

ICI 4242 - Autómatas y compiladores

Máquina de Turing

Rodrigo Olivares

Mg. en Ingeniería Informática

`rodrigo.olivares@uv.cl`

1er Semestre

Máquina de Turing

Introducción

¿Qué es una Máquina de Turing?

Una Máquina de Turing es un **modelo matemático**, propuesto por Alan Turing, que consiste en un autómata capaz de implementar cualquier problema (función $f(x)$) matemático expresado por medio de un **algoritmo**.

Máquina de Turing

Introducción

Funcionamiento de una Máquina de Turing

- La Máquina de Turing tiene, un **control finito**, un **cabezal de lectura/escritura** y una **cinta** donde puede haber caracteres, y donde eventualmente viene la palabra de entrada.
- La cinta es de longitud **infinita** hacia la izquierda y derecha, llenándose los espacios con el caracter blanco (que representaremos con #).

Máquina de Turing

Introducción

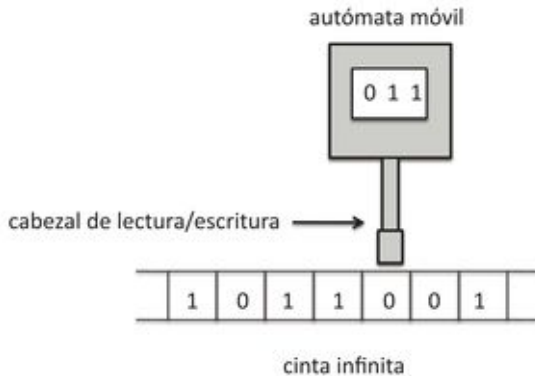


Figura: Máquina de Turing

Máquina de Turing

Introducción

Funcionamiento de una Máquina de Turing

- El cabezal de lectura/escritura de la Máquina de Turing, permite **leer** y **modificada** el símbolo apuntado, durante la ejecución.
- El cabezal de lectura/escritura de la Máquina de Turing se mueve **bidireccionalmente (izquierda y derecha)**, por lo que puede pasar repetidas veces sobre un mismo segmento de la cinta. En ocasiones, el cabezal procesa el símbolo apuntado, per **no se mueve**.

Máquina de Turing

Introducción

Definición formal de una Máquina de Turing

Formalmente, una Máquina de Turing es una séptupla

$TM = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, F \rangle$, donde:

Q : Conjunto de estados.

Σ : Conjunto de símbolos terminales.

Γ : Conjunto de símbolos de la cinta ($\Sigma \cup \gamma \cup \{\#\}$).

$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \{ \mathcal{L}, \mathcal{R}, \mathcal{S} \}$

q_0 : Estado inicial

$\#$: Caracter de separación, vacío o blanco. Inicialmente, en las primera n posiciones de la cinta están a_1, a_1, \dots, a_n . El resto de la cinta tiene símbolos $\#$.

$F: F \subset Q$ conjunto de estados finales.

Máquina de Turing

Introducción

Al leer un símbolo a_i , la MT puede:

- Cambiar de estado.
- Escribir un símbolo a_j en la cinta (en lugar de a_i).
- Mover el cabezal hacia la izquierda (\mathcal{L}), a la derecha (\mathcal{R}) o en el mismo lugar (\mathcal{S}).

Máquina de Turing

Introducción

Descripción instantánea:

- Secuencia de la forma $\alpha_1 q \alpha_2$ donde $\alpha_1, \alpha_2 \in \Gamma$ y $q \in Q$. Describe la situación de una Máquina de Turing.
- La cinta contiene la cadena $\alpha_1 \alpha_2$ seguida de infinitos blancos. El cabezal señala el primer símbolo de α_2 .

Máquina de Turing

Introducción

Descripción instantánea:

- Se dice que una Máquina de Turing (TM) acepta una cadena de entrada $w \in \Gamma$, si partiendo del estado inicial q_0 y en la cinta se encuentra la cadena w seguida de blancos ($\#$), la máquina TM procesa la cadena y termina en el estado de aceptación ($q_f \in F$).
- Se define el lenguaje aceptado por una Máquina de Turing, $L(TM)$, como el conjunto de todas las cadenas w aceptadas por la máquina.
- Los lenguajes aceptados por las Máquinas de Turing se denominan **recursivamente enumerables**.

Máquina de Turing

Ejemplos

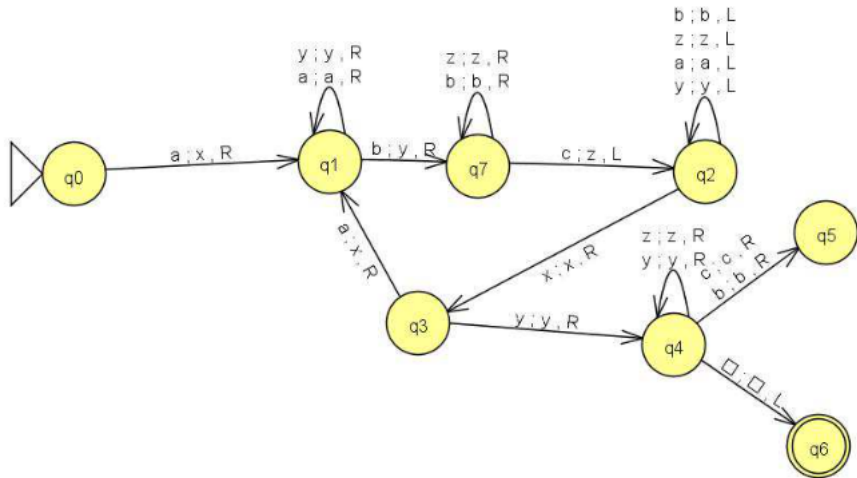
Ejemplos: (no incluye la cadena vacía)

$$\rightarrow L_1 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$\rightarrow L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Máquina de Turing

Ejemplo - Solución



Preguntas

Preguntas ?