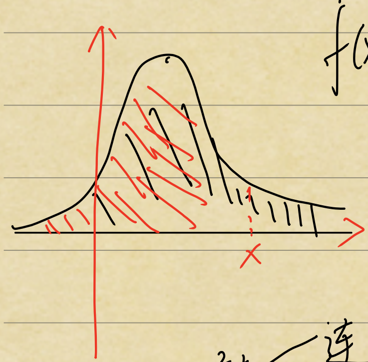
PMF　　PDF

$f(x)$　　$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ (切一刀、山峰面)



放 ⟨ 连 √ ∧
　 ⟨ 离 1、2、3、4、5、6

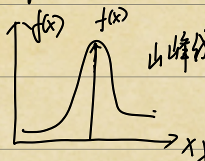
X			
P			

$P(X=x)=p_i$

升维：多维rV：身高、体重、头围

二维随机变量：X Y

一维



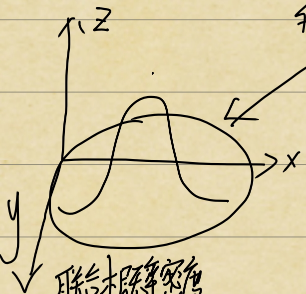
山峰线

山峰线 $\xrightarrow{积分}$ 山峰面 → 分布函数

=1

概率密度

升维：面 → 体



=1. $f(x,y)$

联合概率密度

$f(x,y)$

联合分布函数 joint

$F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)dudv$ (切两刀)

$=P(X\le x, Y\le y)$

离散　概率分布

X	
P	

(联合分布表)

升 ⇒

X \ Y	5	6
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
3		

$P(1,5)=\frac{1}{4}$
$P(1,6)=\frac{1}{8}$

$P(X=x_i, Y=y_j)=P_{ij}$

高数：偏导　积x把y看做常数　积y把x看做常数　→ 按曲线求切

概率论: 边缘概率密度 marginal

(是一个平山峰面)

$$\Rightarrow \begin{cases} f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy & \text{(X固定、Y变)} \\ f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx \end{cases}$$

→ 按直线 Y=y 切

连续: 边缘分布函数, 不管另个切一刀

$$\begin{cases} F_X(x) & \text{只切 } X \text{ 一刀} \quad P(X\le x) \\ F_Y(y) & \text{只切 } y \text{ 一刀} \quad P(Y\le y) \end{cases}$$

离散

x \ y	5	6
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

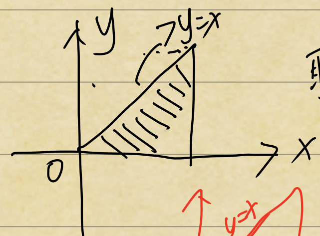
→ $F_X(x) = \frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

→ $F_X(X=3) = \frac{1}{8}+\frac{1}{2} = \frac{5}{8}$

边缘分布律

$$f(x,y) = \begin{cases} 4.8y(2-x) & 0\le x\le 1 \quad 0\le y\le x \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 marginal PDF



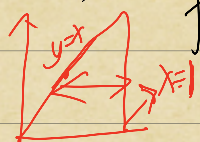
联合密度函数

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy = \begin{cases} \int_0^x 4.8y(2-x)\,dy & 0\le x\le 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

上限x

$$= \begin{cases} 2.4y^2(2-x)\Big|_0^x & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2.4x^2(2-x) & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$



$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx$$

$$= \begin{cases} \cancel{\int_0^1 4.8y(2-x)\,dx} \quad \int_y^1 4.8y(2-x)\,dx & 0\le y\le 1 \\ & \text{other} \end{cases}$$

$$= -2.4y(2-x)^2\Big|_y^1$$

$$= -2.4y(2-1)^2 - \left[-2.4y(2-y)^2\right]$$

$$= -2.4y + 2.4y(2-y)^2$$

$$= -2.4y + 2.4y(4-4y+y^2)$$

$$= -2.4y + 9.6y - 9.6y^2 + 2.4y^3$$

$= 7.2y - 9.6y^2 + 2.4y^3$

X，Y相互独立 分布律如下，填空

$Y \backslash X$	x_1	x_2	x_3	
y_1	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{4}$
y_2	① $\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{24}$	1

① $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{4}{24} - \frac{3}{24} = \frac{1}{24}$ (规范性)

② 独立性 $P(X=x_1) \cdot P(Y=y_1) = P(X=x_1, Y=y_1)$

$\frac{1}{6} y_1 = \frac{1}{8}$

$y_1 = \frac{3}{4}$

$P(y_2)$ $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{4} - \frac{1}{24} - \frac{1}{8} = \frac{6}{24} - \frac{1}{24} - \frac{3}{24} = \frac{2}{24} = P\binom{x=x_3}{y=y_2}$

④ $P(x_2)P(y_2) = P(x_2, y_2)$

$P(x_2) \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$P(x_2) = \frac{1}{2}$