Variação da Distância Terra-Sol e Taxa de Variação no Equinócio

Eduardo, Jamile, Gabriella de Sousa, Matheus Henry

1 Problema

- 1. Suponha que no primeiro dia do equinócio de outono, 21 de março, o ângulo entre a Terra e o Sol, em relação ao periélio, é de aproximadamente 90°. Calcule a variação aproximada da distância entre a Terra e o Sol em função do ângulo (theta) nesse dia.

- 2. Sabendo que a velocidade angular instantânea da Terra em relação ao Sol nesse dia é de aproximadamente 595, 66 X 10-^{1} rad/s, calcule a taxa de variação da distância entre a Terra e o Sol em função do tempo.

2 Considerações Iniciais

Considerando que a Terra descreve uma órbita elíptica ao redor do Sol, a distância relativa entre esses corpos varia durante o período orbital da Terra. Essa variação pode ser calculada a partir de dois parâmetros principais: a distância entre a Terra e o Sol (em função do ângulo em relação ao periélio), também chamada de *anomalia verdadeira*, e a velocidade angular instantânea, que descreve a variação dessa distância em função do tempo.

A equação para a distância $r(\theta)$ da Terra ao Sol em qualquer ponto da sua órbita pode ser aproximada pela fórmula:

$$r(\theta) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\theta)}$$

onde:

- $r(\theta)$ é a distância da Terra ao Sol em função do ângulo θ,
- a é o semi-eixo maior da órbita elíptica (aproximadamente 149,6 milhões de km),
- e é a excentricidade orbital da Terra (aproximadamente 0,0167),
- θ é o ângulo medido em relação ao periélio.

A velocidade angular instantânea ω pode ser expressa pela taxa de variação angular em relação ao tempo, dada por:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

A partir dessas considerações, podemos abordar os problemas propostos.

3 Variação da Distância em Função do Ângulo

A distância entre a Terra e o Sol em uma órbita elíptica é dada por:

$$r(\theta) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\theta)}$$

3.1 Passo 1:

A função $r(\theta)$ pode ser escrita na forma de quociente:

$$r(\theta) = \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$$

onde: - $f(\theta) = a(1-e^2)$ é uma constante, - $g(\theta) = 1 + e\cos(\theta)$.

3.2 Passo 2:

Regra do quociente

$$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{f(\theta)}{g(\theta)}\right) = \frac{f'(\theta)g(\theta) - f(\theta)g'(\theta)}{[g(\theta)]^2}$$

3.3 Passo 3:

$f(\theta) = a(1-e^2)$ é uma constante, sua derivada é:

$$f'(\theta) = 0$$

3.4 Passo 4:

Derivada de $g(\theta)$

$$g'(\theta) = \frac{d}{d\theta}[1 + e\cos(\theta)] = -e\sin(\theta)$$

3.5 Passo 5:

Aplicação da regra do quociente

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{0 \cdot g(\theta) - f(\theta) \cdot g'(\theta)}{[g(\theta)]^2}$$

Substituindo $f(\theta) = a(1-e^2)$ e $g'(\theta) = -e\sin(\theta)$:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{-a(1-e^2) \cdot (-e\sin(\theta))}{[1+e\cos(\theta)]^2}$$

3.6 Passo 6:

Simplificação

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{a(1-e^2) \cdot e\sin(\theta)}{[1+e\cos(\theta)]^2}$$

3.7 Passo 7:

Substituição de $\theta = 90°$

$$\sin(90°) = 1 \quad \text{e} \quad \cos(90°) = 0$$

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{a(1-e^2)\cdot e\cdot 1}{[1+e\cdot 0]^2}$$

$$\frac{dr}{d\theta} = a(1-e^2)\cdot e$$

Substituindo os valores de $a = 149.6 \times 10^6$ km e $e = 0.0167$:

$$\frac{dr}{d\theta} = 149.6 \times 10^6 \cdot (1 - 0.0167^2) \cdot 0.0167$$

$$\frac{dr}{d\theta} = 2.50 \times 10^6 \, \text{km/rad}$$

Portanto, a variação da distância entre a Terra e o Sol no equinócio é 2.50×10^6 km/rad.

2. Taxa de Variação em Função do Tempo

Sabendo que a velocidade angular instantânea da Terra em relação ao Sol no equinócio é $\omega = 595.66 \times 10^{-1}$ rad/s, a taxa de variação da distância em função do tempo é dada por:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta}\cdot\omega$$

Substituindo os valores:

$$\frac{dr}{dt} = 2.50 \times 10^6 \, \text{km/rad} \times 595.66 \times 10^{-1} \, \text{rad/s} = 148,915,000\text{km/s}$$

3. Gráfico da Distância em Função de θ