

- Abzugeben sind handschriftlichen Ausarbeitungen mit ausführlichen, nachvollziehbaren Lösungswegen.
- Bearbeiten Sie das JiTT-Quiz direkt in Moodle.
- Die Abgabe der restlichen Aufgaben erfolgt im PDF-Format als Moodle-Abgaben. Dafür
Ausarbeitung auf Papier und als PDF einscannen
oder Ausarbeitung mit digitalem Stift und **die digitale Schrift**
„einbetten“ / „verschmelzen“ / **drucken als PDF**, ...)
- Pro Moodle-Abgabe nur die relevanten Seiten hochladen.
- Geben Sie auf den Seiten rechts oben Ihre Matrikelnummer an.
- Sofern nichts anderes gesagt wird, rechnen Sie bitte exakt oder auf 4 Nachkommastellen genau.

ACHTUNG: Ersetzen Sie in den folgenden Aufgaben a jeweils durch die letzte Stelle Ihrer Matrikelnummer (Das ist die 6. Ziffer, ignorieren Sie die hintere Versionsnummer -01!). Anstelle von 0 bzw. 1 wählen Sie bitte 5 bzw. 6.

Aufgabe 1 (50 Punkte)

Bearbeiten Sie den in Moodle bereitgestellten Studierauftrag und bestehen Sie das zugehörige JiTT-Quiz.

Aufgabe 1 Extremwerte 1

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = -x^4 + 2x^3 - 1$

a) Bestimmen Sie alle (lokalen) Extremwerte von $f(x)$. (10P)

b) Bestimmen Sie alle Wendepunkte von $f(x)$. (10P)

Aufgabe 2 Gewinnoptimierung

Eine Hautcreme soll zu einem Preis p verkauft werden. Eine Marktforschungsstudie ermittelt eine Nachfragefunktion $D(p) = 100 - 0,1p - 0,2p^2$ (Hinweis: eine Nachfragefunktion beschreibt die Anzahl verkaufter Einheiten abhängig vom Preis). Die Kosten für die Herstellung von x Einheiten betragen $C(x) = 100 + x$. Mit welchem Preis p lässt sich der Gewinn maximieren? Bestimmen Sie dazu die Extremwerte der Funktion $P(p)$, die den Gewinn als Funktion des Preises beschreibt. (10P)

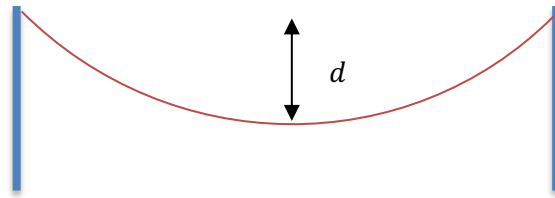
Aufgabe 3 Grenzwerte

Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert. Wenden Sie, wenn die Voraussetzungen erfüllt sind, die Regel von l'Hospital an.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(x^2)}{(e^{ax} - 1)x}$$

(10 P)

Aufgabe 4 Newton-Verfahren - Kettenlinie



Sie hängen ein Seil der Länge $l = 120\text{cm}$ zwischen zwei Posten der Höhe 70cm auf, die im Abstand $w = 100\text{cm}$ stehen, wobei der eine Pfosten bei $x = -50\text{cm}$ und der zweite bei $x = 50\text{cm}$ steht. Das Seil hängt zwischen den Pfosten durch, wobei der tiefste Punkt bei $x_0 = 0$ liegt. Ziel ist es, den Durchhang d am tiefsten Punkt zu bestimmen.

Das Seil wird durch eine sogenannte Kettenlinie beschrieben, wobei die Höhe h des Seils gegeben ist durch

$$h(x) = \lambda \cdot \cosh\left(\frac{x}{\lambda}\right) + c$$

mit $\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ und einem Parameter λ sowie einer Konstanten c für die korrekte Höhe an den Seiten.

Für die Bestimmung von λ benötigt man die Länge des Seils als Funktion des Pfostenabstands

$$l = 2\lambda \cdot \sinh\left(\frac{w}{2\lambda}\right)$$

mit $\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

- Der Parameter λ ist durch den Zusammenhang zwischen Seillänge l und Pfostenabstand w (5P)
eindeutig bestimmt. Die Gleichung können Sie allerdings nicht nach λ auflösen, bestimmen Sie λ
daher numerisch mit Hilfe des Newtonverfahrens auf 4 Nachkommastellen genau.
- Bestimmen Sie den Durchhang d (also den maximalen Abstand zwischen einer Geraden die (5P)
zwischen den Pfosten verläuft und dem durchhängenden Seil, siehe Skizze) aus der Formel für die
Höhe des Seils bei $x = 0$.