# Overview of Camera Calibration for Computer Vision

Jia Sun, Peng Wang, Zhengke Qin, Hong Qiao

Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences
Beijing, 100190, China
{jia.sun, peng wang }@ia.ac.cn

Abstract—Camera calibration is a significant process not only for photography but also for computer vision. The accuracy and stability of the camera calibration methods directly affect the whole vision system. In the past few years, a series of methods for camera calibration have been researched. In this paper, these methods are reviewed, analyzed and compared for the practical application and future research.

Keywords—camera calibration, traditional methods of camera calibration, self-calibration

# 计算机视觉中摄像机标定方法研究现状

孙佳 王鹏 覃政科 乔红

中国科学院自动化研究所, 北京, 中国

摘 要 在图像测量与计算机视觉中,摄像机标定都是非常重要的环节。标定的精度及稳定性直接影响整个系统的工作结果,因此,很多学者对其进行了广泛的研究并取得了一系列成果。本文从不同角度出发,对现有的各种标定方法进行了总结、比较和分类。 详细介绍了各种标定方法的特点,应用场合,为实际应用及后续研究提供参考。

关键词 摄像机标定,传统标定法,自标定法

## 1. 引言

随着视觉传感器及计算机技术的飞速发展,机器视觉得到了越来越广泛的应用,如三维测量、三维物体重建、物体识别、机器导航、视觉监控、工业检测、生物医学等诸多领域[1-3]。在机器视觉中,空间物体表面某点的三维几何坐标与其在图像中对应点的坐标存在一定的相互关系,通过建立摄像机成像的几何模型便可确定这一关系,这些几何模型参数就是摄像机参数[4]。

摄像机参数主要包括摄像机固有的内部几何与光学参数,如主点坐标(图像中心坐标)、焦距、比例因子和镜头畸变等;以及反映摄像机坐标系相对于某一世界坐标系的三维位置和方向关系的外部参数,如旋转矩阵及平移向量。在大多数条件下,这些参数必须通过实验与计算才能得到,这个求解参数的过程就称为摄像机标定。

摄像机标定技术的研究起源于图像测量学, 虽然因不

国家自然科学基金项目支持(资助号: 61100098, 61379097) Equipment Development Project of China Academy of Engineering Physics (CAEP) (XXXXX0304) 同应用侧重点不同而有所区别,但所使用的计算方法基本相同。无论是在图像测量或者机器视觉应用中,摄像机标定都是非常重要的环节,标定的精度及稳定性直接影响摄像机工作的准确性。鉴于摄像机标定技术在理论和实践中的重要意义,很多学者对其进行了广泛的研究,基于不同的出发点和思路取得了一系列成果。

本文将从不同角度对现有的各种方法进行总结、比较 和分类,为实际应用及后续研究做参考。

# 2. 摄像机标定方法分类

由于不同的应用背景对摄像机标定技术提出了不同的 要求,使得摄像机标定技术从多角度出发,发展出了一系 列不同思路的算法。如在视觉系统中,如果系统的任务是 对物体进行识别,那么这个物体相对某个参考坐标系的绝 对位置显得不那么重要,而是物体本身各特征点间的相对 位置精度格外重要;如果系统的任务是物体的定位,那么 物体相对某个参考坐标系的相对位置就变得尤为重要。

目前摄像机标定技术有很多种分类方法,应用最为普遍的是将其分为传统摄像机标定方法、自标定法以及基于主动视觉的标定方法[5]。另外,根据参照物的维数可以将

其分为基于零维标定物的方法、基于一维标定物的方法、基于二维标定物的方法以及基于三维标定物的方法;根据摄像机模型不同,可分为线性标定、非线性标定、双平面法以及无特定模型的标定方法;还可根据摄像机的个数分为单目摄像机的标定方法以及双目摄像机标定方法。

## 2.1 根据是否需要标定物进行分类

根据是否需要标定物可以将摄像机标定方法分为传统 摄像机标定方法、自标定法以及基于主动视觉的标定方法。 这种分类方法也对应着不同的应用场合的要求,如传统摄 像机标定方法主要用于精度要求高、要求标定现场可放置 参照物;自标定法比较灵活但标定精度有限;基于主动视 觉的标定方法要求摄像机能够做某些精确的运动。这种分 类方法也是目前使用最为广泛的分类方法。图 1 为摄像机 按是否需要标定物进行分类的层次图。

## 2.1.1 传统摄像机标定方法

传统摄像机标定方法是指利用一个几何参数精确已知 的标定物作为空间参照物,将参照物上的已知点坐标与该 点在图像上的坐标建立对应关系即摄像机模型,再通过优 化算法计算出摄像机模型参数的过程。

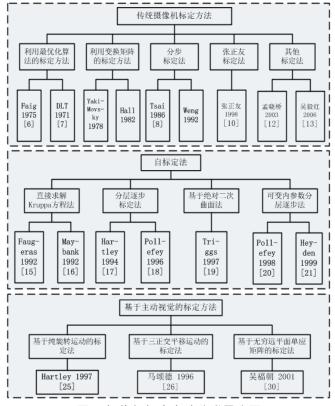


图 1 摄像机标定方法分类层次图

传统摄像机标定方法根据算法思路的不同又可以分为 利用最优化算法的标定方法、利用变换矩阵的标定方法、 分步标定法、双平面标定法、圆标定法以及基于遗传算法、 神经网络等的新的标定方法。

## 1) 利用最优化算法的标定方法

这种标定方法是摄影测量学中的传统方法。Faig 在文献[6]中提出的方法是这一类方法的典型代表。该文利用针孔摄像机模型的共面约束条件,将摄像机成像过程中的各种因素考虑进来,合理细致的设计出一个复杂的摄像机模型。对于每一幅图像,Faig 都利用了至少十七个参数来描述与其对应的三维物体空间的约束关系,这使得这一方法的计算量非常之大,但同时能取得很高的精度。

同属这一类标定方法的还有直接线性变换法(Direct Linear Transformation,DLT),它是对摄影测量学中的传统方法的一种简化。直接线性变换法最早于 1971 年由 Abdel-Aziz 和 Karara 提出[7]。这种方法给出了一组基本的线性约束方程来表示摄像机坐标系与三维物体空间坐标系的线性变换关系。因此,只需求解线性方程便可求得摄像机模型的参数,这是直接线性变换法最大的吸引力。由于直接线性变换法没有考虑成像过程中的非线性畸变问题,使得这种方法的标定精度有限。但是正是因为以上特点,使得直接线性变换法更符合计算机视觉应用问题的要求。

# 2) 利用变换矩阵的标定方法

假设摄像机模型为针孔模型且不考虑摄像机镜头的非 线性畸变,将摄像机透视变换矩阵中的元素作为未知数, 通过给定的一组三维控制点和对应的图像点就可以线性求 解出透视变换矩阵中的各个元素。这一类标定方法的运算 速度快,从而能够实现摄像机参数的实时计算,缺点是精 度不高,且在图像含有噪声的情况下求得的参数值不一定 准确。另外,值得一提的是利用变换矩阵的标定法与直接 线性变换法本质上是相同的,且透视变换矩阵与直接线性 变换矩阵之间只差一个比例因子。

## 3) 分步标定法

所谓分步标定法是先利用直接线性变换法或透视变换 矩阵法求解摄像机参数,然后再用所求得的参数作为初始 值并将畸变因素考虑进来,利用最优化算法进一步推算摄 像机参数[8-9]。此方法将摄像机的标定过程分步进行,因 而叫做分步标定法。这种方法同时克服了以上两种方法的 缺点:传统方法中若初始值给定不适合则很难得到正确的 结果,而直接线性变换法或透视变换矩阵法未考虑非线性 畸变而精度不高。

## 4) 张正友标定法

张正友标定法[10-11]首先要绘制一个具有精确定位点 阵的模板,然后摄像机从三个或三个以上不同方位获得模 板图像,最后通过确定图像和模板上的点的匹配,计算出图像和模板之间的单应性矩阵,并线性解出摄像机内参数。这种标定方法既具有较好的鲁棒性,成本低廉,又不需昂贵的精致标定块,标定的精度又相对于自标定要高。是一种适合应用的简便灵活的标定方法。但是由于该方法假定模板图像上的直线经透视投影后仍为直线,所以不适合广角镜畸变比较大的情况。

# 5) 其他传统摄像机标定法

除了以上提到的经典传统摄像机标定方法,目前还有很多新发展起来的,更具针对性的传统摄像机标定方法。如在张正友方法的基础上,孟晓桥[12]提出了一种基于圆点的平面型摄像机标定方法,该方法只需摄像机从三个不同方位拍摄一个含有若干条直径的圆的图像,即可线性求解出全部摄像机内参数。这种方法的原理比较简单,摆脱了匹配问题,也无需知道任何物理度量。整个标定过程可以自动进行,适合于非视觉专业人员使用。吴毅红[13]等提出了平行圆标定法,该方法从平行圆的最小个数出发,计算圆环点图像简单,不需要任何匹配也不需要计算圆心。应用场合广泛,不仅限于平面的情形,可应用于基于转盘的重构。

传统摄像机标定方法的优点是可以使用任意的摄像机模型,标定精度也比较高;缺点是标定过程复杂,计算量大,无法实现实时标定,且需要放置精密加工的标定参照物。基于以上特点,传统标定法适用于标定精度要求高,摄像机参数不经常发生变化的场合,而无法放置标定块、要求实时标定等场合则传统标定法无法满足要求。

## 2.1.2 自标定法

摄像机自标定法(self-calibration)是无需放置标定参照物,仅利用摄像机在运动过程中周围环境图像与图像之间对应点的关系直接对摄像机进行标定的过程[14]。摄像机自标定法是 20 世纪 90 年代中后期,随着计算机视觉领域的兴起而迅速发展起来的重要研究方向之一。自标定法中摄像机采用的都是针孔模型。目前已有的摄像机自标定法大致可分为直接求解 Kruppa 方程的自标定法、分层逐步法、基于二次曲面的自标定法及可变内参数摄像机标定法等。

## 1) 直接求解 Kruppa 方程的方法

Faugeras、Luong、Maybank[15-16]等人提出的自标定法都是一种直接求解 Kruppa 方程的方法。这种方法利用绝对二次曲线和极线变换的概念推导出 Kruppa 方程。基于Kruppa 方程的方法无需对图像序列做射影重建,只对两两图像间建立方程,这使得这种方法在某些很难将所有图像统一到一个一致的射影框架的场合比下面将提到的分层逐

步法更具优势。但同时,由于推导 Kruppa 方程过程中隐含 消掉了无穷远平面的 3 个未知数,此方法无法保证无穷远 平面在所有图像对确定的射影空间里的一致性,稳定性较 差。

## 2) 分层逐步标定法

分层逐步标定法[17-18]在近几年已成为自标定研究中的热点,并在实际应用中逐渐取代了直接求解 Kruppa 方程的方法。分层逐步标定法首先要求对图像序列做射影重建,再通过绝对二次曲线(面)施加约束,定出仿射参数(即无穷远平面方程)和摄像机内参数。分层逐步标定法的特点是在射影标定的基础上,以某一幅图像为基准做射影对齐,从而将未知数数量缩减,再通过非线性优化算法同时解出所有未知数。不足之处在于非线性优化算法的初值只能通过预估得到,而不能保证其收敛性。由于射影重建时都是以某参考图像为基准,所以参考图像的选取不同标定的结果也不同,这不满足一般情形下噪声均匀分布的假设。

## 3) 基于绝对二次曲面的自标定法

Triggs[19]最早将绝对二次曲面的概念引入到自标定的研究中来,这种标定方法与基于 Kruppa 方程的方法在本质上是一致的,都是利用了绝对二次曲线在欧氏变换下的不变性,但在输入多幅图像并能得到一致射影重建的情形下,前者较后者更具有优势。与此相比,基于 Kruppa 方程的方法是在两两图像之间建立方程,在列方程过程中已将支持绝对二次曲线的无穷远平面参数消去,所以当输入更多的图像对时,不能保证该无穷远平面的一致性。

## 4) 可变内参数摄像机的标定方法

以上讨论的自标定方法都是针对固定内参数摄像机的,而现在很多场合都需要使用可变内参数的摄像机,如可缩放焦距等。因此,学者们开始提出可变内参数下自标定的概念。Pollefeys[20]等给出了一种变焦距下自标定的方法,该方法通过控制摄像机保持焦距不变做一次纯平移的仿射标定,计算出初始焦距后再利用模约束在焦距变化时进行标定。Hartley 等[21]首先利用射影重建中的前后性和穷举法大大简化了可变内参数标定过程。1998年,Pollefeys等发表的文献[22]在Heyden的基础上进一步解决了可变内参数下的自标定问题,并给出了一种比较实用的基于优化的自标定方法。Heyden[23]等人将可变内参数下自标定的条件进一步减弱,并证明了在摄像机任意一个内参数不变的条件下,即可实现可变内参数下的自标定。

自标定由于仅需要建立图像对应点,所以标定方法灵活性强,应用范围广。自标定法最大的不足是鲁棒性差,这主要是由于自标定法不论以何种形式出现均是基于绝对二次曲线和绝对二次曲面的方法,需要求解多元非线性方

程。自标定法的主要应用场所是精度要求不高的场合,如通信、虚拟现实等。

#### 2.1.3 基于主动视觉的标定方法

基于主动视觉的标定方法是指在已知摄像机的某些运动信息(如平移或纯旋转运动等)下标定摄像机的方法[24]。

## 1) 基于摄像机纯旋转的标定

Hartley[25]关于通过控制摄像机绕光心作纯旋转运动来标定摄像机的文章是一篇非常有影响的文章。Hartley标定算法的优点是可以线性求解摄像机的所有 5 个内参数。该方法的主要不足是要求摄像机作绕光心的纯旋转运动。由于在实际标定过程中人们事先并不知道摄像机光心的具体位置,所以在实际应用中很难做到控制摄像机作绕光心的旋转运动。不过,Hartley 在文章中通过实验表明,如果摄像机的平移量不大且场景较远时,该标定方法仍可以取得满意的标定结果。

## 2) 基于三正交平移运动的标定

马颂德[26]提出的基于三正交平移运动的标定方法是目前论述较为详细的基于主动视觉的标定方法。该方法的主要优点是可以线性求解摄像机的内参数,主要不足有:其一,要求摄像机作三正交运动,需要高精度的摄像平台来实现;其二,只有当模型参数 s=0 时才成立;其三,由于 x,y,z 系数矩阵的条件数一般很大,所以该方法对噪声相对比较敏感。另外,使用摄像机正交运动标定摄像机的原理在其他文献中[27-29]亦有介绍。

## 3) 基于无穷远平面单应矩阵的标定方法

吴福朝等人[30-31]近几年在这一方面进行了深入研究,他们提出摄像机仅作一次平移运动和一次任意运动,则该运动组下无穷远平面对应的单应矩阵就可以线性唯一求解;当控制摄像机作一次平移运动和二次任意运动时,只要二次任意运动的旋转轴不相互平行,摄像机就可以线性标定。

基于无穷远平面单应矩阵的标定方法可以说是至目前 为止对设备要求最低、从理论上来说非常完整的一种基于 主动视觉的摄像机标定方法。该方法的唯一不足是在标定 过程中把不同运动组看作是相互独立的,没有当作一个整 体来考虑。这在实际应用中可能会产生对局部噪声敏感的 现象。

基于主动视觉摄像机标定方法的主要优点是由于在标定过程中知道了一些摄像机的运动信息,所以一般来说,摄像机的模型可以线性求解,因而算法的鲁棒性比较高。目前,基于主动视觉的摄像机标定的研究焦点是在尽量减少对摄像机运动限制的同时仍能线性求解摄像机的模型参数。

## 2.2 根据标定物维数进行分类

基于零维标定物的标定方法即为自标定法,因其无需标定物,因此为了统一我们可以定义其为基于零维标定物的标定方法。关于自标定文中 2.1.2 节已经做了详细的介绍,这里就不再赘述[15-19]。

基于一维标定物的标定方法,一维标定物是由多个彼此距离已知的共线点构成,通过拍摄不同位姿下的一维标定物的多幅图像,利用标定物的图像点之间的对应以及标定物蕴含的几何信息建立约束方程实现摄像机的标定[32-36]。这种方法是由张正友最早提出的,他指出:当一维标定物绕固定端点做6次或6次以上转动时,就可以标定摄像机内参数,其中一维标定物要包含3个以上的共线占。

基于二维标定物体的标定方法是指用二维平面模板代替三维标定块,从不同方位拍摄平面模板的多幅图像,利用平面模板的空间点和图像点间的对应建立约束方程实现摄像机的标定[11,37-38]获得较高的精度,并且不需要平面模板的运动信息。该方法简便易用。

基于三维标定物的标定方法,这类标定方法要求摄像 机对三维几何信息精确已知的标定物体进行拍摄,根据标 定物体的三维点和图像点的对应建立约束方程,进行摄像 机的标定[7-9]。这种方法标定精度较高,缺点是标定装置 造价昂贵。

## 2.3 根据不同摄像机模型分类

摄像机模型是对真实摄像机的几何抽象,其成像过程是对空间点的摄像变换,不同的摄像机模型对应不同的参数集合;不同的参数集合又对应不同的求解方法。研究人员在改进优化算法以取得更好的标定效果的同时也在努力寻找更合理的摄像机模型,使之更全面、更有效地表示摄像机的成像过程。表 1 为不同模型下各摄像机标定方法性能对比表,下面将对摄像机标定方法进行分类介绍。

#### 2.3.1 基于透视模型的标定方法

透视模型在标定方法中是使用较为广泛的一种模型,在视角不大的镜头情况下比较符合实际情况[39]。

## 1) 线性模型

线性模型为理想的小孔成像模型。中心投影是理想的 投影模型,也称为针孔模型。针孔模型利用光的直线传播 条件假设物体表面的反射光都经过一个小孔投影到像平面 上。在焦距、主点坐标以及畸变系数等这些摄像机内部参 数已知的条件下,利用已知的多个点的世界坐标和相应的 图像像素坐标,就可以解出摄像机系统的外部参数。直接

表 1 摄像机标定方法对比表

| 文献 考虑 需要 速度 精度 棒 性 块   | 1 3x 3x 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 |     |     |     |     |   |   |  |
|--|---|-----|-----|-----|-----|---|---|--|
| 畸变       标定       性         (1) 基于透视模型的摄像机标定方法         Abdel-Aziz,Karara 1971 [7]       否       是       快       低       低         Faugeras,Toscani 1990       否       是       快       低       低         Faig 1975 [6]       是       是       慢       高       高       高         Tsai 1986[8]       是       是       慢       高       高       高         张正友 1998[10]       是       是       快       高       高       イ         Hartley 1994[17]       否       否       快       低       低       イ         Triggs 1997[19]       否       否       快       高       高       有         Hartley 1997[25]       否       否       快       高       高       有         吴福朝 2001[30]       是       否       快       高       高       有 |   | 是 否 | 是 否 | 标 定 | 标 定 | 鲁 | 成 |  |
| 块       (1) 基于透视模型的摄像机标定方法       Abdel-Aziz,Karara 1971 [7] 否 是 快 低 低 了       Faugeras,Toscani 1990 否 是 快 低 低 所 百       Faig 1975 [6] 是 是 慢 高 高 可       Tsai 1986[8] 是 是 慢 高 高 可       张正友 1998[10] 是 是 快 高 高 何       Hartley 1994[17] 否 否 快 低 低 价       Triggs 1997[19]       Hartley 1997[25]       Faig 2001[30]       是 否 快 高 高 可       共福朝 2001[30]   | 文 献                                     | 考虑  | 需 要 | 速度  | 精度  | 棒 | 本 |  |
| (1) 基于透视模型的摄像机标定方法 Abdel-Aziz,Karara 1971 [7]  |   | 畸变  | 标 定 |     |     | 性 |   |  |
| Abdel-Aziz, Karara 1971 [7]       否       是       快       低       币         Faugeras, Toscani 1990       否       是       快       低       低         Faig 1975 [6]       是       是       慢       高       高         Tsai 1986[8]       是       是       慢       高       高         张正友 1998[10]       是       是       快       高       高         Hartley 1994[17]       否       否       快       低       低         Triggs 1997[19]       否       否       快       低       低         Hartley 1997[25]       否       否       快       高       高         吴福朝 2001[30]       是       否       快       高       高  |   |     | 块   |     |     |   |   |  |
| Faugeras,Toscani       1990       否       是       快       低       低       万         Faig       1975 [6]       是       是       慢       高       高       百         Tsai       1986[8]       是       是       慢       高       高       百         张正友       1998[10]       是       是       快       高       百       日         Hartley       1994[17]       百       百       中       低       低       任         Triggs       1997[19]       百       百       中       低       低       任         Hartley       1997[25]       百       百       中       高       百         吴福朝       2001[30]       是       百       中       高       百   | (1) 基于透视模型的摄像机标定方法                      |     |     |     |     |   |   |  |
| Faig 1975 [6]  | Abdel-Aziz,Karara 1971 [7]              | 否   | 是   | 快   | 低   | 低 | 高 |  |
| Tsai 1986[8] 是 是 慢 高 高 7 张正友 1998[10] 是 是 快 高 高 作 任 低 低 作 Triggs 1997[19] 否 否 快 低 低 作 日本rtley 1997[25] 否 否 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 存 快 高 高 有 日本  | Faugeras, Toscani 1990                  | 否   | 是   | 快   | 低   | 低 | 高 |  |
| 张正友 1998[10]     是     是     快     高     有       Hartley 1994[17]     否     否     快     低     低       Triggs 1997[19]     否     否     快     低     低       Hartley 1997[25]     否     否     快     高     高       吴福朝 2001[30]     是     否     快     高     有  | Faig 1975 [6]                           | 是   | 是   | 慢   | 高   | 高 | 高 |  |
| Hartley     1994[17]     否     否     快     低     低     イ       Triggs     1997[19]     否     否     快     低     低     イ       Hartley     1997[25]     否     否     快     高     高     高       吴福朝     2001[30]     是     否     快     高     高     イ   | Tsai 1986[8]                            | 是   | 是   | 慢   | 讵   | 恒 | 讵 |  |
| Triggs     1997[19]     否     否     快     低     低     化       Hartley     1997[25]     否     否     快     高     高     百       吴福朝     2001[30]     是     否     快     高     百  | 张正友 1998[10]                            | 是   | 是   | 快   | 高   | 高 | 低 |  |
| Hartley     1997[25]     否     否     快     高     高       吴福朝     2001[30]     是     否     快     高     高  | Hartley 1994[17]                        | 否   | 否   | 快   | 低   | 低 | 低 |  |
| 吴福朝 2001[30] 是 否 快 高 高 (   | Triggs 1997[19]                         | 否   | 否   | 快   | 低   | 低 | 低 |  |
|  | Hartley 1997[25]                        | 否   | 否   | 快   | 讵   | 恒 | 讵 |  |
| Martins 1981   | 吴福朝 2001[30]                            | 是   | 否   | 快   | 讵   | 恒 | 低 |  |
|  | Martins 1981                            | 是   | 是   | 慢   | 高   | 高 | 高 |  |
| (2) 基于立体图模型的标定法  |   |     |     |     |     |   |   |  |
| Daniel E 1996[41] 是 是 快 低 低 7  | Daniel E 1996[41]                       | 是   | 是   | 快   | 低   | 低 | 高 |  |
| (3) 无具体模型的标定法  |   |     |     |     |     |   |   |  |
| Wen Schweitzer 1991[50] 是 是 快 高 高 (  | Wen Schweitzer 1991[50]                 | 是   | 是   | 快   | 高   | 高 | 低 |  |
| Czaplewski         1992[51]         是         是         慢         高         高         百  | Czaplewski 1992[51]                     | 是   | 是   | 慢   | 高   | 高 | 高 |  |

线性变换法[7]在线性标定方法中是应用最为广泛的。另外,前文 2.1.2 节提到的自标定方法均是基于线性(小孔)成像模型而言。

#### 2) 非线性模型

由于摄像机光学系统的精确度不可能达到理想化的小孔成像模型,因此实际成像与理想成像存在光学畸变误差,如近距和广角的情形。相对于线性模型,考虑了镜头畸变的模型即为非线性模型。目前主要的畸变误差有偏心畸变、薄棱镜畸变和径向畸变。根据实际情况,一般只考虑对视觉精度影响较大的一阶径向透镜畸变。使用这一模型最典型的方法是 Faig[6]的利用最优化算法的标定方法。对于自标定法,目前的方法大都基于线性成像模型,而吴福朝等人在文献[40]中则针对非线性模型下的自标定进行了研究,该方法的基本原理是将非线性模型视为线性模型和畸变项的叠加,然后利用线性模型的基本矩阵或单应矩阵,给出非线性模型参数的约束方程,从而实现非线性模型摄像机的自标定。

#### 3) 双平面模型

Martins 等首先提出双平面模型的概念,马颂德和魏国 庆在利用双平面模型进行摄像机标定方法做了大量的研究 工作。双平面模型与针孔模型的基本区别在于:双平面模 型不要求所有投射到像平面上的光线必须经过光心。给定 成像平面上的任意一个图像点,便能够计算出两个标定平 面上的相应点,从而确定了投射到成像平面上产生该图像 点的光线。这种方法的优点是利用线性方法就可以解有关 参数,缺点是要求解大量的未知参数,有过分参数化的倾 向。

## 2.3.2 基于立体图投影模型的标定方法

立体图投影模型的特征是,球形物体经过立体图投影后仍保持球形。理想的立体图投影模型只有三个自由度,而且小物体的形状不会随其所处视野的位置发生变化。目前,基于立体图投影模型应用的方法比较少。Daniel E.Steven 等提出的非参数畸变校正的方法使用的是这种模型[41]。作者使用一些不同大小的小黑木球,根据立体图投影的特性,通过图像处理获得图像椭圆,再使用 Delaunay 三角划分法获得每个划分三角的理想输出比例,完成对图像的校正。

## 2.3.3无具体模型的标定方法

使用某种特定摄像机成像模型有以下几点不足:一,各种摄像机的光学特性各不相同,一种成像模型不一定适用于所有摄像机;二,任何一个摄像机模型都无法完美的描述一个视觉系统,模型中为获得高精度势必考虑更多畸变而使计算更为复杂。因此,针对以上问题,学者们将新发展起来的神经网络技术应用到摄像机标定中,研究了基于神经网络的标定方法。神经网络由许多非线性的神经元组成,具有很强的自适应及自学习能力;使用神经网络标定摄像机其畸变模型可以是任意的,避免了以上提到的缺陷;最重要的是,神经网络与摄像机标定的工作原理是相近的,都是从已知数据获得系统参数再由此计算未知数据。另一种无具体模型的标定方法是基于遗传算法的摄像机标定方法[42]。在文献[43]中,作者又进一步提出利用神经网络的非线性拟合能力和遗传算法良好的全局搜索能力,有机地结合起来进行单目摄像机标定的方法。

## 2.4 其他类摄像机的标定方法

## 1) 反射折射摄像机的标定方法

反射折射摄像机是指由一个针孔摄像机和一个放在其 正前方的反射镜面构成的摄像装置。反射折射摄像机可以 获得很大的视角,因此在视觉监控、虚拟现实和机器人导 航等诸多领域有着广泛的应用。

对于反射折射摄像机,目前已经有了一系列的标定算法。Aliaga[44]和 Vasseur[45]等人利用控制点的三维坐标与其二维图像坐标的对应关系,提出了基于三维控制点的标定方法。英向华等人提出了基于球的标定方法,建立了球的投影轮廓线满足的几何不变量,并分析了在标定不同类型反射折射射线机时至少需要的投影曲线的个数。Kang[46]还给出了反射折射摄像机的自标定方法。吴毅红[47]等人将

单光心反射折射摄像机的成像点所满足的几何不变量应用 于主点估计和平面场景结构重建,大大简化了标定过程。

## 2) 双目摄像机的标定方法

双目摄像机由两台固定在平台上的摄像机组成,两摄像机间的基线一般较短,可以相对于平台运动,但摄像机间的相对位姿保持不变。双目摄像机的标定与单目摄像机基本相同,但由于两摄像机相对位姿不变的特点使得其标定过程较单目摄像机更为简单[48]。如文献[49]中采用了简化了的摄像机模型,从而简化了标定过程。

## 3. 结论

本文分别从摄像机标定的应用背景、求解算法等多个方面进行了较为详尽的分类,详细分析、比较了一些典型标定算法的优缺点以及应用场合。对摄像机标定方法的选择及进一步的研究具有一定的参考价值。

摄像机标定方法已经发展出了如此之多的方法,但随着计算机视觉的飞速发展,其应用范围不断扩大,人们对标定方法提出了运算更快、精度更高、使用更灵活的要求。因此,学者们还在不断的探索新的、更适用于当前应用背景的标定方法。目前,摄像机标定方法正越来越多的与新兴技术相结合,甚至出现了免标定摄像机。相信随着摄像机标定方法的深入研究,机器视觉将在更多的领域得到更灵活的应用。

## 参考文献

- Swain M J, Stricker M A. Promising Directions in Active Vision[J]. International Journal of Computer Vision,1993,109-126.
- [2] Tarr M J, Black M J. Dialogue, A Computational and Evolutionary Perspective on the Role of Representation in Vision[J].CVGIP:Image Understanding,1994,60(2):65-73.
- [3] 段峰,王耀南,雷晓峰等.机器视觉技术及其应用综述[J].自动 化博览,2002,(3):59-62.
- [4] 马颂德,张正友.计算机视觉理论与算法基础[M].北京:科学出版社,1998.
- [5] 邱茂林,马颂德,李毅.计算机视觉中摄像机定标综述[J].自动 化学报,2001,26(1):43-55.
- [6] Faig W . Calibration of Close-range Photogrammerty Systems :Mathematical Formation[J]. Photogrammetric eng.Remote Sensing,1975, 41(12):1479-1486
- [7] Abdel-Aziz Y , Karara H M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates. ASP Symposiumon Close-Range Photogrammetry, 1971,1:1-18
- [8] Tsai R. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision. In: Proc IEEE Conference on Computer

- Vision and Pattern Recognition, Miami Beach, Florida, 1986.364-374
- [9] Weng J Y, Cohen P, M Herniou M. Camera calibration with distortion model and accuracy evaluation. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14 (10): 965-980
- [10] Zhang Z Y. A Flexible New Technique for Camera Calibration.

  Technical Report MSR-TR-98-71, Microsoft Research, Dec 1998. Available Together with the Software [EB/OL]. http://research.microsoft.com/~zhang/Calib/.
- [11] Zhang Z Y. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations. In: Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision. Greece: Corfu, 1999,666-673
- [12] Meng X Q, Li H, Hu Z Y. A new easy camera calibration technique based on circular points. In: Proc the 11th British Machine Vision Conference, Bristol, United Kindom,2000. 496-505
- [13] Wu Y H, Li X J, Wu F C and Hu Z Y, Coplanar circles. quasi-affine invariance and calibration. Image and Vision Computing,2006,24(4):319-326
- [14] 孟晓桥,胡占义.摄像机自标定方法的研究与进展.自动化学 报,2003,29(1):110-124
- [15] Faugeras O, Luong Q T, Maybank S. Camera self-calibration: Theory and experiments. In: Proceedings of the 2nd European Conference on Computer Vision, Italy, 1992.321~334
- [16] Maybank S, Faugeras O. A theory of self-calibration of a moving camera. International Journal of Computer Vision, 1992,8(2):123~151
- [17] Hartley R. Euclidean reconstruction and invariants from multiple images. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994,16(10):1036-1041
- [18] Pollefeys M, Van Gool L, Oosterlinck A. The modulus constraint: A new constraint for self-calibration. In: Proceedings of International Conference of Pattern Recognition, Vienna, 1996.349~353
- [19] Triggs B. Auto-calibration and the absolute quadric. In: Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition, 1997. 609~614
- [20] Pollefeys M, Van Gool L, Proesmans M. Euclidean 3D reconstruction from image sequences with variable focal lengths. In: Proceedings of the 4th European Conference on Computer Vision, UK, Cambridge, 1996.31-42
- [21] Hartley R. Camera Calibration and the search for infinity. In: Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Computer

- Vision, Greece, 1999.510-517
- [22] Pollefeys M,Koch R,Van Gool L. Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera parameters. In: Proceedings of the 6th International Conference on Computer Vision. India,1998.90~95
- [23] Heyden A, Ustrjm K. Flexible calibration: Minimal cases for auto-calibration. In: Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision, Greece, 1999. 350~355
- [24] 胡占义,吴福朝.基于主动视觉摄像机标定方法.计算机学报,2002,25(11): 1149-1156
- [25] Hartley R. Self-calibration of stationary cameras. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1):5-23
- [26] Ma S D. A self-calibration technique for active vision system. IEEE Trans Robot Automation,1996,12(1):114-120
- [27] Lei Cheng, Wu Fu Chao, Hu Zhan Yi. A new camera self-calibration method based on active vision system. Chinese Journal of Computers,2000,23(11):1130-1139(in Chinese) (雷成,吴福朝,胡占义.一种新的基于主动视觉系统的摄像机自标定方法.计算机学报,2000,23(22):1130-2139)
- [28] Wei G Q, Ma S D. Camera calibration by vanishing points and cross ratio. In: Proceedings IEEE International Conference ASSP,BibRef,Lee,1989.1630-1633
- [29] Li M X. Camera calibration of a Head-Eye system for active vision. In: Proceedings European Conference on Computer Vision, Stockholm, 1994.543-554
- [30] 吴福朝,胡占义.摄像机自标定的线性理论与算法.计算机学报,2001,24(12):1121-1135)
- [31] 吴福朝,胡占义.线性确定无穷远平面单应矩阵的确定和摄像机标定.自动化学报,2002,28(4):455-496)
- [32] Zhang Z Y. Camera calibration with one-dimensional objects.

  IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine
  Intelligence,2004,28 (7): 892-899
- [33] Hammarstedt P, Sturm P, Heyden A. Degenerate cases and closed-form solutions for camera calibration with one-dimensional objects. In: Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision. Beijing, China, 2005.1:317-324
- [34] Wu F C, Hu Z Y, Zhu H J. Camera calibration with moving one-dimensional objects. Pattern Recognition,2005,38(5):755-765
- [35] 王亮,吴福朝.基于一维标定物的多摄像机标定.自动化学报.2007,33(3): 225-231
- [36] 张灵飞,陈刚,叶东等.基于一维标的物和改进进化策略的相机标定.光学学报.2009,29(11)3136-3142
- [37] Meng X Q, Li H, Hu Z Y. A new easy camera calibration

- technique based on circular points. In: Proceedings of the British Machine Vision Conference, Bristol UK,2000.496-505
- [38] Sturm P F, Maybank S J. On plane-based camera calibration: a general algorithm, singularities, applications. In: Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.Colorado, USA, 1999.1:432-437
- [39] 吴文琪,孙增圻,机器视觉中的摄像机定标方法综述.计算机应用研究.2004(2):4-6.
- [40] 吴福朝,阮宗才,胡占义,非线性模型下的摄像机自标定.计算 机学报.2002,25(3):276-283
- [41] Daniel E Steven, Margaret M Fleck. Nonparametric Correction of Distortion Application of Computer Vision[C].WACV'96, Proceedings 3rd IEEE Workshop on, 1996.214-219.
- [42] 王社阳,强文义,陈兴林等.基于遗传算法的非线性摄像机模型.宇航计测技术.2004,24(4):33-38
- [43] 李小峰,李峰.单目摄像机标定方法的研究[J].计算机工程与应用, 2009, 45(15): 229 -232.
- [44] Aliaga D G. Accurate catadioptric calibration for real-time pose estimation in room-size environments. Proceedings of the 8th International Conference on Computer Vision. Vancouver, BC, 2001, 1:127-134
- [45] Vasseur P, Mouaddib E M. Central catadioptric line detection. Proceedings of the British Machine Vision Conference. Kingston
- [46] Kang S B. Catadioptric self-calibration. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Hilton Head Island, SC, USA, 2000, 1: 201-207
- [47] Wu Y, Hu Z. Geometric invariants and applications under catadioptric camera model. Proceedings of the 10th International Conference on Computer Vision. Beijing, China, 2005, 1: 1547-1554
- [48] 刘金颂,原思聪,张庆阳,等.双目立体视觉中的摄像机标定技术研究[J].计算机工程与应用, 2008, 44(6): 237-239.
- [49] Zisserman A, Beardsley P, Reid L. Metric calibration of a stereo rig. In: Proceedings IEEE Workshop on Representation of Visual Scenes, Cambridge, 1995. 93~100
- [50] Wen J, Schweitzer G. Hybrid Calibration of CCD Cameras Using Artgificial Neural Nets[C].1991 IEEE, Int. Joint Conf. Neural Networks, 1991.173-180.
- [51] Czaplewski R L. Misclassfication Bias in Area Estimates[J]. Photogramm Eng. Remote Sensing, 1992,58(2):189-192.