La Ecuación de Duffing

Eduardo Peñuñuri Bolado
Grupo 1

13 de mayo de 2019

Reporte

Esta vez trabajamos con la ecuación de Duffing, ya que consistió en recrear una gráfica teniendo unos ciertos valores iniciales, usando otro que se nos proporcionó a modo de ejemplo. En esta ocasión no fue empezar de cero, pero tampoco como la vez anterior, ya que se requirió hacer bastantes cambios y modificaciones para conseguir un programa que nos diera lo que buscábamos, pero al final se logró.

La ecuación de Duffing es una ecuación diferencial no lineal de segundo orden, que representa el movimiento de un oscilador amortiguado, con un forzamiento periódico. El sistema resultante es bastante caótico, y se representa de la siguiente manera:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma\cos(\omega t)$$

Donde:

$\alpha = Rigidez$
$\beta = Nolinearidad$
$\delta = Amortiguamiento$
$\gamma = Amplituddeforzamiento$
$\omega = Frecuenciadeforzamiento$

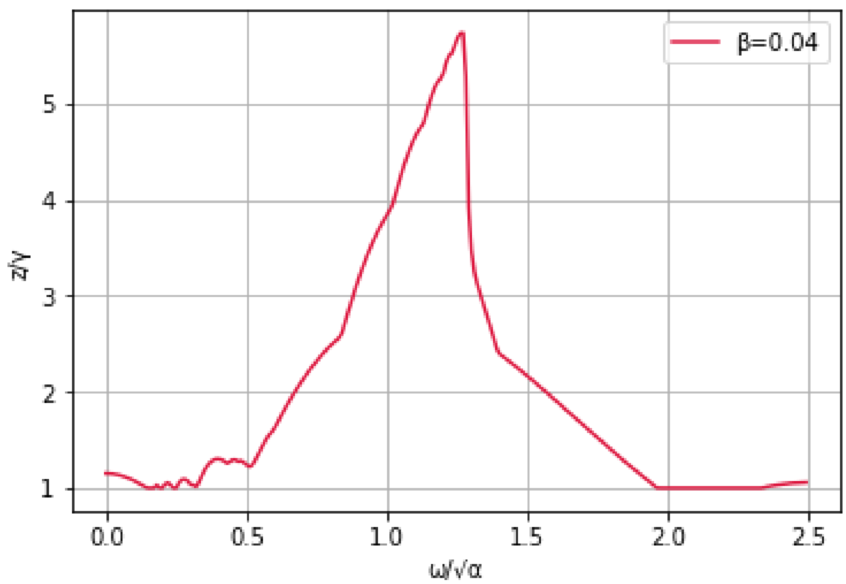
Para resolver el sistema se requiere algún metodo de resolución de ecuaciones diferenciales, y en este caso aplicaremos Runge-Kutta de orden 4, utilizando la función de Odeint, de la biblioteca SciPy.

Al fenómeno físico que se observa en esto se le llama "Histéresis", la cual se puede resumir fácilmente como la tendencia de un material de conservar sus propiedades, en ausencia del estímulo que lo ha generado, y hay muchos ejemplos de este fenómeno, entre ellos el que estamos trabajando.

Lo que se hizo fue guardar los valores que obtenemos en arreglos, para posteriormente graficar, y utilizamos la herramienta mencionada al principio para resolver las ecuaciones diferenciales, obteniendo así un programa que solo ocupa valores iniciales para funcionar y entregar una gráfica del sistema; los valores iniciales que se pidió proporcionar fueron los siguientes:

$\alpha = 1$
$\beta = 0{,}01$
$\delta = 0{,}1$
$\gamma = 1$

La gráfica que obtuvimos con esto se puede ver a continuación:



Como podemos ver el sistema es algo difícil de describir, y se ve algo caótico, ya que al principio parece un poco exponencial que tiende a lineal, y llegado un punto decae rápidamente de forma precipitada.

Conclusión

La actividad fue algo difícil ya que nos metimos con matemáticas ya algo complejas, así como con sistemas que no son precisamente fáciles de entender, más si vas a ciegas teniendo que investigar todo por tu cuenta en internet, aunque por suerte para mi, ya había trabajado con Runge-Kutta de orden 4 antes, así que me ayudo un poco, pero igual estuvo complicado; otra cosa que podemos concluir, es que el saber programar es de gran ayuda al momento de hacer simulaciones o resolver ecuaciones diferenciales, ya que nos brinda herramientas poderosas que nos proporcionan resultados vistosos o simplemente precisos y de forma rápida.

Referencias

[1] Wikipedia (2019).*Duffing equation*. Recuperado en mayo de 2019 de: https://en.wikipedia.org/wiki/Duffing_equation

[2] SciPy (2019).*scipy.integrate.odeint*. Recuperado en mayo de 2019 de: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.odeint.html

[3] SciPy (2019).*scipy.integrate.ode*. Recuperado en mayo de 2019 de: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.ode.html

[4] Wecksser, W. (2013).*How to use dorpi5 or dop853 in Python*. Recuperado en mayo de 2019 de: https://stackoverflow.com/questions/16239678/how-to-use-dorpi5-or-dop853-in-pytho
16240484

[5] Wikipedia (2019).*Hysteresis*. Recuperado en mayo de 2019 de: https://en.wikipedia.org/wiki/Hysteresis