

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

Ingeniería Mecatrónica

“Mecánica Vibratoria”

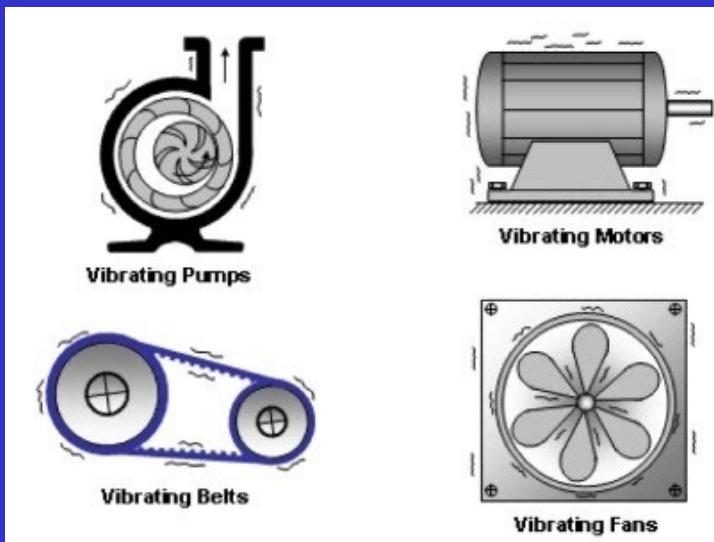
Prof. O. Curadelli

Prof. G. Garrido

2024

# Fuentes de Vibración

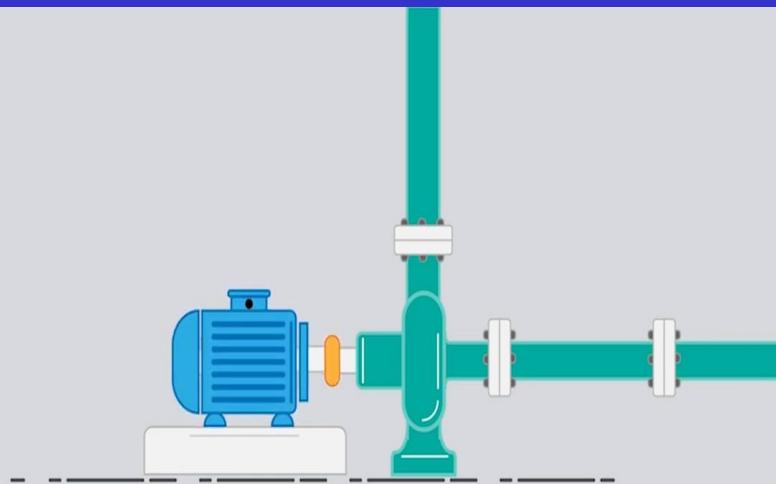
- La mayoría de las actividades humanas implican vibración.
- Todos los sistemas mecánicos tienen “problemas” de vibración.



# ¿Porqué estudiar las Vibraciones?

- Las investigaciones son motivadas por problemas de ing.
- La comprensión del fenómeno de la vibración ayuda a:
  - . Buen diseño (óptimo).
  - . Bajo mantenimiento.
  - . Prevención de fallas.
- Un análisis cuidadoso de las vibraciones mecánicas mejora el comportamiento, la eficiencia de sistemas y procesos.

# Efectos de la Vibración Equipos Mecánicos



# Efectos de la Vibración

## Puente Tacoma, inauguración 1940.

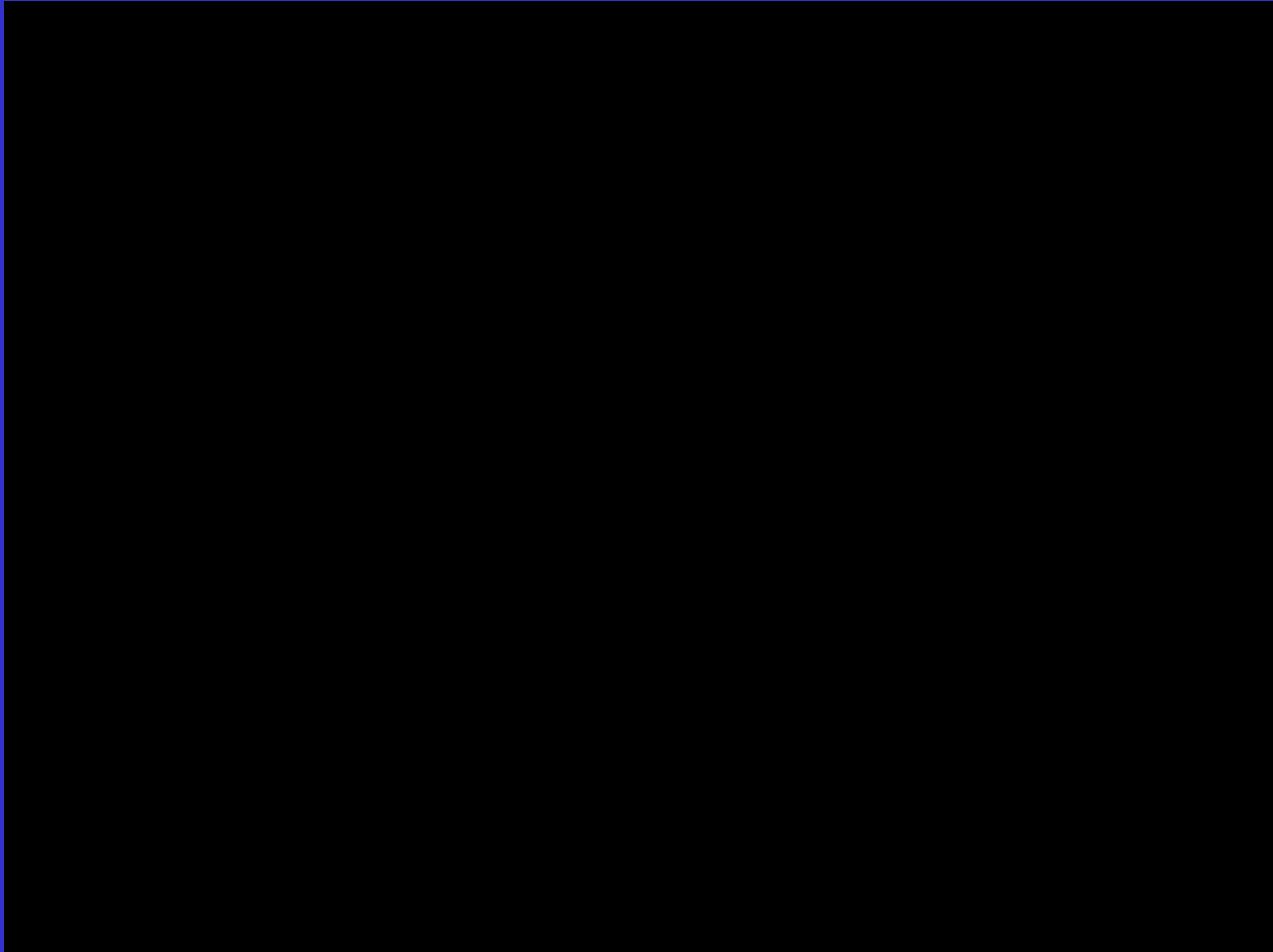


# Efectos de la Vibración

## Puente Tacoma, inauguración 1940.



# Efectos de la Vibración. Flutter en Alas.



# Efectos de la Vibración

## Terremoto Chile 2010. Mag 8,8Mw



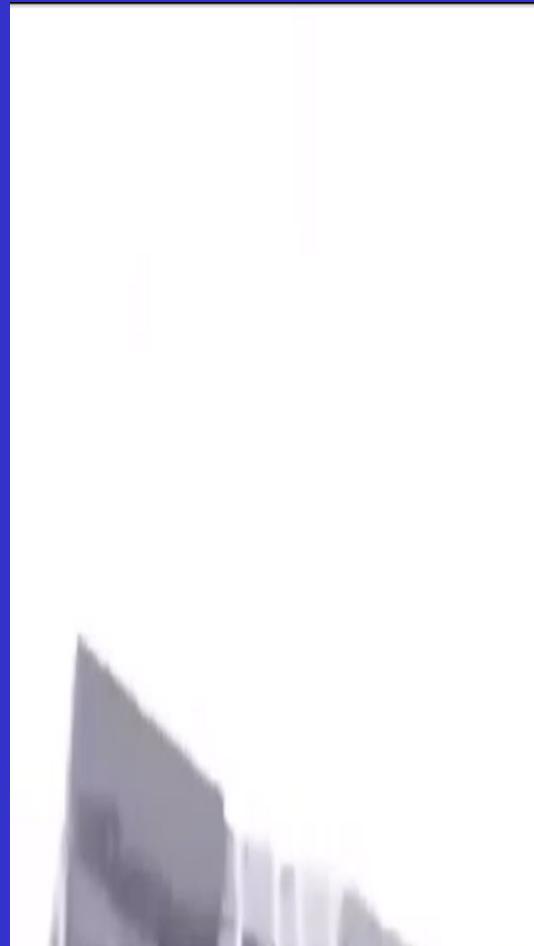
# Efectos de la Vibración

## Terremoto Chile 2010. Mag 8,8Mw



# Efectos de la Vibración

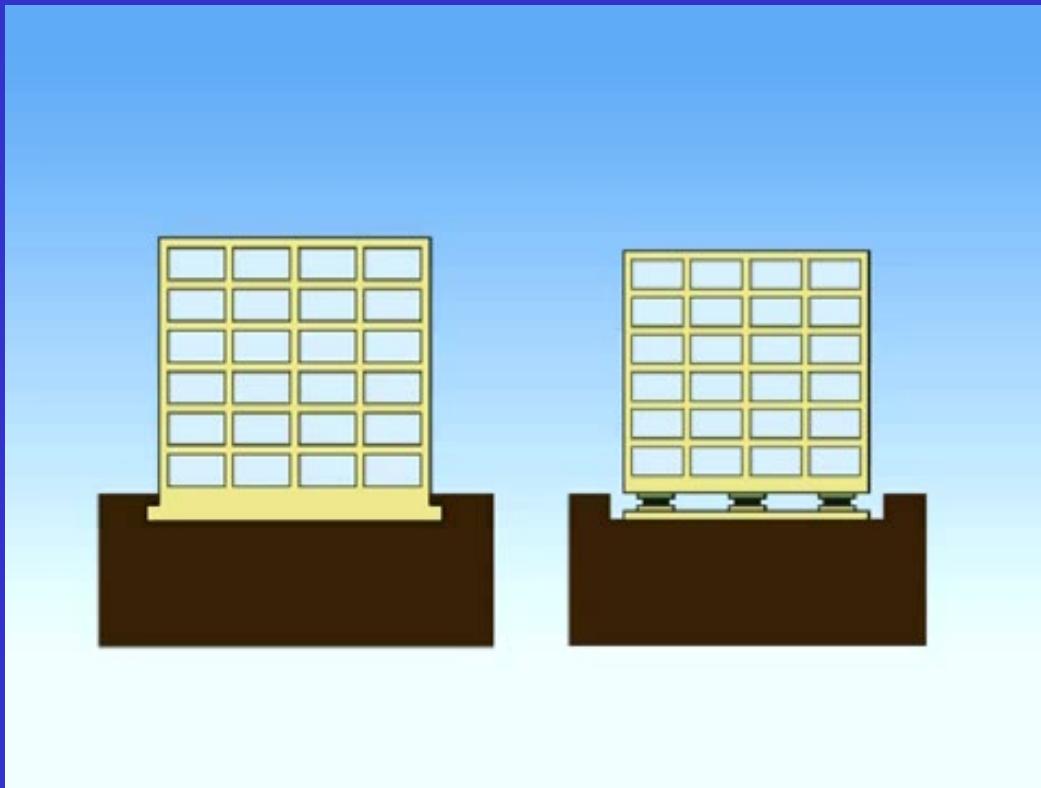
## Terremoto Turquía 2023, Mag 7,8 Mw



# Control de la Vibración. Aislación.



# Control de la Vibración. Aislación.



# Control de la Vibración. Aislación.



# Control de la Vibración. Aislación.



# Control de la Vibración. Aislación.



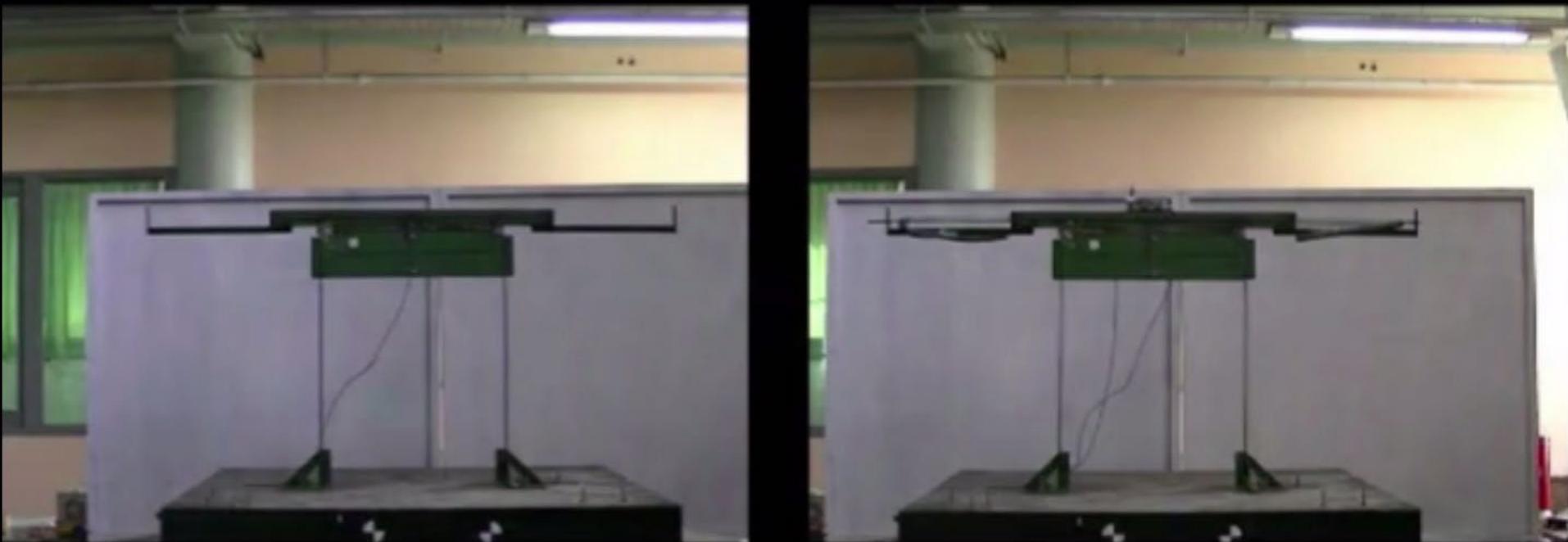
# Control de la Vibración. TMD.



# Control de la Vibración. TMD.

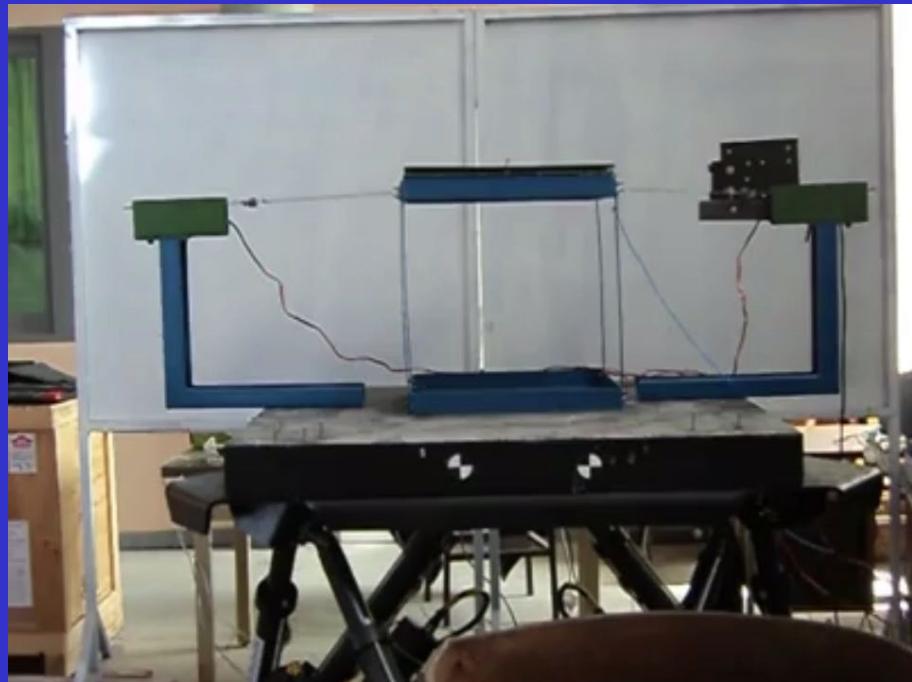


# Control de la Vibración. TMD.

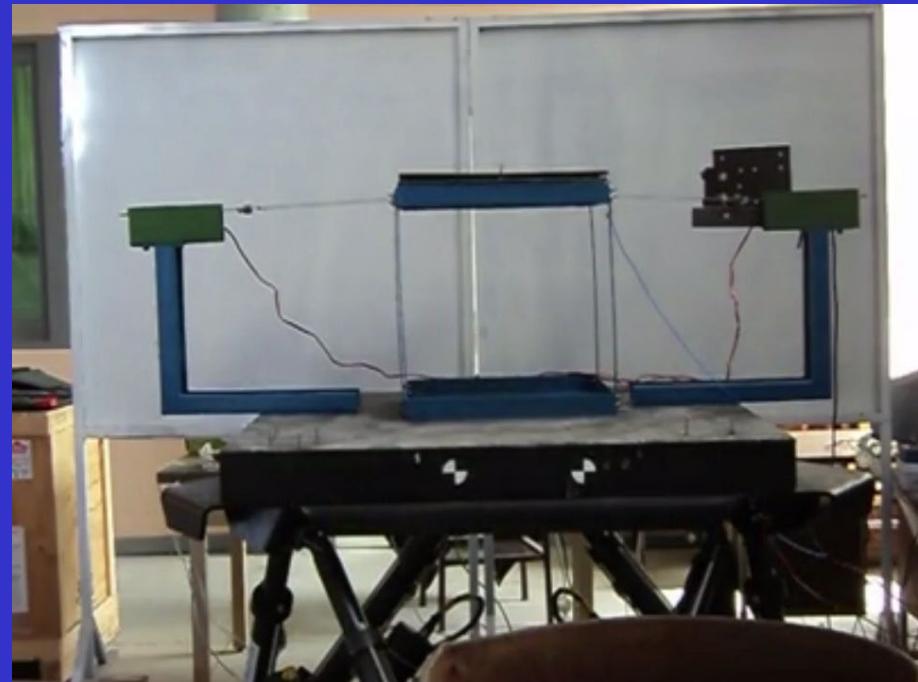


# Control de la Vibración. SemiActivo.

Pasivo óptimo



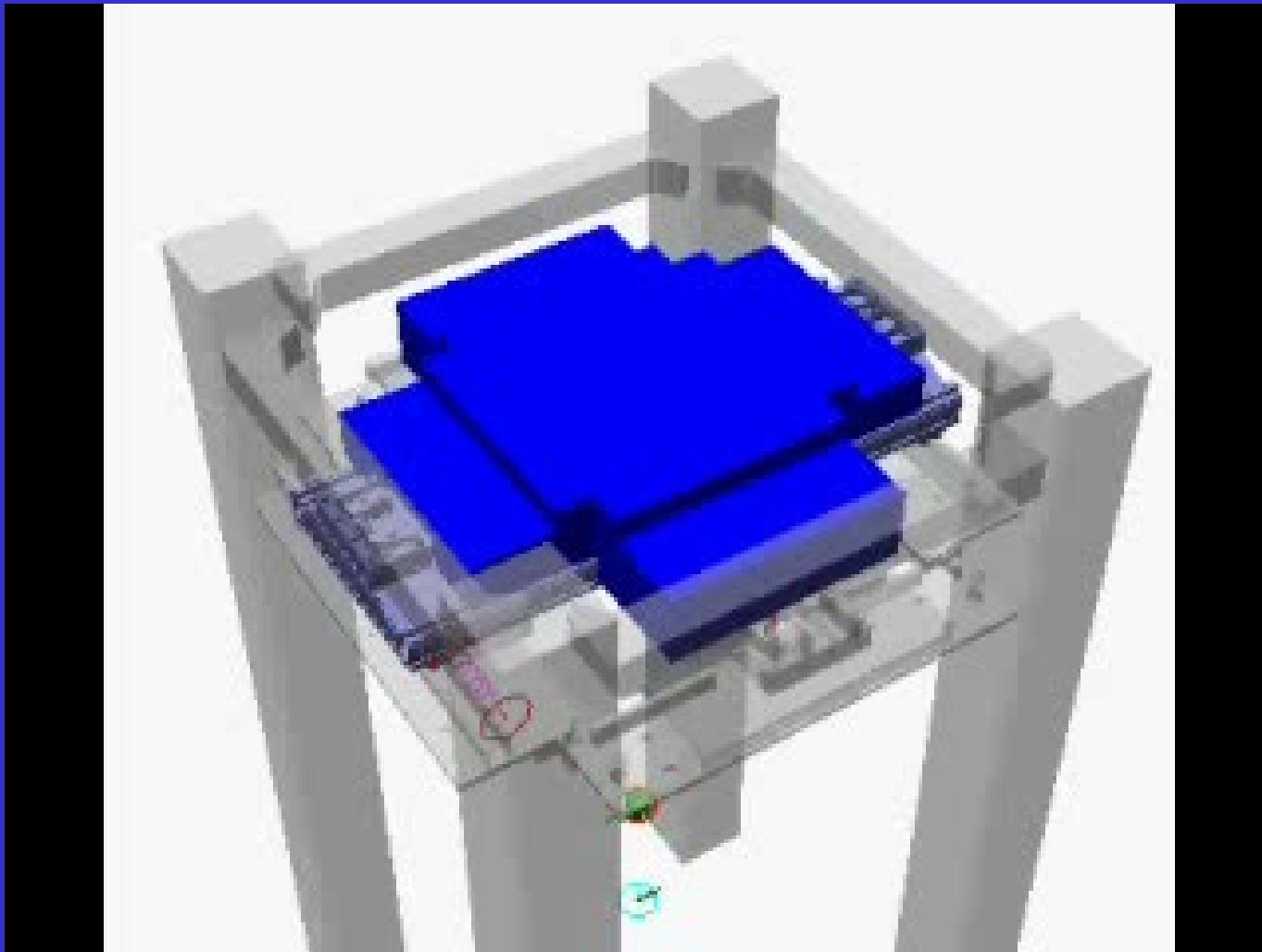
Semi-activo



# Control de Vibración. TMD Activo. Shanghai World Financial Center, 490m



# Control de la Vibración. TMD Activo.



# Control de la Vibración. Péndulo Activo.

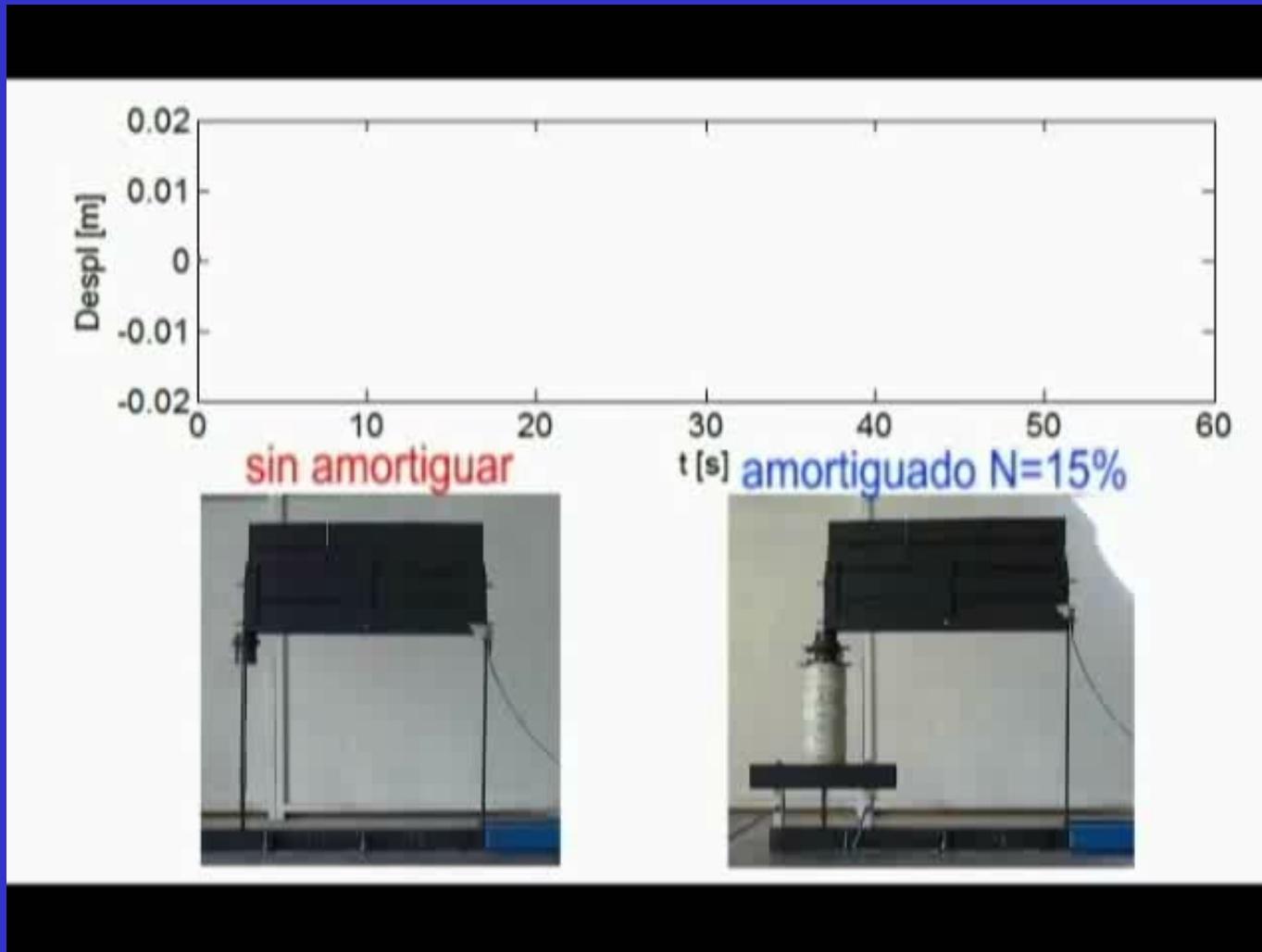
## Taipei 101, 509m



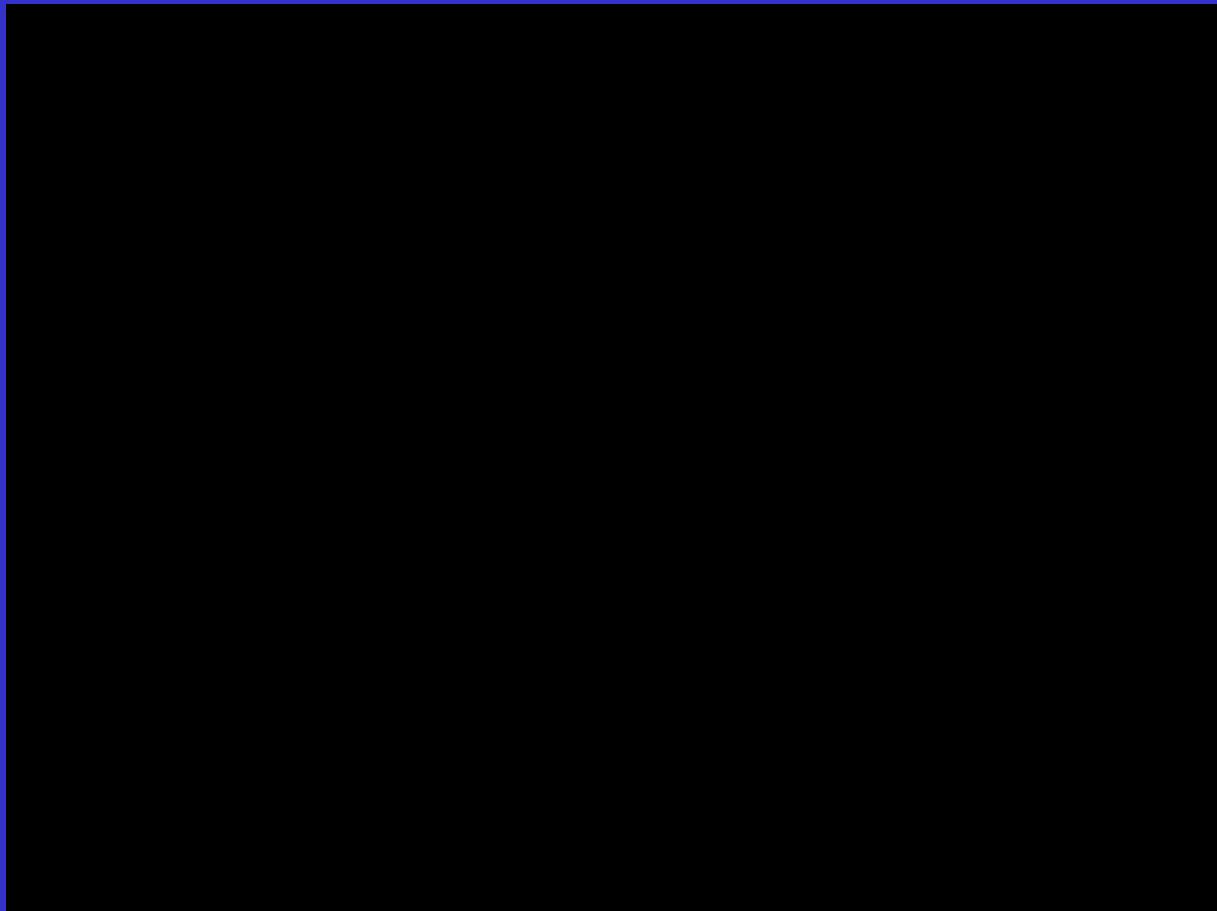
# Control pasivo de la Vibración. Disipación de energía.



# Control pasivo de la Vibración. Disipación de energía.



# Control de la Vibración. TLCD.



# ¿Qué es la vibración?

Movim. oscilatorio de un cuerpo alrededor de una posición de equilibrio.

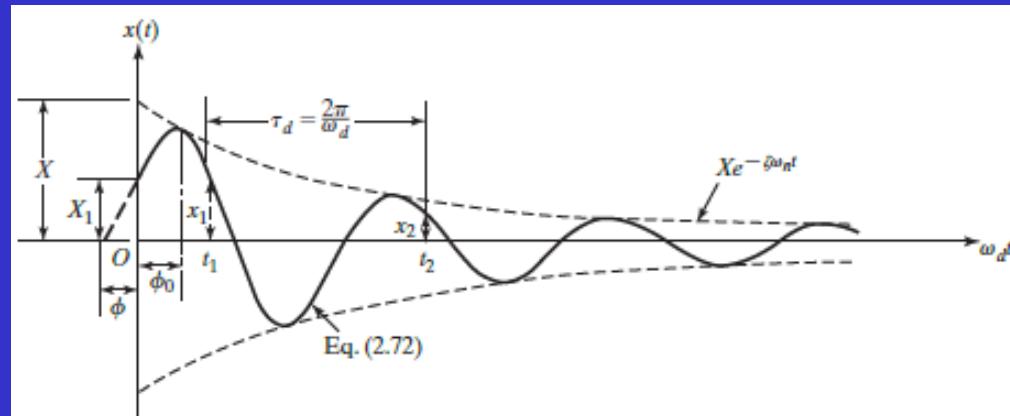
**Objetivo:** estudiar, analizar, medir y controlar la vibración

## Intentaremos responder a las siguientes preguntas

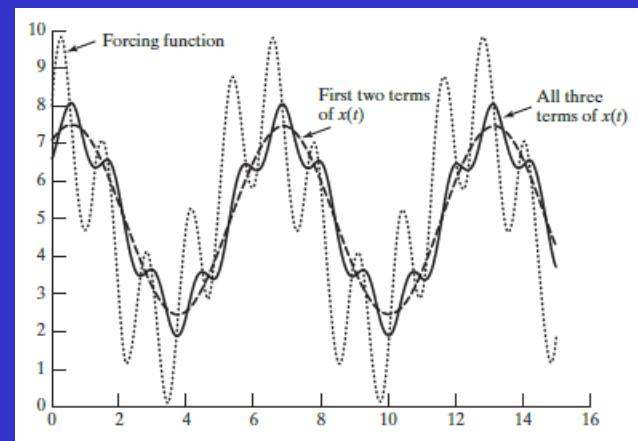
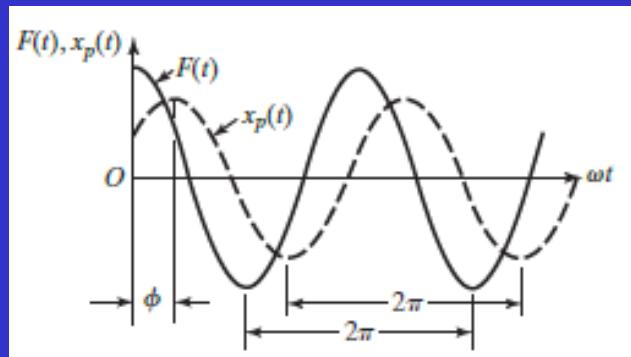
- Cómo responderá el sistema a lo largo del tiempo ante un tipo determinado de perturbación (excitación)?.
- En cuánto tiempo la respuesta dinámica se extinguirá si la perturbación se aplica brevemente y luego se retira?.
- Cuándo el sistema es estable o cuando sus oscilaciones aumentarán en magnitud con el tiempo (inestable).
- Qué tipo de modificaciones se pueden hacer al sistema para mejorar su comportamiento (propiedades dinámicas)?

# CLASIFICACIÓN DE LA VIBRACIÓN

- Libres (fzas intrínsecas, frec. naturales)

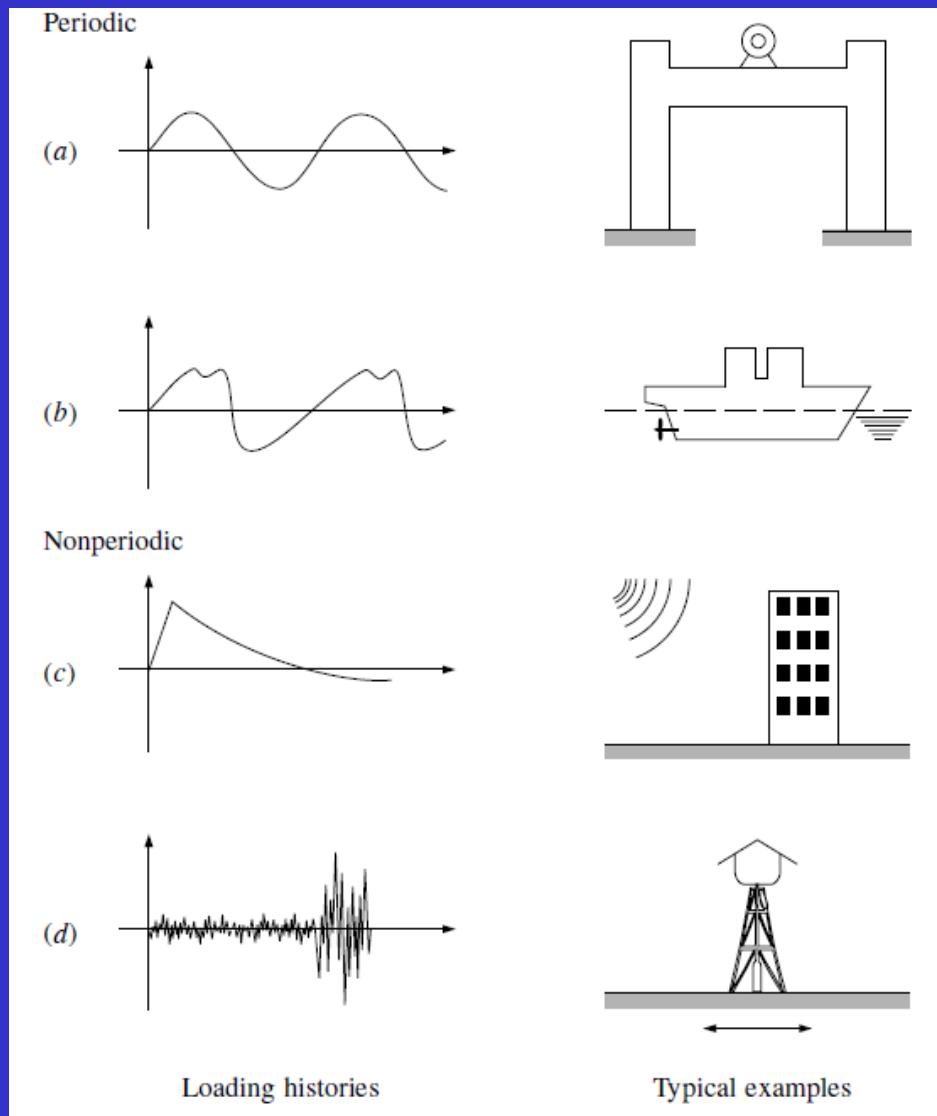


- Forzadas (fzas carga ext. + intr., frec. carga externa, resonancia)



# CLASIFICACIÓN DE LA CARGA DINÁMICA

- Determinística (prescripta)
  - Periódicas: armónica, no armónica
  - No periódicas: impulsivas, corta duración
- Aleatoria (sismo, viento)



# SISTEMAS DINÁMICOS

- Coordenadas Generalizadas (definir config./movim. Sist. Dinám.)
- Número de grados de libertad: cant, mín coords, generaliz.

Problema		
	Estático	Dinámico
Fuerzas	Fext, Felas	Fext, Felas, Fdisip, Finercia
Principios	Eq. Estático, Acción y Reacción	Eq. Dinámico (D'alambr, TV, PHamilton) Acción y Reacción
Respuesta	Es única f(Fext) Ec. Algebraica	Sucesión de soluciones f (Fext, Felas, Fdisip, Finer) Ec. Diferenciales

# CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS

## - Lineales:

Son deterministas y se mantiene el principio de superposición.  
Por lo general se consideran movimientos de pequeña amplitud.

## - No lineales:

El comportamiento depende mucho de su estado inicial (historia).

## - Discretos (masas, resortes, amortig):

Representado por un número finito de grados de libertad y son  
descriptos por EDO.

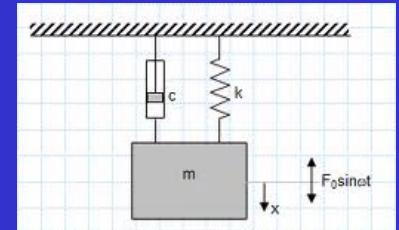
$$m \frac{d^2y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = u(t)$$

## - Continuos (masa y rigidez distribuida):

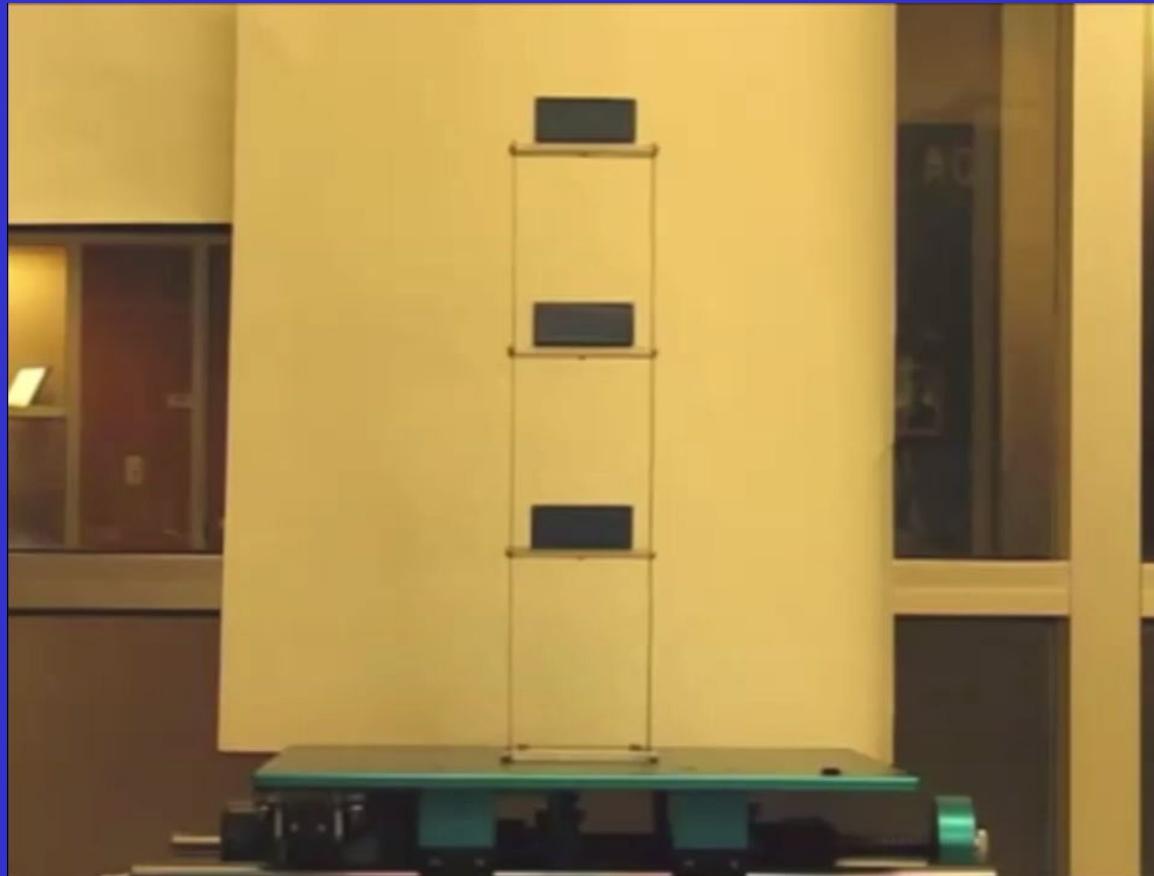
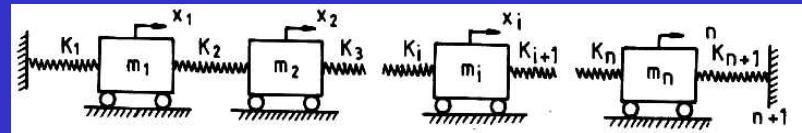
Representados por un número infinito de grados de libertad y son  
descriptos por EDDP.

$$EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = 0$$

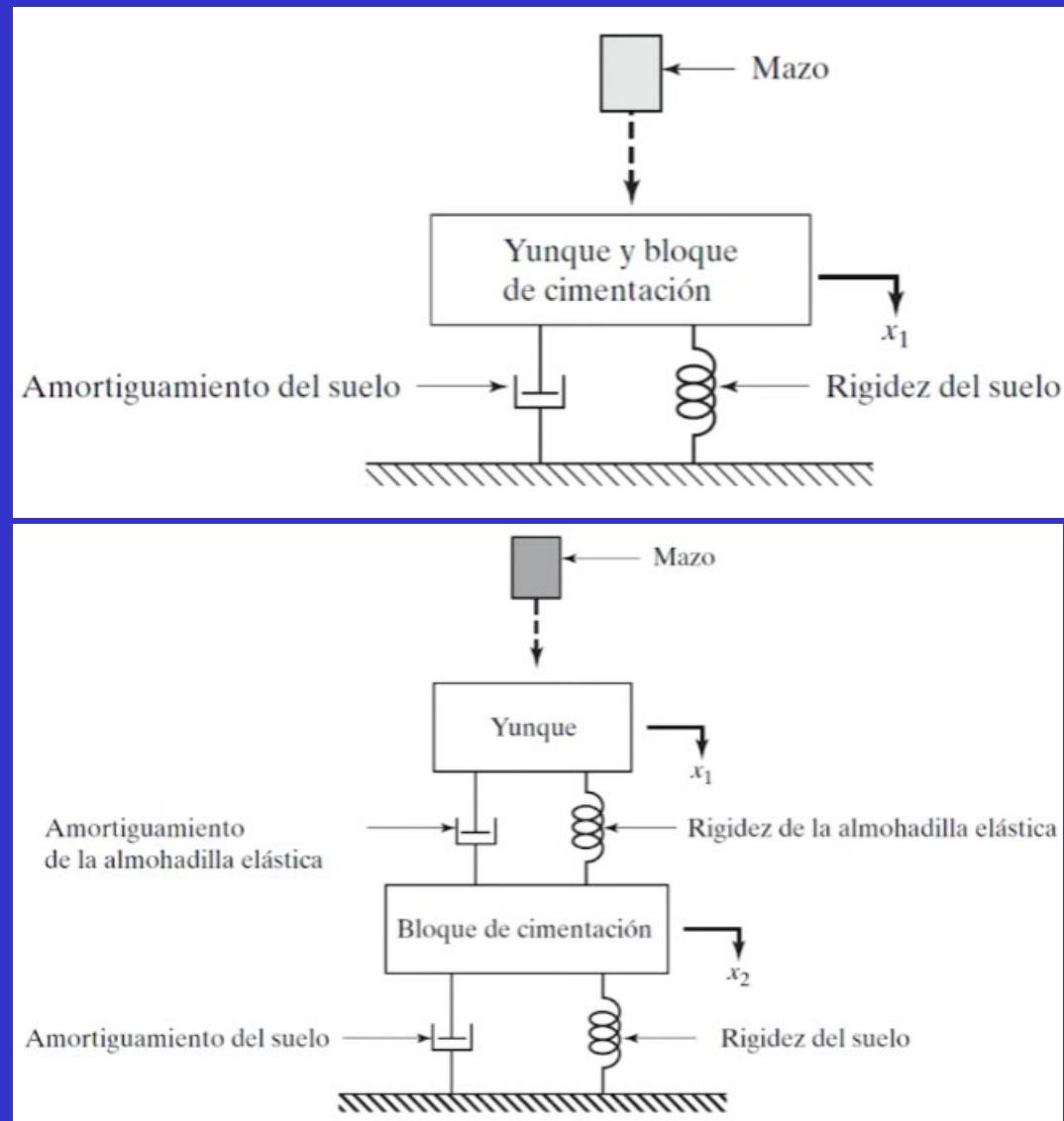
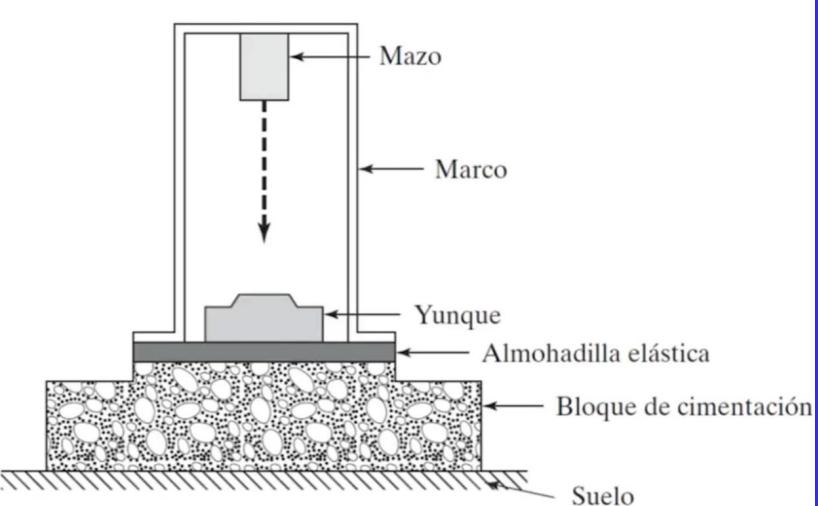
# Modelos Matemáticos discretos: Sistemas de 1 grado de libertad



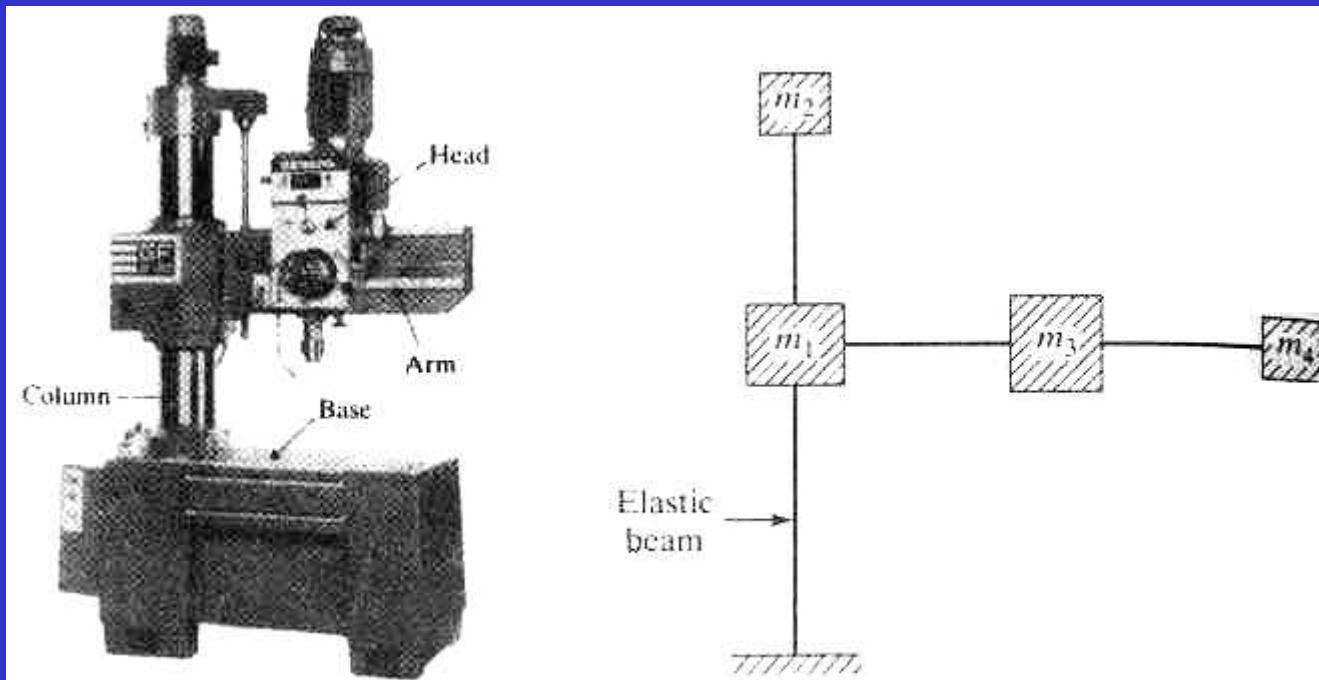
# Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



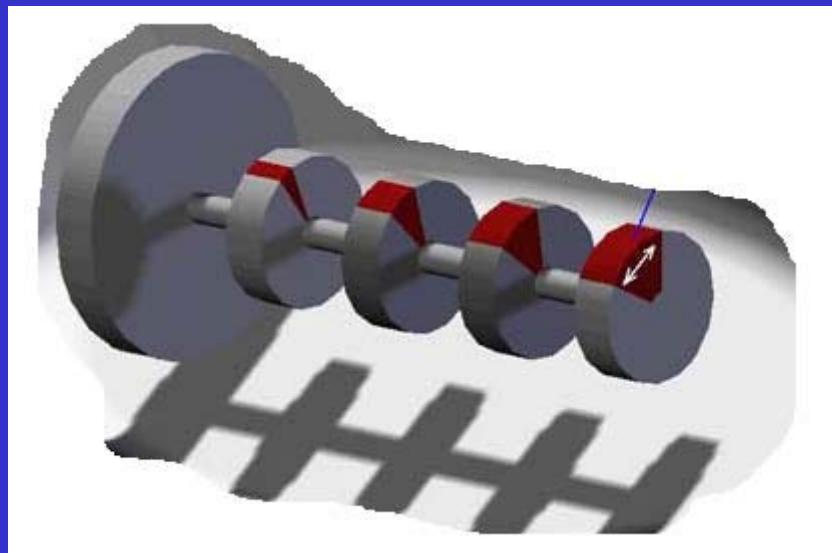
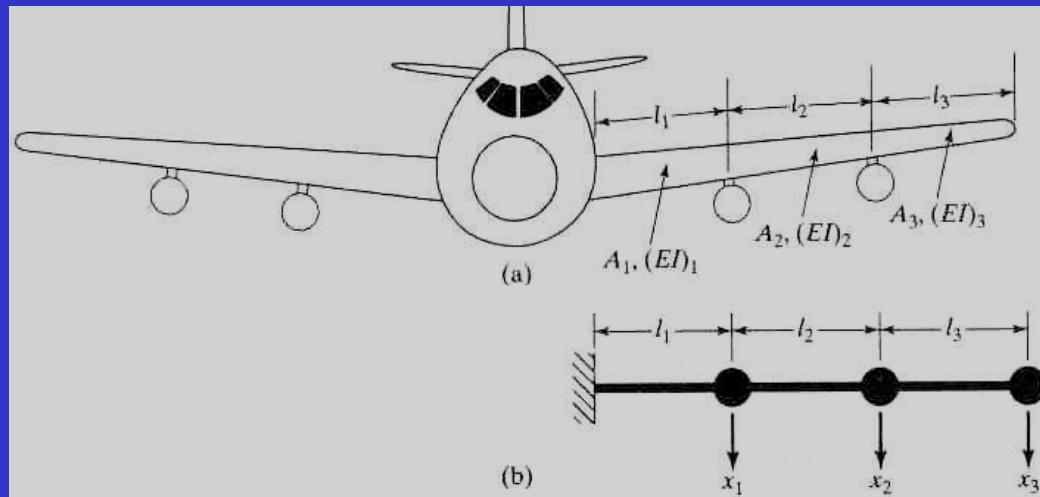
# Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



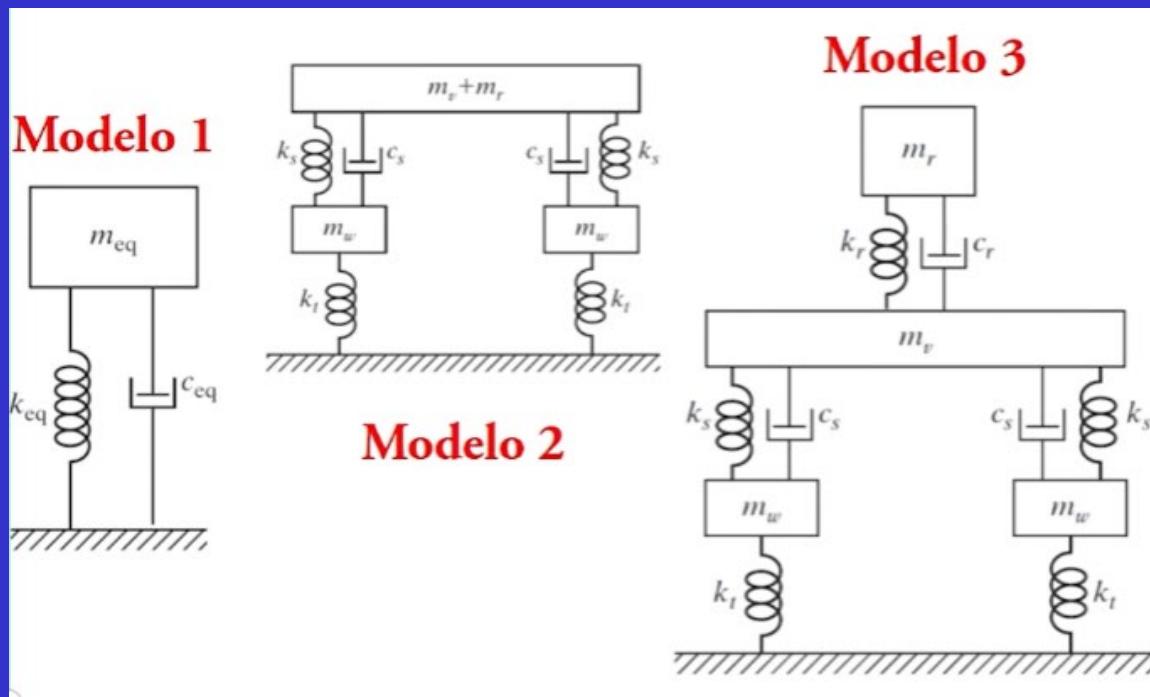
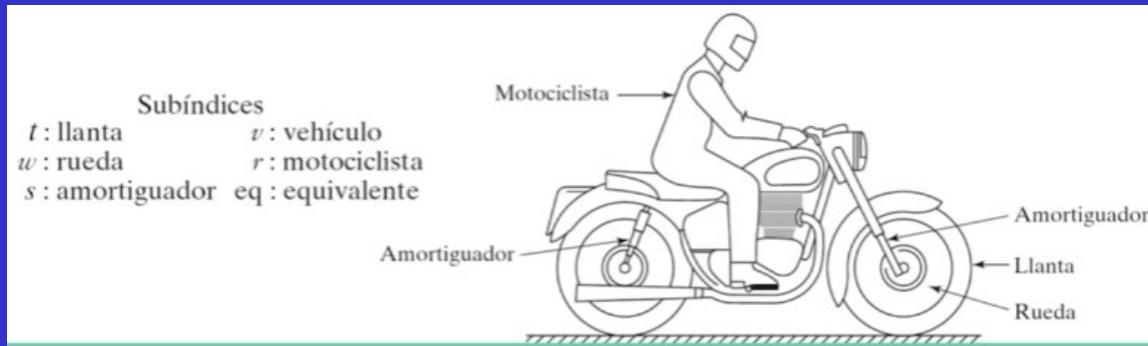
# Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



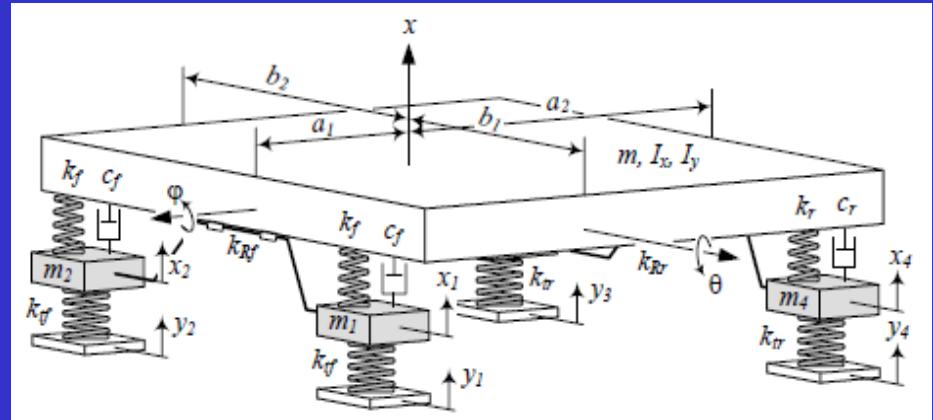
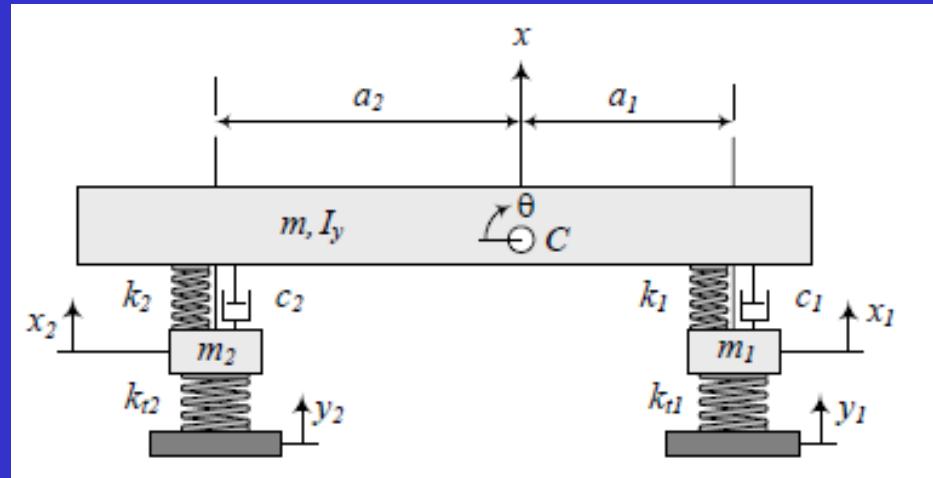
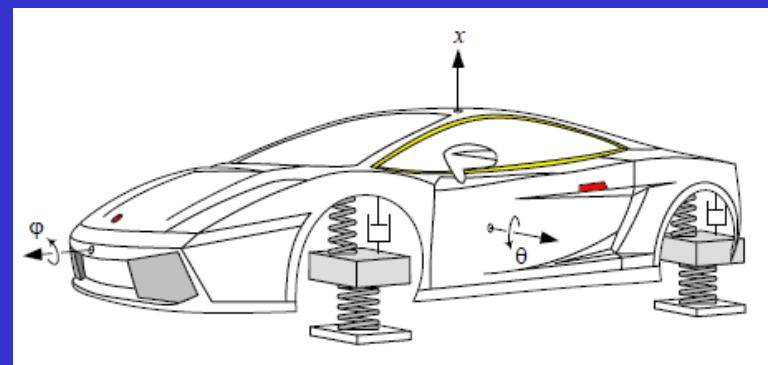
# Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



# Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



# Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad

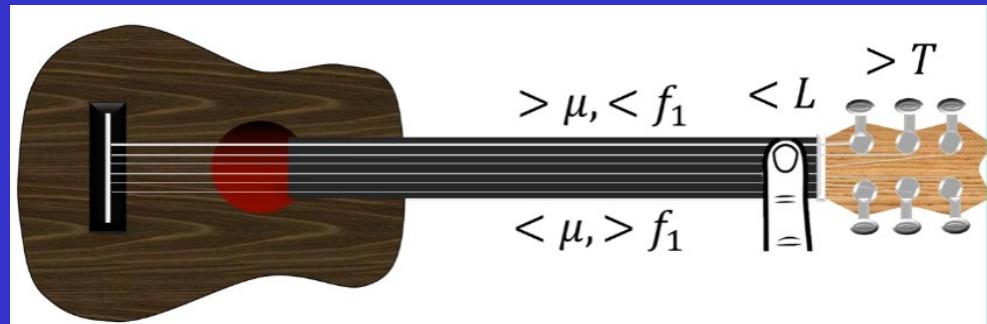


# Modelos Matemáticos continuos:



Diagram illustrating a segment of a string of length  $\Delta x$ , with tension  $T$  and angles  $\theta_1$  and  $\theta_2$ . The vertical displacement is  $y$ .

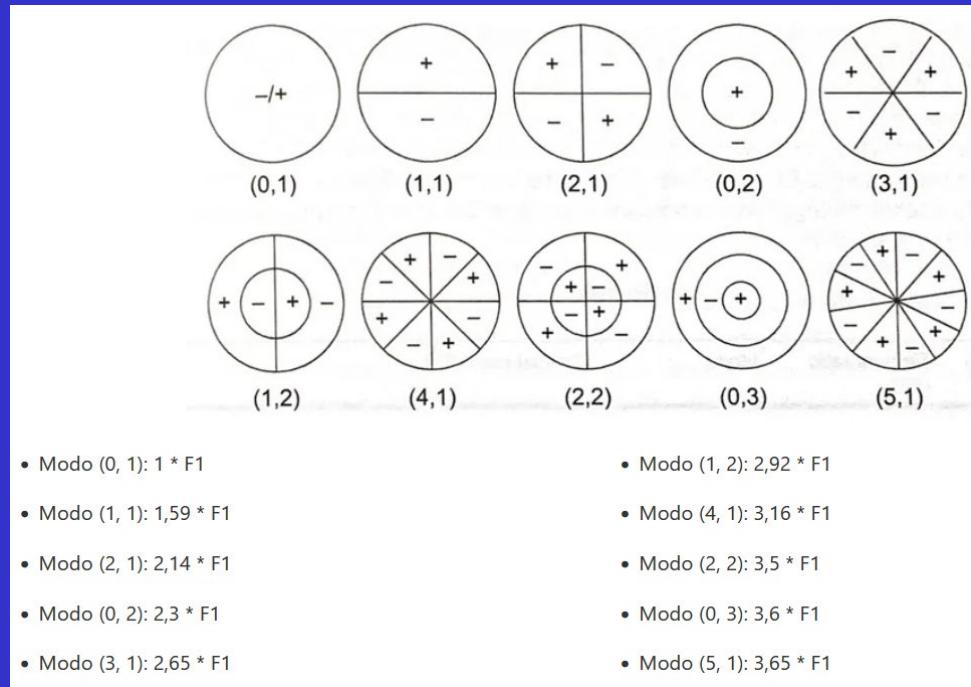
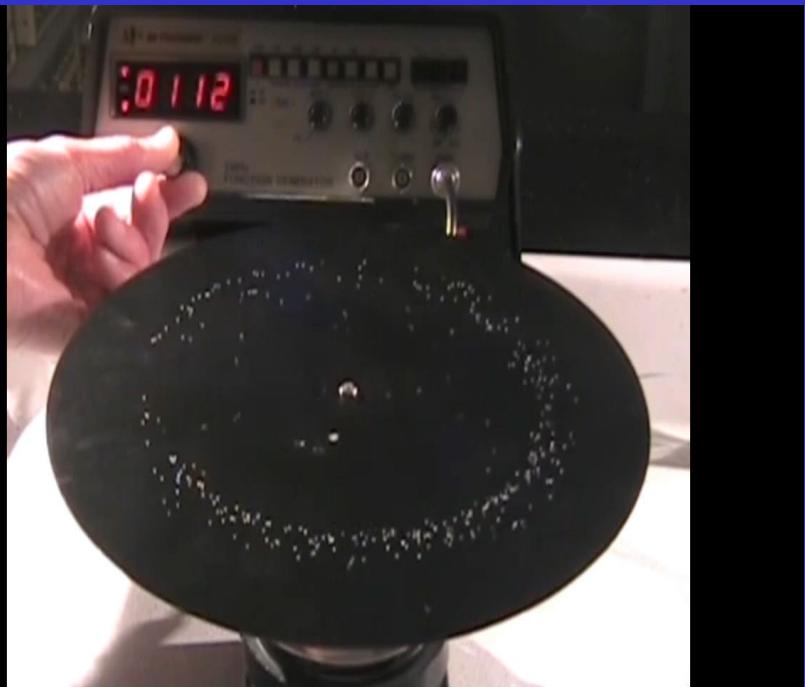
$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$
$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

*Tensión de la cuerda*  
*Densidad por unidad de longitud*

# Modelos Matemáticos continuos:

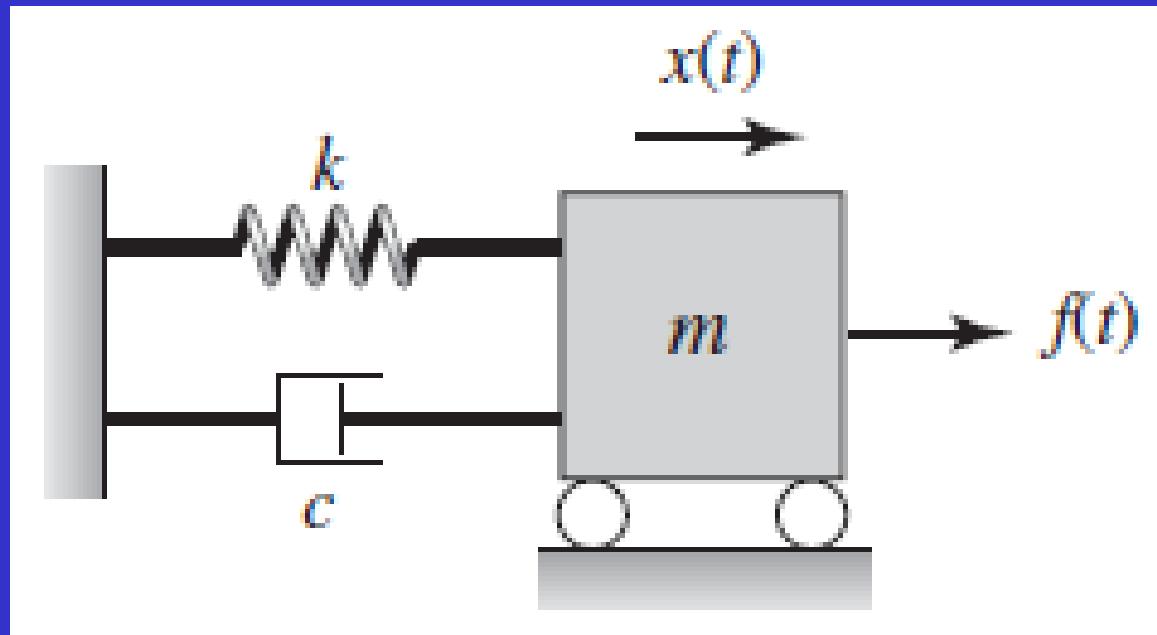


- Modo (0, 1):  $1 * F1$
- Modo (1, 1):  $1,59 * F1$
- Modo (2, 1):  $2,14 * F1$
- Modo (0, 2):  $2,3 * F1$
- Modo (3, 1):  $2,65 * F1$
- Modo (1, 2):  $2,92 * F1$
- Modo (4, 1):  $3,16 * F1$
- Modo (2, 2):  $3,5 * F1$
- Modo (0, 3):  $3,6 * F1$
- Modo (5, 1):  $3,65 * F1$

$$D \left( \frac{\partial^4 Z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 Z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 Z}{\partial y^4} \right) + \rho_p h \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = 0$$

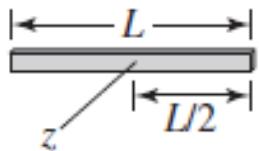
# Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de inercia (masa, momento de inercia rotacional)
- Elementos de rigidez (resorte, barra)
- Elementos de disipación (dissipador, rozamiento, def. plástica)

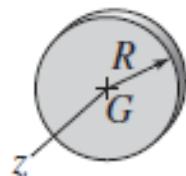


# Componentes de un Sistema Dinámico

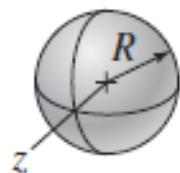
- Elementos de inercia



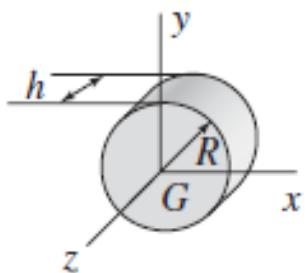
$$J_G = \frac{1}{12} m L^2$$



$$J_G = \frac{1}{2} m R^2$$



$$J_G = \frac{2}{5} m R^2$$



$$J_x = J_y = \frac{1}{12} m(3R^2 + h^2)$$

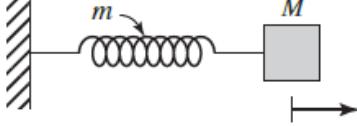
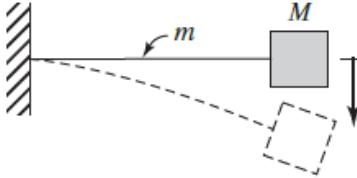
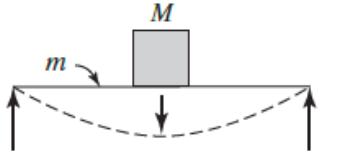
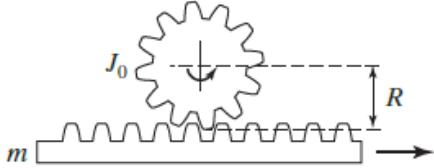
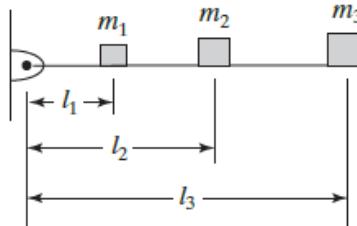
$$J_z = \frac{1}{2} m R^2$$

- Teorema Steiner

$$J_o = J_G + m d^2$$

# Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de inercia

	Mass ( $M$ ) attached at end of spring of mass $m$	$m_{eq} = M + \frac{m}{3}$
	Cantilever beam of mass $m$ carrying an end mass $M$	$m_{eq} = M + \frac{33}{140}m$
	Simply supported beam of mass $m$ carrying a mass $M$ at the middle	$m_{eq} = M + 0.5m$
	Coupled translational and rotational masses	$m_{eq} = m + \frac{J_0}{R^2} = m + \frac{\frac{1}{2}m_o r^2}{R^2}$ $J_{eq} = J_0 + mR^2$
	Masses on a hinged bar	$m_{eq1} = m_1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 m_2 + \left(\frac{l_3}{l_1}\right)^2 m_3$

# Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de rigidez



Rod under axial load

( $l$  = length,  $A$  = cross sectional area)

$$k_{eq} = \frac{EA}{l}$$



Tapered rod under axial load

( $D$ ,  $d$  = end diameters)

$$k_{eq} = \frac{\pi E D d}{4l}$$



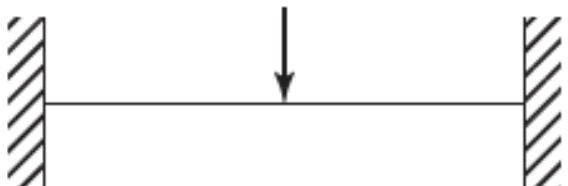
Helical spring under axial load

( $d$  = wire diameter,

$D$  = mean coil diameter,

$n$  = number of active turns)

$$k_{eq} = \frac{Gd^4}{8nD^3}$$

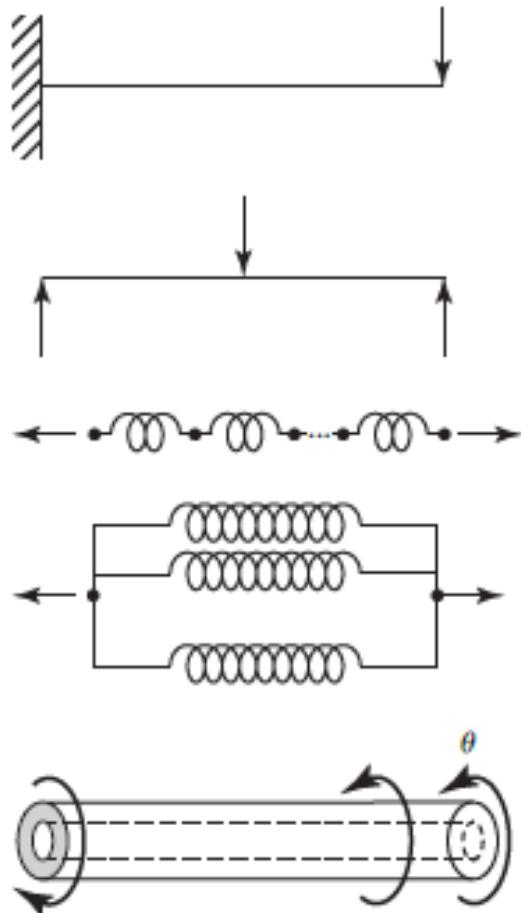


Fixed-fixed beam with  
load at the middle

$$k_{eq} = \frac{192EI}{l^3}$$

# Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de rigidez



Cantilever beam with end load

$$k_{eq} = \frac{3EI}{l^3}$$

Simply supported beam with load at the middle

$$k_{eq} = \frac{48EI}{l^3}$$

Springs in series

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

Springs in parallel

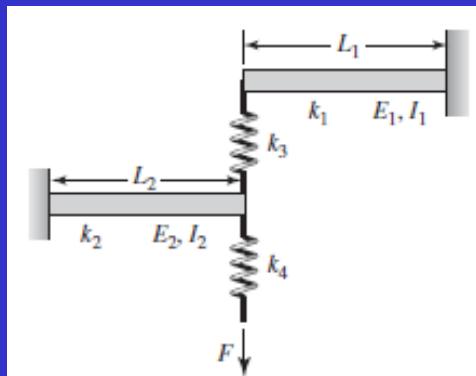
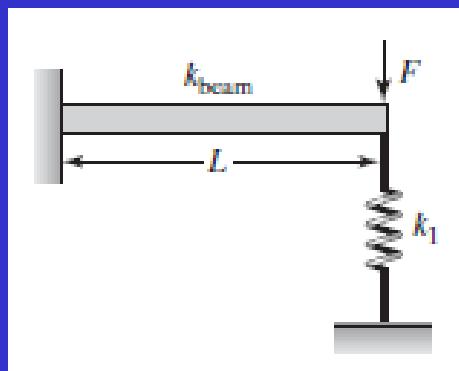
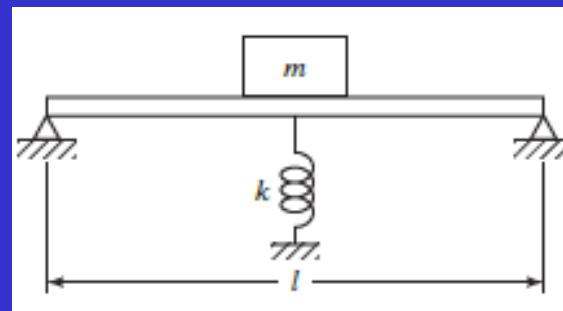
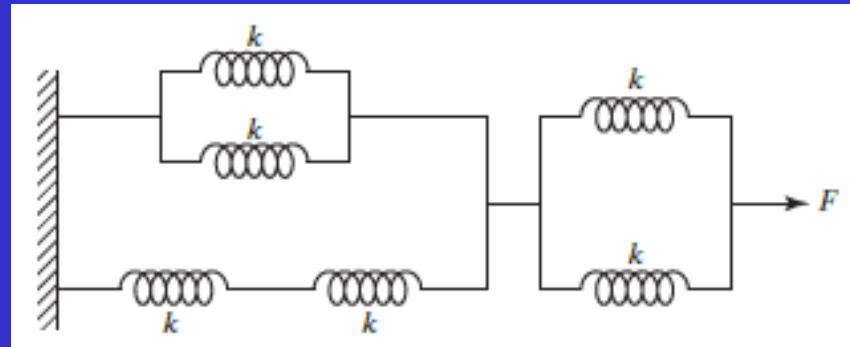
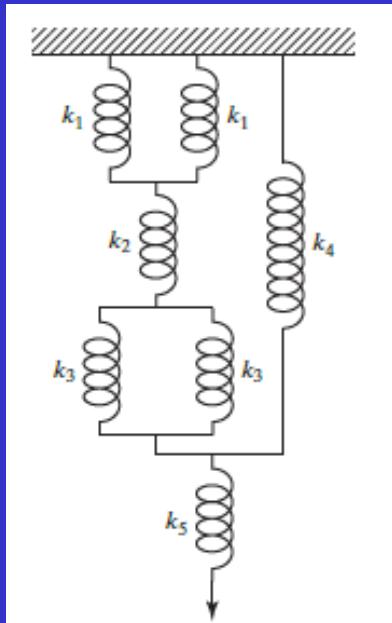
$$k_{eq} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Hollow shaft under torsion  
( $l$  = length,  $D$  = outer diameter,  
 $d$  = inner diameter,

$$k_{eq} = \frac{\pi G}{32l} (D^4 - d^4)$$

# Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de rigidez. Rigidez equivalente

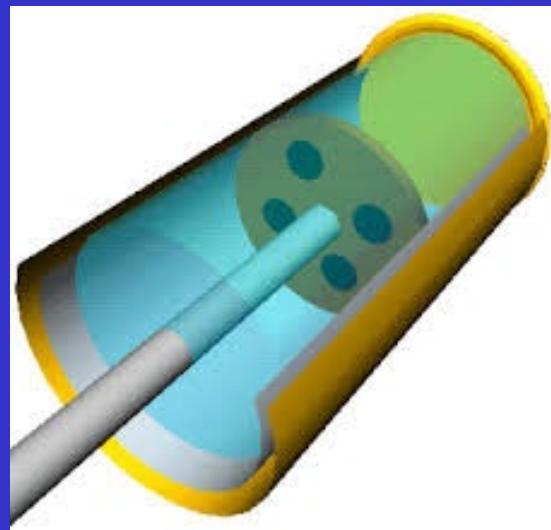


# Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de disipación

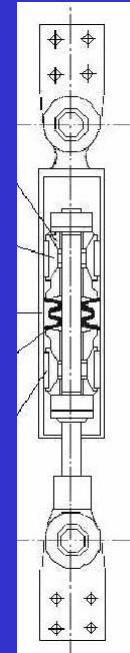
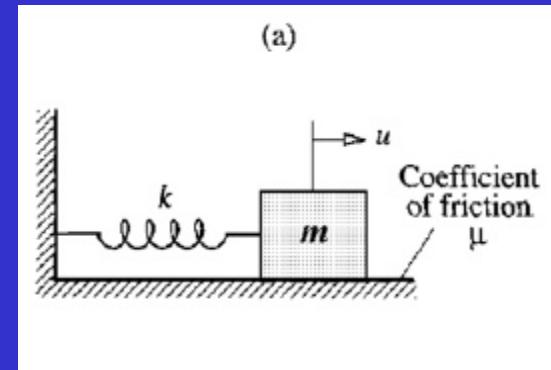
Amortig. Viscoso

$$F = - c \dot{x}$$



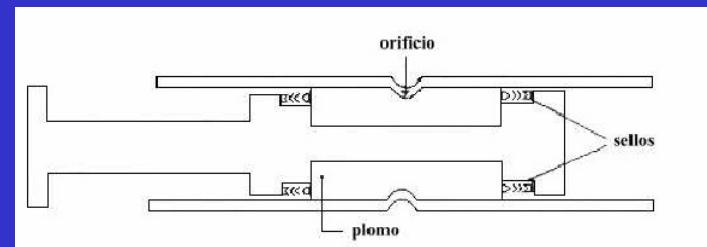
Amortig. Coulomb (Fricción seca)

$$F = - \mu N \operatorname{sig}(\dot{x})$$



Amortig. Histerético

$$F = - h k x i$$



# Modelos Experimentales

Frec. Nat. Puente Colgante



# Modelos Experimentales

## Mesa Vibratoria



# Modelo Numérico- experimental



# Modelos Experimentales

## Frecuencias Naturales (Esc.)



# Modelos Experimentales

## Ensayo Experimental Pileta. (Esc.)



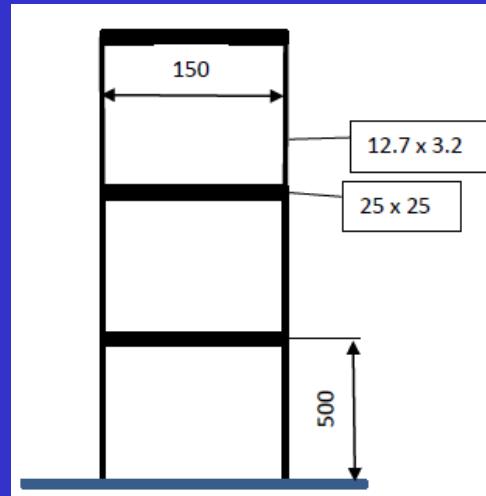
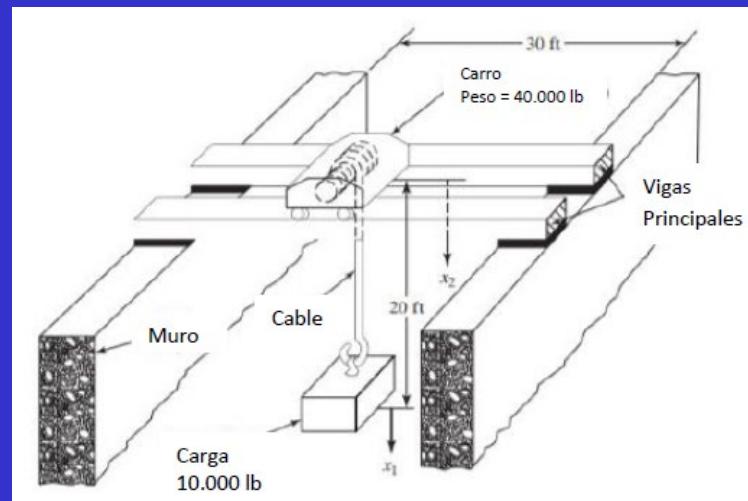
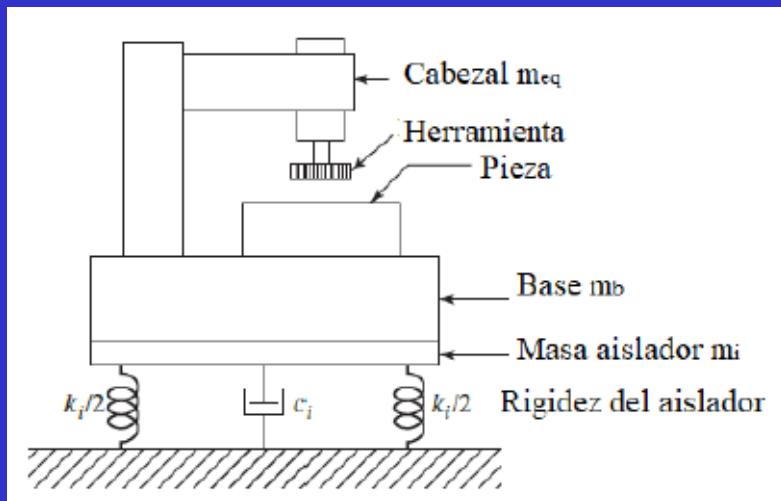
# Modelos Experimentales

## Ensayo Experimental Pileta. (No Esc.)



# Ejemplos de Práctico Integrador

- 1 ) Estudiar y resolver un caso práctico de vibraciones
- 2 ) Redactar un artículo “Científico” sobre el caso estudiado
- 3 ) Exponer oralmente los resultados del caso estudiado



# Ejemplos de Práctico Integrador

