



Universidad Mariano Gálvez
Ingeniería en Sistemas
Catedrático: Lic. Oseas Paredes

Lenguajes Formales y Teoría de Autómatas (0901-028)

HOJA DE TRABAJO 6

COMPLEMENTO DE LA TEORÍA

La siguiente hoja de trabajo tiene como objeto completar las ideas desarrolladas en clase. Su trabajo consistirá en presentar lo que se le indica en hojas papel bond tamaño carta, debidamente engrapadas y con esta hoja de instrucciones al frente. NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE CARNET.

1. Demuestre, usando inducción finita, las fórmulas siguientes (*Ayuda:* transcriba todas las sumas a notación de sumatoria, usando la definición 38 que aparece en la teoría necesaria adjunta).

(i) $3 + 6 + 9 + \dots + 3n = \frac{3}{2}n(n+1)$

(ii) $a + ar + ar^2 + \dots + ar^n = \frac{a(1-r^{n+1})}{1-r}$

(iii) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

(iv) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

(v) $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$

2. Defina en el conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$ dos operaciones, Δ y ∇ , con elementos neutros e y i tales que formen un campo. Demuestre sus resultados.
3. Considere las palabras del alfabeto $B = \{a, b\}$, $u_{B,8} = a^2ba^3b^2$ y $v_{B,4} = bab^2$. Encuentre:

(i) $u_{B,8}v_{B,4}; l(u_{B,8}v_{B,4})$

(ii) $v_{B,4}u_{B,8}; l(v_{B,4}u_{B,8})$

(iii) $v_{B,4}^2; l(v_{B,4}^2)$

4. Suponga que, para el mismo alfabeto del inciso anterior, $u_{B,3} = a^2b$ y $v_{B,5} = b^3ab$. Encuentre:

(i) $u_{B,3}v_{B,5}u_{B,3}$

(ii) $\lambda u_{B,3}; u_{B,3}\lambda; u_{B,3}\lambda v_{B,5}$

5. Sea el alfabeto $C = \{a, b, c, d\}$ y una de sus palabras $w_{C,4} = abcd$.

(i) Encuentre todas las subpalabras de $w_{C,4}$.

(ii) ¿cuáles de las anteriores subpalabras son segmentos iniciales?

6. Demuestre que si $A \neq \emptyset$ entonces:

(i) $l(u_{A,m}v_{A,n}) = l(u_{A,m}) + l(v_{A,n}) = m + n, \forall u_{A,m}, v_{A,n} \in A^*$

(ii) $l(u_{A,m}v_{A,n}) = l(v_{A,n}u_{A,m}), \forall u_{A,m}, v_{A,n} \in A^*$

7. Considere el alfabeto $A = \{a, b\}$. Describa en el metalenguaje a los siguientes lenguajes objeto sobre A (que son subconjuntos de A^*).

(i) $L_1 = \{(ab)^m | m > 0\}$

- (ii) $L_2 = \{a^r b a^s b a^t \mid r, s, t \in \mathbb{N}\}$
 (iii) $L_3 = \{a^2 b^m a^3 \mid m > 0\}$
8. Sean $K = \{a, ab, a^2\}$ y $L = \{b^2, aba\}$ lenguajes sobre $A = \{a, b\}$. Encuentre:
 (i) KL
 (ii) L^2
9. Considere el lenguaje $L = \{ab, c\}$ sobre $A = \{a, b, c\}$. Encuentre:
 (i) L^0
 (ii) L^3
 (iii) L^{-2}
10. Sea $A = \{a, b, c\}$. Encuentre L^* de manera descriptiva en el lenguaje de ZF, donde
 (i) $L = \{b^2\}$
 (ii) $L = \{a, b\}$
 (iii) $L = \{a, b, c^3\}$.
11. Considere un alfabeto numerable (es decir, que es equipotente al conjunto de los números naturales), $A = \{a_n \mid n \geq 0\}$. Sea L_k el lenguaje sobre A que consta de las palabras $w_{A,n}$ tales que la suma de los subíndices de las letras en $w_{A,n}$ es igual a k (por ejemplo, $w_{A,5} = a_2 a_3 a_3 a_6 a_4 = a_2 a_3^2 a_6 a_4 \in L_{18}$). Encuentre:
 (i) L_4
 (ii) Demuestre que L_k es finito
 (iii) Demuestre que A^* es numerable
 (iv) Demuestre que cualquier lenguaje sobre A es numerable.

Te amo en silencio...
Pero mi amor lo llena todo...
Te amo sin lágrimas, sin música...
Y amo el dolor de amar así, calladamente.
Te amo con dulzura, como el ave ama su nido...
como el viento menea los trigales y sigue siendo viento...
y el amor que despiertas en mí me da vida y al mismo tiempo muero...
la agonía de amarte sin que sepas es amarga
pero gozo con sentirla con llevarla en el alma.
Te amo con dulzura, como se aman las rosas en la noche...
Así, así te amo yo...
Con suavidad, con delirio, con ternura...
Y sin que tú lo sepas... vida mía.
(anónimo).