el consumo total de Pin y de Pon es igual a la suma de sus dotaciones, debería ser fácil de terminar el consumo de Pon.)

(g) En la caja de Edgeworth de Pin y Pon, representa la asignación que corresponde al equilibrio competitivo y traza la recta presupuestaria competitiva de Pin (en color negro).

31.5 (0) La función de utilidad de Líneo Seguido es $U(a, b) = a + 2b$, donde a representa su consumo de albaricoques y b representa su consumo de bananas. La función de utilidad de Lucinda Torcida es $U(a, b) = \min\{a, 2b\}$. Lucinda disponía inicialmente de 12 albaricoques y ninguna banana. En la caja de Edgeworth adjunta, los bienes de Lucinda están medidos a partir de la esquina superior derecha de la caja y los bienes de Líneo están medidos a partir de la esquina inferior izquierda. Señala en el gráfico el punto correspondiente a la dotación inicial con la letra *D*. Dibuja dos curvas de indiferencia de Lucinda en color rojo y dos curvas de indiferencia de Líneo en color azul. Traza en color negro una línea que atraviese todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.



(a) En esta economía, en un equilibrio competitivo, la relación del precio de los albaricoques con respecto al precio de las bananas tiene que ser **1/2**.

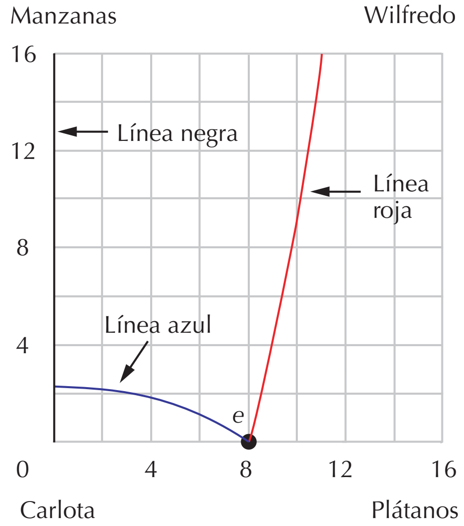
(b) Digamos que a_S representa el consumo de Líneo de albaricoques y que b representa su consumo de bananas. En un equilibrio competitivo, el consumo de Líneo tendrá que ser compatible con su restricción presupuestaria, a_S + **2**b_S = **24**. De este modo obtenemos una ecuación con dos incógnitas. Para determinar una segunda ecuación consideremos el consumo de Lucinda. En un equilibrio competitivo, el consumo total de albaricoques tiene que ser igual a la oferta total de albaricoques y el consumo total de bananas tiene que ser igual a la oferta total de bananas. Por lo tanto, Lucinda consumirá 12 – a_S albaricoques y **12** – b_S bananas. En equilibrio competitivo, la cesta de consumo elegida por Lucinda coincide con un vértice de su curva de indiferencia y estos vértices corresponden a las cestas de consumo en las cuales Lucinda consume **2** albaricoques por cada banana que consume. Por lo tanto, sabemos que $\frac{12-a_S}{12-b_S} = \mathbf{2}$.

(c) Puedes resolver las dos ecuaciones que has determinado para calcular las cantidades de albaricoques y bananas consumidas por Lucinda y Líneo que corresponden al equilibrio competitivo. Líneo consumirá **6** unidades de albaricoques y **9** unidades de bananas. Lucinda consumirá **6** unidades de albaricoques y **3** unidades de bananas.

31.6 (0) Consideremos una economía de intercambio puro con dos consumidores y dos bienes. Dadas unas asignaciones eficientes en el sentido de Pareto es sabido que ambos consumidores están consumiendo ambos bienes y que el consumidor *A* tiene una relación marginal de sustitución entre los dos bienes consumidos igual a –2. ¿Cuál es la relación marginal de sustitución entre esos dos bienes del consumidor B? **–2**.

31.7 (0) A Carlota le encantan los albaricoques y detesta las bananas. Su función de utilidad es $U(a, b) = a - \frac{1}{4}b^2$, donde a es el número de albaricoques que consume y b es el número de bananas que consume. A Wilfredo le gustan tanto los albaricoques como las bananas. Su función de utilidad es $U(a, b)$ = a + $2\sqrt{b}$. Carlota tiene una dotación inicial de 0 albaricoques y 8 bananas. Wilfredo tiene una dotación inicial de 16 albaricoques y 8 bananas.

(a) En el gráfico siguiente, marca la dotación inicial e indícala con una *D*. Representa en color rojo la curva de indiferencia de Carlota que atraviesa este punto y en color azul la curva de indiferencia de Wilfredo que atraviesa este punto.

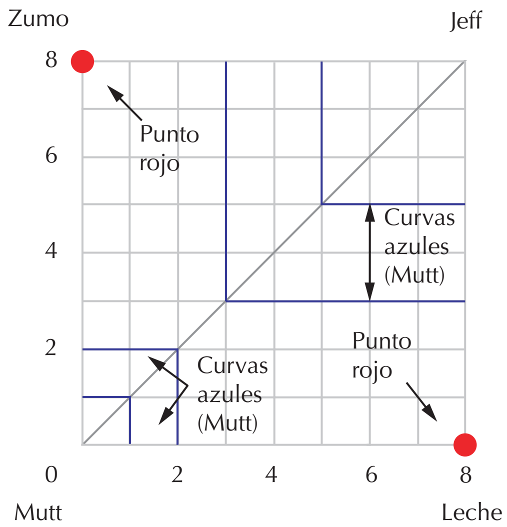


(b) Si Carlota detesta las bananas y a Wilfredo le gustan, ¿cuántas bananas puede consumir Carlota en correspondencia con una asignación eficiente en el sentido de Pareto? **0**. Marca en el gráfico, en color negro, la localización geométrica de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto de albaricoques y bananas entre Carlota y Wilfredo.

(c) Sabemos que una asignación correspondiente a un equilibrio competitivo tiene que ser eficiente en el sentido de Pareto y que el consumo total de cada bien tiene que ser igual a la oferta total, así que sabemos que, en un equilibrio competitivo, Wilfredo tiene que consumir **16** bananas. Si Wilfredo está consumiendo este número de bananas, su utilidad marginal derivada del consumo de bananas será **1/4** y su utilidad marginal derivada del consumo de albaricoques será **1**. Si los albaricoques son el bien *numerario,* entonces el único precio al cual él querrá consumir exactamente 16 bananas es **1/4**. En equilibrio competitivo, en la economía de Carlota-Wilfredo, Wilfredo consumirá **16** bananas y **14** albaricoques y Carlota consumirá **0** bananas y **2** albaricoques.

31.8 (0) Máximo y Justino disponen de 8 tazas de leche y 8 tazas de zumo para repartirse entre ellos. Cada uno tiene la misma función de utilidad dada por $u(l, z) = \max\{l, z\}$, donde l representa la cantidad de leche y z representa la cantidad de zumo que tiene cada uno. En otras palabras, a cada uno sólo le interesa el líquido del cual dispone en mayor cantidad y es indiferente hacia el líquido del cual posee menor cantidad.

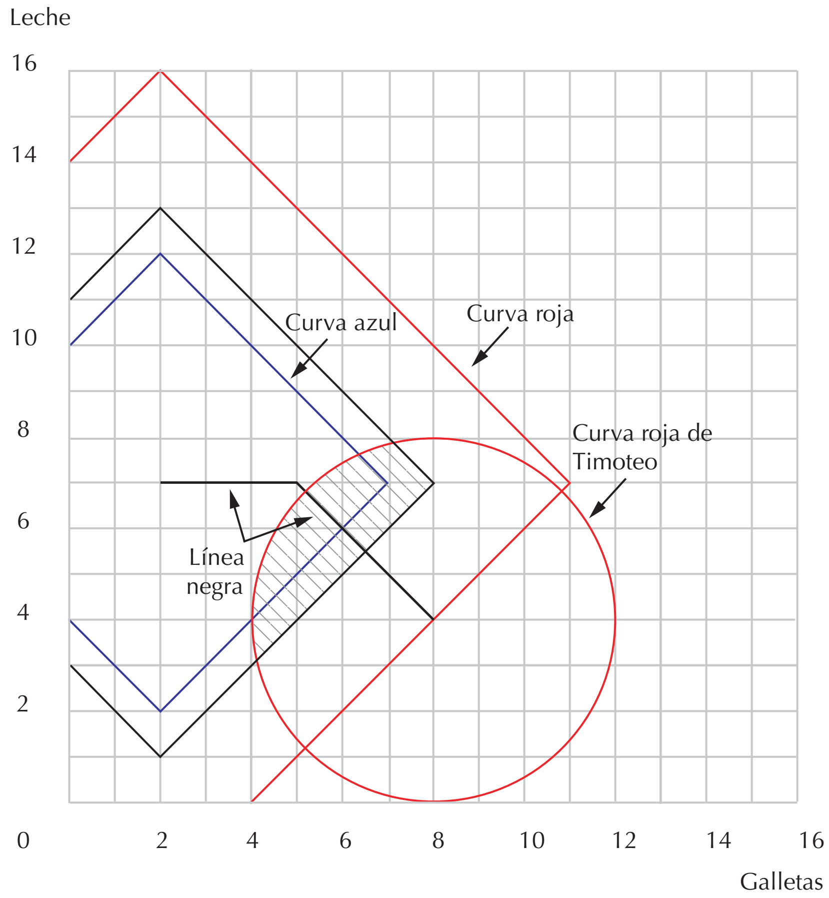
(a) Representa la situación de Máximo y de Justino en una caja de Edgeworth. Dibuja en color azul un par de curvas de indiferencia para cada uno de ellos y en color rojo indica la localización geométrica de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. (Pista: busca puntos de frontera.)



31.9 (l) Recordemos a Timoteo Téllez que aparecía en el capítulo 3. Timoteo obtiene la mayor satisfacción cuando dispone de 8 galletas y 4 vasos de leche al día y sus curvas de indiferencia están representadas por círculos concéntricos en torno al punto (8, 4). La madre de Timoteo, la señora Téllez, tiene firmes opiniones en cuanto a nutrición. Ella cree que demasiado de cualquier alimento es tan malo como demasiado poco. Piensa que la dieta ideal para Timoteo estaría compuesta de 7 vasos de leche y 2 galletas diarias. Según su punto de vista, una dieta es tanto más sana cuanto más pequeña sea la suma de los valores absolutos de las diferencias entre las cantidades efectivamente consumidas de cada alimento y las cantidades ideales. Por ejemplo, si Timoteo come 6 galletas y bebe 6 vasos de leche, la señora Téllez piensa que ha comido 4 galletas de más y 1 vaso de leche de menos de los necesarios, de manera que la suma de los valores absolutos de las diferencias de sus cantidades ideales es 5. Representa en los ejes en color azul el lugar geométrico de las combinaciones que la señora Téllez piensa que son exactamente igual de buenas para Timoteo que (6, 6). Representa también, en color rojo, el lugar geométrico de las combinaciones que ella piensa que son tan buenas como (8,4). En este mismo gráfico en color rojo dibuja una «curva» de indiferencia que represente el lugar geométrico de las combinaciones que a Timoteo le satisfacen tanto como la de 7 galletas y 8 vasos de leche.

(a) Sombrea en el gráfico la superficie correspondiente a las combinaciones de galletas y leche en las que Timoteo y su madre están de acuerdo en que son mejores que 7 galletas y 8 vasos de leche, en donde «mejor» para la señora Téllez significa que ella piensa que es más saludable y «mejor» para Timoteo significa que a él le satisfacen más.

(b) Representa con color negro el lugar geométrico de las cestas de consumo «óptimas en el sentido de Pareto» de galletas y de leche que corresponde a Timoteo. En este contexto, una cesta de consumo es óptima en el sentido de Pareto si una cesta que Timoteo prefiere a esta cesta es un a cesta que la señora Téllez cree que es peor para él. El lugar geométrico de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto que acabamos de representar debería consistir de dos segmentos de una recta que se extienden desde el punto (8, 4) hasta el punto **5,7** y desde ese punto hasta el punto **2,7**.



31.10 (2) En este problema combinamos el análisis del equilibrio con algunos de los conceptos que aprendiste en el capítulo de la elección intertemporal. Se refiere a la economía del ahorro y del ciclo vital ambientados en un planeta imaginario donde la vida es breve y sencilla. En cursos más avanzados de macroeconomía estudiarás versiones más complejas de este modelo que se construyen sobre características terrestres más reales. De momento, este sencillo modelo te da una buena idea del procedimiento del análisis.

En el planeta Drongo existe un solo bien de consumo, la tarta, y el tiempo está dividido en dos periodos. Conviven dos clases de criaturas, las «viejas « y las «jóvenes». Las criaturas viejas disponen de un ingreso de I unidades de tarta en el periodo 1 y un ingreso de 0 unidades en el periodo 2. Las criaturas jóvenes disponen de un ingreso de 0 unidades en el periodo 1 y un ingreso de I^* unidades de tarta en el periodo 2. Hay N_1 criaturas viejas y N_2 criaturas jóvenes. Los habitantes del planeta están interesados en las cestas de consumo del tipo (t_1, t_2), donde t_1 es la tarta en el periodo 1 y t_2 es la tarta en el periodo 2. Todas las criaturas, viejas y jóvenes, tienen idénticas funciones de utilidad que representan las preferencias relativas al consumo de tarta en los dos periodos. Esta función de utilidad es $U(t_1, t_2) = t^a{}_1 t_2{}^{1-a}$, donde a es un número tal que $0 \leq a \leq 1$.

(a) Si consideramos la tarta del periodo 1 como el bien *numerario* (es decir, fijamos su precio igual a 1), desarrolla una expresión para el valor actual de la cesta de consumo (t_1, t_2). $\boldsymbol{c_1 + c_2/(1 + r)}$. Escribe el valor actual de los ingresos de las criaturas viejas 1 y de las criaturas jóvenes $\boldsymbol{I^*/(1 + r)}$, La recta presupuestaria de cualquier criatura está determinada por la condición por la cual el valor actual de su cesta de consumo tiene que ser igual al valor actual de sus ingresos. Escribe esta ecuación presupuestaria para las criaturas viejas: $\boldsymbol{c_1 + c_2/(1 + r) = 1}$ y para las criaturas jóvenes: $\boldsymbol{c_1 + c_2/(1 + r) = I^*/(1 + r)}$.

(b) Si el tipo de interés es r, desarrolla una expresión para la demanda de tarta de una criatura vieja en el periodo 1, **$c_1 = aI$** y en el periodo 2, **$c_2 = (1 - a)I(1 + r)$**. Desarrolla una expresión para la demanda de tarta de una criatura joven en el periodo 1, **$c_1 = aI^* (1 + r)$** y en el periodo 2, **$c_2 = (1 - a)I^*$**. (Pista: si su recta presupuestaria es $p_1t_1 + p_2t_2 = W$ y su función de utilidad tiene la forma descrita anteriormente, entonces la función de demanda de una criatura del bien 1 es $t_1 = aW/p$ y la función de demanda del bien 2 es $t_2 = (1 - a) W/p$.) Si el tipo de interés es igual a cero, ¿qué cantidad de tarta elegiría una criatura joven en el periodo 1? **aI^***. ¿Para qué valores de a elegiría la misma cantidad en los dos periodos si el tipo de interés es igual a cero? **$a = 1/2$**. Si $a = 0{,}55$, ¿cuál tendría que ser el valor de r para que las criaturas jóvenes quisieran consumir la misma cantidad en cada periodo? **0,22**.

(c) La oferta total de tarta en el periodo 1 es igual a los ingresos totales de las criaturas viejas ya que las criaturas jóvenes no disponen de ningún ingreso en este periodo. Hay N_1 criaturas viejas y el ingreso de cada una es de 1 unidades de tarta, por lo tanto, esta cantidad es N_1I. Análogamente, la oferta total de tarta en el periodo 2 es igual a los ingresos totales de las criaturas jóvenes. Esta cantidad es igual a **N_2I^***.

(d) En correspondencia al tipo de interés de equilibrio, la demanda total de tartas de las criaturas en el periodo 1 tiene que ser igual a la oferta total de tartas en el periodo 1 y análogamente, la demanda de tartas en el periodo 2 tiene que ser igual a la oferta. Si el tipo de interés es r, entonces la demanda de tarta en el periodo 1 de cada criatura vieja es **aI** y la demanda de tarta en el periodo 1 de cada criatura joven es **$aI^*/(1 + r)$**. Como hay N_1 criaturas viejas y N criaturas jóvenes, la demanda total de tarta en el periodo 1 si el tipo de interés es r, es igual a **$N_1aI + N_2aI^*/(1 + r)$**.

(e) Con los resultados obtenidos en el último apartado, desarrolla una expresión que iguale la demanda de tarta en el periodo 1 con la oferta **$N_1aI + N_2aI^*/(1 + r) = N_1I$**. Escribe una expresión general para el valor de equilibrio de r, dados N_1N_2, I e I^*. **$r = \frac{N_2I^*a}{N_1I(1-a)} - 1$**. Resuelve esta ecuación para el caso especial en el cual $N_1 = N_2$ e $I = I^*$ y $a = 11/21$. **$r = 10\%$**.

(f) En el caso especial propuesto al final del último apartado, demuestra que el tipo de interés que iguala la oferta y la demanda de tarta en el periodo 1 también iguala la oferta y la demanda de tarta en el periodo 2. (Esto es una ilustración de la ley de Walras.) **Oferta = demanda en el periodo 2 si $N_1(1 - a)I(1 + r) + N_2(1 - a)I^* = N_2I^*$. Si $N_1, = N_2$, y $I = I^*$, entonces $(1 - a)(1 + r) + (1 - a) = 1$. Si $a = 11/21$, entonces $r = 10\%$.**

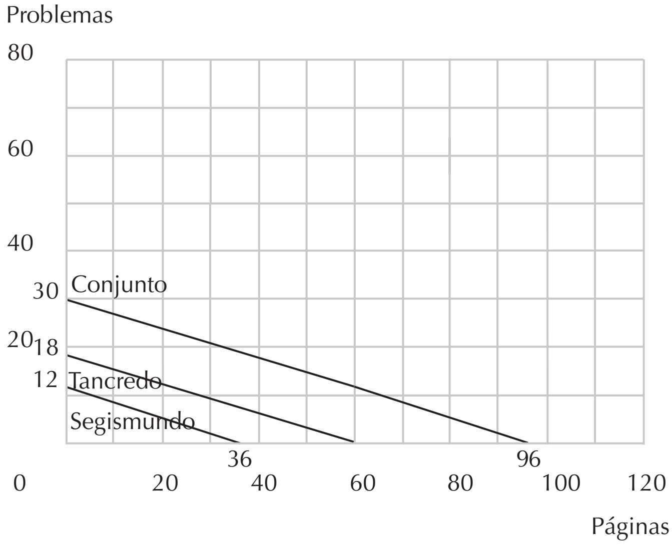
32 La producción

Introducción

En este capítulo vamos a examinar el conjunto de las posibilidades de producción de una economía a gran escala. Dedicaremos una atención especial al principio de la ventaja comparativa. Este principio establece simplemente que los individuos, atendiendo a una valoración de la eficiencia, deberían especializarse de acuerdo a sus habilidades relativas en diferentes actividades en lugar de a sus habilidades absolutas.

Ejemplo: Para simplificar, imaginémonos una isla habitada por sólo dos personas, agricultoras ambas. No mantienen relaciones comerciales con el mundo exterior. La agricultora A dispone de 100 hectáreas en las que puede cultivar dos productos, trigo y heno. Cada hectárea de la tierra que cultiva con trigo le va a producir 50 kilos de trigo. Cada hectárea de la tierra que cultiva con heno le va a producir 2 toneladas de heno. La agricultora B también dispone de 100 hectáreas, pero su tierra no es tan productiva y cada hectárea sólo le produce 20 kilos de trigo y 1 tonelada de heno. Advierte que aunque la tierra de la agricultora A es mejor para producir *ambos* productos, trigo y heno, la tierra de la agricultora B presenta una ventaja *comparativa* en la producción de heno. Esto es así ya que la relación por hectárea entre las toneladas de heno y los kilos de trigo es 2/50 = 0,04 para la agricultora A y 1/20 = 0,05 para la agricultora B. Por otra parte, la agricultora A tiene una ventaja comparativa en la producción de trigo, ya que la relación entre los kilos de trigo y las toneladas de heno es 50/2 = 25 para la agricultora A y 20/1 = 20 para la agricultora B. Para que la producción esté organizada de un modo eficiente, la agricultora A debería «especializarse» en la producción de trigo y la agricultora B debería «especializarse» en la producción de heno. Si la agricultora A dedica toda su tierra a la producción de trigo y la agricultora B dedica toda su tierra a la producción de heno, entonces la producción total de trigo será de 5.000 kilos y la producción total de heno será de 100 toneladas. Supongamos que las dos deciden producir solamente 4.000 kilos de trigo. En este caso, la cantidad máxima de heno que pueden producir conjuntamente se obtendrá si la agricultora A dedica 80 hectáreas al cultivo de trigo y 20 hectáreas al cultivo de heno, mientras que la agricultora B tiene que dedicar toda su tierra al cultivo de heno. Supongamos que deciden producir 6.000 kilos de trigo. Entonces, la cantidad máxima de heno que pueden producir se obtendrá si la agricultora A dedica toda su tierra al cultivo de trigo y la agricultora B dedica 50 hectáreas al cultivo de trigo y las restantes 50 hectáreas al cultivo de heno.

32.1 (0) Tancredo y Segismundo han entrado finalmente en la universidad. Tancredo puede escribir 10 páginas de trabajo de clase y resolver 3 ejercicios del libro de texto a la hora. Segismundo puede escribir 6 páginas de trabajo a la hora y resolver 2 ejercicios del libro a la hora. ¿Cuál de los dos tiene una ventaja comparativa en la resolución de los ejercicios? **Segismundo**.



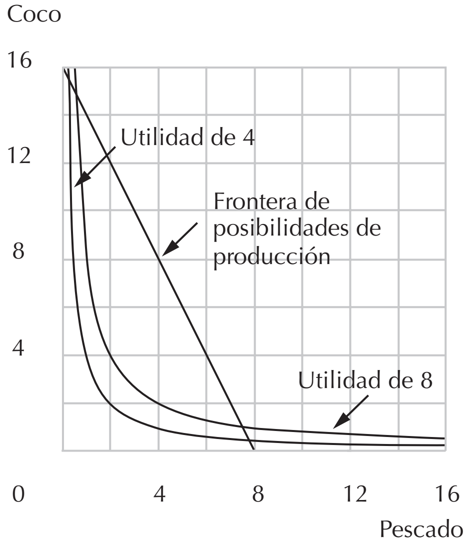
(a) Tancredo y Segismundo dedican cada uno al estudio 6 horas al día. Deciden estudiar juntos para producir una combinación de trabajos y ejercicios que se apoye en la frontera de las posibilidades de su producción conjunta. Representa en el gráfico anterior en color negro, la frontera de las posibilidades de la producción conjunta. Si deciden producir un trabajo de menos de 60 páginas, entonces **Tancredo** escribirá todas estas páginas. Si deciden producir un trabajo de más de **60** páginas, entonces **Tancredo** continuará especializándose en escribir páginas de trabajo y **Segismundo** escribirá también algunas de estas páginas.

32.2 (0) Robinson Crusoe ha decidido que empleará exactamente 8 horas al día para procurarse alimento. Puede emplear este tiempo o bien recolectando cocos o bien pescando. Es capaz de pescar un pez a la hora y puede recolectar 2 cocos por hora. En el gráfico, determina la frontera de las posibilidades de producción entre peces y cocos de Robinson. Desarrolla una ecuación para expresar el segmento de recta que representa la frontera de las posibilidades de producción. $\boldsymbol{P + C/2 = 8}$.

(a) La función de utilidad de Robinson es $U(P, C) = PC$, donde P representa su consumo diario de peces y C representa su consumo diario de cocos. Dibuja en el gráfico la curva de indiferencia de Robinson que se corresponde con el nivel de utilidad 8. ¿Cuántos peces elegirá pescar al día Robinson? **4**. ¿Cuántos cocos recolectará? **8**. (Pista: Robinson elegirá una cesta de consumo que maximice su utilidad teniendo en cuenta el hecho de que está sujeta a la restricción de que la cesta se apoya en el conjunto de las posibilidades de producción. Pero en el caso de esta tecnología, su conjunto de posibilidades de producción es idéntico a un conjunto presupuestario.)

(b) Supongamos que Robinson no vive solo en esta isla del Pacífico, sino que es un jubilado y vive próximo a un comercio donde puede comprar peces y cocos. Si los peces cuestan 1 euro cada uno, ¿cuánto deberían costar los cocos para que eligiera consumir el doble de cocos que de peces? **0,50 euros**. Supongamos que un planificador social deseara que Robinson consumiera 4 peces y 8 cocos al

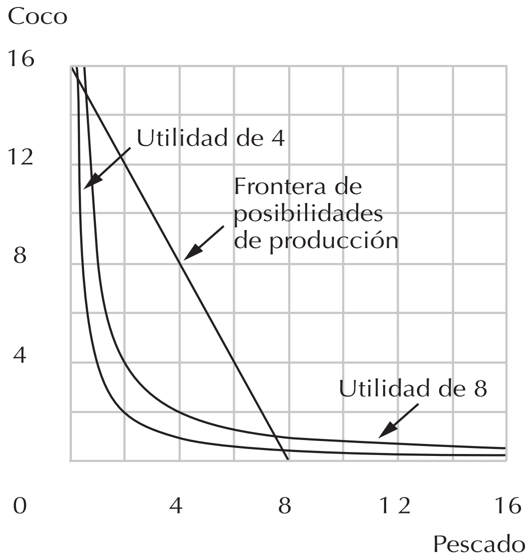
día. Podría hacerlo si estableciera el precio de los peces igual a 1 euro y el precio de los cocos fuera igual a **0,50 euros** y pagándole a Robinson un sueldo diario de **8 euros**.



(c) De vuelta en su isla, Robinson no tiene mucho en qué ocuparse, así que se imagina que es el director de una empresa competitiva que produce peces y cocos. «¿Cuál tendría que ser el precio de los bienes para obligarme a hacer lo que estoy haciendo en la realidad? –se pregunta entonces–. Supongamos que los peces son el bien *numerario* y que su precio es 1 euro, y que tengo posibilidad de adquirir toda la mano de obra competitiva que quiera a determinada tasa salarial. La tecnología presenta rendimientos constantes de escala. Con una hora de trabajo se produce un pez mientras que para producir 1 coco se necesitan 2 horas de trabajo. Con unas tasas salariales superiores a **1** euro(s) la hora, no produciría ningún pez, porque me cuesta más de 1 euro producir un pez. Con unas tasas salariales inferiores a **1** euro(s) la hora, querría producir una cantidad ilimitada de peces porque obtendría beneficios en todos y cada uno de ellos. De manera que la única tasa salarial posible que me haría elegir el producir una cantidad limitada de peces es **1** euro(s) la hora. Veamos ahora cuál sería el precio de los cocos que me induciría a producir un número positivo de cocos. Con la tasa salarial determinada anteriormente, el coste de producir un coco es de **0,50** euro(s). A este precio y sólo a este precio, estaría dispuesto a producir una cantidad positiva y limitada de cocos».

32.3 (0) Continuemos con la historia de Robinson Crusoe del problema anterior. Un día, caminando por la playa, Robinson Crusoe divisó una canoa en el agua. En la canoa venía un indígena de una isla vecina. Éste le contó a Robinson que su isla estaba habitada por 100 personas y que todas se alimentaban exclusivamente de peces y de cocos. Los habitantes de esta isla emplean 1 hora para pescar un pez y 2 horas para recolectar un coco. La economía de la isla estaba organizada de modo competitivo y los peces constituían el bien *numerario*. El precio de los cocos en la isla vecina tenía que ser 0,50 euros. El nativo le propuso a Robinson comerciar a estos precios. «Intercambiaremos peces por cocos o cocos por peces a la relación de intercambio de **2** cocos por un pez» –propuso él–. «Pero tendrás que regalarme un pez como pago por venir remando hasta tu isla». ¿Saldría ganando Robinson si aceptara este trato? **No**. En caso afirmativo, ¿compraría peces y vendería cocos o viceversa? **Ninguna de las dos cosas. Como sus precios son iguales a la relación a la que puede transformar los dos bienes, no puede ganar nada comerciando**.

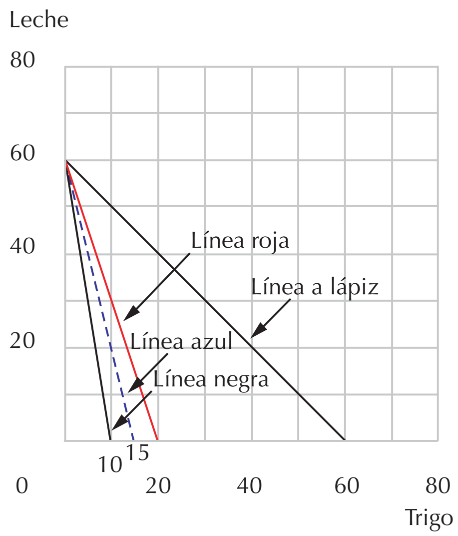
(a) Algunos días después, Robinson divisó otra canoa en el otro lado de la isla. En esa canoa venía un indígena proveniente de otra isla. El nativo le contó que en su isla empleaban 4 horas para pescar sólo 1 pez y una hora para recolectar un coco. En esa isla también tenían una economía de tipo competitivo. Le ofreció comerciar con Robinson con la misma relación de intercambio prevaleciente en su propia isla, pero a cambio tendría que darle 2 peces por venir remando hasta su isla. Si Robinson se decidió por comerciar con esta isla, eligió producir solamente **peces** y adquirir los **cocos** de la isla vecina. Representa en el gráfico en color negro, la frontera de las posibilidades de producción de Robinson en el caso de que se hubiera decidido a no comerciar con ellos y en color azul las cestas de consumo que pudo adquirir si efectuó los intercambios y se especializó del modo adecuado. No olvides sustraer los 2 peces para pagar al intermediario.



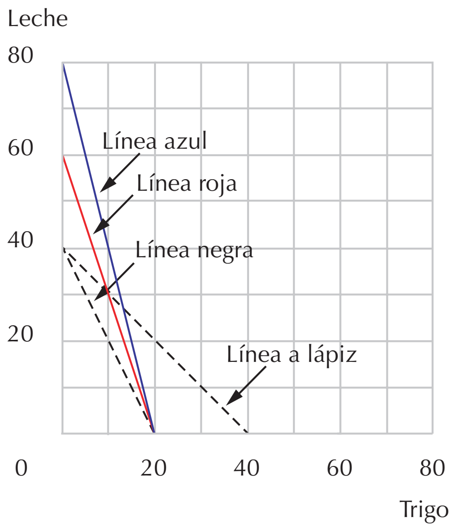
(b) Desarrolla una ecuación que exprese la «recta presupuestaria» de Robinson si se especializa adecuadamente y comercia con el segundo indígena. En este caso, ¿qué cesta elegirá consumir? **3 peces, 12 cocos**. ¿Prefiere esta cesta de consumo a la cesta que tendría si hubiera decidido no comerciar? **Sí**.

32.4 (0) En la isla de La Verdad está prohibido comerciar con el mundo exterior. Sólo se consumen dos bienes en esta isla: leche y trigo. En la parte norte de la isla habitan 40 agricultores y cada uno de ellos puede producir cualquier combinación de cantidades no negativas de leche y trigo que satisfaga la ecuación $l = 60 - 6t$. En la parte sur de la isla habitan 60 agricultores y cada uno de ellos puede producir cualquier combinación de cantidades no negativas de leche y trigo que satisfaga la ecuación $l = 40 - 2t$. La economía está en equilibrio competitivo y 1 unidad de trigo es intercambiable por 4 unidades de leche.

(a) Representa en color negro en el diagrama siguiente el conjunto de las posibilidades de producción de una empresa típica situada al *norte* de la isla. Dados los precios de equilibrio, ¿se especializará este agricultor en la producción de leche, en la producción de trigo o producirá ambos bienes? **Se especializará en la producción de leche**. Traza en color azul el presupuesto al que se enfrenta en su papel de consumidor si elige de modo óptimo el bien a producir.



(b) Representa en color negro en el diagrama siguiente el conjunto de las posibilidades de producción de una empresa típica situada al *sur* de la isla. Dados los precios de equilibrio, ¿se especializará este agricultor en la producción de leche, en la producción de trigo o producirá ambos bienes? **Se especializará en la producción de trigo**. Traza en color azul el presupuesto al que se enfrenta en su papel de consumidor si elige de modo óptimo el bien a producir.



(c) Supongamos que los pacíficos comerciantes vikingos descubren La Verdad y proponen el intercambio de trigo por leche o leche por trigo a la relación de intercambio de 1 unidad de trigo por 3 unidades de leche. Si la isla de La Verdad permitiese el libre intercambio con los vikingos, entonces ésta sería la nueva relación de intercambio en la isla. Con esta nueva relación entre los precios, ¿variarían la producción cualquiera de los dos tipos de empresas agrícolas? **No**.

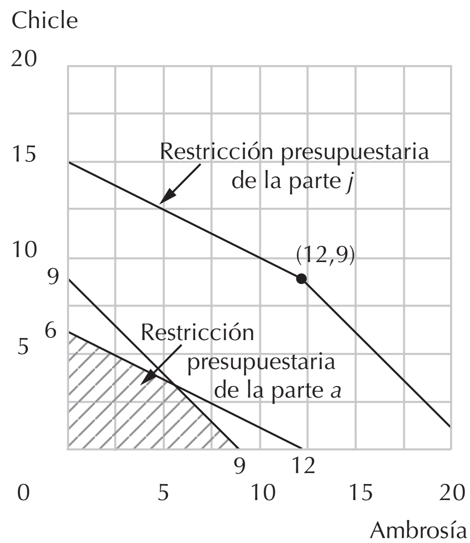
(d) En el primero de los dos gráficos anteriores, representa en color rojo el presupuesto de los agricultores del norte si se permite el libre intercambio y los agricultores eligen correctamente su producción. En el segundo de los gráficos, representa en color rojo el presupuesto de los agricultores del sur si se permite el libre intercambio y los agricultores eligen correctamente su producción.

(e) El consejo de ancianos de La Verdad se va a reunir para votar si aceptan o no la propuesta de los vikingos. Los ancianos procedentes del norte de la isla consiguen 40 votos y los ancianos procedentes del sur de la isla consiguen 60 votos. Suponiendo que todos votan egoístamente secundando sus propios intereses, ¿cómo votarán los ancianos del norte? **A favor**. ¿Cómo votarán los ancianos del sur? **En contra**. ¿Por qué es posible responder a estas dos últimas cuestiones sin conocer nada sobre las preferencias relativas al consumo de los habitantes de la isla? **El cambio aumenta estrictamente el conjunto presupuestario de los del norte y reduce el de los del sur**.

(f) Supongamos que, en lugar de proponer intercambios a la relación de 1 unidad de trigo por 3 unidades de leche, los vikingos hubieran propuesto comerciar al precio de 1 unidad de trigo por 1 unidad de leche y viceversa. ¿Hubiera variado alguno de los agricultores su producción? **Sí, los del sur optarían por especializarse en producir leche**. Traza con lápiz la recta presupuestaria de cada empresa agrícola dados estos precios, si se especializaran correctamente. ¿Cómo votarían ahora los norteños? **A favor**. ¿Cómo votarían ahora los del sur? **Depende de sus preferencias sobre el consumo**. Explica por qué tu respuesta a una de las dos últimas cuestiones tiene que empezar por «depende». **Las dos rectas presupuestarias alternativas de los del sur no están anidadas**.

32.5 (0) Recordemos a nuestros amigos los mungonianos del capítulo 2. Tienen un extraño sistema monetario compuesto de monedas azules y monedas rojas. Inicialmente todos los bienes tenían dos precios, un precio en moneda roja y un precio en moneda azul. Los precios en moneda azul son 1 uma por unidad de ambrosía y 1 uma por unidad de chicle. Los precios en moneda roja son 2 umr por unidad de ambrosía y 4 umr por unidad de chicle.

(a) Honorato tiene unos ingresos azules de 9 uma y unos ingresos rojos de 24 umr. Representa en el gráfico su conjunto presupuestario si tiene que pagar en *ambas* monedas por cada bien que adquiere. (Pista: contestaste ya a esta pregunta hace unos meses.)



(b) El partido de la Libertad de Elección realiza una campaña en favor de que a los mungonianos se les permita comprar bienes a *cualquiera* de los dos precios, el precio de moneda azul o el precio de moneda roja, el que ellos prefieran. Queremos representar el presupuesto de Honorato en el caso de que se instituya la reforma. Para empezar, ¿cuánto chicle podría consumir Honorato si gastara todo su dinero rojo y todo su dinero azul en la adquisición de chicle? **15 unidades de chicle**.

(c) ¿Cuánta ambrosía podría consumir si gastara todo su dinero rojo y todo su dinero azul en la adquisición de ambrosía? **21 unidades de ambrosía**.

(d) Si Honorato estuviera gastando todo su dinero de ambos colores en comprar chicle y decidiera comprar un poquito de ambrosía, ¿qué moneda utilizaría? **La moneda roja**.

(e) ¿Cuánta ambrosía podría adquirir antes de quedarse sin dinero de ese color? **12 unidades de ambrosía**.

(f) ¿Cuál sería la pendiente de su recta presupuestaria antes de que se le acabara esa clase de dinero? **La pendiente sería de –1/2**.

(g) Si Honorato estuviera gastando todo su dinero de ambos colores en comprar ambrosía y decidiera comprar un poquito de chicle, ¿qué moneda utilizaría? **La moneda azul**.

(h) ¿Cuánto chicle podría comprar antes de que se quedara sin dinero de ese color? **Podría comprar 9 unidades de chicle**.

(i) ¿Cuál sería la pendiente de su recta presupuestaria antes de que se le acabara esa clase de dinero? **La pendiente sería de –1**.

(j) Con las respuestas a estas preguntas representa en el gráfico anterior el conjunto presupuestario de Honorato si pudiera comprar chicle y ambrosía con cualquiera de las dos monedas.

33 El bienestar

Introducción

En este capítulo examinaremos los diversos modos de ordenar las preferencias sociales. Veremos cuáles de los axiomas de Arrow relativos a la agregación de las preferencias individuales se satisfacen con estas relaciones de bienestar. Trataremos también de determinar las asignaciones óptimas en el caso de algunas funciones del bienestar social. Para resolver este último tipo de problemas recurriremos a un procedimiento totalmente análogo al que se emplea para determinar la cesta de consumo óptima de un consumidor dadas sus preferencias y su restricción presupuestaría. Dos pistas más. Recuerda que, en correspondencia con una asignación eficiente en el sentido de Pareto en la caja de Edgeworth, las relaciones marginales de sustitución tienen que ser iguales, y también que, en una asignación justa, ningún consumidor prefiere la cesta del otro consumidor a la suya propia.

Ejemplo: Un planificador social ha decidido que quiere distribuir la renta entre dos personas de modo que se maximice la función $\sqrt{Y_1} + \sqrt{Y_2}$, donde Y_1 es la cantidad de renta de que dispone la persona i. Supongamos que el planificador dispone de una cantidad fija de dinero para distribuir y que puede decidir cualquier distribución de la renta tal que $Y_1 + Y_2 = W$, donde W es esa cantidad fija. Este planificador tendría curvas de indiferencia convexas corrientes entre Y_1 e Y_2 y una «restricción presupuestaria» donde el «precio» de la renta de cada persona es igual a 1. Por lo tanto, su relación marginal de sustitución entre las rentas de las dos personas será igual al precio relativo, que es 1. Cuando resolvemos este problema, el planificador establece que $Y_1 = Y_2 = W/2$. Supongamos que en lugar de esto le resulta «más costoso» al planificador distribuir dinero a la persona 1 que a la persona 2. (Quizás la persona 1 es más distraída y pierde parte del dinero, o quizás a la persona 1 le roban con más frecuencia.) Supongamos, por ejemplo, que el presupuesto del planificador es $2\ Y_1 + Y_2 = W$. Entonces, el planificador intenta maximizar la función $\sqrt{Y_1} + \sqrt{Y_2}$ dado el presupuesto $2\ Y_1 + Y_2 = W$. Si igualamos su relación marginal de sustitución con la relación entre los precios, obtenemos que $\frac{\sqrt{Y_2}}{\sqrt{Y_1}} = 2$ y, por lo tanto, $Y_2 = 4\ Y_1$. Por consiguiente, el planificador decidirá que $Y_1 = W/5$ y $Y_2 = 4W/5$.

33.1 (2) Un modo de determinar una relación de preferencia social es el llamado *método de Borda,* también conocido como votaciones de ordenamiento numérico. A cada votante se le pide ordenar todas las alternativas propuestas. Si, por ejemplo, hay 10 alternativas, a la primera elección le asignamos un 1, a la segunda un 2, y así sucesivamente. Las puntuaciones individuales de cada alternativa se añaden entonces a las de los demás individuos y la puntuación total obtenida por una alternativa propuesta es lo que llamamos la puntuación de Borda. Dadas dos alternativas cualesquiera *x* e *y*, si la puntuación de Borda de *x* es menor o igual a la puntuación de Borda de *y*, entonces *x* es «al menos socialmente tan buena como» *y*. Supongamos que hay un número limitado de alternativas entre las cuales elegir y que las preferencias de cada individuo son reflexivas, transitivas y completas. Supongamos por ahora también que los individuos nunca están indiferentes entre dos alternativas distintas, sino que siempre prefieren una a la otra.

(a) El ordenamiento social de las preferencias definido de este modo, ¿es completo? **Sí**. ¿ Es reflexivo? **Sí**. ¿Es transitivo? **Sí**.

(b) Si todo el mundo prefiere *x* a *y*, ¿el método de Borda considerará que *x* es preferido a *y* desde el punto de vista social? Razona tu respuesta. **Sí. Si todo el mundo coloca *x* antes que *y*, todo el mundo debe dar a *x* una puntuación mayor que a *y*. En ese caso, la suma de las puntuaciones de *x* debe ser mayor que la suma de las puntuaciones de *y*.**

(c) Supongamos que tenemos dos votantes y tres candidatos, *x, y* y *z*. Supongamos que el votante 1 sitúa al candidato *x* en primer lugar, al candidato *z* en segundo lugar y al candidato *y* en tercer lugar. Supongamos que el votante 2 sitúa al candidato *y* en primer lugar, al candidato *x* en segundo lugar y al candidato *z* en tercer lugar. ¿Cuál es la puntuación de Borda de *x*? **3**. ¿De *y*? **4**. ¿De *z*? **5**. Supongamos ahora que se descubre que el candidato *z* atrapó una vez a un sabueso por las orejas. El votante 1, que tiene unas orejas bastante grandes, se espanta con esta noticia y modifica su puntuación como sigue: primero *x*, segundo *y* y tercero *z*. El votante 2, que siempre agarra a sus hijos por las orejas, queda favorablemente impresionado y modifica sus votos de esta manera: primero *y*, segundo *z* y tercero *x*. ¿Cuál es ahora la puntuación de Borda de *x*? **4**. ¿De *y*? **3**. ¿De *z*? **5**.

(d) El ordenamiento social de las preferencias definido con este método ¿tiene la propiedad de permitir que la preferencia social relativa a la alternativa entre *x* e *y* dependa exclusivamente del modo en el cual los individuos valoran *x* respecto a *y* y no del modo en el cual valoran las otras alternativas? Razona tu respuesta. **No**. **En el ejemplo anterior, la ordenación de *z* cambió, pero nadie cambió de opinión sobre si *x* era mayor que *y* o viceversa. Antes del cambio, *x* derrota a *y*, y después del cambio *y* derrota a *x*.**

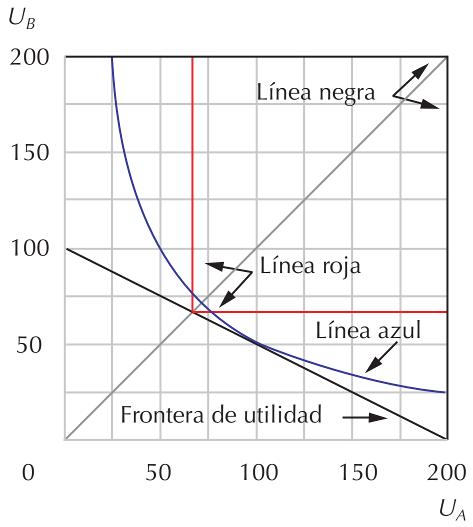
33.2 (2) Supongamos que la frontera de posibilidades de utilidad de dos individuos viene dada por $U_A + 2U_B = 200$. Representa en el gráfico de la página siguiente la frontera de la utilidad.

(a) Supongamos que queremos maximizar el bienestar social. Si tenemos una función del bienestar social de Nietzsche, $W(U_A, U_B) = \max\{U_A, U_B\}$, en el punto máximo U_A será igual a **200** y U_B será igual a **0**.

(b) Si en lugar de este criterio empleamos el criterio de Rawls, $W(U_A, U_B) = \min\{U_A, U_B\}$, la función del bienestar social es maximizada cuando U_A es igual a **66,66** y U_B es igual a **66,66**.

(c) Supongamos que la función social del bienestar viene dada por $W(U_A, U_B) = U_A^{0,5}\ U_B^{0,5}$. En este caso el bienestar social es máximo cuando U_A es igual a **100** y U_B es igual a **50**. (Pista: quizás te ayude

el considerar las similitudes entre este problema de maximización y el problema de maximización de la utilidad de un consumidor con una función de utilidad Cobb-Douglas.)



(d) Señala los tres máximos sociales en el gráfico anterior. Traza en color negro una línea isobienestar de Nietzsche que atraviese el máximo nietzschiano. Traza en color rojo una línea isobienestar de Rawls que atraviese el máximo de Rawls. Traza en color azul una línea isobienestar Cobb-Douglas que atraviese el máximo de Cobb-Douglas.

33.3 (2) Una madre tiene dos hijos a los que llamamos A y B y los quiere a ambos por igual. Dispone de un total de 1.000 euros para distribuir entre los dos.

(a) La función de utilidad de la madre es $U(a, b) = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, donde a es la cantidad de dinero que le entrega a A y b es la cantidad de dinero que le entrega a B. ¿Cómo elegirá dividir el dinero? $\boldsymbol{a = b =}$ **500 euros**.

(b) Supongamos que su función de utilidad es $U(a, b) = -\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. ¿Cómo elegirá dividir el dinero? $\boldsymbol{a = b}$ **= 500 euros**.

(c) Supongamos que su función de utilidad es $U(a, b) = \log a + \log b$. ¿Cómo elegirá dividir el dinero? $\boldsymbol{a = b =}$ **500 euros**.

(d) Supongamos que su función de utilidad es $U(a, b) = \min\{a, b\}$. ¿Cómo elegirá dividir el dinero? $\boldsymbol{a = b =}$ **500 euros**.

(e) Supongamos que su función de utilidad es $U(a, b) = \max\{a, b\}$. ¿Cómo decidirá dividir el dinero? $\boldsymbol{a =}$ **1.000 euros,** $\boldsymbol{b = 0}$ **o viceversa**. (Pista: en cada uno de los casos anteriores observamos que el problema de la madre consiste en maximizar $U(a, b)$, dado que el presupuesto es $a + b = 1.000$. Este problema es idéntico a los problemas de elección del consumidor que estudiamos con anterioridad. Se resuelve cuando la madre iguala a uno su relación marginal de sustitución entre a y b ya que le cuesta lo mismo dar el dinero a cada uno de los dos hijos.)

(f) Supongamos que su función de utilidad es $U(a, b) = a^2 + b^2$. ¿Cómo elegirá dividir el dinero entre sus hijos? Explica por qué en este caso su relación marginal de sustitución no es igual a 1. **Se lo da**

todo a uno de los hijos. Sus preferencias no son convexas, las curvas de indiferencia son cuartos de circunferencia.

33.4 (2) Continuando con el problema anterior, supongamos ahora que A es un comprador mucho más eficiente que B, y como consecuencia A es capaz de obtener el doble de bienes de consumo que B por cada euro que gasta. Digamos que a es la cantidad de bienes de consumo que obtiene A y que b es la cantidad de bienes de consumo que obtiene B. Medimos el consumo de bienes de manera tal que una unidad de bienes de consumo le cuesta a A 1 euro y a B 2 euros. Entonces la restricción presupuestaria de la madre es $a + 2b = 1.000$.

(a) Si la función de utilidad de la madre es $U(a, b) = a + b$, ¿cuál de los dos hijos obtendrá más dinero? **A**. ¿Cuál de los dos hijos consumirá la mayor cantidad de bienes? **A**.

(b) Si la función de utilidad de la madre es $U(a, b) = a \times b$, ¿cuál de los dos hijos obtendrá más dinero? **Reciben la misma cantidad de dinero**. ¿Cuál de los hijos consumirá la mayor cantidad de bienes? **A consume más**.

(c) Si la función de utilidad de la madre es $U(a, b) = -\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, ¿cuál de los dos hijos obtendrá más dinero? **B recibe más dinero**. ¿Cuál de los dos hijos consumirá la mayor cantidad de bienes? **Consumen la misma cantidad**.

(d) Si la función de utilidad de la madre es $U(a, b) = max\{a, b\}$, ¿cuál de los dos hijos obtendrá más dinero? **A**. ¿Cuál de los dos hijos consumirá la mayor cantidad de bienes? **A**.

(e) Si la función de utilidad de la madre es $U(a, b) = \min\{a, b\}$, ¿cuál de los dos hijos obtendrá más dinero? **B**. ¿Cuál de los dos hijos consumirá la mayor cantidad de bienes? **Consumen la misma cantidad**.

Cálculo

33.5 (1) La frontera de posibilidades de utilidad de Raimundo y Néstor viene dada por la siguiente ecuación: $U_R + U_N^2 = 100$ (donde R y N representan a Raimundo y a Néstor respectivamente).

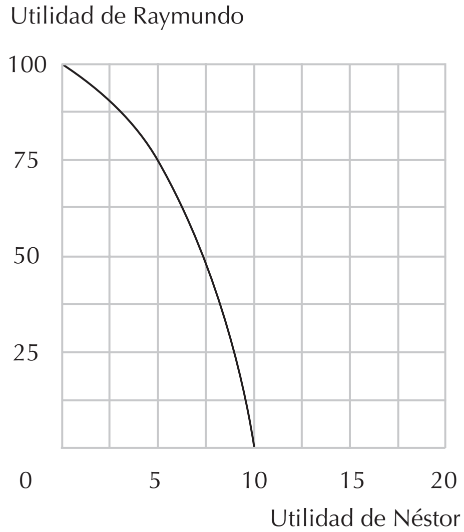
(a) Si igualamos a cero la utilidad de Néstor, ¿cuál es la máxima utilidad posible que puede obtener Raimundo? **100**. Si igualamos a cero la utilidad de Raimundo, ¿cuál es la máxima que puede obtener Néstor? **10**.

(b) Representa en el gráfico de la página siguiente la frontera de posibilidades de utilidad. (Coloca la utilidad de Raimundo en el eje vertical.)

(c) Desarrolla una ecuación para expresar la pendiente de la curva de posibilidades de utilidad que has dibujado. $\boldsymbol{\frac{dU_R}{dU_N} = 2U_N}$.

(d) Tanto Raimundo como Néstor creen que la asignación ideal se obtiene maximizando una función apropiada de bienestar social. Raimundo cree que $U_R = 75$ y $U_N = 5$ corresponde a la mejor distribución del bienestar y confronta esta solución con una función de bienestar social constituida

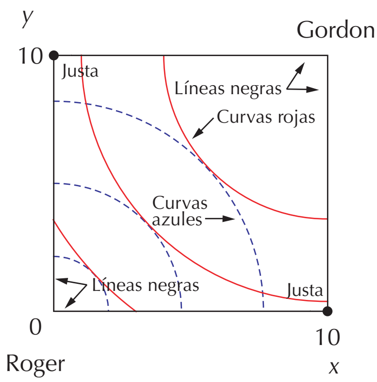
por la suma ponderada de las utilidades, confirmando su observación. ¿Cuál es la función de bienestar social de Raimundo? (Pista: ¿cuál es la pendiente de la función de bienestar social de Raimundo) $\boldsymbol{W = U_R + 10U_N}$.



(e) Néstor, por otra parte cree que $U_R = 19$ y $U_N = 9$ corresponde a la mejor distribución. ¿Cuál es la función de bienestar social de Néstor? $\boldsymbol{W = U_R + I8D_N}$.

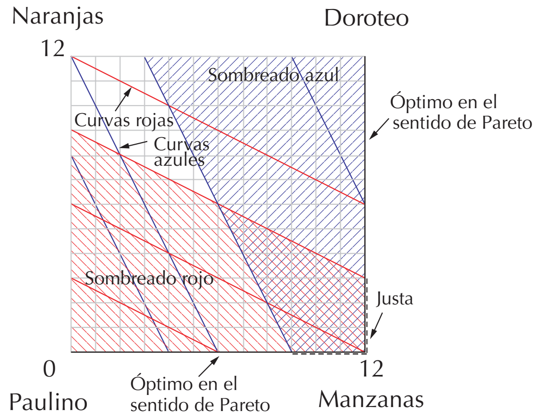
33.6 (2) Roger y Cardan tienen idénticas funciones de utilidad, $U(x, y) = x^2 + y^2$. Disponemos de 10 unidades de x y 10 unidades de y para repartir entre ellos. Las curvas de indiferencia de Roger están representadas en azul y las de Cardan en rojo.

(a) Representa una caja de Edgeworth donde se muestren algunas de sus curvas de indiferencia y señala en color negro las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. (Pista: advierte que las curvas de indiferencia no son convexas.)



(b) ¿Cuáles son en este caso las asignaciones justas? **Véase el diagrama**.

33.7 (2) Paulina y Doroteo consumen albaricoques y naranjas. La función de utilidad de Paulina es $U_p(A_p, N_p) = 2A_p + N_p$ y la función de utilidad de Doroteo es $U_D(A_D, N_D) = A_D + 2N_D$, donde A_p y A_D representan el consumo de albaricoques de Paulina y de Doroteo y N_p y N_D representan el consumo de naranjas de Paulina y de Doroteo. Tenemos un total de 12 albaricoques y 12 naranjas para repartir entre ellos. Representamos en color azul las curvas de indiferencia de Paulina y en color rojo las de Doroteo. Dibuja una caja de Edgeworth que contenga algunas de estas curvas de indiferencia. Indica en el gráfico las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.



(a) Escribe una desigualdad que establezca que a Paulina le satisface su propia cesta tanto como la de Doroteo y escribe otra desigualdad que establezca que a Doroteo le satisface la suya propia tanto como la de Paulina. $\mathbf{2A_p + N_p \geq 2A_D + N_D}$ **y** $\mathbf{A_D + 2N_D \geq A_p + 2N_p}$.

(b) Como en una asignación realizable $A_p + A_D = 12$ y $N_p + N_D = 12$, es posible eliminar A_D y N_D de la primera de las dos ecuaciones. Escribe la desigualdad resultante utilizando solamente las variables A_p y N_p. Sombrea en tu caja de Edgeworth en color azul todas las asignaciones en las cuales Paulina prefiere su propia asignación a la de Doroteo. $\mathbf{2A_p + N_p \geq 18}$.

(c) Usa un procedimiento similar al precedente para encontrar todas las asignaciones en correspondencia con las cuales Doroteo prefiere las suyas propias a las de Paulina. Describe estos puntos con una desigualdad y sombrea en color rojo esta superficie en tu diagrama. $\mathbf{A_D + 2N_D \geq 18}$.

(d) Indica en tu caja de Edgeworth las asignaciones justas.

33.8 (3) Romeo ama a Julieta y Julieta ama a Romeo. Además del amor, consumen solamente un bien, espaguetis. A Romeo le gustan los espaguetis, pero también le gusta que Julieta sea feliz y él sabe que los espaguetis la hacen feliz. A Julieta le gustan los espaguetis, pero al mismo tiempo quiere que Romeo sea feliz y ella sabe que los espaguetis hacen feliz a Romeo. La función de utilidad de Romeo es $U_R(E_R, E_J) = E^a_R E_J^{1-a}$ y la función de utilidad de Julieta es $U_J(E_J, E_R) = E^a_J E_R^{1-a}$, donde E_J y E_R representan las cantidades de espaguetis que consumen Romeo y Julieta respectivamente. Disponemos de un total de 24 unidades de espaguetis para distribuir entre los dos enamorados.

(a) Supongamos que $a = 2/3$. Si Romeo pudiera distribuir las 24 unidades de espaguetis exactamente como él quisiera, ¿con cuántas se quedaría para sí mismo? **16**. ¿Cuántas le daría a Julieta? **8**. (Pista: advierte que este problema es formalmente igual a los de elección de un consumidor con una función de utilidad Cobb-Douglas que tiene que elegir entre dos bienes con una restricción presupuestaria. ¿Cuál es en este caso la restricción presupuestaria?)

(b) Si Julieta pudiera distribuir los espaguetis exactamente como ella quisiera, ¿con cuántas unidades se quedaría para sí misma? **16**. ¿Cuántas le daría a Romeo? **8**.

(c) ¿Cuáles son las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto? (Pista: una asignación no será eficiente en el sentido de Pareto si la utilidad de una de las dos personas puede verse incrementada porque una de las dos le haga un regalo a la otra.) **Las asignaciones óptimas en el sentido de Pareto son todas las asignaciones en las que cada persona recibe al menos 8 unidades de espaguetis**.

(d) Cuando tenemos que distribuir dos bienes entre dos personas representamos sus curvas de indiferencia en una caja de Edgeworth. En cambio, si tenemos solamente un bien para distribuir entre dos personas todo cuanto necesitamos es una «recta de Edgeworth», y en lugar de las curvas de indiferencia sólo tenemos puntos de indiferencia. Traza debajo una recta de Edgeworth donde la distancia desde la izquierda hasta la derecha represente los espaguetis de Romeo y la distancia desde la derecha hasta la izquierda represente los espaguetis de Julieta.

(e) Sobre la recta de Edgeworth que acabas de trazar, indica el punto preferido de Romeo y el punto preferido de Julieta.

(f) Supongamos que $a = 1/3$. Si Romeo pudiera distribuir los espaguetis como él quisiera, ¿cuántos elegiría para sí mismo? **8**. Si Julieta pudiera distribuir los espaguetis como ella quisiera, ¿cuántos elegiría para sí misma? **8**. Denomina la recta de Edgeworth de debajo, señalando los puntos de preferencia de las dos personas y la localización geométrica de los puntos eficientes en el sentido de Pareto.

(g) Si $a = 1/3$, en correspondencia con las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto, ¿en qué no estarán de acuerdo Romeo y Julieta? **Romeo quiere dar espaguetis a Julieta, pero ella no quiere cogerlos. Julieta quiere dar espaguetis a Romeo, pero él no quiere cogerlos. A los dos le gustan los espaguetis para ellos, pero preferirían que los tuviera el otro**.

33.9 (2) Herminio y Macario se odian mutuamente, pero a ambos les encanta la ginebra. Como ambos detestan la idea de que el otro sea feliz, ambos desean que el otro tenga la menor cantidad posible de ginebra. La función de utilidad de Herminio es $U_H\ (G_H, G_M) = G_H - G^2_M$ y la función de utilidad de Macario es $U_M(G_M, G_H) = G_M - G^2_H$, donde G_M es el consumo diario de ginebra (en litros) de Macario y G_H es el consumo diario de ginebra de Herminio. Disponemos en total de 4 litros de ginebra para distribuir.

(a) Si Macario pudiera distribuir toda la ginebra, ¿cómo la distribuiría? **Toda para él**. Si Herminio pudiera distribuir toda la ginebra, ¿cómo la distribuiría? **Toda para él**.

(b) Si cada uno de ellos obtiene 2 litros de ginebra, ¿cuál será la utilidad de cada uno? **–2**. Si un oso derramara 2 litros de ginebra y dividieran los 2 litros restantes a partes iguales entre ellos, ¿cuál sería la utilidad de cada uno? **0**. Si fuera posible desprenderse de una parte de la ginebra, ¿sería eficiente en el sentido de Pareto si cada uno de ellos consumiera 2 litros de ginebra? **No**.

(c) Si fuera posible desprenderse de una parte de la ginebra y tienen que consumir cantidades idénticas de ginebra, ¿de cuánto se tendrían que desprender? **3 litros**.

34 Las externalidades

Introducción

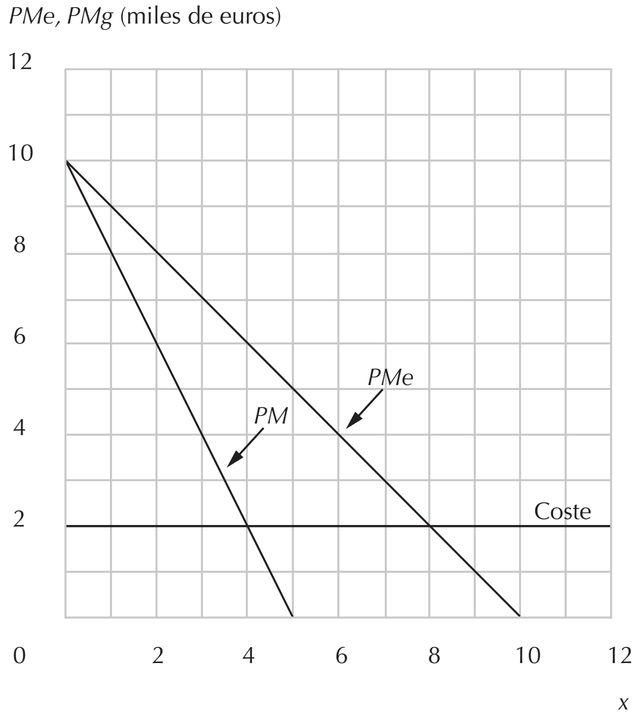
En presencia de externalidades el resultado de las acciones elegidas independientemente no es, en general, eficiente en el sentido de Pareto. En los ejercicios siguientes examinaremos las consecuencias de los mecanismos alternativos y los acuerdos institucionales para resolver los problemas de las externalidades.

Ejemplo: Una gran fábrica vierte sus residuos en un lago cercano. Este lago también lo utilizan 1.000 personas para sus actividades recreativas. Indicamos con X la cantidad de residuos que la empresa vierte en el lago. Indicamos con Y_i el número de horas diarias que una persona i dedica a nadar y remar en bote por el lago y con C, la cantidad de pesetas que la persona i emplea en bienes de consumo. Si la empresa vierte X unidades de residuos en el lago, sus beneficios ascienden a $1.200X - 100^2$. Todos los consumidores tienen idénticas funciones de utilidad dadas por $U(Y_i, C_i, X) = C_i + 9Y_i - Y_i^2 - XY_i$, e idénticos ingresos. Supongamos que no se restringen los vertidos residuales en el lago y que los consumidores pueden disfrutar del lago gratuitamente. Supongamos también que la fábrica y los consumidores toman sus decisiones independientemente. La fábrica maximizará sus beneficios eligiendo $X = 6$. (La empresa iguala a cero la derivada de los beneficios con respecto a X.) Cuando $X = 6$, todos los consumidores maximizan su utilidad eligiendo Y_i = 1,5. (Los consumidores igualan a cero la derivada de la utilidad con respecto a Y_i.) Advertimos al examinar las funciones de utilidad que, cuando cada una de las personas invierte 1,5 horas diarias en el lago, estaría dispuesta a pagar 1,5 euros con objeto de reducir X en una unidad. Como tenemos 1.000 personas, la cantidad total que estas personas estarían dispuestas a pagar para reducir la cantidad de residuos en una unidad es 1.500 euros. Si con esto se reduce la cantidad de residuos de 6 unidades a 5, los beneficios de la fábrica descenderán de 3.600 euros a 3.500 euros. Evidentemente, los consumidores podrían permitirse sobornar a la fábrica para que disminuya sus residuos en una unidad.

34.1 (2) El pintoresco pueblecito de Boztón descansa sobre una bahía poblada por un delicioso crustáceo, el *homarus americanus,* más conocido como langosta. El ayuntamiento del pueblecito es el que concede las licencias a los pescadores de langostas, y está tratando de determinar cuántas licencias conceder. La situación económica es la siguiente:

1. Cuesta 2.000 euros al mes poner en condiciones de funcionamiento una barca de pesca.
2. Si hay x barcas funcionando en Boztón, la cantidad total de los ingresos derivados de la pesca de la langosta es $f(x) = 1.000(10x - x^2)$ euros mensuales.

(a) Representa en el gráfico facilitado la curva del producto medio, $PMe(x) = f(x)/x$ y la curva del producto marginal, $PMg(x) = f'(x) = 10.000 - 2.000x$. En este mismo gráfico traza la línea correspondiente al coste de poner en funcionamiento una barca de pesca.



(b) Si las licencias se expiden gratuitamente, ¿cuántas barcas se dedicarán a la pesca de langostas en la bahía de Boztón? (Pista: ¿cuántas barcas son necesarias antes de que los beneficios sean nulos?) **8 barcas**.

(c) ¿Cuál es el número de barcas que maximiza los beneficios totales? **Igualando el *PM* al coste, tenemos que $10 - 2x = 2$, es decir, $x = 4$ barcas**.

(d) Si las autoridades de Boztón quisieran restringir el número de barcas a aquellas que maximicen los beneficios totales, ¿cuánto deberían cobrar al mes por una licencia de pesca de langosta? (Pista: si la licencia cuesta L miles de euros al mes, el coste marginal de operar una barca durante un mes será de $(2 + L)$ miles de euros.) **4.000 euros al mes**.

34.2 (2) Supongamos que un apicultor tiene sus panales de miel próximos a un agricultor que explota un campo de perales, y que ambos actúan como empresas competitivas. Sea P la cantidad producida de peras y M la cantidad de miel. Las funciones de costes de ambas empresas son $CM(M) = M^2/100$ y $C_p(P) = P^2/100 - M$. El precio de la miel es de 2 euros y el de las peras de 3.

(a) Si cada una de las empresas funciona independientemente, la cantidad de miel producida en equilibrio será **100** y la de peras **150**.

(b) Supongamos que las dos empresas se fusionan. ¿Cuál sería la cantidad de miel maximizadora de beneficios de las dos empresas fusionadas? **150**. ¿Cuál sería la cantidad de peras maximizadora de beneficios? **150**.

(c) ¿Cuál es el nivel de producción de miel eficiente desde el punto de vista social? **150**. Si las empresas permanecieran separadas, ¿cuánta producción de miel tendrían que subvencionarle al apicultor para inducirle a producir una cantidad eficiente desde el punto de vista social? **1 euro por unidad**.

34.3 (2) En el pueblo de Calavera de la Boina, con población de 1.001 habitantes, no hay mucho que hacer aparte de conducir la moto alrededor del pueblo. Todos los habitantes del pueblo hacen lo mismo que los demás y aunque a todo el mundo le gusta conducir, todos se quejan de los atascos, el ruido y la polución ocasionados por el tráfico. La función de utilidad de un residente típico es $U(s, c, h) = s + 16c - c^2 - 6h/1.000$, donde s es su consumo diario de sanchichones, c es el número de horas diarias que conduce y h es la cantidad total de horas (medidas en horas por persona al día) que dedican todos los demás residentes a conducir por la ciudad. El precio de los sanchichones es de 1 euro cada uno. Cada persona de Calavera de la Boina percibe una renta de 40 euros diarios. Para simplificar los cálculos supongamos que el conducir una moto no comporta gasto alguno.

(a) Si una persona cree que la cantidad de horas que conduce no repercutirá en la cantidad de horas que los demás emplearán en conducir, ¿cuántas horas diarias de conducción elegirá? **8**. (Pista: ¿cuál es el valor de c que maximiza $U(s, \mathrm{c}, h)$?)

(b) Si todo el mundo elige su valor óptimo de c, ¿cuál es entonces la cantidad total, h, de horas de conducción de las demás personas? **8.000**.

(c) ¿Cuál será la utilidad de cada residente? **56**.

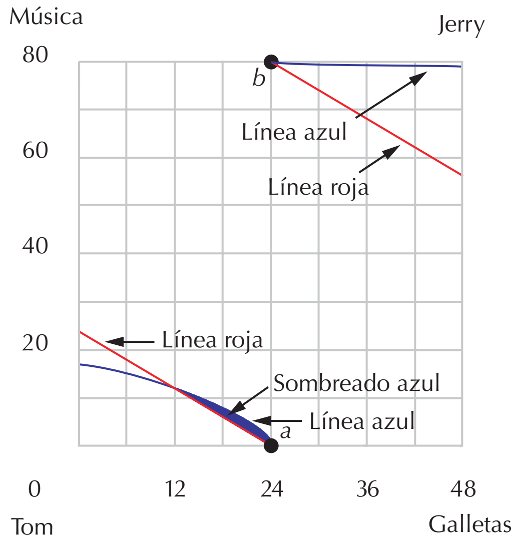
(d) Si todo el mundo conduce 6 horas al día, ¿cuál será el nivel de utilidad de un residente típico de Calavera de la Boina? **64**.

(e) Supongamos que las autoridades municipales deciden aprobar una ley que limita el número total de horas que a cada uno se le permiten conducir. ¿Cuántas horas diarias de conducción se le deben permitir a cada uno si el objetivo es maximizar la utilidad de un residente típico? (Pista: vuelve a escribir la función de utilidad sustituyendo $1.000c$ por h, y maximiza con respecto a c.) **5 horas al día**.

(f) Las autoridades pueden conseguir el mismo objetivo con un impuesto sobre la conducción. ¿A cuánto debería ascender este impuesto por hora de conducción? (Pista: este precio debería ser igual a la relación marginal de sustitución entre las horas de conducción y los sanchichones cuando el residente está conduciendo el número «adecuado» de horas.) **6 euros**.

34.4 (3) Tom y Jerry son compañeros de habitación en un colegio mayor universitario, y comparten su habitación un total de 80 horas a la semana. A Tom le gusta la música a todo volumen, incluso cuando está durmiendo. Su función de utilidad es $U_T(G_T, M) = G_T + M$, donde G_T es la cantidad de galletas que come a la semana y M es el número de horas a la semana durante las cuales escucha música cuando él está en la habitación. Jerry aborrece la música de cualquier tipo. Su función de utilidad es $U(G_J, M) =$

$G_J - M^2/12$. Todas las semanas Tom y Jerry reciben de sus familias dos docenas de galletas de chocolate *cada uno*. No tienen ningún otro suministro de galletas. Podemos describir esta situación por medio de un gráfico muy similar al de la caja de Edgeworth. Situamos en el eje de las abscisas la cantidad de galletas y en el eje de las ordenadas el número de horas de música. Como las galletas constituyen un bien privado, el número de galletas que Tom consume a la semana más el número de galletas que Jerry consume a la semana tiene que ser igual a 48. Sin embargo, la música es un bien público. Ambos tienen que consumir el mismo número de horas de música, tanto si les gusta como si no les gusta. Digamos que la altura de un punto de la caja representa el número total de horas en las cuales se escucha música en la habitación a la semana. La distancia al lado izquierdo de la caja representa la «cantidad de galletas de Tom» y la distancia al lado derecho de la caja representa la «cantidad de galletas de Jerry».



(a) Supongamos que el reglamento del colegio mayor exige tener el permiso del compañero de habitación para poder escuchar música. En este caso, la *dotación inicial* denota la situación en la cual Tom y Jerry no alcanzan ningún acuerdo. De ser así no se escucharía música y cada uno de ellos consumiría dos docenas de galletas a la semana. Indica en el gráfico anterior esta dotación con la letra *A*. Dibuja en color rojo las curvas de indiferencia de Tom que atraviesan este punto y en color azul las curvas de indiferencia de Jerry que atraviesan este punto. (Pista: cuando dibujes la curva de indiferencia de Jerry, recuerda dos cosas: (1) Jerry aborrece la música y, por lo tanto, prefiere los puntos más bajos del gráfico a los más altos. (2) La cantidad de galletas de Jerry está medida desde el lado izquierdo de la caja, así que prefiere los puntos situados más a la izquierda a aquéllos situados más a la derecha.) En color azul, sombrea los puntos que representan las situaciones en las cuales ambos compañeros obtendrían una satisfacción mayor que en la situación descrita por el punto *A*.

(b) Supongamos que, por el contrario, el reglamento del colegio mayor proclama que «el *rock-n-roll* es bueno para el cuerpo». Ahora no se necesita el permiso del compañero para escuchar música. En este caso, la *dotación inicial* corresponde a la situación en la cual Tom pone la música las 80 horas a la semana que están compartiendo la habitación y cada uno de los dos consume dos docenas de galletas a la semana. Marca este punto inicial en el gráfico anterior con la letra B. Dibuja en color rojo las curvas de indiferencia de Tom que atraviesan este punto y en color azul las de Jerry. Dados los recursos disponibles, ¿puede señalarse cualquier otro punto en el cual la satisfacción de *ambos,* Tom y Jerry, sea mayor que la obtenida en el punto B? **Sí**.

Calculo

34.5 (0) Una tienda de ropa y una joyería están situadas la una junto a la otra en un pequeño centro comercial. El número de clientes que acude al centro con intención de comprar en una de las dos tiendas depende de la cantidad diaria de dinero que la tienda invierte en publicidad. Cada una de las tiendas atrae también algunos clientes que venían con intención de comprar en la tienda vecina. Si la tienda de ropa se gasta X_v euros diarios en publicidad y la joyería se gasta x_j euros diarios, entonces los beneficios totales diarios de la tienda de ropa son $\prod_v(x_v, x_j) = (60 + x_j)x_v - 2x^2_v$, y los beneficios totales diarios de la joyería son $\prod_v(x_v, x_j) = (105 + x_v)x_j - 2x_j^2$. (Se trata en ambos casos de los beneficios netos de *todos* los costes, incluyendo el de la publicidad.)

(a) Si cada una de las tiendas cree que la cantidad invertida en publicidad por la otra tienda es independiente de la suya propia, entonces podemos determinar el nivel de equilibrio del gasto publicitario invertido por cada tienda resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Una de estas ecuaciones establece que la derivada de los beneficios de la tienda de ropa con respecto a su propio nivel de publicidad es igual a cero. La otra ecuación establece que la derivada de los beneficios de la joyería con respecto a su propio nivel de publicidad es igual a cero. Estas dos ecuaciones están formuladas de la siguiente manera: $\mathbf{60 + X_J - 4X_v = 0}$ **y** $\mathbf{105 + X_v - 4X_J = 0}$. Las cantidades empleadas en publicidad, en equilibrio, son respectivamente $X_v = \mathbf{23}$ y $X_J = \mathbf{32}$. Los beneficios de la tienda de ropa son **1.058** euros y los beneficios de la joyería son **2.048**.

(b) El beneficio adicional que la joyería conseguiría si la tienda de ropa se gastara un euro adicional en publicidad es aproximadamente igual a la derivada de los beneficios de la joyería con respecto al nivel de los gastos publicitarios de la tienda de vestidos. Si las dos tiendas alcanzan el nivel de equilibrio con las cantidades empleadas en publicidad que calculamos en el apartado anterior, un euro adicional invertido en publicidad por parte de la tienda de ropa le proporcionaría a la joyería un beneficio adicional de **32 euros** aproximadamente y un euro adicional invertido en publicidad por parte de la joyería le proporcionaría a la tienda de ropa un beneficio adicional de aproximadamente **23 euros**.

(c) Supongamos que la propietaria de la tienda de ropa conoce las funciones de los beneficios de ambas tiendas. Ella razona para sí misma de la siguiente manera: «Supongamos que puedo decidir cuánto voy a gastarme en publicidad antes de que la joyera decida cuánto va a gastarse ella. Cuando le diga lo que tengo intención de hacer, ella, como consecuencia, tendrá que modificar su decisión. Puedo calcular su función de reacción con respecto a mi elección de X_v, igualando a cero la derivada de sus beneficios con respecto a su propio nivel de gasto publicitario, y determinando el nivel de su gasto publicitario en función de mi propio gasto. De este modo, resuelvo que $X_J = \mathbf{105/4 + X_v/4}$. Si yo sustituyo este valor de X_J en mi función de los beneficios y después elijo un valor de X_v para maximizar mis propios beneficios, elegiré que $x_v = \mathbf{24{,}64}$ y ella elegirá que $x_j = \mathbf{32{,}41}$. En este caso mis beneficios ascenderán a **1.062,72 euros** y los suyos **2.100,82 euros**.

(d) Supongamos que la tienda de ropa y la joyería tienen las mismas funciones de beneficios descritas anteriormente, pero que ambos negocios fueran propiedad de una sola empresa que eligiera las cantidades empleadas en publicidad que maximizaran la suma de los beneficios de las dos tiendas. En este caso, la empresa elegirá que $X_v = \mathbf{37{,}50}$ euros y que $X_J = \mathbf{45}$ **euros**. Sin calcular los beneficios reales, ¿puedes determinar si la suma total de los beneficios sería mayor, menor o igual a los beneficios obtenidos cuando ambas tiendas tomaban sus decisiones independientemente? **Sí, sería mayor**. ¿A cuánto ascenderían estos beneficios totales? **3.487,50 euros**.

34.6 (2) Los habitantes de las cabañas de las riberas del lago Pelusaso son personas de pésimo carácter. Este pueblecito consta de 100 cabañas y sus habitantes viven formando un círculo alrededor del lago. Cada cabaña tiene dos vecinos, uno a la derecha y otro a la izquierda. Disponen de un solo bien y todos lo consumen en el jardín frente a la puerta de sus casas a la vista de sus dos vecinos. A todos les gusta consumir este bien, pero todos sienten una gran envidia del consumo del vecino de la izquierda. Curiosamente, a nadie le interesa lo que esté haciendo el vecino de la derecha. De hecho, cada consumidor tiene una función de utilidad $U(c, i) = e - i^2$, donde c representa su propio consumo e i representa el consumo del vecino situado a la izquierda. Supongamos que cada consumidor posee 1 unidad del bien que se consume y que efectivamente lo consume.

(a) Calcula el nivel de utilidad de un consumidor. **0**.

(b) Supongamos que cada consumidor consume solamente 3/4 de una unidad. ¿La satisfacción de todos los consumidores será mayor o menor? **Mayor**.

(c) ¿Cuál es el nivel de consumo que proporciona la máxima satisfacción si todo el mundo consume la misma cantidad? **1/2**.

(d) Supongamos que todos los consumidores del lago consumen 1 unidad del bien, ¿es posible que dos personas aumenten su propia satisfacción o bien redistribuyendo el consumo entre las dos o bien desprendiéndose de una parte del mismo? **No**.

(e) ¿Y si se tratase de un grupo de tres personas? **No**.

(f) ¿Cuál es el número mínimo de personas que podrían cooperar de manera que se beneficiaran todos los miembros? **100**.

34.7 (0) Juan y Teresa son compañeros en la vida y en los negocios. Como sucede muy a menudo en este mundo imperfecto, cada uno adolece de un pequeño vicio que fastidia al otro. Al vicio de Juan lo denominamos actividad X y al vicio de Teresa actividad Y. Digamos que x representa la cantidad de actividad X que Juan lleva a cabo y que y representa la cantidad de actividad Y que Teresa lleva a cabo. Debido a una serie de reveses en el negocio, Juan y Teresa disponen solamente de 1.000.000 de euros al año para sus gastos. La función de utilidad de Juan es $U_J = c_J + 500 \ln x - 10y$, donde c_J es la cantidad de dinero que él gasta anualmente en la adquisición de bienes distintos a aquellos que se relacionan con su vicio, x es el número de unidades de la actividad X que él consume al año e y es el número de unidades de la actividad Y que Teresa consume al año. La función de utilidad de Teresa es $U_T = C_T + 500 \ln y - 10x$, donde C_T es la cantidad de dinero que ella gasta anualmente en la adquisición de bienes distintos a aquellos que se relacionan con su vicio, y es el número de unidades de la actividad Y que ella consume y x es el número de unidades de la actividad X que Juan consume. La actividad X cuesta 20 euros por unidad y la actividad Y cuesta 100 euros por unidad.

(a) Supongamos que Juan tiene derecho a una mitad de los ingresos conjuntos y Teresa tiene derecho a la otra mitad. Supongamos, además, que no tienen ningún convenio el uno con el otro sobre qué cantidad de las actividades X e Y tienen intención de consumir ¿Cuántas unidades de la actividad X elegirá consumir Juan? **25 unidades**. ¿Cuántas unidades de la actividad Y elegirá consumir Teresa? **5 unidades**.

(b) Debido a que las funciones de utilidad de Juan y Teresa son cuasilineales, su frontera de posibilidades de utilidad incluyen un segmento de línea recta, que además se puede hallar maximizando la suma de sus utilidades. Advertimos que $U_J(c_J, x, y) + U_T(c_T, x, y) = c_J + 500 \ln x - 20y + C_T + 500 \ln y - 10x = c_J + C_T + 500 \ln x - 10x + 500 \ln y - 10y$. Pero debido a la restricción presupuestaria de la pareja sabemos que $c_J + c_T = 1.000.000 - 20x - 100y$. Por consiguiente, podemos escribir $U_J(c_J, x, y) + U_T(c_T, x, y) = 1.000.000 - 20x - 100y + 500 \ln x - 10x + 500 \ln y - 10y = 1.000.000 + 500 \ln x + 500 \ln y - 30x - 110y$. Elijamos ahora un valor de x y de y que maximice $U_J(c_J, x, y) + U_T(c_T, x, y)$. Igualando a cero las derivadas parciales con respecto a x y a y, obtenemos los máximos cuando $x =$ **16,67** e $y =$ **4,54**. Si sustituimos estos valores en la ecuación $U_J(c_J, x, y) + U_T(C_T, x, y) = 1.000.000 + 500 \ln x + 500 \ln y - 30x - 110y$, veremos que la frontera de posibilidades de utilidad aparece descrita por la ecuación $U_J + U_C =$ **1.001.163,86**. (Para responder a la pregunta necesitaremos una calculadora o una tabla de logaritmos.) A lo largo de esta frontera, la suma total de los gastos correspondientes a las actividades X e Y de Juan y de Teresa es **787,34**. La cantidad restante del 1.000.000 de euros se gasta en C_J y C_T. Todos los modos posibles de dividir esta suma corresponden a un punto diferente de la frontera de posibilidades de utilidad. La pendiente de la frontera de posibilidades de utilidad construida de este modo es **–1**.

34.8 (0) Un aeropuerto está situado junto a un gran solar propiedad de un agente inmobiliario. A este agente le gustaría construir edificios en este solar, pero el ruido procedente del aeropuerto reduce el valor del solar. Cuanto mayor es el número de aviones que aterrizan y despegan, menor es la cantidad de beneficios que el agente inmobiliario puede obtener. Indicamos con X el número de aviones que operan en el aeropuerto diariamente y con Y el número de edificios construidos por el agente inmobiliario. Los beneficios totales del aeropuerto son $48X - X^2$ y los beneficios totales del agente inmobiliario son $60Y^2 - Y^2 - XY$. Consideremos los beneficios bajo las distintas hipótesis de las reglas institucionales y de los convenios entre los administradores del aeropuerto y el agente inmobiliario.

(a) (Libertad de elección sin convenio.) Supongamos que los administradores del aeropuerto y el agente inmobiliario no pueden acordar ningún convenio y que cada uno puede decidir su propio nivel de actividad. Independientemente de los edificios que el agente construya, el número de aviones diarios que maximiza los beneficios del aeropuerto es 24. Dado que los administradores del aeropuerto fletan este número de aviones, el número de edificios que maximiza los beneficios del agente inmobiliario es **18**. Los beneficios totales del aeropuerto son **576** y los beneficios totales del agente son **324**. La suma total de sus beneficios es **900**.

(b) (Prohibición absoluta.) Supongamos que las autoridades locales prohíben al aeropuerto proseguir con su actividad a causa de la externalidad impuesta al agente inmobiliario. Entonces no habrá aviones surcando los aires y el propietario podrá construir **30** edificios y sus beneficios totales ascenderán a **900**.

(c) (Paraíso de los abogados.) Supongamos que se aprueba una ley por la cual los administradores del aeropuerto son los responsables de los daños causados al patrimonio del propietario inmobiliario. Como los beneficios del agente son $60Y - Y^2 - XY$ y sus beneficios podrían haber sido $60Y - Y^2$ si no hubiera habido tráfico aéreo, la cantidad total que se le tiene que resarcir al propietario será XY. Por lo tanto, si el aeropuerto fleta X aviones y el agente construye Y edificios, entonces los beneficios del aeropuerto, después de pagar los daños ocasionados al agente, serán $48X - X^2 - XY$. Los beneficios del agente, incluida la cantidad recibida en compensación por las pérdidas, ascenderán a $60Y - Y^2 - XY + XY = 60Y - Y^2$. Con el fin de maximizar sus beneficios netos, el propietario elegirá construir **30** edi-

ficios independientemente del número de aviones que surquen los aires. Para maximizar sus beneficios, al neto de los daños, los administradores del aeropuerto elegirán fletar **9** aviones, Los beneficios totales del propietario serán **900** y los beneficios totales del aeropuerto serán **81**. La suma total de sus beneficios será **981**.

Cálculo

34.9 (1) Continuamos con el problema anterior concerniente al aeropuerto y al agente inmobiliario.

(a) (Fusión). Supongamos que el agente inmobiliario compra el aeropuerto. ¿Cuál es la función de beneficios de la nueva entidad conjunta? $\mathbf{48X - X^2 + 60Y - Y^2 - XY}$. Para maximizar los beneficios conjuntos, debe construir **24** viviendas y dejar que aterricen **12** aviones. Ahora los beneficios conjuntos son **1.008**. Explica por qué cada una de las reglas institucionales propuestas en los problemas anteriores no genera un resultado eficiente y, por lo tanto, tiene unos beneficios conjuntos menores. **En (a) el aeropuerto no soporta el coste de los daños provocados por el aterrizaje de los aviones. En (b), los aviones tienen prohibido aterrizar. La causa de la externalidad se elimina junto con el beneficio de los aviones. En (c) el aeropuerto soporta todo el coste de los daños provocados por el aterrizaje, pero el agente inmobiliario no soporta ninguno de los costes. Por lo tanto, el agente inmobiliario construye demasiados edificios**.

(b) (Acuerdo comercial.) Supongamos que el aeropuerto y la agencia inmobiliaria continúan desarrollando sus actividades independientemente. Si la situación original era de «libertad de elección», ¿podría el propietario inmobiliario incrementar sus beneficios netos sobornando a los administradores del aeropuerto de manera que efectúen un vuelo menos al día, ofreciéndose a cambio a reembolsar todas las pérdidas ocasionadas por la reducción de vuelos? **Sí**. El agente inmobiliario decide convencer a los administradores del aeropuerto para que reduzcan el número de vuelos reembolsando todas las pérdidas ocasionadas por esta reducción. ¿Cuántos vuelos al día deberían ser eliminados para maximizar los beneficios netos del propietario inmobiliario? **12**.

34.10 (1) Todas las mañanas se desplazan 6.000 personas de Villa Arriba a Villa Abajo para ir a trabajar. Todas tratan de reducir lo más posible el tiempo que tardan en llegar a trabajar. Hay dos formas de desplazarse. Una es atravesar la ciudad en automóvil pasando por el centro de Villa de En Medio. La otra es tomar la carretera de circunvalación. Esta carretera no tiene mucho tráfico, pero se da mucha vuelta y se tarda 45 minutos en ir de Villa Arriba a Villa Abajo de esta manera. La carretera que pasa por Villa de En Medio es mucho más corta y, si no tuviera tanto tráfico, se tardaría 20 minutos solamente en ir de Villa Arriba a Villa Abajo de esta forma. Pero en esa carretera suele haber atascos. En realidad, si el número de personas que utilizan esta carretera es N, el número de minutos que se tarda en ir de Villa Arriba a Villa Abajo atravesando Villa de En Medio es igual a $20 + N/100$.

(a) Suponiendo que no se cobra ningún peaje por utilizar ninguna de las dos carreteras, en condiciones de equilibrio, ¿cuántas personas utilizarán la que atraviesa Villa de En Medio? **2.500**. ¿Cuál será el número total de minutos al día que se dedicarán al desplazamiento de Villa Arriba a Villa Abajo? $\mathbf{45 \times 6.000 = 270.000}$.

(b) Supón que un planificador social controlara el acceso a la carretera que atraviesa Villa de En Medio y fijara el número de personas que pueden desplazarse de esa forma de tal manera que se redujera lo

más posible el número de minutos al día que dedican al desplazamiento de Villa Arriba a Villa Abajo. Formula una expresión del número total de minutos al día que dedican a desplazarse de Villa Arriba a Villa Abajo en función del número N de personas a las que se les permite tomar la carretera de Villa de En Medio. $\boldsymbol{N\left(20+\frac{N}{100}\right)+(6.000-N)45}$. ¿Cuántas personas al día permitiría el planificador social que utilizaran la carretera que atraviesa Villa de En Medio? **1.250**. En este caso, ¿cuánto tardarían las personas que atraviesan Villa de En Medio en llegar al trabajo? **32,5 minutos**. ¿Cuál sería el número total de minutos al día que dedicarían a desplazarse de Villa Arriba a Villa Abajo? **1.250 × 32,5 + 4.750 × 45 = 254.375**.

(c) Supón que los trabajadores valoran el tiempo que ahorran al desplazarse al trabajo en w euros por minuto y que el Gobierno metropolitano de la Gran Villa cobra un peaje por utilizar la carretera de Villa de En Medio y distribuye el ingreso generado por este peaje por igual entre las 6.000 personas. Si elige el peaje de tal forma que reduzca al mínimo la cantidad total de tiempo que se dedica a desplazarse de Villa Arriba a Villa Abajo, ¿cuál debe ser la cuantía del peaje? **12,5€ × *w***. ¿Cuánto ingreso obtendrá al día con este peaje? **15.625€ × *w***. Demuestra que con esta política todos los que se desplazan disfrutan de un bienestar mayor que sin los peajes y evalúa la ganancia por consumidor en euros. **Antes de que se instalara el peaje, todos los trabajadores tardaban 45 minutos en llegar al trabajo. Una vez instalado el peaje, los trabajadores que toman la carretera de circunvalación siguen tardando 45 minutos en llegar al trabajo y a los que pasan por el centro de Villa de En Medio les da lo mismo tardar 45 minutos en llegar al trabajo por la carretera de circunvalación que pagar el peaje para pasar por el centro de Villa de En Medio. Por lo tanto, no empeoraría el bienestar de nadie aunque se despilfarraran los ingresos generados por el peaje. El hecho es que todo el mundo recupera alrededor de 2,6€ × *w* al día de los ingresos generados por el peaje, por lo que mejora el bienestar de todo el mundo**.

34.11 (2) Supón que el Gobierno metropolitano de la Gran Villa rechaza la idea de establecer peajes y decide ensanchar la carretera de Villa de En Medio para duplicar su capacidad. Con el doble de capacidad, la cantidad de tiempo que se tarda en desplazarse de Villa Arriba a Villa Abajo por la carretera de Villa de En Medio viene dada por $20 + N/200$, donde N es el número de personas que utilizan la carretera de Villa de En Medio. En el nuevo equilibrio, con el aumento de la capacidad y sin peajes, ¿cuántas personas utilizarán la carretera de Villa de En Medio? **5.000**. ¿Cuánto tardarán los usuarios de esta carretera en llegar al trabajo? **45 minutos**. ¿Cuántos minutos de tiempo de desplazamiento se ahorrarán ampliando la capacidad de la carretera de Villa de En Medio? **0**. ¿Crees que la gente pensará que este aumento de la capacidad es una buena manera de utilizar los euros pagados en impuestos? **No**.

35 La tecnología de la información

Introducción

Reconocemos unánimemente que la tecnología de la información ha revolucionado la forma en que producimos y consumimos. Algunos piensan que es necesario contar con un «nuevo análisis económico» para comprender esta nueva economía. Nosotros pensamos que no. Los instrumentos económicos que hemos aprendido en este curso pueden aportar poderosas ideas que nos ayuden a comprender la economía de la tecnología de la información, como lo demuestra esta serie de problemas.

35.1 (2) Bill Barreras, presidente de la empresa informática MuchoSoft, está a punto de presentar un nuevo sistema operativo llamado Abrepuertas. Como es más fácil intercambiar ficheros con personas que tienen el mismo sistema operativo, la cantidad que están dispuestas a pagar las personas por instalar Abrepuertas en su ordenador es mayor cuanto mayor crean que va a ser la cuota de mercado de este sistema.

La *cuota percibida de mercado* del Abrepuertas es la proporción de todos los ordenadores que el público *cree* que lo utilizan. Cuando el precio de este sistema es p, su *cuota efectiva* de mercado es la proporción de todos los dueños de ordenadores que estarían dispuestos a pagar al menos p euros para que les instalaran el Abrepuertas en su ordenador. Los investigadores de mercado han descubierto que si la cuota percibida de mercado del Abrepuertas es s y su precio es p euros, su cuota efectiva de mercado es x, donde x está relacionado con el precio p y la cuota percibida de mercado s por medio de la fórmula

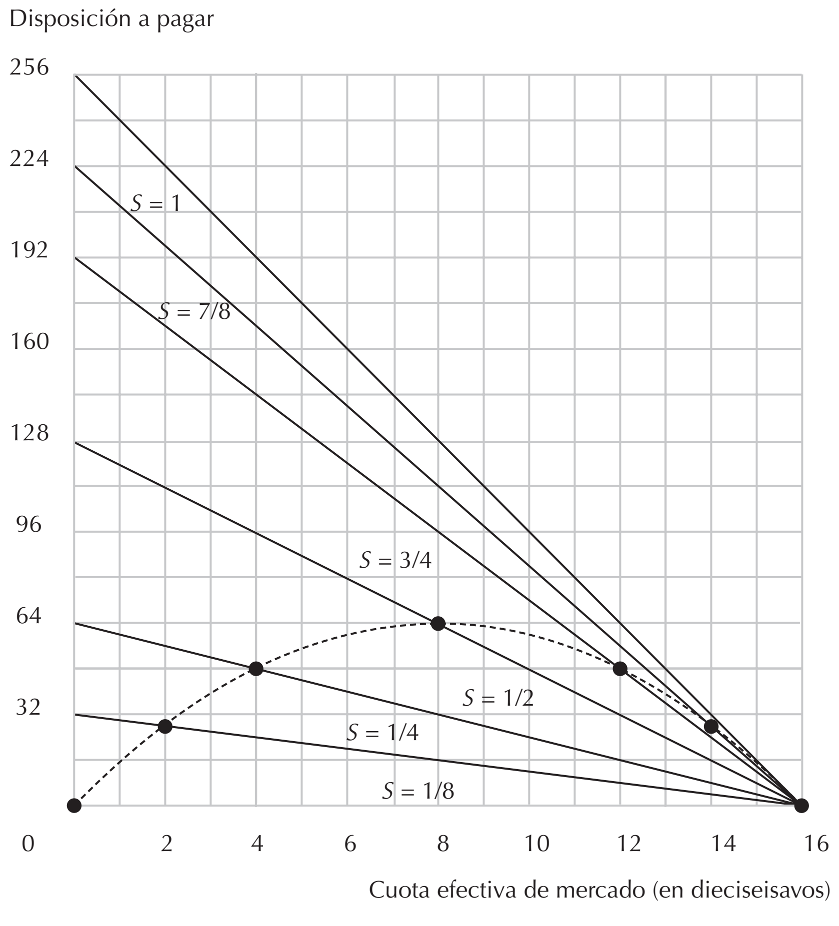
$$p = 256s(1 - x) \qquad [1]$$

A corto plazo, MuchoSoft puede influir en la cuota percibida de mercado del sistema operativo Abrepuertas haciendo publicidad, anunciándose, repartiendo botellas de vino y regalos entre los periodistas simpáticos y regalando copias de forma bien visible. A largo plazo, se sabe la verdad y la cuota percibida de mercado del Abrepuertas debe ser igual a su cuota efectiva de mercado x.

(a) Si la cuota percibida de mercado es s, la curva de demanda del Abrepuertas viene dada por la ecuación 1. Traza en el gráfico de la página siguiente la curva de demanda que relaciona el precio y la cuota efectiva de mercado en el caso en el que la cuota percibida de mercado es $s = 1/2$. Llama a esta curva $s = 1/2$.

(b) Dibuja en la curva de demanda que acabas de trazar suponiendo que $s = 1/2$ una marca roja en el punto en el que la cuota efectiva de mercado del Abrepuertas es 1/2 (éste es el punto de la curva de demanda que se encuentra directamente por encima de $x = 1/2$). ¿Cuál es el precio al que la mitad de los dueños de ordenadores quieren comprar realmente el Abrepuertas, dado que todo el mundo cree que la mitad de todos los dueños de ordenadores quieren comprar este sistema operativo? **64 euros**.

(c) Traza y etiqueta en el mismo gráfico otra curva de demanda correspondiente al caso en el que la cuota percibida de mercado del Abrepuertas s toma cada uno de los siguientes valores: $s = 1/8$, 1/4, 3/4, 7/8, 1.



(d) Dibuja en la curva de demanda correspondiente a una cuota percibida de mercado de $s = 1/4$ una marca roja en el punto en el que la cuota efectiva de mercado del Abrepuertas es 1/4 (este es el punto de esta curva de demanda que se encuentra directamente por encima de $x = 1/4$). Si la cuota percibida de mercado del Abrepuertas es 1/4, ¿a qué precio es también la cuota efectiva de mercado del Abrepuertas 1/4? **48 euros**.

(e) Dibuja, como has hecho en el caso de $s = 1/2$ y $s = 1/4$, unas marcas rojas en las curvas de demanda correspondientes a $s = 1/8$, 3/4, 7/8 y 1, mostrando el precio al que la cuota efectiva de mercado es s, dado que la cuota percibida es s.

(f) Tracemos ahora la curva de demanda a largo plazo del Abrepuertas, en la que suponemos que las cuotas percibidas de mercado de los dueños de ordenadores s son iguales que las efectivas x. Si es así,

entonces debe ser cierto que $s = x$, por lo que la curva de demanda viene dada por $p = 256x(1 - x)$. Señala en el gráfico adjunto unos cuantos puntos en esta curva y dibuja una aproximación de la curva (Pista: observa que la curva que trazas debe pasar por todos los puntos rojos que ya has dibujado).

(g) Supón que MuchoSoft fija un precio de 48 euros por el Abrepuertas y lo mantiene. Hay 3 cuotas percibidas de mercado tales que la proporción de consumidores que querría comprar realmente Abrepuertas por 48 euros es igual a la cuota percibida de mercado. Una de esas cuotas percibidas de mercado es 0. ¿Cuáles son las otras dos posibilidades? **$s = 1/4$ y $s = 3/4$**.

(h) Supón que anunciándose e influyendo en los medios de comunicación, MuchoSoft puede fijar temporalmente su cuota percibida de mercado en cualquier número situado entre 0 y 1. Si la cuota percibida de mercado del Abrepuertas es x y si MuchoSoft cobra un precio $p = 256x(1 - x)$, la cuota efectiva de mercado también será x y las percepciones anteriores se reforzarán y se mantendrán. Suponiendo que MuchoSoft elige una cuota percibida de mercado x y un precio que hace que la cuota efectiva sea igual a la percibida, ¿qué cuota de mercado x debería elegir para maximizar su ingreso y qué precio debería cobrar para conservar esta cuota de mercado? (Pista: el ingreso es $px = 256x^2(1 - x)$. Utiliza el cálculo y explica los detalles de tu razonamiento.) **$x = 2/3$. La condición de primer orden es $\frac{d}{dx}256\left(x^2 - x^3\right) = 0$. Eso implica que $2x = 3x^2$, lo cual implica que $x = 2/3$, o sea, $x = 0$. La condición de segundo orden sólo se satisface cuando $x = 2/3$. El precio debe ser de 256 € × 1/3 × 2/3 = 56.89 €**.

35.2 (1) Supón que la demanda del Abrepuertas es la misma que en el problema anterior y que la cuota percibida de mercado en cualquier periodo es igual a la efectiva del periodo anterior. En ese caso, si x_t es la cuota efectiva de mercado en el periodo t, se satisface la ecuación $p = 256x_{t-1}(1 - x_t)$. Reordenando esta ecuación, observamos que $x_t = 1 - (p/256\, x_{t-1})$ siempre que $p/256\, x_{t-1} \leq 1$. Si $p/256\, x_{t-1} \leq 0$, entonces $x_t = 0$. Con esta fórmula, si conocemos la cuota efectiva de mercado correspondiente a cualquier periodo de tiempo, podemos calcular la cuota de mercado correspondiente al siguiente. Supongamos que MuchoSoft fija el precio en $p = 32$ euros y no lo modifica nunca (para responder a las siguientes preguntas, te resultará útil una calculadora).

(a) Si la cuota efectiva de mercado era de 1/2 en el primer periodo, halla la cuota efectiva del segundo **0,75** y del tercero **0,833**. Indica las cuotas efectivas de mercado correspondientes a los periodos siguientes **0,8529, 0,8534**. ¿Parece que se aproximan a un límite? En caso afirmativo, ¿a cuál? **0,853553**.

(b) Observa que cuando se mantiene constante el precio en p, si la cuota de mercado del Abrepuertas tiende a una constante $\bar{x}$, debe cumplirse que $\bar{x} = 1 - (p/256\bar{x})$. Resuelve esta ecuación suponiendo que $p = 32$ euros. ¿Qué te parece el hecho de que haya dos soluciones? **Esta ecuación implica que $x^2 - x + 1/8 = 0$. Las soluciones son $x = 0{,}85355$ y $x = 0{,}14645$. Ambas son cuotas de mercado de equilibrio con un precio de 32 euros**.

35.3 (1) Un grupo de 13 consumidores está considerando la posibilidad de contratar una nueva red informática. Para el consumidor 1 conectarse a la red tiene un *valor inicial* de 1 euro, para el consumidor 2 tiene un *valor inicial* de 2, para el consumidor 3 tiene un *valor inicial* de 3, y así sucesivamente hasta el consumidor 13. La disposición de cada uno a pagar por conectarse a la red depende del número total que esté conectado. En realidad, para cada i, la disposición del consumidor i a pagar por conectarse a la red es i multiplicado por el número total de personas conectadas. Así, por ejemplo, si hay 5 personas conectadas a la red, la disposición del consumidor 1 a pagar es de 5 euros, la del consumidor 2 es de 10 y así sucesivamente.

(a) ¿Cuál es el precio más alto al que podrían conectarse 9 clientes al mercado y obtener todos ellos un beneficio o al menos no sufrir pérdidas? **45 euros**.

(b) Supón que la industria que suministra la red informática es competitiva y que el coste que tiene la conexión para cada consumidor es de 45 euros. Supón que los consumidores son muy conservadores y nadie se apuntará a la red a menos que el valor que tenga esa compra para ellos sea al menos tan alto como el precio pagado tan pronto como se conectan. ¿Cuántas personas se conectarán si el precio es de 45 euros? **0**.

(c) Supón que el Estado está dispuesto a subvencionar a los «usuarios pioneros» del sistema. Los dos primeros pueden conectarse por 10 euros cada uno. Una vez conectados los dos primeros, el Estado permite conectarse a los dos siguientes por 25. A partir de ahí, todo el que se conecte tendrá que pagar el coste total de 45. Supón que los usuarios siguen siendo tan conservadores que sólo se conectan si el valor que obtienen al conectarse es, al menos, igual al precio que les cobran por conectarse. Con la subvención, ¿cuántos consumidores se conectarán a la red? **9**.

35.4 (2) El profesor Pompof ha escrito un nuevo libro de texto de economía, muy simplificado, *Microeconomía para tontainas,* que publicará la editorial Frisos Orientales. La primera edición de este libro estará a la venta durante dos años, momento en que será sustituida por otra. Frisos Orientales ya ha realizado todas sus inversiones de coste fijo en el libro y debe pagar un coste marginal constante de e euros por cada ejemplar que venda.

Sea p_1 el precio cobrado por los ejemplares nuevos vendidos durante el primer año de publicación y p_2 el precio cobrado por los ejemplares nuevos vendidos durante el segundo. La editorial y los estudiantes que compran el libro saben que habrá un mercado activo de ejemplares usados de *Microeconomía para tontainas* un año después de su publicación y que los ejemplares usados de la primera edición tendrán un valor nulo de reventa dos años después de la publicación. Al final del primer año, los estudiantes pueden revender sus libros usados a las librerías de segunda mano por un 40% del precio del segundo año p_2.

El coste neto en que incurre un estudiante comprando el libro el primer año, utilizándolo en clase y revendiéndolo al final de ese año es $p_1 - 0{,}4\,p_2$. El número de ejemplares demandados durante el primer año de publicación viene dado por una función de demanda $q_1 = D_1(p_1 - 0{,}4\,p_2)$.

Algunos de los estudiantes que utilizan el libro durante el primer año de publicación querrán quedarse con su ejemplar para consultarlo en el futuro y otros lo estropearán por lo que no podrán revenderlo. El coste de quedarse con el ejemplar usado o de estropearlo es el precio de reventa $0{,}4\,p_2$. El número de libros que se estropean o que se guardan como obra de consulta viene dado por la función de demanda de los «conservadores»: $D^C(0{,}4\,p_2)$. Por lo tanto, el número de ejemplares usados disponible al final del primer año será $D_1(p_1 - 0{,}4\,p_2) - D^C(0{,}4\,p_2)$.

Los estudiantes que compren *Microeconomía para tontainas* el segundo año de publicación no podrán revender sus ejemplares usados, ya que para entonces habrá una nueva edición. Sin embargo, estos estudiantes pueden comprar un ejemplar nuevo o uno usado. Para simplificar los cálculos, supongamos que a los estudiantes les da lo mismo comprar un ejemplar nuevo o uno usado y que los usados cuestan lo mismo que los nuevos en las librerías de segunda mano (los resultados serían iguales si los estudiantes prefirieran los ejemplares nuevos a los usados, pero las librerías de segunda mano cobrarían por los usados un precio tal que a los estudiantes les daría lo mismo comprar un ejemplar nuevo o uno usado). El número total de ejemplares, nuevos y usados, que se compran durante el segundo año de publicación es $q_2 = D_2(p_2)$.

(a) Formula una expresión del número de ejemplares nuevos que puede vender Frisos Orientales durante el segundo año después de la publicación, si fija el precio p_1 en el primer año y p_2 en el segundo. $\boldsymbol{D_2(p_2) - D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) + D^C(0{,}4\ p_2)}$.

(b) Formula una expresión del número total de ejemplares nuevos de *Microeconomía para tontainas* que puede vender Frisos Orientales durante dos años a los precios p_1 y p_2 en el primer y el segundo año. $\boldsymbol{D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) + D_2(p_2) - D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) + D^C(0{,}4\ p_2) = D_2(p_2) + D^C(0{,}4\ p_2)}$.

(c) ¿Aumentaría el número total de ejemplares vendidos durante dos años, disminuiría o permanecería constante si se subiera p_1 y se mantuviera constante p_2? **Permanecería constante**.

(d) Formula una expresión del ingreso total que obtendrá Frisos Orientales durante los dos próximos años si fija los precios p_1 y p_2. $\boldsymbol{p_1 D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) + p_2(D_2(p_2) - D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) + D^C(0{,}4\ p_2) = (p_1 - p_2)D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) + p_2(d_2(p_2) + D^C(0{,}4\ p_2))}$.

(e) Para maximizar sus beneficios totales durante los dos próximos años, Frisos Orientales debe maximizar la diferencia entre su ingreso total y sus costes variables. Demuestra que esta diferencia puede expresarse de la forma siguiente:

$$(p_1 - p_2)D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) + (p_2 - c)\,[D_2(p_2) + D^C(0{,}4\ p_2)].$$

El coste variable es $\boldsymbol{c(D_2(p_2) + D^C(0{,}4\ p_2))}$. Restar esto de la respuesta anterior.

(f) Supón que Frisos Orientales ha decidido que debe cobrar el mismo precio por la primera edición durante los dos años que se vende. Por lo tanto, debe fijar $p = p_1 = p_2$. Formula una expresión del ingreso de Frisos Orientales, una vez deducidos los costes variables, correspondiente a los dos próximos años en función de p. $\boldsymbol{(p - c)\ (D_2(p) + D^C(0{,}4p))}$.

35.5 (2) Supón que Frisos Orientales, la editorial del problema anterior, tiene un coste marginal constante de $c = 10$ euros por cada ejemplar que vende de *Microeconomía para atolondrados* y sean las funciones de demanda:

$$D_1(p_1 - 0{,}4\ p_2) = 100(90 - p_1 + \mathrm{O}{,}4\ p_2)$$
$$D_2(p_2) = 100(90 - p_2).$$

El número de libros que estropea la gente o guarda como obra de consulta después del primer año es

$$D^C(0{,}4p_2) = 100(90 - 0{,}8p_2).$$

Este supuesto es coherente con el de que la disposición de todo el mundo a pagar por conservar el libro es la mitad de su disposición a pagar por tener el libro mientras asiste al curso. Supón que Frisos Orientales está decidida a cobrar el mismo precio los dos años, por lo que $p_1 = p_2 = p$.

(a) Si Frisos Orientales cobra el mismo precio p por *Microeconomía para tontainas* tanto el primer año como el segundo, demuestra que las ventas totales de ejemplares nuevos durante los dos años son iguales a 18.000 – 180p. **Las ventas totales son $(D_2(p) + D^C(0{,}4\ p_2) = 100(90 - p) + 100(90 - 0{,}8p) = 18.000 - 180p$.**

(b) Formula una expresión del ingreso total de Frisos Orientales, una vez deducidos los costes variables, correspondiente a los dos primeros años en función del precio p.

$$(p - 10)(18.000 - 180\ p) = 19.800p - 180\ p^2 - 180.000.$$

(c) Halla el precio p que maximiza su ingreso total, una vez deducidos los costes variables, correspondiente a los dos primeros años: p = **55 euros**. A este precio, el coste neto en que incurren los estudiantes el primer año comprando el libro y revendiéndolo es igual a **33 euros**. El número total de ejemplares vendidos durante el primer año es igual a **5.700**. El número total de ejemplares que se revenden como libros usados es igual a **1.100**. El número total de ejemplares comprados por los estudiantes durante el segundo año es igual a **3.500** (recuerda que los que estudian durante el segundo año saben que no pueden revender el libro, por lo que tienen que pagar el precio completo p por usarlo). El número total de ejemplares nuevos comprados por los que estudian durante el segundo año es igual a **2.400**. El ingreso total, una vez deducidos los costes variables, correspondiente a los dos años es **364.500** euros.

35.6 (2) Frisos Orientales está tratando de averiguar si es rentable publicar una nueva edición de *Microeconomía para tontainas* después de un año en lugar de después de dos. Si publica una nueva edición después de un año, destruirá el mercado de libros usados y todos los ejemplares que se compren serán nuevos. En este caso, el número de ejemplares nuevos que se demandarán en cada uno de los dos años será $100(90 - p)$, donde p es el precio cobrado. El coste variable de cada ejemplar vendido sigue siendo de 10 euros.

(a) Formula una expresión del número total de ejemplares vendidos durante los dos años si el precio es p en cada uno de los años **$200(90 - p)$**. Formula también una expresión del ingreso total, una vez deducidos los costes variables, en función de p. **$200(p - 10)(90 - p)$**.

(b) Halla el precio que maximiza el ingreso total, una vez deducidos los costes variables. **50 euros**.

(c) El número total de libros nuevos vendidos durante el primer año sería igual a **4.000** y el número total de libros vendidos durante el segundo sería igual a **4.000**.

(d) El ingreso total de Frisos Orientales, una vez deducidos los costes variables, si publica una nueva edición después de un año, será igual a **320.000** euros.

(e) ¿Sería más rentable para Frisos Orientales publicar una nueva edición después de un año o después de dos? **De 2 años**. ¿Qué sería mejor para los estudiantes? (Pista: la respuesta no es la misma para todos los estudiantes.) **Después de dos años es mejor para los estudiantes que asisten al curso en el primer año de publicación y tienen intención de vender el libro. Después de un año es mejor para los demás estudiantes**.

35.7 (3) Supón que Frisos Orientales publica una nueva edición sólo después de dos años y que las demandas y los costes son idénticos a los de los problemas anteriores. Supón que fija dos precios diferentes, p_1 y p_2 en los dos periodos.

(a) Formula una expresión del número total de ejemplares nuevos vendidos a los precios p_1 y p_2 y demuestra que este número depende de p_2 pero no de p_1. **$100((70 - p_1 + 0{,}4p_1) + (140 - 1{,}8\, p_2) - (70 - p_1 + 0{,}4\, p_2)) = 100\,(140 - 1{,}8\, p_2)$**.

(b) Demuestra que a los precios p_1 y p_2 la diferencia entre los ingresos y los costes variables es igual a $100(90\, p_1 + 108\, p_2 + 1{,}4\, p_1\, p_2 - p_1^2 - 2{,}2\, p_2^2 - 1.800)$. **Esta diferencia es $100(p_1 - p_2)(90 - p_1 + 0{,}4\, p_2) + (p_2 - 10)(180 - 1{,}8\, p_2)$. Desarrolla esta expresión**.

(c) Calcula los precios p_1 y p_2 que maximizan la diferencia entre el ingreso total y los costes variables y que, por lo tanto, maximizan los beneficios. **$p_1 = 80$ euros, $p_2 = 50$ euros**.

(d) Si Frisos Orientales elige los precios que maximizan los beneficios, p_1 y p_2, compara los costes en que incurre un estudiante que compra *Microeconomía para tontainas* cuando se publica por primera vez y lo revende al final del primer año con el coste en que incurre un estudiante que lo compra al comienzo del segundo año y después lo tira. **El primero tiene un coste neto de 80 euros – 0,4 × 50 = 60 euros y el segundo tiene un coste de 50 euros**.

35.8 (2) La empresa Intoot fabrica programas para escribir cheques. El propio programa, Fasten, se vende por 50 euros y contiene un paquete de cheques. Los recambios de cheques para Fasten cuesta 20 euros e Intoot vende los cheques a precio de coste. Supón que un consumidor compra Fasten por 50 euros en el periodo 1 y gasta 20 en cheques en cada periodo posterior. Supón, para simplificar el análisis, que el consumidor utiliza el programa durante un número infinito de periodos.

(a) Si el tipo de interés es $r = 0{,}10$ por periodo, ¿cuál es el valor actual de la corriente de pagos efectuada por el consumidor? (Pista: una corriente de pagos de x que comience en el siguiente periodo tiene un valor actual de x/r.) El coste total de poseer Fasten es **50 + 20/0,10 = 250 euros**.

(b) Un competidor de Fasten produce un producto igual de eficaz llamado lmprimecheques. Este producto puede hacer lo mismo que Fasten y viceversa, salvo que Fasten sólo puede utilizar su propio recambio. Imprimecheques también vende su producto por 50 euros y sus cheques por 20 por periodo. Un cliente de Fasten puede pasarse a Imprimecheques simplemente comprando el programa. Eso significa que los costes del cambio son **50 euros**.

(c) Fasten está considerando la posibilidad de subir el precio de los cheques a 30 euros por periodo. Si lo sube, ¿se pasarán sus clientes a Imprimecheques? Explica tu respuesta. **Sí, el valor actual de continuar utilizando Fasten es de 300 euros, mientras que los costes de cambiar a Imprimecheques es de 250 euros**.

(d) Fasten está considerando la posibilidad de subir el precio de los cheques a 22 euros por periodo. ¿Se cambiarán sus clientes? **No. El valor actual de continuar utilizando Fasten es de 220 euros, mientras que el valor actual de cambiar a Imprimecheques es de 250 euros**.

(e) ¿Qué precio tienen que tener los cheques para que a los clientes de Fasten les dé lo mismo cambiarse? (Pista: sea x esta cantidad. Compara el valor actual de seguir utilizando Fasten con el de pasarse a Imprimecheques.) **Resolviendo la ecuación $x/0{,}10 = 250$ tenemos que $x = 25$**.

(f) Si cobra el precio más alto posible sin que se cambien sus clientes, ¿qué beneficio por periodo obtiene cada uno de sus clientes por los cheques? **5 euros**. ¿Cuál es el valor actual del beneficio por consumidor que obtiene Fasten si fija un precio por los cheques igual al número determinado en la pregunta anterior? **$VA = 5/0{,}10 = 50$**. ¿Qué diferencia hay con el coste de cambiar del cliente? **Es igual**.

(g) Supón ahora que el coste del cambio también conlleva varias horas de conversión de datos que el consumidor valora en 100 euros. El coste total del cambio es el coste del nuevo programa más el coste de conversión de los datos que es **150 euros**.

(h) Teniendo en cuenta el coste de la conversión de los datos, ¿cuál es el precio más alto que puede cobrar Intoot por sus cheques? **Resolviendo la ecuación $x/0{,}10 = 250 + 100$, obtenemos $x = 35$**. ¿Cuál es el valor actual de los beneficios generados por este precio? **150 euros**. ¿Qué diferencia hay con los costes totales del cambio? **Es igual**.

(i) Supón que una persona desarrolla un programa informático que elimina el coste de convertir los datos y facilita gratuitamente este programa. Supón que Intoot continúa cobrando por sus recambios de cheques 25 euros. Un nuevo cliente está considerando la posibilidad de comprar Fasten a un precio de 50 euros y pagar 25 por periodo por los cheques frente a pagar 50 por Imprimecheques y 20 por los cheques. Si los dos programas funcionan exactamente igual, ¿cuál comprará el consumidor? **Imprimecheques**.

(j) Intoot decide distribuir un vale de descuento de 50 euros sobre el precio ordinario de venta. ¿Qué precio tendría que fijar para que a los consumidores les diera lo mismo comprar Fasten que comprar Imprimecheques? **Resolviendo la ecuación $50 + 25/0{,}10 - d = 50 + 20/0{,}10$ tenemos que el vale de descuento debería ser de 50 euros**.

(k) Supón que los consumidores son miopes y sólo se fijan en el coste del propio programa, sin tener en cuenta el coste de los cheques. ¿Qué programa comprarían si Intoot ofreciera este vale? **Fasten**. ¿Cómo podría responder Imprimecheques a la oferta de Fasten? **Emitiendo su propio vale de descuento por 50 euros y subiendo el precio de sus cheques a 35 euros**.

35.9 (2) Sol Microsystems ha inventado recientemente un nuevo lenguaje, Guava, que funciona con un chip de su propiedad llamado Guavachip. El chip sólo puede utilizarse para ejecutar Guava y éste sólo puede ejecutarse con el Guavachip. Sol estima que si vende el chip a un precio p_c y el lenguaje a un precio p_g, la demanda del sistema compuesto por el chip y el lenguaje será $x = 120 - (P_c + p_g)$.

(a) Sol establece inicialmente dos filiales independientes, una para producir el chip y otra para producir el lenguaje. Cada una de ellas venderá su producto a un precio que maximice sus beneficios, suponiendo al mismo tiempo que la modificación de su propio precio no afectará a la decisión de precios de la otra filial. Supón que los costes marginales son insignificantes para las dos empresas. Si el precio del lenguaje se fija en P_g, la función de beneficios de la empresa del chip (prescindiendo de los costes fijos) es **$[120 - p_c - p_g]\, p_c$**.

(b) Diferencia esta función de beneficios con respecto a p_c e iguala el resultado a cero para calcular la elección óptima de p_c en función de p_g. $\boldsymbol{p_c = 120 - 2\,p_g}$.

(c) Ahora considera la decisión de precios de la filial del lenguaje. La elección óptima de p_g en función de p_c es $p_g = \mathbf{120 - 2}\,\boldsymbol{p_c}$.

(d) Resolviendo estas dos ecuaciones con dos incógnitas, deducimos $p_c = \mathbf{40}$ y $p_g = \mathbf{40}$, de tal manera que $p_c + p_g = \mathbf{80}$.

(e) Sol Microsystems decide que el sistema de filiales independientes es engorroso, por lo que crea Guava Computing que vende un sistema integrado consistente en el chip y el lenguaje. Sea p el precio del paquete. La función de beneficios de Guava Computing es $\boldsymbol{[120 - p]p}$.

(f) Diferencia este beneficio con respecto a p e iguala la expresión resultante a cero para hallar $p = \mathbf{60}$.

(g) Compara los precios cobrados por el sistema integrado y las filiales independientes. ¿Cuál es más bajo? **El sistema integrado**. ¿Cuál es mejor para los consumidores? **El sistema integrado**. ¿Cuál obtiene más beneficios? **El sistema integrado**.

35.10 (2) South Belgium Press produce la revista *Nanoeconomics,* que tiene fieles seguidores entre los microeconomistas bajos, y la revista *Gigaeconomics* para los macroeconomistas altos. Ofrece una licencia por la versión electrónica de cada revista a las bibliotecas universitarias con un coste de suscripción por revista de 1.000 euros al año. Las 200 mejores universidades se suscriben todas a ambas revistas, pagando cada una de ellas 2.000 al año a South Belgium Press. De acuerdo con la preferencia revelada, su disposición a pagar por cada revista es de 1.000 euros como mínimo.

(a) En un intento de reducir los costes, las universidades deciden asociarse por parejas, con el fin de que uno de los miembros de cada pareja se suscriba a *Nanoeconomics* y el otro a *Gigaeconomics*. Acuerdan utilizar un préstamo interbibliotecario para compartir la otra revista. Dado que los ejemplares son electrónicos, este procedimiento no tiene ningún coste adicional. Con este sistema de compra por parejas, ¿cuántas suscripciones de cada revista venderá South Belgium Press? **100**.

(b) Para parar la sangría de ingresos, South Belgium Press sube el precio de cada revista. Suponiendo que las preferencias de las bibliotecas y los presupuestos no han variado, ¿cuál es el precio máximo que puede cobrar? **Pueden subir el precio a 2.000 euros, ya que las bibliotecas ya han indicado que están dispuestas a pagar eso por el par de revistas**.

(c) ¿Son con este sistema el gasto de las bibliotecas y el ingreso de South Belgium Press mayores o menores que con el sistema anterior? **Iguales**.

(d) Si el préstamo interbibliotecario tuviera un coste, ¿cómo variaría su respuesta? **Suponiendo que siguieran comprando las dos revistas, la situación de las bibliotecas empeoraría, ya que tendrían que pagar el coste de transacción de los préstamos interbibliotecarios**.

35.11 (2) Enriqueta Avellán publica *Pollos metropolitanos*, una revista dedicada a la cría de aves en medios urbanos. Ha realizado exhaustivas encuestas entre posibles lectores y posibles anunciantes. La cantidad que están dispuestos a pagar los anunciantes por un anuncio en *Pollos metropolitanos* es proporcional al número de suscriptores. Estima que si cobra a los anunciantes una tarifa de P_A céntimos por suscriptor por cada anuncio, podría atraer $Q_A = 80 - P_A$ anuncios. Supongamos que el coste de imprimir y distribuir un anuncio es insignificante. El número de suscriptores de *Pollos metropolitanos* es determinado por la ecuación de demanda $Q_S = 4.000 - P_S$, donde P_S es el precio de suscripción medido en céntimos. El coste de imprimir, tramitar y enviar por correo un ejemplar de *Pollos metropolitanos* es de 400 céntimos por suscriptor.

(a) Expresa los ingresos totales que genera a *Pollos metropolitanos* la publicidad en función de las variables Q_A y Q_S (recuerda que los ingresos totales son iguales a los ingresos por lector *multiplicados* por el número de lectores). $\mathbf{(80 - Q_A)\, Q_A\, Q_S}$. Halla el número de anuncios y el precio por suscriptor que maximiza sus ingresos publicitarios. $\mathbf{Q_A = 40, P_A = 40}$ **céntimos por suscriptor**. ¿Depende esta respuesta del número de suscripciones vendidas? **No**. ¿Cuántos ingresos publicitarios adicionales (en céntimos) obtendría Enriqueta si consiguiera un suscriptor más? **1.600 céntimos**.

(b) Expresa los ingresos netos que obtiene *Pollos metropolitanos* (en céntimos) con las suscripciones (los ingresos totales de las suscripciones menos los costes de imprimir, tramitar y enviar por correo la revista a los suscriptores) en función de Q_S. $\mathbf{(4.000 - Q_S)\, Q_S - 400\, Q_S = 3.600\, Q_S - Q_S^2}$. Si Enriqueta eligiera el valor de Q_S que maximiza los ingresos generados por las suscripciones, ¿cuántas suscripciones vendería y a qué precio? **1.800 suscripciones a 22,00 euros cada una**.

(c) Expresa los beneficios totales que obtiene Enriqueta con la publicidad y las suscripciones en función de las dos variables Q_A y Q_S. $\mathbf{(80 - Q_A)\, Q_A\, Q_S + 3.600\, Q_S - Q_S^2}$. ¿Qué cantidades Q_A y Q_S debería elegir para maximizar los beneficios? $\mathbf{Q_A = 40, Q_S = 2.600, P_A = 40}$ **céntimos**, $\mathbf{P_S = 14,00}$ **euros**.

Cálculo

35.12 (2) Samuel Barreras es propietario de un salón de baile en Pinar Solitario. Abre el local todas las semanas. Este salón de baile es uno de los pocos sitios aceptables que hay en la zona para que se conozcan los hombres y las mujeres solteros. Samuel cobra una entrada P_h a los hombres y P_m a las mujeres. Cualquiera que sea el precio, es más probable que la gente acuda al local si espera encontrar más personas del sexo opuesto. Samuel ha descubierto que si cobra el precio P_h a los hombres y si éstos esperan que vayan Q_m mujeres, el número de hombres que irán es

$$Q_h = 40 - P_h + \frac{3}{4} Q_m.$$

Si cobra P_m a las mujeres y si éstas esperan que vayan Q_h hombres, el número de mujeres que irán es

$$Q_m = 40 - P_m + \frac{1}{4} Q_h.$$

(a) Reordena las dos ecuaciones de demanda anteriores para obtener «funciones inversas de demanda» en las que los precios se expresan en función de las cantidades. Tenemos que

$$P_h = \mathbf{40 - Q_h + \frac{3}{4} W_m} \text{ y } P_m = \mathbf{40 - Q_m + \frac{1}{4} Q_h}.$$

(b) Samuel elige los precios que maximizan sus ingresos totales $P_hQ_h + P_mQ_m$. Basándose en su respuesta a la pregunta anterior, puedes expresar los ingresos de Samuel simplemente en función de las dos variables Q_h y Q_n. Escribe esta expresión aquí.

$$P_hQ_h + P_mQ_m = \left(40 - Q_h + \frac{3}{4}Q_m\right)Q_h + \left(40 - Q_m + \frac{1}{4}Q_h\right)Q_m = 40\,(Q_h + Q_m) - Q_h^2 - Q_m^2 + Q_hQ_m.$$

(c) Samuel elige los precios de las entradas que maximizan sus ingresos. Podemos hallar estos precios hallando primero los valores de Q_h y Q_m que maximizan los ingresos e introduciendo estas cantidades en las funciones de demanda para hallar los precios a los que se demandarán estas cantidades. Habrás obtenido una expresión de los ingresos en función de Q_h y Q_n. Iguala las derivadas parciales de esta expresión con respecto a Q_h y Q_m a cero y resuelve estas dos ecuaciones para hallar las dos variables Q_h y Q_m. Samuel maximizará sus ingresos si el número de hombres que van es de **40** y el número de mujeres es de **40**. Por tanto, maximizará sus beneficios si fija el precio de la entrada de los hombres en **30** euros y el de las mujeres en **10** euros.

36 Los bienes públicos

Introducción

En los capítulos anteriores hemos estudiado los consumidores que consumen bienes privados. Una unidad de un bien privado consumida por una persona no puede ser consumida al mismo tiempo por otra. Si tú te tomas un bocadillo de jamón, yo no puedo tomarme ese mismo bocadillo (naturalmente, los dos podemos comer bocadillos de jamón, pero no el mismo). Los bienes públicos son distintos. Pueden consumirse conjuntamente. Tú y yo podemos recrearnos en la vista de un hermoso jardín o admirar los fuegos artificiales de San Juan al mismo tiempo. Las condiciones para que la asignación de los bienes públicos sea eficiente son diferentes de las condiciones relativas a los bienes privados. En el caso de los bienes privados, la eficiencia exige que si tú y yo consumimos bocadillos de jamón y plátanos, nuestras relaciones marginales de sustitución deben ser iguales. Sin embargo, si nuestros gustos son diferentes, podemos consumir cantidades diferentes de los dos bienes privados.

Por otro lado, si tú y yo vivimos en la misma ciudad y asistimos al espectáculo de los fuegos artificiales locales, la cantidad de fuegos artificiales será idéntica para cada uno de nosotros. La eficiencia no exige que mi relación marginal de sustitución entre los fuegos artificiales y el bocadillo de morcilla sea igual al tuyo. Por el contrario, requiere que la suma de la cantidad de espectadores dispuestos a pagar por un incremento marginal del espectáculo sea igual al coste marginal de los fuegos artificiales. Esto quiere decir que la suma de los valores absolutos de las relaciones marginales de sustitución de los espectadores entre los fuegos artificiales y los bienes privados tiene que ser igual al coste marginal de los bienes públicos con respecto a los bienes privados.

Ejemplo: En una tranquila ciudad viven 5.000 personas, todas ellas interesadas solamente en el consumo de bienes privados y en la calidad de las calles de la ciudad. La función de utilidad de una persona i es $U(X_i\ G) = X_i + A_iG - B_iG^2$, donde X_i es la cantidad de dinero de que dispone la persona i para su consumo de bienes privados y G es la cantidad de dinero de que disponen las autoridades locales para el mantenimiento de las calles. Para determinar la asignación eficiente en el sentido de Pareto de los recursos a destinar para el mantenimiento de las calles, tenemos que igualar la suma de los valores absolutos de las relaciones marginales de sustitución entre los bienes públicos y los privados con los precios relativos de los bienes públicos y privados. En este ejemplo, consideramos el valor de ambos bienes, en euros, de manera que la relación entre los precios es igual a 1. El valor absoluto de la relación marginal de sustitución entre los bienes públicos y los privados de la persona i es igual a la relación de la utilidad marginal de los bienes públicos y la utilidad marginal de los bienes privados. En este caso la utilidad marginal de los bienes privados es 1 y la utilidad marginal de los bienes públicos para la persona i es $A_i - B_iG$. Por lo tanto, los valores absolutos de las relaciones marginales de sustitución de la persona i vienen dados por $A_i - B_iG$ y la suma de los valores absolutos de las relaciones marginales de sustitución es igual a $\Sigma_i(A_i - B_iG) = \Sigma_i A_i - (\Sigma B_i) G$. Las condiciones de eficiencia en el sentido de Pareto requieren que $\Sigma_i A_i - (\Sigma_i B_i) G = 1$ y resolviéndola para determinar el valor de G obtenemos $G = (\Sigma_i A_i - 1) / \Sigma_i B_i$.

36.1 (0) En Jaca viven 1.000 personas que consumen un solo bien privado: cerveza Guhau. Hay un solo bien público en la ciudad: la pista de patinaje. Aunque los habitantes pueden diferir en otros aspectos, tienen todos la misma función de utilidad: $U(X_i, G) = X_i - 100/\mathrm{G}$, donde X_i es el número de botellas Guhau consumidas por un ciudadano i y G es la superficie en metros cuadrados de la pista de patinaje. El precio de la botella de Guhau es 1 euro y el precio de la pista es 10 euros el metro cuadrado. Todos los habitantes de Jaca tienen unos ingresos anuales de 1.000 euros.

(a) Desarrolla la expresión algebraica para la relación marginal de sustitución entre la pista de patinaje y la cerveza Guhau de un ciudadano típico. **100/G2**. ¿Cuál es el coste marginal de un metro cuadrado adicional de pista de patinaje (medido en relación a la cerveza)? **10**.

(b) Como la ciudad tiene solamente 1.000 habitantes, todos con la misma relación marginal de sustitución, deberías estar en condiciones de escribir la ecuación, que establece que la suma de los valores absolutos de las relaciones marginales de sustitución es igual al coste marginal. Escribe la ecuación y determina el valor de G eficiente en el sentido de Pareto. $\mathbf{1.000\frac{100}{G^2} = 10}$**, por lo tanto,** $\mathbf{G = 100}$.

(c) Supongamos que todos los ciudadanos pagan a partes iguales el coste de la pista de patinaje. El gasto total de la pista de patinaje será igual a $10G$ euros. Por lo tanto, la cuota impositiva pagada por cada ciudadano asciende a $10G/1.000$ euros = $G/100$ euros. Cada año todos los habitantes de Jaca votan cuál va a ser la superficie de la pista de patinaje. Todos advierten que tienen que pagar la parte que les corresponde. De manera que si la superficie de la pista de patinaje es G, el número de botellas de cerveza Guhau que podrán consumir es $\mathbf{1.000 - G/100}$.

(d) Por consiguiente, podemos expresar la restricción presupuestaria de un votante como $X_i + G/100 = 1.000$. Para decidir por qué superficie de la pista de patinaje votar, el votante no tiene más que determinar las combinaciones de X_i y G que maximizan su utilidad dada su restricción presupuestaria y votar por ese valor de G. ¿Cuál es este valor de G en nuestro ejemplo? $\mathbf{G = 100}$.

(e) Si las autoridades locales proporcionan la pista de patinaje de la superficie demandada por los votantes, ¿será ésta mayor, menor o igual a la superficie eficiente en el sentido de Pareto? **Igual**.

(f) Supongamos que la comisión de cultura del Ayuntamiento de Jaca decide promover la cultura aragonesa subvencionando pistas de patinaje locales. El Gobierno de la Comunidad Autónoma se hará cargo del 50% de los costes de cada pista de cada ciudad. Los costes de esta subvención serán compartidos a partes iguales por todos los habitantes de la Comunidad. Hay muchas ciudades como Jaca en la Comunidad Autónoma y es cierto que los impuestos comunitarios sufrirán un incremento para recaudar el dinero de las subvenciones. Pero como este impuesto se recolectará de un gran número de ciudadanos, el efecto del incremento pasará fácilmente desapercibido. En este caso, ¿cuál es la superficie aproximada por la que votarán los habitantes de Jaca? $\mathbf{G = 100\sqrt{2}}$. (Pista: reescribe la

restricción presupuestaria de los ciudadanos teniendo en cuenta que los impuestos locales se verán reducidos a la mitad y que el coste de incrementar la superficie de la pista de patinaje también se reducirá a la mitad. Determina entonces las combinaciones que maximizan la utilidad.)

(g) ¿Favorece esta subvención la eficiencia económica? **No**.

36.2 (0) Un grupo de diez personas se reúnen a cenar en un restaurante de lujo y acuerdan que dividirán la cuenta a partes iguales.

(a) ¿Cuál es el coste adicional de cada uno de los comensales, si uno de ellos encarga un aperitivo que cuesta 20 euros? **2 euros**.

(b) Explica por qué este sistema puede ser un sistema ineficiente. **Cada uno paga una cantidad menor que el coste total de su propia cena, por lo que todos se exceden**.

36.3 (0) En la villa de Dirdam viven 1.000 personas, que todos los años asisten a los fuegos artificiales de San Isidro. A sus ciudadanos sólo les interesan dos cosas: beber sidra y admirar los fuegos artificiales. Uno de estos fuegos cuesta igual que un litro de sidra. Todos los villanos se asemejan mucho, de hecho, todos tienen la misma función de utilidad. La función de utilidad de la ciudadana i es $U_i(x_i, g) = x_i + \sqrt{g}/20$, donde x_i es el número de litros de sidra consumidos al año por la persona i y g es el número de fuegos artificiales que explotan en la villa con motivo de las fiestas de San Isidro. (El uso privado de fuegos de artificio está prohibido.)

(a) Determina el valor absoluto de la relación marginal de sustitución de cada ciudadano entre los fuegos artificiales y la sidra. $\mathbf{1/(40\sqrt{g})}$.

(b) Determina la cantidad eficiente en el sentido de Pareto de los fuegos artificiales en Dirdam. **625**.

36.4 (0) Basilio y Rogelio son dos pobres estudiantes de económicas que comparten un apartamento. En un mercadillo de muebles viejos han descubierto un sofá de 25 años de antigüedad que luciría estupendamente en su cuarto de estar. La función de utilidad de Basilio es $U_B(S, M_B) = (1 + S)M_B$ y la función de utilidad de Rogelio es $U_R(S, M_R) = (2 + S)M_R$. En estas expresiones M_B y M_R representan la cantidad de dinero de que disponen Basilio y Rogelio para otros bienes: $S = 1$ si adquieren el sofá y $S = 0$ si no lo adquieren. Basilio dispone de W_B euros para sus gastos y Rogelio de W_R euros.

(a) ¿Cuál es el precio de reserva del sofá para Basilio? **Resolviendo $W_B = 2(W_B - p_B)$, tenemos que $p_B = V_B/2$**.

(b) ¿Cuál es el precio de reserva del sofá para Rogelio? **Resolviendo $2W_R = 3(W_R - P_R)$, tenemos que $p_R = V_R/3$**.

(c) Si Basilio tiene un total de $W_B = 100$ euros y Rogelio tiene un total de $W_R = 75$ euros para gastarse en sofás y otros artículos, podrían adquirir el sofá y obtener una mejora en el sentido de Pareto que no obtendrían si no lo compraran, siempre y cuando el precio del sofá no sea superior a **75 euros**.

36.5 (0) Bonnie y Clyde son socios de negocios y siempre que trabajan tienen que hacerlo juntos. Su única fuente de ingresos la constituye esta sociedad. Sus beneficios totales anuales son $50H$, donde H es el número de horas que trabajan al año. Como tienen que trabajar juntos, ambos tienen que trabajar el mismo número de horas, así que la variable «horas de trabajo» equivale a un «mal» público para la comunidad de dos personas formada por Bonnie y Clyde. La función de utilidad de Bonnie es $U_B(C_B, H) = C_B - 0{,}02H^2$ y la función de utilidad de Clyde es $U_C(U_C, H) = C_C - 0{,}005H^2$, donde C_B y C_C representan las cantidades anuales de dinero que emplean Bonnie y Clyde en bienes de consumo.

(a) Si el número de horas que trabajan es H, ¿cuál es para Bonnie la relación entre la utilidad marginal de las horas de trabajo y la utilidad marginal de los bienes privados? **$-0{,}04\ H$.** ¿Cuál es para Clyde la relación entre la utilidad marginal de las horas de trabajo y la utilidad marginal de los bienes privados? **$-0{,}01\ H$.**

(b) Si Bonnie y Clyde trabajan H horas, entonces la cantidad total de dinero que sería necesaria para compensarles a ambos por trabajar una hora adicional será igual a la suma de la cantidad de dinero que se necesita para compensar a Bonnie y de la cantidad que se necesita para compensar a Clyde. Esta cantidad es aproximadamente igual a la suma de los valores absolutos de sus relaciones marginales de sustitución entre el trabajo y el dinero. Desarrolla una expresión que permita determinar esta cantidad en función de H. **$0{,}05\ H$.** ¿Cuánto dinero adicional obtendrán si trabajan una hora adicional? **50 euros**.

(c) Escribe una ecuación que permita determinar la cantidad de horas de trabajo de Bonnie y de Clyde eficientes en el sentido de Pareto. **$0{,}05\ H = 50$**. Determina el valor de H eficiente en el sentido de Pareto. **$H = 1.000$**. (Pista: observa que este modelo es formalmente igual al modelo de un bien público, H, y un bien privado, la renta.)

36.6 (0) Loreto y Melchor están compartiendo un apartamento. Gastan una parte de sus ingresos en adquirir bienes privados como alimentos y vestidos, que consumen individualmente, y la otra parte en bienes públicos como el frigorífico, la calefacción y el alquiler del apartamento. La función de utilidad de Loreto es $2X_L + G$ y la función de utilidad de Melchor es $X_M G$, donde X_L y X_M representan respectivamente las cantidades de dinero que Loreto y Melchor emplean en la adquisición de bienes privados y donde G representa la cantidad de dinero que emplean en bienes públicos. Loreto y Melchor disponen de un total de 8.000 euros anuales entre los dos para adquirir los bienes privados y los públicos.

(a) ¿Cuál es el valor absoluto de la relación marginal de sustitución de Loreto entre los bienes privados y los bienes públicos? **1/2**. ¿Cuál es el valor absoluto de esta relación para Melchor? **X_M/G**.

(b) Escribe una ecuación que exprese la condición de eficiencia en el sentido de Pareto para la cantidad de bienes públicos adquiridos por Melchor y Loreto. **$1/2 + X_M/G = 1$**.

(c) Supongamos que Melchor y Loreto gastan cada uno 2.000 euros para adquirir bienes privados y que emplean los restantes 4.000 euros en bienes públicos. ¿Es esta asignación eficiente en el sentido de Pareto? **Sí**.

(d) Proporciona un ejemplo de otra asignación eficiente en el sentido de Pareto en la cual Melchor consuma bienes privados por un valor superior a 2.000 euros y Loreto los consuma por un valor inferior a 2.000 euros. **Un ejemplo: Melchor recibe 2.500 euros; Loreto recibe 500 euros y G = 5.000 euros**.

(e) Proporciona un ejemplo de otra asignación eficiente en el sentido de Pareto en la cual Loreto consuma bienes privados por un valor superior a 2.000 euros. **Loreto recibe 5.000 euros; Melchor recibe 1.000 euros y G = 2.000 euros**.

(f) Describe el conjunto de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. **Las asignaciones que satisfacen las ecuaciones $X_M/G = 1/2$ y $X_L + X_M + G = 8.000$ euros**.

(g) Las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto en las cuales Loreto consume una cantidad de bienes públicos mayor que Melchor corresponden a un nivel de consumo de bienes públicos (mayor, menor o igual) **menor** que las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto en las cuales ambos consumen la misma cantidad.

36.7 (0) Este problema está ambientado en una localidad imaginaria, pero hace referencia a un asunto muy práctico que concierne a los habitantes de nuestro mundo. La cuestión es esta: «En una democracia, ¿podemos esperar que la mayoría de los ciudadanos estén a favor de que haya una oferta gubernamental de los bienes puramente privados?». El problema hace referencia también a la eficiencia derivada de la provisión de bienes privados por parte de las autoridades públicas. Dejaremos a tu consideración si en las modernas economías occidentales se encuentran ejemplos significativos de bienes privados ofertados por el Estado.

En el planeta Jumpo existen dos bienes: clases de aeróbic y bimbollos. Todos los habitantes tienen funciones de utilidad Cobb-Douglas de la forma $U_i(A_i, B_i) = A_i^{1/2} B_i^{1/2}$, donde A_i y B_i representan el consumo de clases de aeróbic y de bimbollos de la criatura i. Aunque todos comparten los mismos gustos, coexisten dos grupos diferentes dependiendo de sus ingresos, los ricos y los pobres. Cada criatura rica tiene una renta de 100 fondas (la unidad monetaria de Jumpo) y cada criatura pobre tiene una renta de 50 fondas. Conviven dos millones de criaturas pobres y un millón de criaturas ricas. Los bimbollos se venden normalmente, pero las clases de aeróbic las proporciona el Estado a pesar del hecho de que constituyen bienes privados. El Estado ofrece el mismo número de clases de aeróbic a todas las criaturas de Jumpo. El precio de un bimbollo es 1 fonda y al Estado le cuesta 2 fondas cada clase de aeróbic. El coste de estas clases ofrecidas por el Estado proviene de los impuestos pagados por todas las criaturas. Éste no tiene otros gastos aparte de proporcionar estas clases de aeróbic y recauda solamente los impuestos necesarios para pagar por estas clases. Jumpo es un planeta democrático y la cantidad de clases de aeróbic ofertada se determina con el voto de la mayoría.

(a) Supongamos que el coste de las clases de aeróbic proporcionadas por el Estado se paga obligando a cada criatura de Jumpo a pagar la misma cantidad de impuestos. En los planetas como Jumpo, donde cada criatura tiene exactamente una cabeza, este impuesto se conoce como «impuesto por cabeza». Si cada habitante recibe 20 clases, ¿cuál será la cantidad total gastada por el Estado en clases de aeróbic? **120 millones de fondas**. ¿Cuántos impuestos tendrá que pagar cada criatura? **40 fondas**. Si el Estado ofrece a cada una 20 clases, ¿cuánto dinero le quedará a cada criatura rica después de pagar los impuestos para adquirir bimbollos? **60 fondas**. ¿Cuánto dinero le quedará a cada criatura pobre después de pagar los impuestos para adquirir bimbollos? **10 fondas**.

(b) Generalizando más, si todas las criaturas pagan la misma cantidad de impuestos y el Estado proporciona x clases a cada criatura, el coste total del Estado será **6 millones** veces x y los impuestos que cada criatura tiene que pagar serán **2** veces X.

(c) Como las clases de aeróbic se proporcionan a todas las criaturas en la misma cantidad, y nadie puede recibir estas clases de ninguna otra fuente aprovisionadora, cada criatura se enfrenta con un problema de elección que es formalmente idéntico al problema con que se enfrenta un consumidor i que está tratando de maximizar una función de utilidad Cobb-Douglas dada su restricción presupuestaria $2A + B = I$, donde I representa sus ingresos. Explica por qué es éste el caso. **Si se dan *A* clases, tus impuestos son 2*A* fondas. Después de impuestos, tienes 1 –2*A* fondas para gastar en *B*.**

(d) Supongamos que las clases de aeróbic se pagan con un impuesto por cabeza y que el Estado proporciona el mismo número de clases a cada criatura. ¿Cuántas clases preferirá recibir una criatura rica? **25**. ¿Cuántas clases preferirá recibir una criatura pobre? **12,5**. (Pista: en ambos casos solamente tienes que resolver una función de demanda Cobb-Douglas con el presupuesto adecuado.)

(e) Si la asignación del bien público está determinada por votación mayoritaria, ¿cuántas clases de aeróbic se ofrecerán? **12,5**. ¿Cuántos bimbollos consumirán los ricos? **75**. ¿Cuántos bimbollos consumirán los pobres? **25**.

(f) Supongamos que las clases de aeróbic son «privatizadas», no hay oferta pública de clases y no se recolectan impuestos a este efecto. A cada criatura se le permite recibir todas las clases que elija y puede adquirir todos los bimbollos que desee. Supongamos que el precio de los bimbollos continúa siendo 1 fonda por unidad y que el precio de las clases tampoco varía de 2 fondas. ¿Cuántas clases de aeróbic recibirán los ricos? **25**. ¿Cuántas clases de aeróbic recibirán los pobres? **12,5**. ¿Cuántos bimbollos consumirán los ricos? **50**. ¿Cuántos bimbollos consumirán los pobres? **25**.

(g) Supongamos que se siguen ofreciendo las clases de aeróbic pero que ahora se pagan con un impuesto proporcional a los ingresos. El tipo impositivo se fija de manera que los ingresos provenientes del impuesto sean iguales al coste de las clases. Si se ofrecen A clases de aeróbic a cada criatura, los impuestos que tendrá que pagar una criatura rica serán de $3A$ fondas y los que tendrá que pagar una pobre serán de $1{,}5A$ fondas. Demuestra que si se ofrecen A clases a cada criatura, los impuestos totales recaudados serán iguales al coste total de A clases. **Hay 2.000.000 de pobres y 1.000.000 de ricos, por lo que el ingreso total es 2.000.000 × 1,5A + 1.000.000 × 3*A* = 6.000.000*A*. Hay 3.000.000 de personas en total. Si cada una recibe *A* clases y las clases cuestan 2 fondas, el coste total es de 6.000.000*A*.**

(h) Dado el sistema fiscal proporcional a los ingresos que hemos examinado en el párrafo anterior, ¿qué restricción presupuestaria tiene que considerar una criatura rica para decidir por cuántas clases de aeróbic va a votar? $\mathbf{3A + B = 100}$. ¿Cuál es la restricción presupuestaria apropiada para una criatura pobre? $\mathbf{1{,}5A + B = 50}$. Considerando estas cuotas fiscales, ¿por cuántas clases de aeróbic votará un rico? **50/3**. ¿Por cuántas clases de aeróbic votará un pobre? **50/3**. ¿Cuántas clases de aeróbic per cápita se elegirán por voto mayoritario? **50/3**. ¿Cuántos bimbollos consumirán los ricos? **50**. ¿Cuántos bimbollos consumirán los pobres? **25**.

(i) Calcula la utilidad de una criatura rica en el caso de un impuesto por cabeza. $\sqrt{\mathbf{937{,}5}}$. En el caso de la privatización. $\sqrt{\mathbf{1.250}}$. En el caso de un impuesto proporcional a la renta. $\sqrt{\mathbf{833{,}3}}$. (Pista: determina en cada caso la cantidad de bimbollos consumidos y la cantidad de clases de aeróbic consumidas por una criatura rica y sustituye estos valores en la función de utilidad.) Calcula ahora la utilidad de una criatura pobre en el caso de un impuesto por cabeza. $\sqrt{\mathbf{312{,}5}}$. En el caso de privatización. $\sqrt{\mathbf{312{,}5}}$. En el caso de un impuesto proporcional a la renta. $\sqrt{\mathbf{416{,}67}}$. (Expresa estas utilidades en forma de raíces cuadradas en lugar de calcularlas realmente.)

(j) ¿El caso de la privatización representa una mejora en el sentido de Pareto con respecto al impuesto por cabeza? **Sí**. ¿El caso del impuesto proporcional a la renta representa una mejora en el sentido de Pareto con respecto al impuesto por cabeza? **No**. ¿El caso de la privatización representa una mejora en el sentido de Pareto con respecto al impuesto proporcional a la renta? **No**. Razona tus dos últimas respuestas. **Los ricos prefieren la privatización, los pobres prefieren el impuesto proporcional sobre la renta**.

Cálculo

36.8 (2) Tres amigos, Arsenio, Berta y Verónica, están organizando una fiesta. No se ponen de acuerdo en el número de personas que van a invitar. Cada persona i tiene una función de utilidad cuasilineal de la forma $m_i + u_i(x)$, donde m_i es el número de euros que tiene que gastar i y x es el número de personas invitadas a la fiesta. Suponga que para cada i,

$$u_i = a_i x - \frac{1}{2}x^2.$$

Todo el mundo conoce la forma funcional de las funciones de utilidad de los demás y sabe cuál es su propio valor de a_i pero no el valor de los demás. Supongamos que los valores efectivos de a_i son 20 en el caso de Arsenio, 40 en el de Berta y 60 en el de Verónica.

(a) ¿A cuántas personas se debe invitar para maximizar la suma de las utilidades de las tres personas? **A 40**.

(b) Suponga que los tres amigos deciden utilizar el mecanismo VCG para decidir el número de invitados. Si cada uno elige su mejor estrategia, ¿a cuántas personas invitarán? **A 40**.

(c) En el mecanismo VCG, si la cantidad ofrecida del bien público es x, Arsenio recibiría un pago igual a la suma de la utilidad que reporta x a Berta y a Verónica. Si Berta y Verónica eligen sus mejores estrategias (sin coludir) y si la cantidad del bien público es x, este pago será de $\mathbf{100x - x^2}$. Si todo el mundo elige su mejor estrategia, este pago será de **2.400 euros**.

(d) El mecanismo VCG, además de exigir pagos, requiere que cada persona pague una cantidad igual a la suma máxima posible de las utilidades de las otras dos personas. Si Berta y Verónica eligen sus mejores estrategias, esta cantidad es de **2.500 euros**. La cantidad neta que tiene que pagar Arsenio es la diferencia entre esta cantidad y el pago que recibe. Si todo el mundo elige su mejor estrategia, ¿cuál es la cantidad neta que tiene que pagar Arsenio? **100 euros**.

(e) Si todo el mundo elige su mejor estrategia, ¿cuál es la cantidad neta que tiene que pagar Berta? **0 euros**. ¿Cuál es la cantidad neta que tiene que pagar Verónica? **100 euros**.

(f) Supongamos que la fiesta no la organizan sólo tres personas sino una residencia universitaria en la que viven 21 estudiantes. Todos estos residentes tienen unas funciones de utilidad de la misma forma que las de Arsenio, Berta y Verónica. Siete tienen $a_i = 20$, siete tienen $a_i = 40$ y siete tienen $a_i = 60$. Para maximizar la suma de las utilidades de los residentes, ¿a cuántas personas se debe invitar? **A 40**. Si sólo hubiera seis personas que tuvieran $a_i = 20$, siete que tu vieran $a_i = 40$ y siete que tuvieran $a_i = 60$, ¿a cuántas personas habría que invitar para maximizar la suma de la s utilidades? **A 41**.

(g) Si todo el mundo elige su mejor estrategia en el juego VCG, una vez recaudados todos los pagos y los impuestos, ¿cuántos impuestos netos tendrá que pagar cada una de las personas que tiene $a_i = 20$? **10 euros**. ¿Cuántos impuestos netos tendrá que pagar cada una de las personas que tiene $a_i = 40$? **0 euros**. ¿Cuántos impuestos netos tendrá que pagar cada una de las personas que tiene $a_i = 60$? **10 euros**.

36.9 (2) Tres personas, 1, 2 y 3, residen en una vivienda de su propiedad al final de una carretera que se encuentra en muy mal estado. Arreglarla costaría C euros. La reparación tiene para el propietario 1 un valor de 3.000 euros, para el propietario 2 un valor de 5.000 euros y para el propietario 3 un valor de 8.000 euros. Cada uno de ellos declara que arreglar la carretera no tiene mucho valor para él, ya que quiere que el coste lo paguen los demás. Las autoridades locales sospechan que el valor total que tiene la reparación de la carretera para estos propietarios es superior a C euros y ha decidido obligar a los tres propietarios a utilizar el mecanismo VCG para decidir si arreglan o no la carretera. Como las autoridades no tienen ni idea de cuál es el valor que tiene para cada uno la reparación de la carretera, decide repartir los costes por igual entre los tres propietarios. Le pide a cada uno que diga qué valor tiene el arreglo de la carretera para él. Si la suma de los valores declarados es mayor que C, la carretera se arreglará y cada propietario tendrá que pagar C euros/3, así como un impuesto adicional que se calculará con el mecanismo VCG.

(a) Supongamos que $C = 13.500$ euros, por lo que cada propietario tiene que pagar su parte del coste, que es de 4.500 euros. Si los propietarios declaran exactamente sus valores, la suma de los valores declarados será igual a **16.000 euros**. Dado que la suma de los valores declarados es mayor que C euros, las autoridades decidirán construir la carretera. Para calcular el impuesto VCG del propietario 3, hacemos el siguiente razonamiento. Si se repara la carretera, los propietarios 1 y 2 tendrán que pagar un total de **9.000 euros**, mientras que la suma de los valores que tienen para ellos la reparación es de **8.000**, por lo que la variación neta de su utilidad es **–1.000 euros**. Dado que la respuesta del propietario 1 altera la decisión de reparar o no la carretera, se le calcularía un impuesto VCG de **1.000 euros**, además de los 4.000 euros que le corresponden de los costes. ¿Cuál sería el impuesto VCG del propietario 1? **0**. ¿Y el del propietario 2? **0**. ¿Sería el bienestar del propietario 1 mayor o menor con el resultado del mecanismo VCG que si no se arreglara la carretera? **Menor**. ¿Sería el bienestar del propietario 2 mayor o menor que si no se arreglara la carretera? **Mayor**. ¿Sería el bienestar del propietario 3 mayor o menor que si no se arreglara la carretera? **Mayor**. Cuando se utiliza el impuesto VCG, ¿es la suma de las utilidades de los tres propietarios mayor o menor que si no se arreglara la carretera? **Mayor**.

(b) Supongamos que $C = 18.000$ euros, por lo que la parte del coste que tendrá que pagar cada propietario es de 6.000 euros. Si los propietarios declaran exactamente sus valores, la suma de los valores declarados será de **16.000 euros**. Dado que la suma de los valores declarados es menor que C euros, las autoridades decidirán no reparar la carretera. Calculemos el impuesto VCG del propietario 1. Si se repara la carretera, la cantidad total que tienen que pagar los propietarios 2 y 3 es de **12.000 euros** y la

suma de los valores que tiene para los propietarios 2 y 3 la reparación de la carretera es de **13.000 euros**, por lo que la ganancia neta que obtiene con el proyecto es de **1.000 euros**. Dado que la respuesta del propietario 3 cambia el resultado de que se repare a que no se repare la carretera, se le calcularía un impuesto VCG de **1.000 euros**.

(c) Supongamos que en lugar de vivir 3 personas al final de la carretera en una vivienda de su propiedad, vivieran 30, 10 del tipo 1 que valoran la reparación de la carretera en 3.000 euros, 10 del tipo 2 que valoran la reparación en 5.000 euros y 10 del tipo 3 que valoran la reparación en 8.000 euros. Suponga que el coste de la reparación de la carretera es C = 135.500 euros. Si se repara la carretera, cada propietario tendría que pagar un impuesto de 135.000 euros/30 = 4.500 euros. Si se utiliza el mecanismo VCG y cada persona declara su verdadera valoración, la carretera se reparará, ya que la suma de las valoraciones declaradas será de 160.000 euros. Para calcular el impuesto VCG de un consumidor de tipo 3, observamos que la suma de los valores que tiene el proyecto para todos los demás consumidores es de **152.000 euros**. La cantidad total que tendrían que pagar otros consumidores si el proyecto se realiza es de **131.000 euros**. ¿Tendría que pagar un propietario de tipo 3 un impuesto VCG positivo? **No**. ¿Y los propietarios de tipo 1 y 2? **También tendrían que pagar un impuesto VCG de 0**.

Cálculo

36.10 (2) (Para hacer este problema, si lo deseas, puedes utilizar una calculadora). A un promotor inmobiliario le gustaría construir un parque de atracciones en medio de una ciudad. Para construirlo, tiene que comprar todo el suelo de una zona específica de 40.000 metros cuadrados. Si no consigue todo este suelo, no puede construir el parque. Nadie excepto él sabe cuánto estaría dispuesto a pagar por el suelo. Todo el mundo, salvo él, cree que la probabilidad de que esté dispuesto a pagar al menos p euros por el suelo es $G(p) = e^{-p/k}$, donde k = 200.000.

(a) Supongamos que todo el suelo pertenece a un único propietario. Éste lo valora en 50.000 euros en su uso actual. Tiene que hacerle una oferta al promotor de «o lo tomas o lo dejas». El propietario quiere hacer una oferta p que maximice los beneficios que espera obtener con la venta, que son iguales a (p – 50.000 *euros*) $G(p)$. ¿A qué precio debe ofrecer el propietario el suelo? **A 250.000 euros**. A este precio, ¿qué probabilidades hay de que el promotor compre el suelo? $\boldsymbol{e^{-1,25} = 0,287}$. ¿Cuáles son los beneficios esperados del propietario? **200.000 euros × 0,287 = 57.301 euros**.

(b) Supongamos que el suelo está dividido en 10 parcelas que pertenecen a 10 propietarios distintos. Sea v_i el valor que concede el propietario i a su propia parcela si la conserva. Estos propietarios tienen diferentes valores v_i y cada uno de ellos es el único que sabe cuánto vale su parcela para él. Supongamos que $v = \Sigma_{\iota=1}^{10}\, v_i$ = 50.000 euros. Supongamos que cada propietario i fija el precio p_i a su suelo. Sea p la suma de los precios fijados por estos propietarios. Es decir, $p = \Sigma_{\iota=1}^{10}\, p_i$. Si el promotor está dispuesto a pagar al menos p por toda la parcela de 40.000 metros cuadrados, la compra y paga a cada propietario i la cantidad p_i. En condiciones de equilibrio, cada propietario hace la oferta que maximiza sus beneficios esperados, dadas las ofertas que hacen los demás propietarios. Es decir, elige el valor de p_i que maximiza

$$(p_i - v)\, G(p) = (p_i - v_i)\, e^{-\Sigma pj/k}$$

donde k = 200.000 euros. ¿Qué precio p_i fijará el propietario i? $\boldsymbol{v_i + k = v_i}$ **+ 200.000 euros**. ¿Cuál es la suma de los precios que piden los 10 propietarios? **2.050.000 euros**. ¿Cuál es la probabilidad de que el promotor compre el suelo a este precio? $e^{-10,25}$ = **0,000035**. ¿Cuál es la suma de los beneficios esperados por los 10 propietarios? **70.715 euros**.

(c) Los 10 propietarios se dan cuenta de que si pudieran coordinar de alguna manera sus ofertas, sus beneficios totales esperados serían mucho mayores. Deciden utilizar el mecanismo VCG para hacerlo. En este caso, el mecanismo VCG funciona de la manera siguiente. Cada persona declara la cantidad r_i que el suelo vale para ella. Se ofrecerá todo el suelo al promotor a un precio p que maximizaría los beneficios totales de los propietarios si cada uno declarara su verdadero valor, $r_i = v_i$. Si el promotor decide comprar el suelo, cada propietario recibirá una proporción igual del precio de venta p. Además de recibir esta proporción si se realiza la venta, cada uno pagará un «impuesto» que depende de su respuesta r_i y de las respuestas de los demás propietarios de la manera siguiente. La persona i recibirá una cantidad igual a la suma de los beneficios esperados de los otros 9 propietarios, pero tendrá que pagar una cantidad igual a los beneficios máximos esperados que recibirían los demás propietarios si se eligiera el precio que maximiza los beneficios totales esperados de estos otros propietarios. Con este mecanismo, la mejor estrategia para cada propietario es declarar su verdadero valor $r_i = v_i$. Si cada propietario utiliza su mejor estrategia, ¿a qué precio se ofrecerá el suelo al promotor? **A 250.000 euros**. ¿Cuál es la probabilidad de que el promotor compre el suelo? $\boldsymbol{e^{-1,25}}$ **= 0,287**.

(d) Supongamos que la persona i tiene un precio de reserva v_i = 5.900 euros. Calculemos el impuesto que asignaría el mecanismo VCG a i si cada propietario responde con $r_i = v_i$. Si se ofrece el suelo al promotor al precio p, los beneficios esperados de las personas distintas de i será

$$\left(\frac{9}{10}p - v_{-i}\right)e^{-p/200.000},$$

donde $v_{-i} = \Sigma_{j\neq i}\ v_j$ = **44.100 euros** es la suma de los precios de reserva de las personas distintas de i. Observamos que si todo el mundo responde óptimamente en el mecanismo VCG, el suelo se ofrecerá a un precio de **250.000 euros**. Por tanto, los beneficios esperados de las personas distintas de i serán iguales a **(225.000 euros – 44.100 euros)**$\boldsymbol{e^{-1,25}}$ **= 51.829 euros**. El precio p que maximiza la suma de los beneficios esperados de los propietarios distintos de i es **245.556 euros**. A este precio, los beneficios totales esperados de estos propietarios serían de **59.014 euros**. El impuesto neto que tiene que pagar i es la diferencia entre esta cantidad y los beneficios efectivos esperados de otros propietarios. Esta diferencia es de **14 euros**.

(e) Calculemos los beneficios totales esperados de una persona que tiene el valor v_i = 5.900 euros con el mecanismo VCG. Independientemente de que haya venta o no, la persona i paga la cantidad de impuestos que hemos calculado en el apartado anterior. El suelo se vende a un precio de 250.000 euros con una probabilidad de **0,287** y cada propietario recibe 1/10 del precio de venta, que es **25.000 euros**, por lo que obtiene unos beneficios de **25.000 euros – 5.900 euros = 19.100 euros** sobre su valor de reserva. Por tanto, los beneficios esperados de la persona i son iguales a **0,287*19.100 –14 = 5.467 euros**.

(f) Si la persona j tiene un valor v_i = 5.000 euros, ¿cuál es la cantidad neta de impuestos que paga con el mecanismo VCG? **0 euros**. (Pista: hay una respuesta fácil.)

37 La información asimétrica

Introducción

La economía de la información y de los incentivos es un campo relativamente nuevo de la microeconomía, en el que se están realizando estudios fascinantes. En este capítulo ofrecemos una muestra de los problemas de este tipo y la forma como se analizan en economía.

37.1 (0) En un mercado competitivo existen un gran número de empresas de dos tipos, productoras de un bien cualquiera: empresas productoras de productos de «buena calidad» que producen un artículo valorado en 14 euros por los consumidores, y empresas productoras de productos de «mala calidad» que producen un artículo valorado en 8 euros por los consumidores. En el momento de la adquisición los consumidores no pueden distinguir entre un producto de buena calidad y un producto de mala calidad, y tampoco pueden identificar al productor. Sin embargo, después de efectuada la adquisición sí pueden determinar la calidad del producto. Los consumidores son neutrales con respecto al riesgo: si tienen la probabilidad c de adquirir un producto de buena calidad y una probabilidad $1 - c$ de adquirir un producto de mala calidad, entonces esto es valorado por el consumidor como $14c + 8(1 - c)$. Cada tipo de empresa puede fabricar el artículo al coste unitario constante de 11,50 euros. Todos los productores operan en un mercado competitivo.

(a) Supongamos que en el mercado sólo existen productores de buena calidad. ¿Cuál será el precio de equilibrio? **11,50 euros**.

(b) Supongamos que en el mercado sólo existen productores de mala calidad. ¿Cuál será el precio de equilibrio? **Los vendedores no venderán por menos de 11,50 euros, los consumidores no pagarán tanto por un producto de baja calidad. Por lo tanto, en condiciones de equilibrio, no se vendería nada**.

(c) ¿Podrían existir igual número de productores de ambos tipos de artículos? ¿Cuál sería el precio de equilibrio? **No. La disposición media a pagar sería de 11 euros, cantidad que es menor que el coste de producción, por lo que no habría comercio**.

(d) Si cada productor puede elegir fabricar o bien un artículo de buena calidad o bien uno de mala calidad, con un coste unitario de 11,50 euros en el primer caso y de 11 euros en el segundo caso, ¿cuál será el precio de mercado? **No habría comercio. Los productores fabricarían el producto de baja calidad, ya que tiene un coste de producción más bajo. Si todos los productores producen un producto de baja calidad, los costes serán de 11 euros y la disposición a pagar por tener un producto de baja calidad es de 8 euros**.

(e) Suponiendo que cada uno de los productores esté en posición de elegir el bien producido en las condiciones descritas en el último apartado, ¿le interesaría a la sociedad que se prohibiera el comercio de artículos de mala calidad? **Si no se prohíben, no se producirá nada y no habrá excedente de los consumidores. Si se prohíben los productos de baja calidad, en condiciones de equilibrio se produce y el excedente de los consumidores es positivo**.

37.2 (0) Un tipo de trabajadores tienen un producto marginal (constante) igual a 10 y otro tipo de trabajadores tienen un producto marginal (constante) igual a 15. Hay 100 trabajadores de cada tipo. Suponemos inicialmente que la empresa no puede distinguir entre los dos tipos de trabajadores.

(a) Si el mercado de trabajo es competitivo, el salario de los trabajadores será igual al valor medio de su producto marginal. Esta cantidad es **12,5 euros**.

(b) Supongamos que el colegio mayor universitario local imparte un curso nocturno de microeconomía impartido por el profesor M. de Sade. Los trabajadores muy productivos piensan que asistir a este curso les supone solamente una reducción salarial de 3 euros, mientras que los trabajadores poco productivos piensan que les supone una reducción salarial de 6 euros. Supongamos que la empresa puede observar si un individuo determinado está asistiendo al curso o no, pero que no puede observar directamente el producto marginal del trabajador. El salario competitivo de los trabajadores que asisten al curso de microeconomía será **15 euros** y el salario de los trabajadores que no asisten al curso de microeconomía será **10 euros**.

(c) Si existe un equilibrio separador, de tal forma que los trabajadores muy productivos asisten al curso mientras que los poco productivos no asisten, los beneficios netos de seguir el curso de microeconomía serán **2 euros** para los trabajadores muy productivos y de **–1 euro** para los poco productivos. En consecuencia (habrá/no habrá), **habrá** un equilibrio separador de este tipo.

(d) Supón que reclaman al profesor De Sade desde Madrid para que dé unas conferencias a un grupo de diputados sobre la economía de los valores familiares. Su sustituto es el profesor Tremebunff, quien se enorgullece de su habilidad por hacer de la economía algo «tan simple como la sociología y tan divertido como los culebrones de la tele». Sin duda, las pretensiones de Tremebunff son exageradas, pero lo cierto es que los estudiantes lo prefieren a De Sade. Los trabajadores muy productivos creen que asistir al curso de Tremebunff es tan malo como sufrir una pérdida salarial de 1 euro, mientras que los trabajadores poco productivos piensan que asistir al curso es tan malo como sufrir un recorte en el sueldo de 4 euros. Si todos los trabajadores muy productivos deciden asistir al curso y todos los poco productivos deciden no asistir, el salario competitivo de la gente que asiste al curso de microeconomía será de **15 euros** y el salario de la gente que no asiste al curso será de 10 euros. El salario de la gente que no asiste al curso será de **10 euros**.

(e) Si existe un equilibrio separador tal que los trabajadores muy productivos siguen el curso mientras que los poco productivos no lo siguen, los beneficios netos de tomar el curso del profesor Tremebunff serán **4 euros** para los trabajadores muy productivos y de **1 euro** para los poco productivos. En consecuencia (habrá/no habrá), **no habrá** un equilibrio separador de este tipo.

37.3 (1) En la villa de Enigma hay dos tipos de trabajadores, los narizotas, cuyo trabajo vale 1.000 euros al mes, y los caballeros, cuyo trabajo vale 2.500 euros al mes. Enigma tiene exactamente el doble de narizotas que de caballeros. Los narizotas son exactamente iguales que los caballeros y son unos mentirosos redomados. Si se les pregunta, sostendrán que son caballeros. Los caballeros siempre dicen la verdad. Supervisar el trabajo de cada uno es demasiado caro para que merezca la pena. Antiguamente, no había forma de distinguir entre los dos tipos de mano de obra, por lo que todo el mundo ganaba el mismo salario. Si los mercados de trabajo eran competitivos, ¿cuál era este salario? **1.500 euros**.

(a) Un profesor al que le encanta hablar se ofreció a dar una vez al mes una charla gratis sobre macroeconomía e higiene personal a los trabajadores de una pequeña empresa. Estas charlas no influían en la productividad, pero tanto a los narizotas como a los caballeros les resultaban terriblemente aburridas. Para un narizota, una charla de una hora es algo tan malo como perder 100 euros. Para un caballero, es algo tan malo como perder 50 euros. Supongamos que la empresa concediera a todos sus trabajadores una subida salarial de 55 euros al mes, pero insistiera en que asistieran a las charlas del profesor. ¿Qué ocurriría con la plantilla de la empresa? **Todos los narizotas se irían. Los caballeros se quedarían. Se contrataría a más caballeros en estas condiciones. Los narizotas no aceptarían trabajar**. ¿Y con la productividad media de sus trabajadores? **Aumentaría en 1.000 euros: de 1.500 euros a 2.500**.

(b) Otras empresas observaron que los trabajadores que habían asistido a las charlas del profesor eran más productivos que los demás, por lo que trataron de captarlos. Como todos los que aceptaron escuchar la charla original eran caballeros, su salario subió a **2.500 euros**.

(c) Tras observar la «influencia de sus charlas en la productividad del trabajo», el profesor decidió redoblar sus esfuerzos. Encontró un enorme auditorio en el que podía dar una charla a todos los trabajadores de Enigma que fueran a escucharlo. Si los empresarios creyeran que la asistencia a las charlas del profesor mejora la productividad en la cuantía en que mejoró la productividad de la primera pequeña empresa y ofrecieran pluses por asistir a las charlas, ¿quién asistiría? **Todo el mundo**. Una vez observado este resultado, ¿qué prima pagarían las empresas a los trabajadores que hubieran asistido a las charlas del profesor? **0**.

(d) El profesor se decepcionó con los resultados de su charla multitudinaria y pensó que si diera más charlas al mes, sus alumnos «aprenderían más», por lo que decidió dar un curso de 20 horas al mes. ¿Existiría ahora una situación de equilibrio en la que asistieran a su curso todos los caballeros y ningún narizota y en la que los que asistieran fueran pagados de acuerdo con su verdadera productividad? **Sí. Si los que asisten al curso reciben 2.500 euros y los que no asisten reciben 1.000 euros al mes, los caballeros asistirán al curso, ya que el coste de la molestia de recibir 20 horas de clase es de 1.000 euros, pero los que asisten ganan 1.500 euros más. Los narizotas no asistirán al curso, ya que el coste de la molestia de ir a clase es de 2.000 euros al mes y los que asisten ganan 1.500 euros más.**

(e) ¿Cuál es el menor número de horas de charla que el profesor podría dar para que siguiera habiendo un equilibrio separador? **15 horas**.

37.4 (1) El viejo McDonald se dedica a la producción de heno. Tiene un único empleado, Jack. Si Jack trabaja x horas, puede producir x pacas de heno. Cada paca de heno se vende a 100 euros. El coste que tiene para Jack trabajar x horas es $e(x) = x^2/10$.

(a) ¿Qué cantidad de pacas de heno debe segar Jack para que sea eficiente? **5**.

(b) Si lo máximo que podría ganar Jack en cualquier otro sitio es cero, ¿cuánto tendría que pagarle McDonald para conseguir que trabajara el número de horas eficiente? **$5^21/0$ = 2,50 euros**.

(c) ¿Cuál es el beneficio neto de McDonald? **5 –2,50 = 2,50 euros**.

(d) Supón que Jack ganara 100 euros por repartir propaganda, actividad que no requiere ningún esfuerzo. ¿Cuánto tendría que pagarle McDonald para que produjera la cantidad eficiente de pacas de heno? **3,50 euros**.

(e) Supón ahora que ya no tiene la oportunidad de repartir propaganda, pero que McDonald decide arrendarle su campo de heno por una cantidad fija. ¿Por cuánto se lo arrendaría? **2,50 euros**.

37.5 (0) En Caño Roto hay 200 personas que quieren vender su automóvil usado. Todo el mundo sabe que 100 de estos automóviles son «cacharros» y 100 son «buenos». El problema estriba en que nadie, salvo los propietarios originales, sabe cuál se halla en buen estado y cuál es un cacharro. Los propietarios de cacharros se darían por contentos si pudieran deshacerse de su automóvil a cualquier precio superior a 200 euros. Los propietarios de automóviles usados buenos estarían dispuestos a venderlos a cualquier precio superior a 1.500 euros, pero se quedarían con ellos si no lo consiguieran. Hay un gran número de compradores que estarían dispuestos a pagar 2.500 euros por un buen automóvil usado, pero que sólo pagarían 300 euros por un cacharro. Cuando estos compradores no están seguros de la calidad del automóvil que compran, están dispuestos a pagar su valor esperado, dada la información que poseen.

(a) Si se pusieran en venta los 200 automóviles usados que hay en Caño Roto, ¿cuánto estarían dispuestos a pagar los compradores por uno? **1.400 euros**. ¿Estarían dispuestos los propietarios de los automóviles usados buenos a venderlos a ese precio? **No**. ¿Se alcanzaría una situación de equilibrio en la que se vendieran todos los automóviles usados? **No**. Describe la situación de equilibrio que se alcanzaría en Caño Roto. **Los propietarios de automóviles buenos no venderán. Los propietarios de "cacharros" venderán. El precio de un automóvil usado será de 300 euros.**

(b) Supón que en lugar de haber 100 automóviles de cada clase, todos los habitantes de esta ciudad supieran que hay 120 automóviles buenos y 80 cacharros. ¿Cuánto estarían dispuestos a pagar los compradores por un automóvil usado? **1.620 euros**. ¿Estarían dispuestos los propietarios de los automóviles usados buenos a venderlos a ese precio? **Sí**. ¿Se alcanzaría una situación de equilibrio en la que se vendieran todos los automóviles usados? **Sí**. ¿Se alcanzaría una situación de equilibrio en la que se vendieran los cacharros? **Sí.** Describe el posible equilibrio o equilibrios que se alcanzaría en

Caño Roto. **Hay un equilibrio en el que se venden todos los automóviles a un precio de 1.620 euros. También hay un equilibrio en el que sólo se venden los «cacharros».**

37.6 (1) Todos los años 1.000 ciudadanos de Peñaranda venden su automóvil usado y compran otro nuevo. Los propietarios originales de los automóviles usados no tienen dónde guardar un segundo automóvil y deben venderlo. La calidad de estos automóviles usados varía mucho de unos a otros. Sus propietarios originales saben exactamente cuáles son sus virtudes y sus defectos, pero los posibles compradores no saben distinguirlos con sólo mirarlos. Lamentablemente, aunque los propietarios de automóviles usados de Peñaranda, en otros aspectos, son ciudadanos modélicos, no tienen ningún escrúpulo para mentir cuando se refieren a sus viejos cacharros. Cada automóvil tiene un valor, V, que estaría dispuesto a pagar un comprador que conociera todas sus cualidades. Hay un elevadísimo número de posibles compradores, cada uno de los cuales estaría dispuesto a pagar V euros por un automóvil cuyo valor fuera V euros.

Es bastante sencillo describir la distribución de los valores de los automóviles usados en el mercado. En un año cualquiera, dado un valor de V entre 0 y 2.000 euros, el número de automóviles usados en venta que valen menos de V euros es V euros/2. Los posibles compradores de automóviles usados son todos ellos neutrales ante el riesgo. Es decir, si no saben con seguridad cuál es el valor de un automóvil, lo valoran a su valor esperado, dada la información que poseen.

Los Talleres López de Peñaranda pueden probar los automóviles usados y averiguar su verdadero valor V. Se sabe que sus tasaciones son totalmente exactas y honradas. El único problema estriba en que una tasación exacta cuesta 200 euros. La gente que tiene un automóvil muy malo no va a querer pagar 200 euros para que Talleres López le diga al mundo lo malo que es. Pero la gente que tiene un automóvil muy bueno estará dispuesta a pagarle los 200 euros para que lo tase y poder venderlo por su verdadero valor. Tratemos de averiguar cómo funciona exactamente el equilibrio, qué automóviles se tasan y cuál es el precio al que se venden los que no se tasan.

(a) Si nadie llevara a tasar su automóvil, ¿cuál sería el precio de mercado de los automóviles usados en Peñaranda? ¿Cuál sería el ingreso total que obtendrían los propietarios de automóviles usados por éstos? **Todos se venderían a 1.000 euros y el ingreso total sería de 1.000.000 euros**.

(b) Si se tasaran todos los automóviles que valen más de X euros y se vendieran todos los que valen menos de X euros sin tasación, ¿cuál sería el precio de mercado de los automóviles usados que no se tasaran? (Pista: ¿cuál es el valor esperado de una extracción aleatoria del conjunto formado por los automóviles que valen menos de X euros?) **X euros/2**.

(c) Si se tasaran todos los automóviles que valen más de X euros y se vendieran todos los que valen menos de X euros sin tasación y tu automóvil valiera X euros, ¿cuánto dinero te quedaría si lo hubieras tasado y lo hubieras vendido por su verdadero valor? **X euros –200**. ¿Cuánto dinero recibirías si lo vendieras sin haberlo tasado? **X euros/2**.

(d) En condiciones de equilibrio, hay un automóvil de calidad marginal tal que se tasan todos los automóviles mejores que éste y no se tasa ninguno de los peores. Al propietario de este automóvil le da exactamente igual venderlo sin tasarlo que tasándolo. ¿Cuál será el valor de este automóvil marginal? **Resolviendo la ecuación $X/2 = X - 200$, tenemos que $X = 400$ euros**.

(e) En condiciones de equilibrio, ¿cuántos automóviles se venderán sin tasar y a cuánto? **No se tasarán los 200 automóviles peores y se venderán por 200 euros**.

(f) En condiciones de equilibrio, ¿cuál será el ingreso total neto de todos los propietarios de automóviles usados una vez pagada su tasación a Talleres López? **1.000.000 de euros –800 × 200 = 840.000**.

37.7 (2) En Villarriba, 1.000 personas quieren vender sus automóviles usados. La calidad de estos automóviles varía mucho de unos a otros. Los propietarios originales saben cuánto vale exactamente su automóvil. A los posibles compradores todos les parecen iguales hasta que los compran; entonces averiguan la verdad. Dado un número cualquiera X entre 0 y 2.000, el número de automóviles de calidad inferior a X es $X/2$. Si un automóvil es de calidad X, su propietario original estará dispuesto a venderlo a cualquier precio superior a X. Si un comprador supiera que un automóvil es de calidad X, estaría dispuesto a pagar $X + 500$ por él. Cuando los compradores no están seguros de la calidad de un automóvil, están dispuestos a pagar su valor esperado, dada su información sobre la distribución de las calidades en el mercado.

(a) Supón que todo el mundo sabe que todos los automóviles usados de Villarriba están en venta. ¿Por cuánto se venderían? **1.500 euros**. ¿Estarían dispuestos todos los propietarios de automóviles usados a venderlos a este precio? **No**. ¿Qué automóviles usados aparecerían en el mercado? **Los que valen menos de 1.500 euros**.

(b) Sea X^* un número situado entre 0 y 2.000 y supón que se venden todos los automóviles de calidad inferior a X^*, pero los propietarios originales se quedan con todos los automóviles de calidad superior a X^*, ¿cuánto estarían dispuestos a pagar los compradores por un automóvil usado? $X^*/2 + 500$. A este precio, ¿qué automóviles usados se pondrían en venta? **Los automóviles que valen menos de $X^*/2 + 500$**.

(c) Expresa en una ecuación el valor de equilibrio de X^*. A este valor de equilibrio, el precio que los compradores están dispuestos a pagar es exactamente el suficiente para inducir a los propietarios a llevar al mercado todos los automóviles de calidad inferior a X^*. **$X^*/2 + 500 = X^*$**. Utiliza esta ecuación para hallar el valor de equilibrio de X^*. **$X^* = 1.000$ euros**.