Reporte de la Teoría del Caos

Eduardo Peñuñuri Bolado
Grupo 1

27 de mayo de 2019

Reporte

Para este último trabajo se nos pidió realizar más simulaciones del oscilador de Duffing, cambiando las condiciones iniciales y variando solamente la amplitud de forzamiento, con el fin de obtener diferentes resultados que muestren que tan caótico es el sistema, para así poder observar la teoría del caos actuar.

Pero antes que nada, ¿qué es la teoría del caos? Esta es la rama de la ciencia que trata ciertos sistemas complejos y dinámicos no lineales muy sensibles a la variación de las condiciones iniciales, o dicho de otro modo, aquellos donde el más mínimo cambio termina en resultados completamente diferentes.

Dado que pequeñas diferencias iniciales pueden acabar en resultados completamente distintos, se puede volver difícil predecir resultados, o en caso de tenerlos, saber cuales eran las condiciones iniciales que lo provocaron, por lo que los casos donde se encuentra presente son extremadamente difíciles de tratar, y foco de estudiod desde hace mucho tiempo, por ejemplo tenemos la predicción del clima.

Todo comienza al inventarse los ordenadores (década de 1950), y desarrollarse algunas intuiciones sobre el comportamiento de los sistemas no lineales, fue entonces cuando se vieron las primeras gráficas sobre el comportamiento de estos sistemas mediante métodos numéricos.

En 1963 Edward Lorenz trabajaba en sus mundialmente conocidas ecuaciones, que esperaba predijeran el tiempo en la atmósfera, y trató mediante los ordenadores de ver gráficamente el comportamiento de sus ecuaciones, y cuando estos hicieron sus cálculos, se encontró con lo que ahora se conoce como atractor de Lorenz.

Pensó que se había cometido algún error, por lo que lo intentó varias veces, llegando siempre al mismo resultado, hasta que después de estudiar detenidamente el problema y hacer pruebas con diferentes parámetros, llegó a la conclusión de que las simulaciones eran muy diferentes para condiciones iniciales muy próximas. Al llegar a la misma, recordó que en el programa que él había creado se podían introducir un máximo de 3 decimales para las condiciones iniciales, aunque el programa trabajaba con 6 decimales y los 3 últimos decimales que faltaban se introducían aleatoriamente; Lorenz publicó sus descubrimientos en revistas de meteorología, pasando desapercibidos durante casi una década.

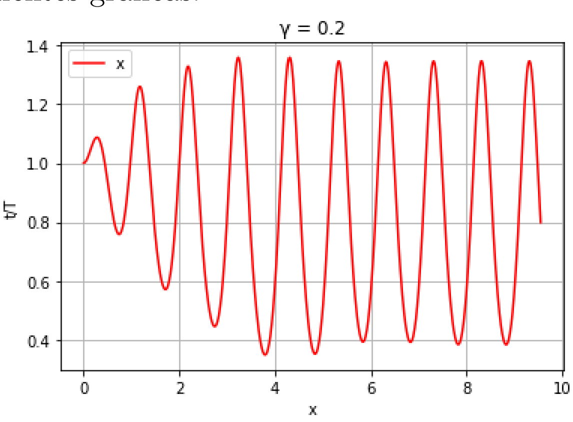
La década de 1970 fue el boom del caos, ya que en 1971 David Ruelle y Floris Takens propusieron una nueva teoría para la turbulencia de fluidos basada en un atractor extraño, y años después, el ecólogo teórico Robert May en 1976 encontró ejemplos de caos en dinámica de poblaciones usando la ecuación logística discreta. A continuación llegó el más sorprendente descubrimiento de todos de la mano de Feigenbaum, dado que el descubrió que hay un conjunto de leyes universales concretas que diferencian la transición entre el comportamiento regular y el caos, por tanto, es posible que dos sistemas evolucionen hacia un comportamiento caótico igual.

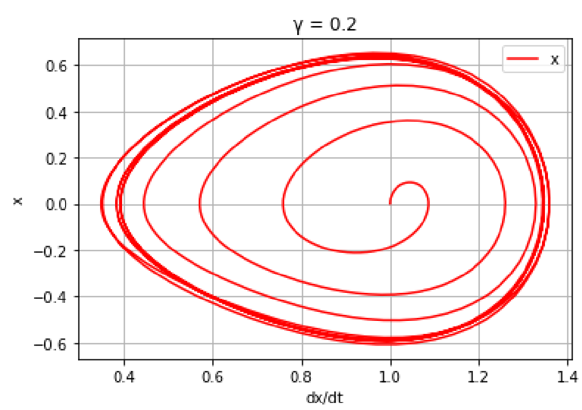
Y bueno, actualmente es un tema amplio de estudio, pero ya que hablamos un poco de su historia, seguiremos con el reporte. En la actividad utilizamos las ecuaciones de Duffing para ejemplificar la teoría del caos, ya que describen un sistema bastante caótico, y ya lo trabajamos en la actividad anterior, por lo que es el ejemplo perfecto.

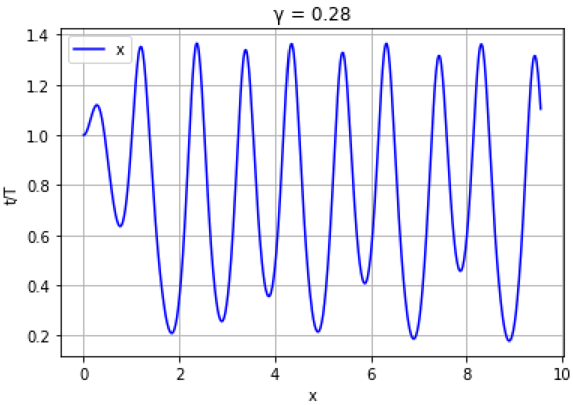
Lo que hicimos fue hacer una copia del programa anterior, al cual le hicimos unas pocas modificaciones, y principalmente le cambiamos las condiciones iniciales, quedando estas de la siguiente manera:

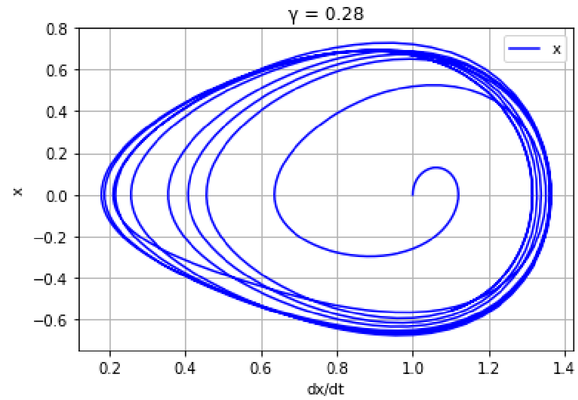
$\alpha = -1$
$\beta = 1$
$\delta = 0{,}3$
$\omega = 1{,}2$
$\gamma = Variable$

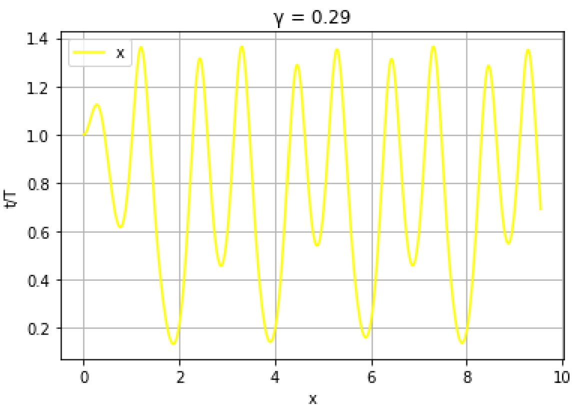
Como podemos ver, esta vez fuimos cambiando otra variable, la cual fue la que provocaba que los resultados finales difierieran entre sí, y tras hacer varias pruebas, nos quedaron las siguientes gráficas:

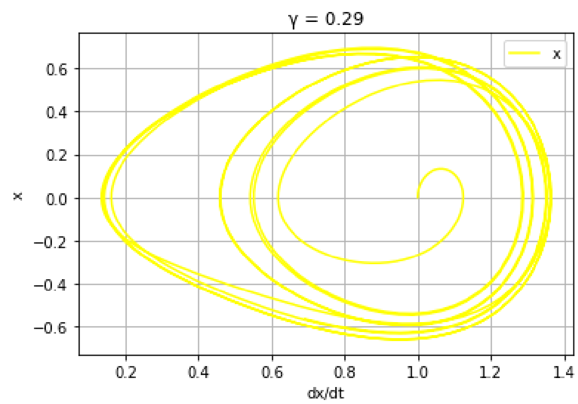


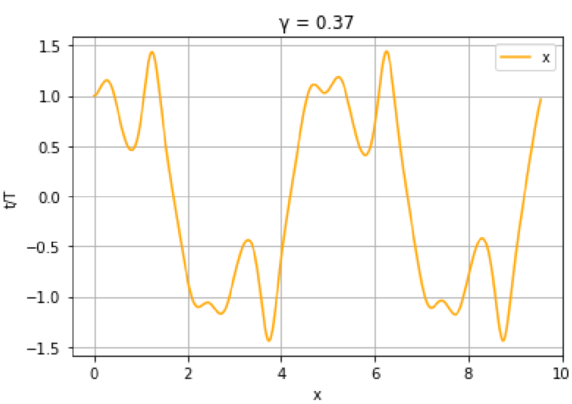


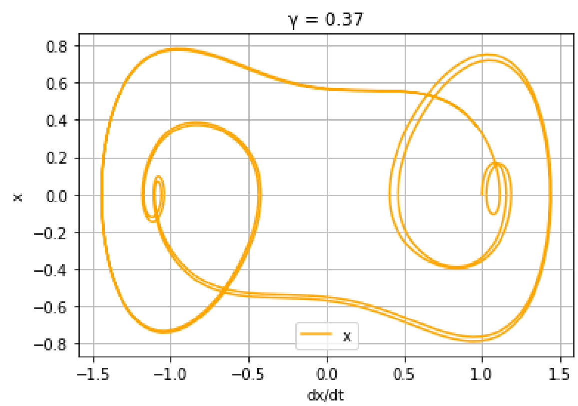

γ = 0.28
t/T
x
x

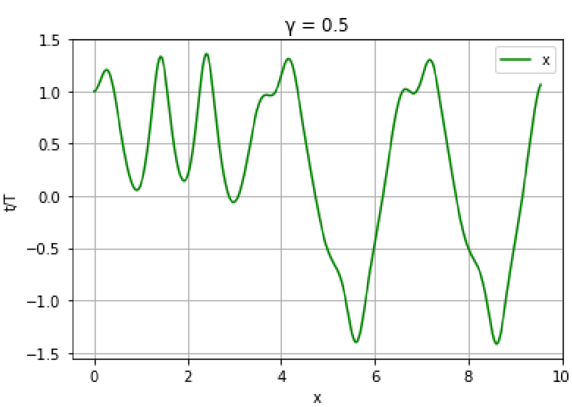

γ = 0.28
x
dx/dt
x

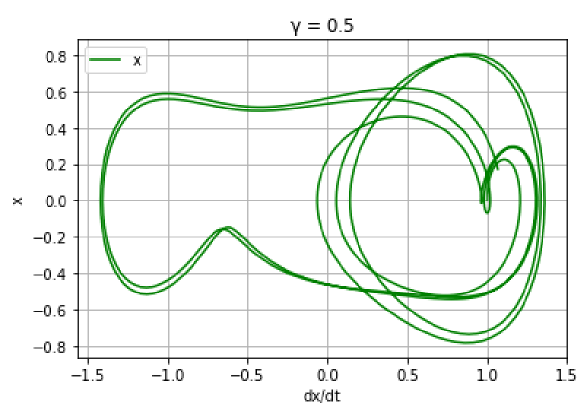

γ = 0.29
t/T
x
x

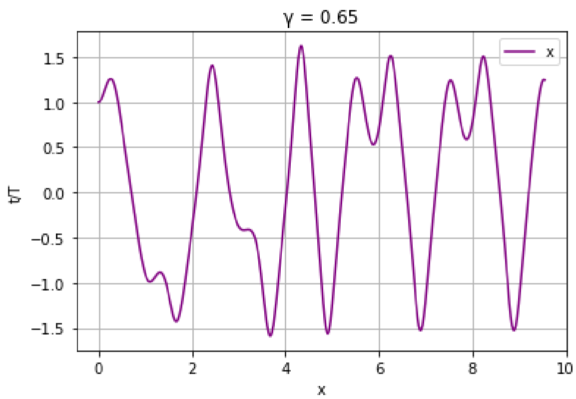

γ = 0.29
x
dx/dt
x

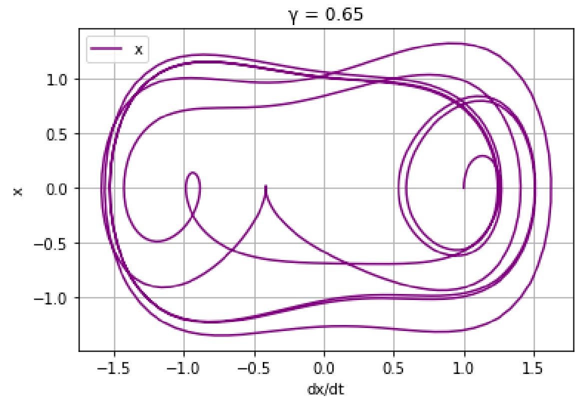

γ = 0.37
t/T
x
x


γ = 0.37
x
dx/dt
x


γ = 0.5
t/T
x
x


γ = 0.5
x
dx/dt
x





Aquí podemos ver como son visiblemente diferentes, sin importar si la variación eran poca o mucha, por lo que se puede apreciar la teoría del caos en el oscilador de Duffing.

Conclusión

Aquí pudimos observar la teoría del caos perfectamente, ya que el sistema era caótico y lo demostraba, especialmente en el caso de 0.28 y 0.29, ya que con solo variar 0.01, la gráfica final se vio visiblemente afectada, y se puede observar esto claramente; esto es debido a que, como mencioné en una práctica anterior y en esta misma al principio, el sistema es caótico, por lo que la más mínima variación afectará al resultado final de manera considerable.

En cuanto a la actividad, no fue la gran cosa, ya que solo consistió en adaptar el código de la actividad 10, hacerle unas pequeñas modificaciones, y cambiar variables, por lo que fue algo sencillo y rápido realmente, no se presentaron complicaciones más que alguna que otra menor, las cuales se pueden ignorar fácilmente.

Referencias

[1] Wikipedia (2019).*Duffing equation*. Recuperado en mayo de 2019 de: https://en.wikipedia.org/wiki/Duffing_equation#Examples

[2] Wikipedia (2019).*Chaos theory*. Recuperado en mayo de 2019 de: https://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory