

## 实验四 离散余弦变换与图像压缩编码

### 一、实验目的

- 1、了解离散余弦变换编码；
- 2、掌握图像压缩的原理；
- 3、运用 MATLAB 进行图像压缩。

### 二、实验平台

计算机和 Matlab 语言环境

### 三、实验内容

- 1、二维离散余弦变换和二维离散余弦逆变换
- 2、基于图像整体二维离散余弦变换的图像压缩
- 3、基于图像分块二维离散余弦变换的图像压缩

### 四、实验原理

#### 1、二维离散余弦变换的定义

二维离散余弦变换(DCT, Discrete Cosine Transform)是实的正交变换,对自然的数字图像执行二维离散余弦变换,其对应的离散余弦变换谱具有很好的能量集中属性,二维离散余弦变换是行列可分离的,离散余弦变换具有相应的快速算法。二维 DCT 在图像压缩编码中有重要的应用,如静态图像压缩标准 JPEG 就采用分块的 DCT。

二维离散余弦正变换公式为

$$C(u, v) = a(u)a(v) \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cos \left[ \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \right] \cos \left[ \frac{(2y+1)v\pi}{2N} \right]$$

式中,  $u, v = 0, 1, \dots, N-1$ 。

$$a(u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & u = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & u = 1, \dots, N-1 \end{cases}, \quad a(v) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & v = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & v = 1, \dots, N-1 \end{cases}$$

二维离散余弦逆变换公式为

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} a(u) a(v) C(u, v) \cos \left[ \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \right] \cos \left[ \frac{(2y+1)v\pi}{2N} \right]$$

式中,  $x, y = 0, 1, \dots, N-1$ 。

## 2、图像压缩

图像压缩是在满足一定图像质量条件下, 用尽可能少的数据(比特数)来表示原图像, 以提高图像的传输效率和减少图像存储的容量。压缩前的数据量为  $n_1$ , 压缩后的数据量为  $n_2$ , 压缩率为:

$$C_R = \frac{n_1}{n_2}$$

可采用峰值信噪比 (PSNR) 评价解压缩图像的重构质量, PSNR 可表示为:

$$PSNR = 10 \lg \left( \frac{f_{\max}^2}{MSE} \right) = 10 \lg \left[ \frac{f_{\max}^2}{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f_R(x, y) - f(x, y)]^2} \right]$$

其中,  $f(x, y)$ 、 $f_R(x, y)$  分别为原图像和解压缩后的图像。

正交变换编码通常是将空间域上的图像经过正交变换映射到变换域上, 变换系数的大部分能量集中在直流和低频的少数变换系数上, 采用适当的量化、编码就可以有效地压缩图像。可以通过正交变换将图像变换到另一个表示域 (如 DCT 域), 对变换的系数进行编码, 在解压时再对变换系数作反变换, 获得解压图像。

### 区域编码

只保留变换系数矩阵中一个特定区域的系数, 而将其它系数置零的一种编码方法, 由于大多数自然图像的频谱中的低频系数比较大而高频的系数较小或接近零, 因此通常是保留低频部分的系数而丢弃高频部分的系数。

### 门限编码

设定一个门限值  $T$ , 如果变换系数的绝对值 (或模值) 超过  $T$  值就保留下来进行编码; 若系数的绝对值 (或模值) 小于  $T$  值, 就舍弃该系数。

## 五、实验步骤

### 1、二维离散余弦变换和二维离散余弦逆变换

(1) 显示图像的二维离散余弦变换系数

```
clc  
  
clear all  
  
close all  
  
I = imread('lena.tif');% 读取图像  
J_all = dct2(I);% 对图像整体进行离散余弦变换  
subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');  
subplot(1,2,2),imshow(log(1+abs(J_all)),[ ]);title('二维离散余弦频谱');
```

(2) 二维离散余弦变换系数的图像重构

```
clc  
  
clear all  
  
close all  
  
I = imread('lena.tif');% 读取图像  
J_all = dct2(I); % 对图像整体进行离散余弦变换  
K=idct2(J_all);  
subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');  
subplot(1,2,2),imshow(K,[ ]);title('离散余弦变换系数的重构图像');
```

(3) 只用二维离散余弦变换系数的符号信息进行重构图像

```
clear all  
  
clc;  
  
I = imread('lena.tif');% 读取图像  
J_all = dct2(I);% 离散余弦变换  
K=sign(J_all);  
L=idct2(K);  
subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');  
subplot(1,2,2),imshow(L,[ ]);title('只用 DCT 符号信息进行重构图像');
```

(4) 采用行列可分离的方法实现二维离散余弦变换系数

```
clear all;

clc;

I=imread('lena.tif'); % 读取图像

[M,N]=size(I);

J=zeros(M,N);

K=zeros(M,N);

for i=1:M

    J(i,:)=dct(I(i,:));%先执行行方向一维 DCT

end

for j=1:N

    K(:,j)=dct(J(:,j));%接着执行列方向的一维 DCT

end

H=idct2(K); %对图像的 DCT 谱执行二维离散余弦逆变换

subplot(1,2,1),imshow(log(1+abs(K)),[]);title('原始图像的离散余弦变换系数')

subplot(1,2,2),imshow(real(H),[]);title('离散余弦变换系数的重构图')
```

(5) 显示图像的分块二维离散余弦变换系数

```
%基于分块的离散余弦变换

clear all

clc;

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_block= blkproc(I,[8 8],@dct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块大小为 8*8

imshow(log(1+abs(J_block)),[ ]);title('分块 DCT 谱');
```

(6) 分块二维离散余弦变换系数的图像重构

```
clear all

clc;

I = imread('lena.tif');% 读取图像
```

```
J_block= blkproc(I,[8 8],@dct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8
K=blkproc(J_block,[8 8],@idct2);% 使用 blkproc 函数实现对分块离散余弦变换系数进行图像
重构，分块大小为 8*8
subplot(1,2,1),imshow(log(1+abs(J_block)),[ ]);title('分块 DCT 谱');
subplot(1,2,2),imshow(K,[]);title('分块离散余弦变换系数的重构图')
```

#### (7) 只采用分块二维离散余弦变换直流系数的图像重构

```
clear all
clc;
I = imread('lena.tif');% 读取图像
J_block= blkproc(I,[8 8],@dct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8
mask1=[1 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0];%取低频个数为 1
J1_block=blkproc(J_block,[8 8],@(x) x.*mask1);
K=blkproc(J1_block,[8 8],@idct2);% 使用 blkproc 函数实现对分块离散余弦变换系数进行图像
重构，分块大小为 8*8
imshow(K,[]);title('分块离散余弦变换直流系数的重构图')
```

## 2、基于图像整体二维离散余弦变换的图像压缩

(1) 采用区域编码，在图像整体二维离散余弦变换系数中，只保留约 25%的低频系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clc

clear all

close all

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_all = dct2(I);% 对图像整体进行离散余弦变换

mask_all=zeros(256,256);

mask_all(1:128,1:128)=1;

J_mask=J_all.*mask_all; % 取出约 25% 的低频系数

K_all=idct2(J_mask);% 重构

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_all,[ ]);title('25% 的低频离散余弦变换系数的重构图像');

PSNR_all=PSNR1(I,K_all),% 计算峰值信噪比 PSNR

CR=(256*256)/(128*128), % 计算压缩比

```

（2）采用区域编码，在图像整体二维离散余弦变换系数中，只保留约 50% 的低频系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clc

clear all

close all

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_all = dct2(I);% 对图像整体进行离散余弦变换

mask_all=zeros(256,256);

mask_all(1:181,1:181)=1;

J_mask=J_all.*mask_all; % 取出约 50% 的低频系数

K_all=idct2(J_mask);% 重构

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_all,[ ]);title('50% 的低频离散余弦变换系数的重构图像');

PSNR_all=PSNR1(I,K_all),% 计算峰值信噪比 PSNR

CR=(256*256)/(181*181), % 计算压缩比

```

(3) 采用区域编码，在图像整体二维离散余弦变换系数中，只保留约 6.25%的低频系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```
clc
clear all
close all

I = imread('lena.tif');% 读取图像
J_all = dct2(I);% 对图像整体进行离散余弦变换
mask_all=zeros(256,256);
mask_all(1:64,1:64)=1;
J_mask=J_all.*mask_all; % 取出约 6.25%的低频系数
K_all=idct2(J_mask);% 重构
subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');
subplot(1,2,2),imshow(K_all,[ ]);title('6.25%的低频离散余弦变换系数的重构图像');
PSNR_all=PSNR1(I,K_all),% 计算峰值信噪比 PSNR
CR=(256*256)/(64*64), % 计算压缩比
```

(4) 采用门限编码，在图像整体二维离散余弦变换系数中，阈值为 10，只保留大于等于阈值的 DCT 系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```
clc
clear all
close all

p=0;
% 离散余弦变换
I = imread('lena.tif');% 读取图像
J_all = dct2(I);% 对图像整体进行离散余弦变换
[M,N]=size(I);
for i=1:M
    for j=1:N
        if abs(J_all(i,j))<10
            J_all(i,j)=0;
        end
    end
end
```

```

        p=p+1;
    end
end
end
end
K_all=idct2(J_all);%重构
subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');
subplot(1,2,2),imshow(K_all,[ ]);title('舍弃小于 10 的 DCT 系数的重构图像');
PSNR_all=PSNR1(I,K_all),%计算峰值信噪比 PSNR
(M*N-p)/(M*N),%保留 DCT 系数的个数占总的 DCT 系数个数的百分比

```

（5）采用门限编码，在图像整体二维离散余弦变换系数中，阈值为 20，只保留大于等于阈值的 DCT 系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clc
clear all
close all
p=0;
%离散余弦变换
I = imread('lena.tif');%读取图像
J_all = dct2(I);%对图像整体进行离散余弦变换
[M,N]=size(I);
for i=1:M
    for j=1:N
        if abs(J_all(i,j))<20
            J_all(i,j)=0;
            p=p+1;
        end
    end
end
end
K_all=idct2(J_all);%重构

```



```

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_all,[ ]);title('舍弃小于 20 的 DCT 系数的重构图像');

PSNR_all=PSNR1(I,K_all),% 计算峰值信噪比 PSNR

(M*N-p)/(M*N),% 保留 DCT 系数的个数占总的 DCT 系数个数的百分比

```

（6）采用门限编码，在图像整体二维离散余弦变换系数中，阈值为 40，只保留大于等于阈值的 DCT 系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clc

clear all

close all

p=0;

% 离散余弦变换

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_all = dct2(I);% 对图像整体进行离散余弦变换

[M,N]=size(I);

for i=1:M

    for j=1:N

        if abs(J_all(i,j))<40

            J_all(i,j)=0;

            p=p+1;

        end

    end

end

K_all=idct2(J_all);% 重构

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原始图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_all,[ ]);title('舍弃小于 40 的 DCT 系数的重构图像');

PSNR_all=PSNR1(I,K_all),% 计算峰值信噪比 PSNR

(M*N-p)/(M*N),% 保留 DCT 系数的个数占总的 DCT 系数个数的百分比

```

### 3、基于图像分块二维离散余弦变换的图像压缩

(1) 采用区域编码，在图像  $8 \times 8$  分块二维离散余弦变换系数中，每个  $8 \times 8$  分块只保留 1 个低频系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```
clear all

close all

clc;

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_block= blkproc(I,[8 8],@dct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为  $8 \times 8$ 

%取低频

mask1=[1 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0];%取低频个数为 1

J1_block=blkproc(J_block,[8 8],@(x) x.*mask1);

K_block=blkproc(J1_block,[8 8],@idct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行逆离散余弦
变换，分块大小为  $8 \times 8$ 

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_block,[ ]);title('8*8 分块只保留 1 个低频系数重构图像');

PSNR_block=PSNR1(I,K_block),% 计算峰值信噪比 PSNR

CR_block=64/1, % 计算压缩比
```

(2) 采用区域编码，在图像  $8 \times 8$  分块二维离散余弦变换系数中，每个  $8 \times 8$  分块只保留 6 个低频系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```
clear all

close all
```

```

clc;

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_block= blkproc(I,[8 8],@dct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8

%取低频
mask2=[1 1 1 0 0 0 0 0;
        1 1 0 0 0 0 0 0;
        1 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0];%取低频个数为 6

J1_block=blkproc(J_block,[8 8],@(x) x.*mask2);

K_block=blkproc(J1_block,[8 8],@idct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行逆离散余弦
变换，分块大小为 8*8

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_block,[ ]);title('8*8 分块只保留 6 个低频系数重构图像');

PSNR_block=PSNR1(I,K_block);% 计算峰值信噪比 PSNR

CR_block=64/6, % 计算压缩比

```

（3）采用区域编码，在图像 8\*8 分块二维离散余弦变换系数中，每个 8\*8 分块只保留 9 个低频系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clear all

close all

clc;

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_block= blkproc(I,[8 8],@dct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8

%取低频

```

```

mask3=[1 1 1 1 0 0 0 0;
        1 1 1 0 0 0 0 0;
        1 1 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0];%取低频个数为 9
J1_block=blkproc(J_block,[8 8],@(x) x.*mask3);
K_block=blkproc(J1_block,[8 8],@idct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行逆离散余弦
变换，分块大小为 8*8
subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原图像');
subplot(1,2,2),imshow(K_block,[ ]);title('8*8 分块只保留 9 个低频系数重构图像');
PSNR_block=PSNR1(I,K_block);%计算峰值信噪比 PSNR
CR_block=64/9, %计算压缩比

```

(4) 采用区域编码，在图像 8\*8 分块二维离散余弦变换系数中，每个 8\*8 分块只保留 15 个低频系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clear all
close all
clc;
I = imread('lena.tif');%读取图像
J_block= blkproc(I,[8 8],@dct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8
%取低频
mask4=[1 1 1 1 1 0 0 0;
        1 1 1 1 0 0 0 0;
        1 1 1 0 0 0 0 0
        1 1 0 0 0 0 0 0
        1 0 0 0 0 0 0 0

```

```

0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0];%取低频个数为 15
J1_block=blkproc(J_block,[8 8],@(x) x.*mask4);
K_block=blkproc(J1_block,[8 8],@idct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行逆离散余弦
变换，分块大小为 8*8
subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原图像');
subplot(1,2,2),imshow(K_block,[ ]);title('8*8 分块只保留 15 个低频系数重构图像');
PSNR_block=PSNR1(I,K_block);%计算峰值信噪比 PSNR
CR_block=64/15, %计算压缩比

```

（5）采用门限编码，在图像 8\*8 分块二维离散余弦变换系数中，阈值为 10，只保留大于等于阈值的 DCT 系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clear all
close all
clc;
p=0;
I = imread('lena.tif');%读取图像
J_block=blkproc(I,[8 8],@dct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8
[M,N]=size(I);

for i=1:M
    for j=1:N
        if abs(J_block(i,j))<10
            J_block(i,j)=0;
            p=p+1;
        end
    end
end
end

```

```

K_block=blkproc(J_block,[8 8],@idct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行逆离散余弦
变换，分块大小为 8*8

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_block,[ ]);title('舍弃小于 10 的 8*8 分块 DCT 系数的重构图像');

PSNR_block=PSNR1(I,K_block),%计算峰值信噪比 PSNR

(M*N-p)/(M*N),%保留 DCT 系数的个数占总的 DCT 系数个数的百分比

```

（6）采用门限编码，在图像 8\*8 分块二维离散余弦变换系数中，阈值为 20，只保留大于等于阈值的 DCT 系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clear all

close all

clc;

p=0;

I = imread('lena.tif');%读取图像

J_block=blkproc(I,[8 8],@dct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8

[M,N]=size(I);

for i=1:M
    for j=1:N
        if abs(J_block(i,j))<20
            J_block(i,j)=0;
            p=p+1;
        end
    end
end

end

K_block=blkproc(J_block,[8 8],@idct2);%使用 blkproc 函数实现对图像分块进行逆离散余弦
变换，分块大小为 8*8

```

```

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_block,[ ]);title('舍弃小于 20 的 8*8 分块 DCT 系数的重构图像');

PSNR_block=PSNR1(I,K_block),% 计算峰值信噪比 PSNR

(M*N-p)/(M*N),% 保留 DCT 系数的个数占总的 DCT 系数个数的百分比

```

（7）采用门限编码，在图像 8\*8 分块二维离散余弦变换系数中，阈值为 40，只保留大于等于阈值的 DCT 系数实现图像压缩，并显示其解压重构图像并计算其 PSNR。

```

clear all

close all

clc;

p=0;

I = imread('lena.tif');% 读取图像

J_block=blkproc(I,[8 8],@dct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行离散余弦变换，分块
大小为 8*8

[M,N]=size(I);

for i=1:M
    for j=1:N
        if abs(J_block(i,j))<40
            J_block(i,j)=0;
            p=p+1;
        end
    end
end

K_block=blkproc(J_block,[8 8],@idct2);% 使用 blkproc 函数实现对图像分块进行逆离散余弦
变换，分块大小为 8*8

subplot(1,2,1),imshow(I,[ ]);title('原图像');

subplot(1,2,2),imshow(K_block,[ ]);title('舍弃小于 40 的 8*8 分块 DCT 系数的重构图像');

PSNR_block=PSNR1(I,K_block),% 计算峰值信噪比 PSNR

(M*N-p)/(M*N),% 保留 DCT 系数的个数占总的 DCT 系数个数的百分比

```

## 六、思考题

1. 为什么图像压缩中经常采用二维离散余弦变换，而不采用二维离散傅里叶变换？
2. 在基于整体 DCT 图像压缩中，当采用区域编码方式时，分析图像压缩比和其图像重构质量有什么关联？为什么在图像压缩编码标准中，经常采用 8\*8 分块 DCT 图像压缩而不采用整体 DCT 图像压缩，解释其原因。
3. 在基于分块 DCT 图像压缩中，当采用区域编码方式时，分析图像压缩比和其图像重构质量有什么关联？分析图像重构质量与 PSNR 的关系。
4. 在分块 DCT 图像压缩中，当采用区域编码方式时，在高压缩比的情况下，重构图像会出现什么现象？

## 七、实验报告要求

- 1、写出图像压缩编码的意义。
- 2、写出 8\*8 分块二维 DCT 的变换公式。
- 3、回答思考题。