

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE INGENIERÍA

Ingeniería Mecatrónica

“Mecánica Vibratoria ”

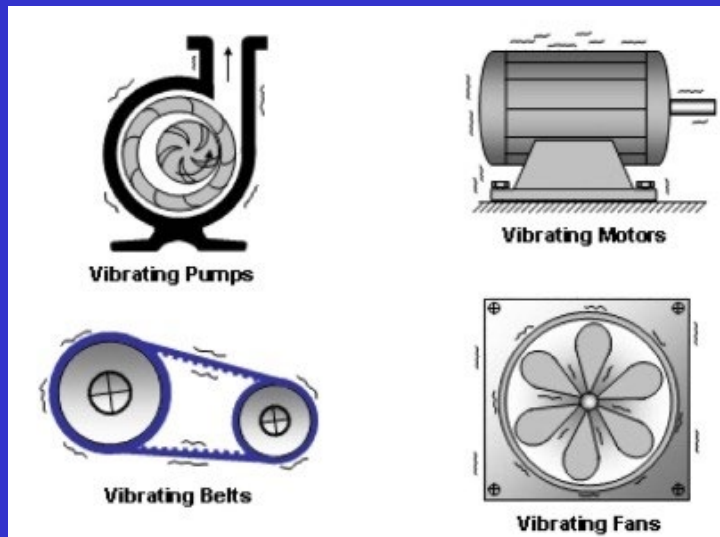
Prof. O. Curadelli

Prof. G. Garrido

2024

Fuentes de Vibración

- La mayoría de las actividades humanas implican vibración.
- Todos los sistemas mecánicos tienen “problemas” de vibración.

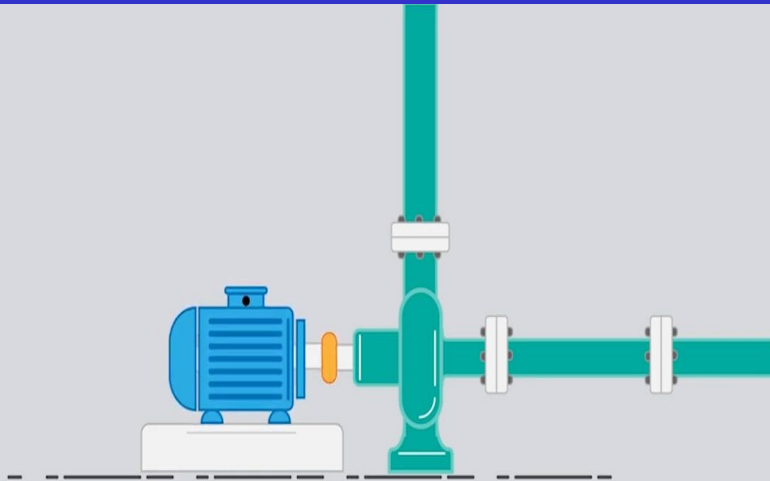


¿Porqué estudiar las Vibraciones?

- Las investigaciones son motivadas por problemas de ing.
- La comprensión del fenómeno de la vibración ayuda a:
 - . Buen diseño (óptimo).
 - . Bajo mantenimiento.
 - . Prevención de fallas.
- Un análisis cuidadoso de las vibraciones mecánicas mejora el comportamiento, la eficiencia de sistemas y procesos.

Efectos de la Vibración

Equipos Mecánicos



Efectos de la Vibración

Puente Tacoma, inauguración 1940.

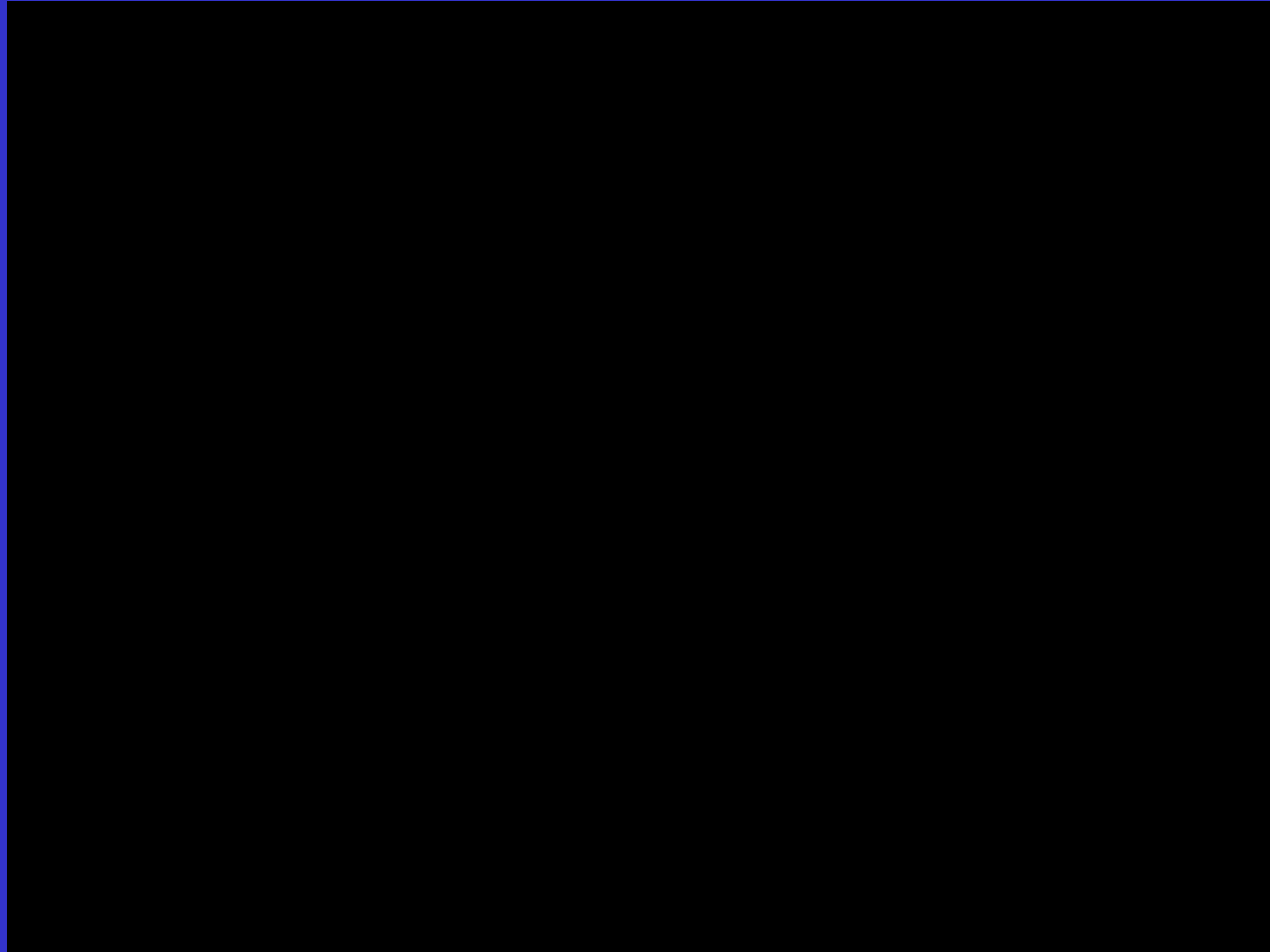


Efectos de la Vibración

Puente Tacoma, inauguración 1940.



Efectos de la Vibración. Flutter en Alas.



Efectos de la Vibración

Terremoto Chile 2010. Mag 8,8Mw



Efectos de la Vibración

Terremoto Chile 2010. Mag 8,8Mw



Efectos de la Vibración

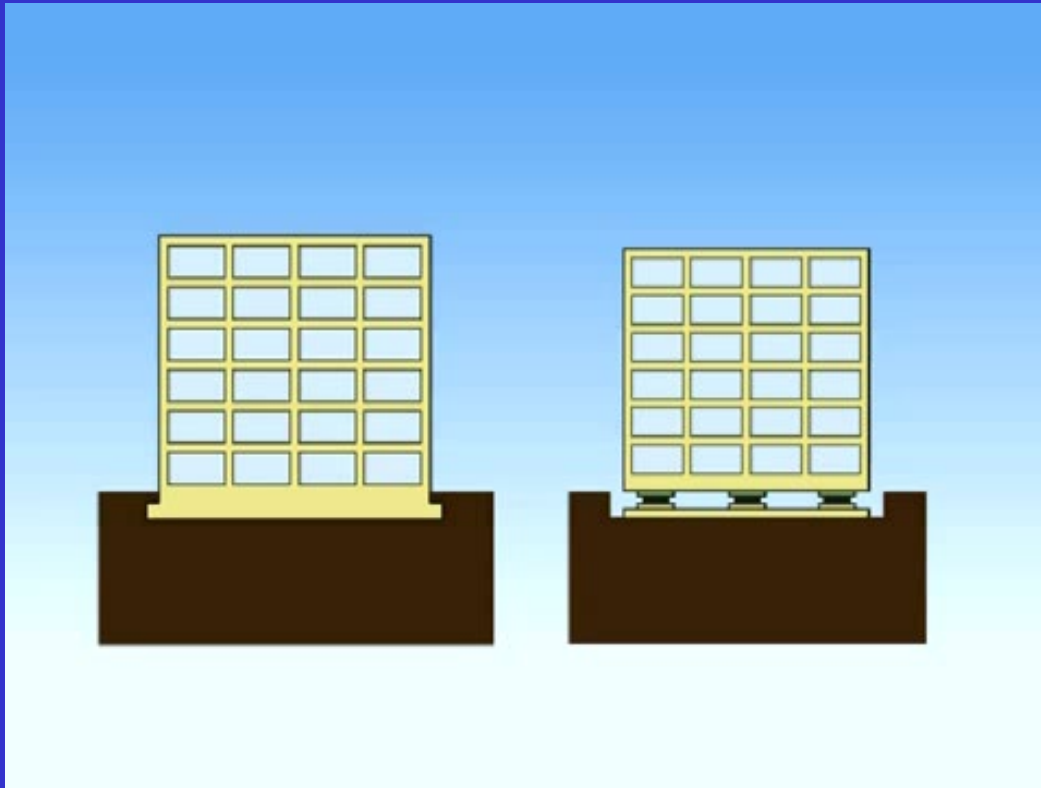
Terremoto Turquía 2023, Mag 7,8 Mw



Control de la Vibración. Aislación.



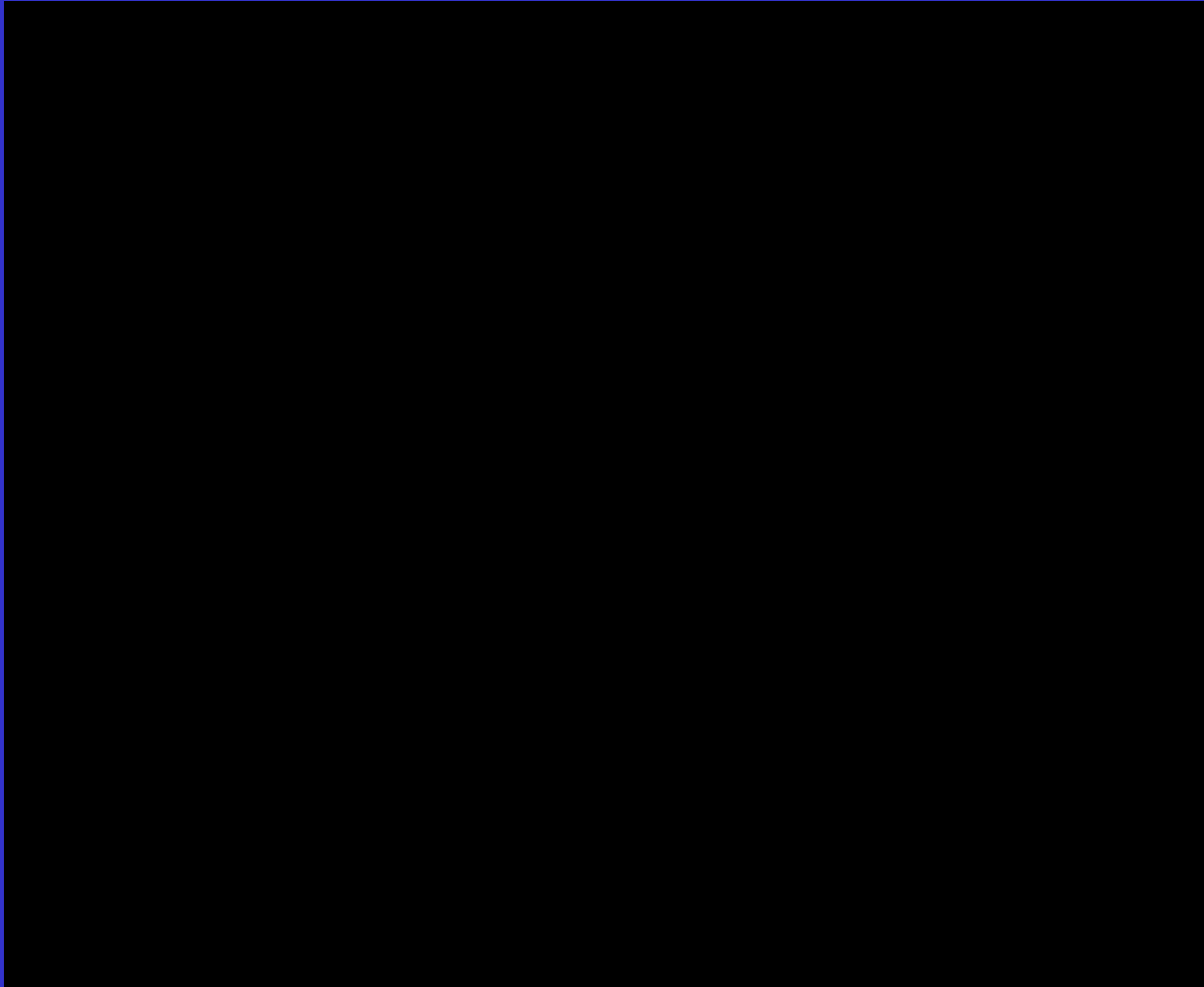
Control de la Vibración. Aislación.



Control de la Vibración. Aislación.



Control de la Vibración. Aislación.



Control de la Vibración. Aislación.



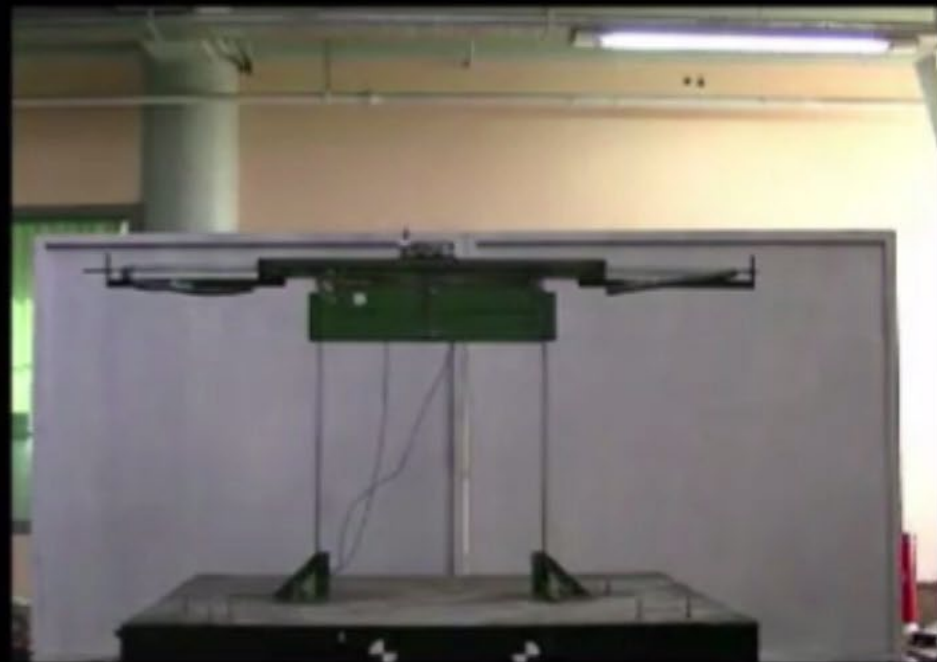
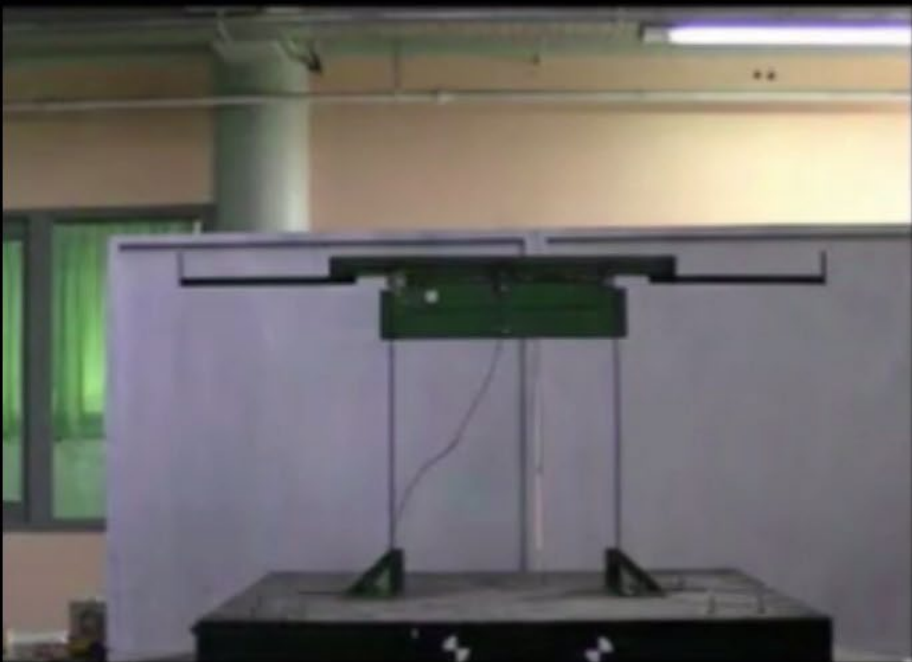
Control de la Vibración. TMD.



Control de la Vibración. TMD.

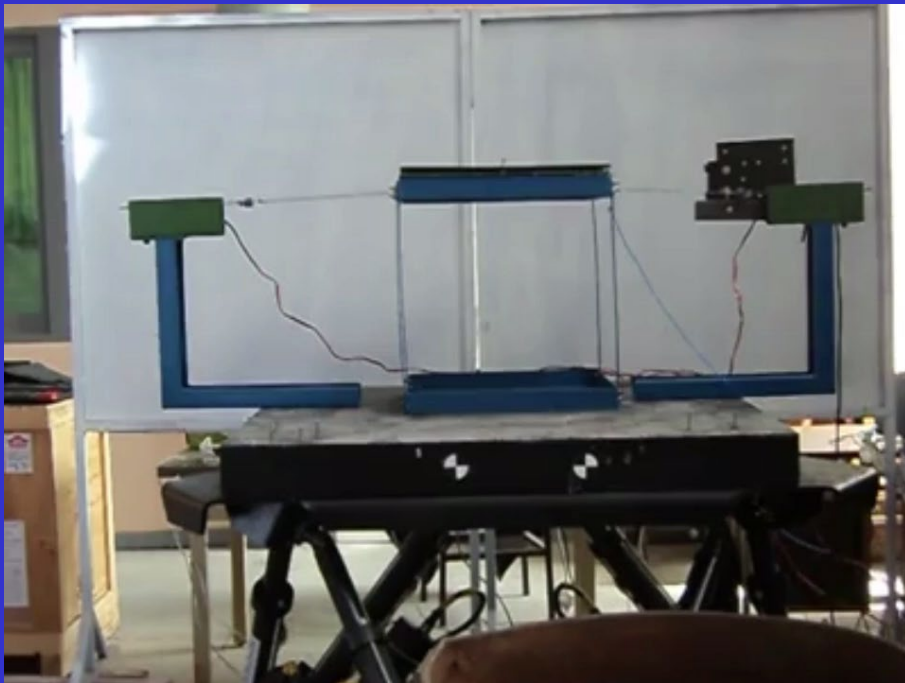


Control de la Vibración. TMD.

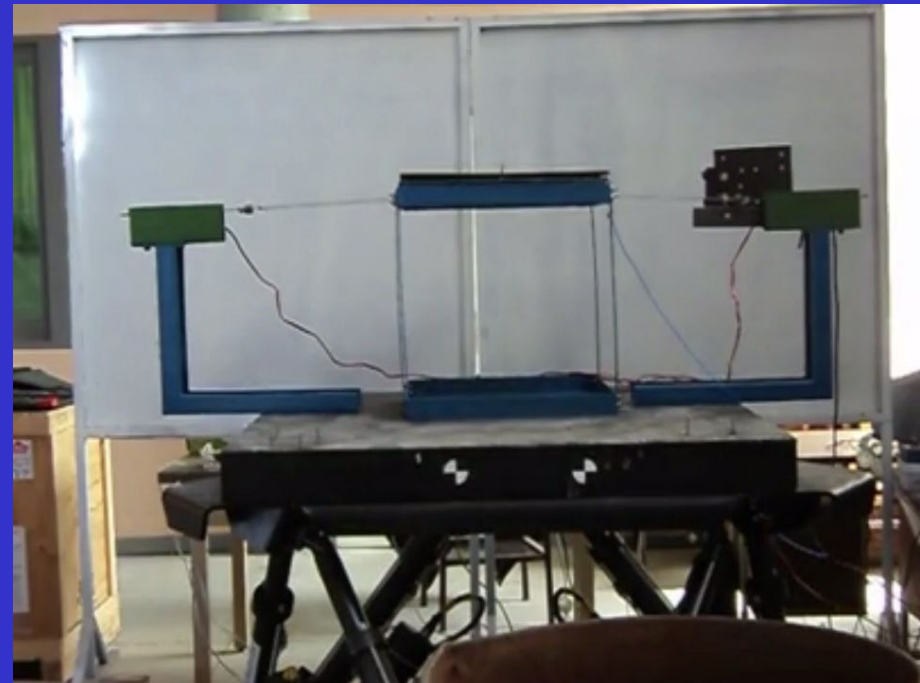


Control de la Vibración. SemiActivo.

Pasivo óptimo



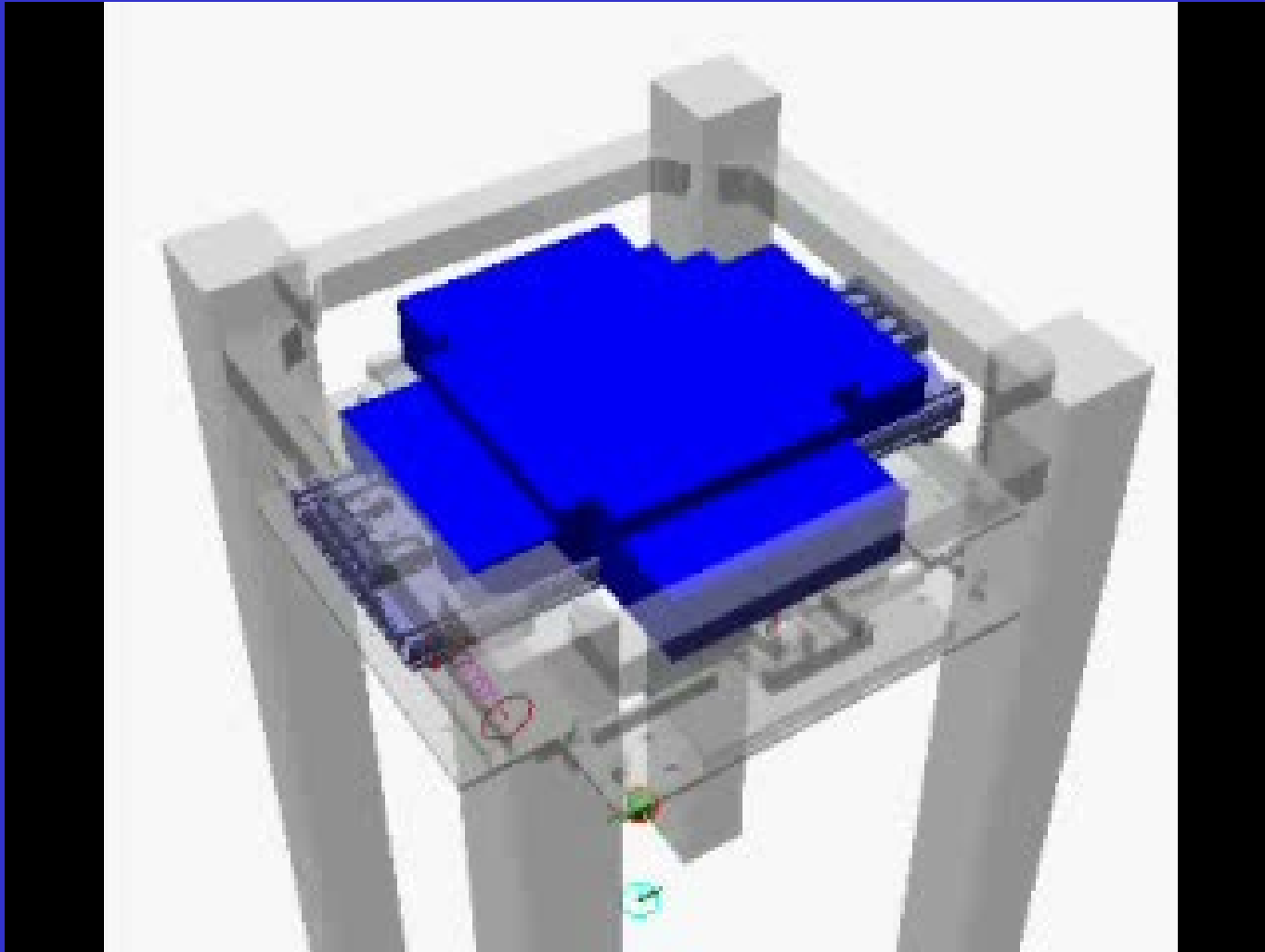
Semi-activo



Control de Vibración. TMD Activo. Shanghai World Financial Center, 490m



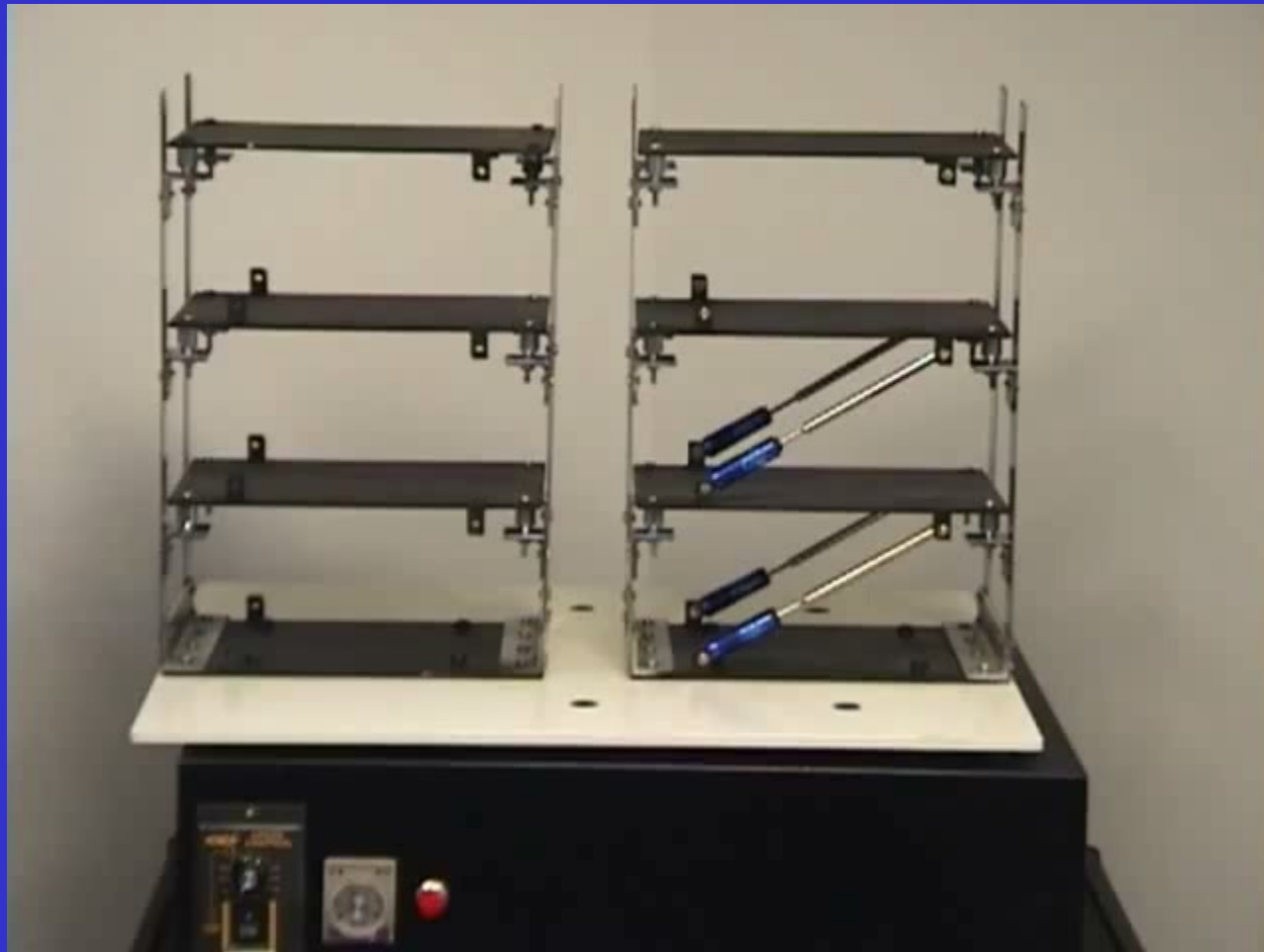
Control de la Vibración. TMD Activo.



Control de la Vibración. Péndulo Activo. Taipei 101, 509m

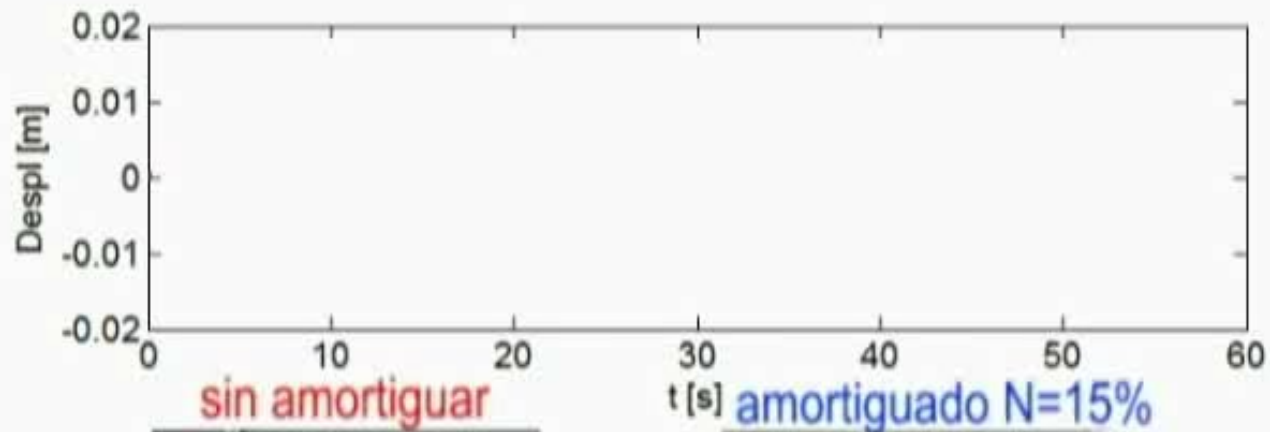


Control pasivo de la Vibración. Disipación de energía.

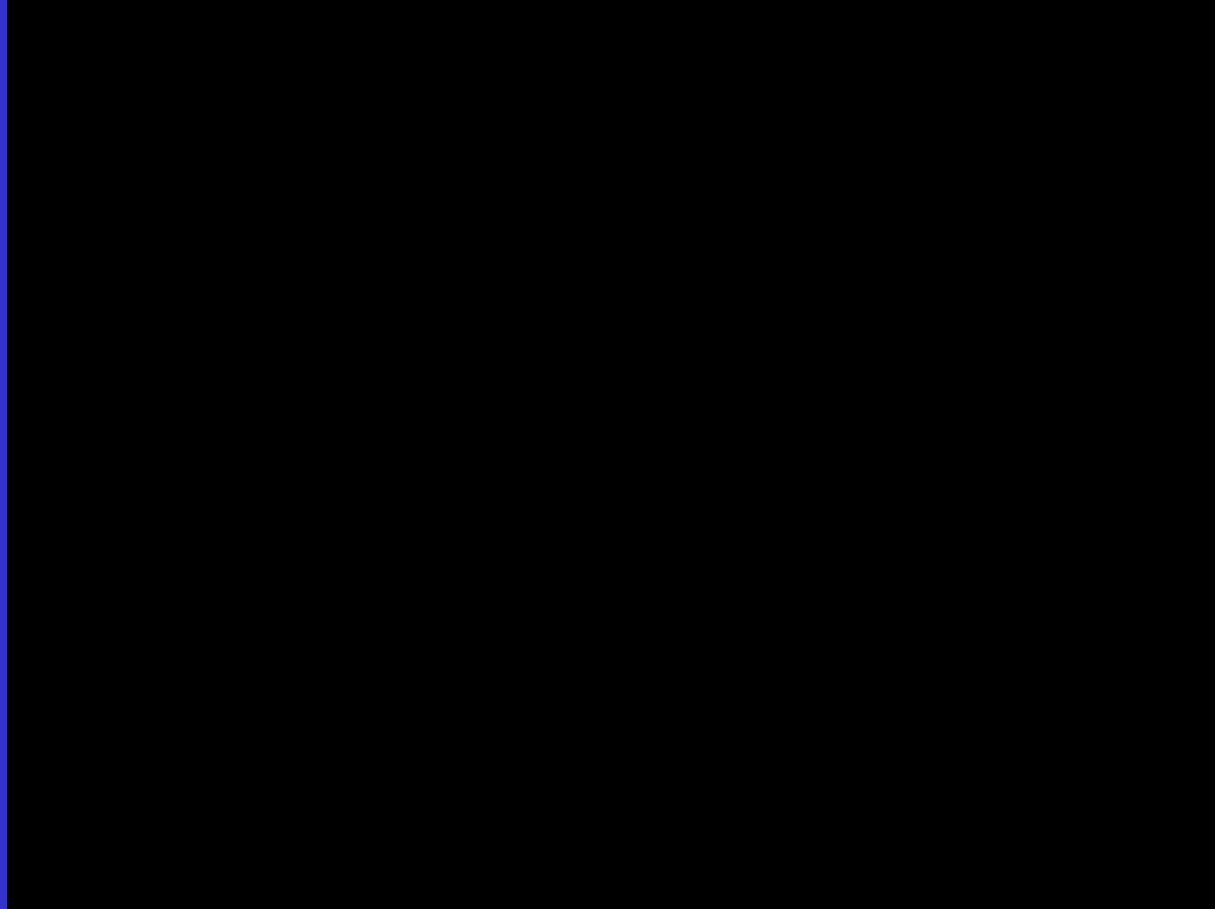


Control pasivo de la Vibración.

Disipación de energía.



Control de la Vibración. TLCD.



¿Qué es la vibración?

Movim. oscilatorio de un cuerpo alrededor de una posición de equilibrio.

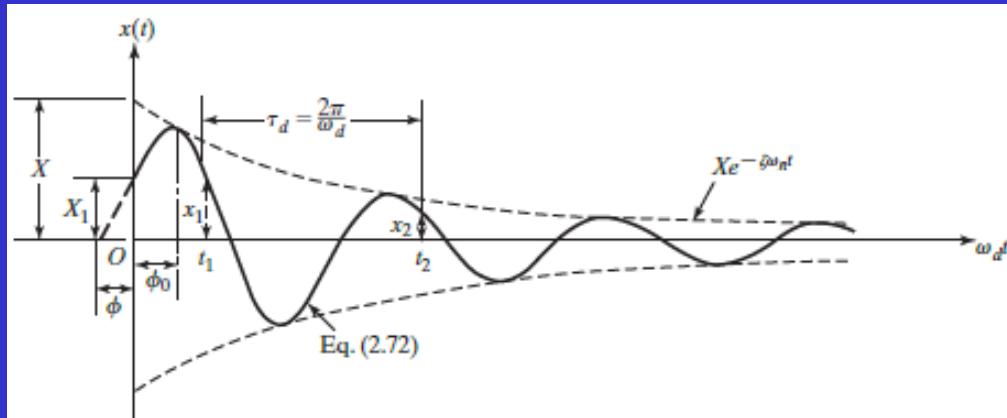
Objetivo: estudiar, analizar, medir y controlar la vibración

Intentaremos responder a las siguientes preguntas

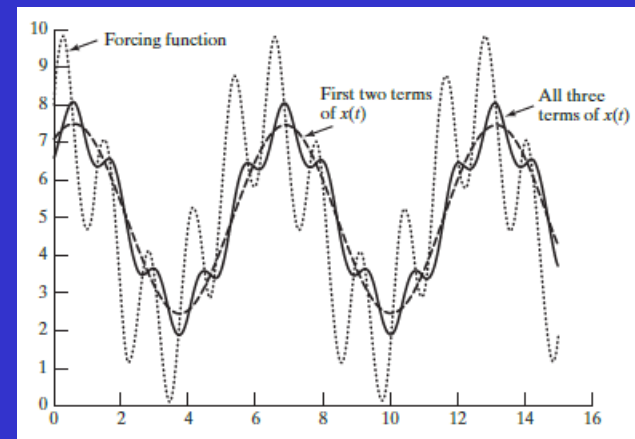
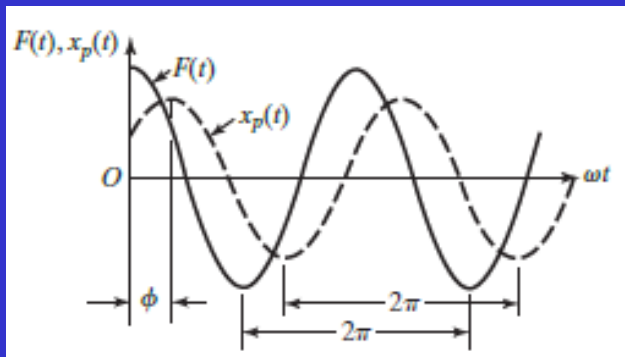
- Cómo responderá el sistema a lo largo del tiempo ante un tipo determinado de perturbación (excitación)?.
- En cuánto tiempo la respuesta dinámica se extinguirá si la perturbación se aplica brevemente y luego se retira?.
- Cuándo el sistema es estable o cuando sus oscilaciones aumentarán en magnitud con el tiempo (inestable).
- Qué tipo de modificaciones se pueden hacer al sistema para mejorar su comportamiento (propiedades dinámicas)?

CLASIFICACIÓN DE LA VIBRACIÓN

- Libres (fzas intrínsecas, frec. naturales)

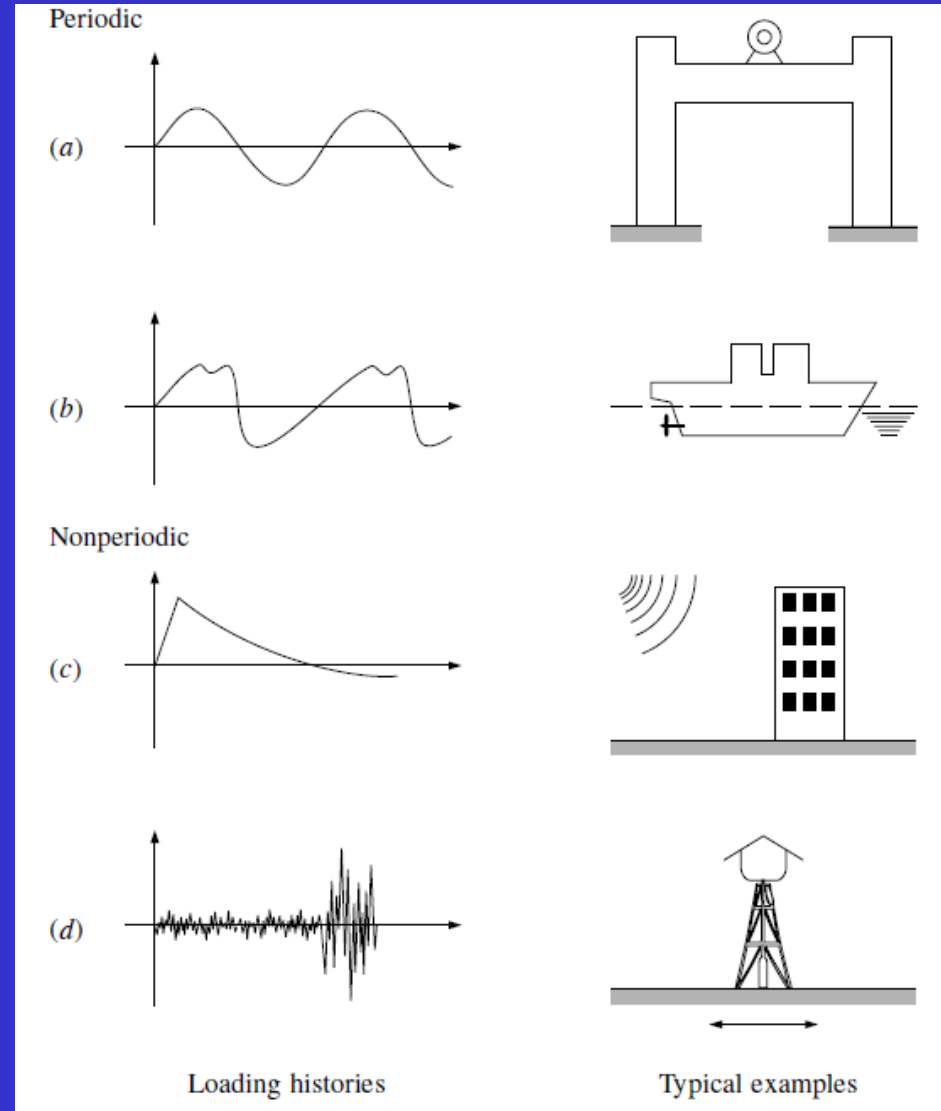


- Forzadas (fzas carga ext. + intr., frec. carga externa, resonancia)



CLASIFICACIÓN DE LA CARGA DINÁMICA

- Determinística (prescripta)
 - Periódicas: armónica, no armónica
 - No periódicas: impulsivas, corta duración
- Aleatoria (sismo, viento)



SISTEMAS DINÁMICOS

- **Coordenadas Generalizadas** (definir config./movim. Sist. Dinám.)
- **Número de grados de libertad:** cant, mín coords, generaliz.

	Problema	
	Estático	Dinámico
Fuerzas	Fext, Felas	Fext, Felas, Fdisip, Finercia
Principios	Eq. Estático, Acción y Reacción	Eq. Dinámico (D'alamb,TV, PHamilton) Acción y Reacción
Respuesta	Es única f(Fext) Ec. Algebraica	Sucesión de soluciones f (Fext, Felas, Fdisip, Finer) Ec. Diferenciales

CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS

- Lineales:

Son deterministas y se mantiene el principio de superposición. Por lo general se consideran movimientos de pequeña amplitud.

- No lineales:

El comportamiento depende mucho de su estado inicial (historia).

- Discretos (masas, resortes, amortig):

Representado por un número finito de grados de libertad y son descriptos por EDO.

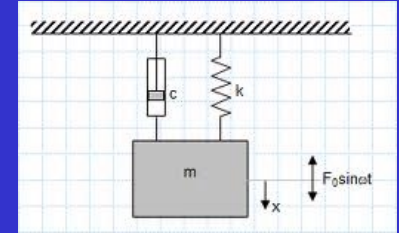
$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = u(t)$$

- Continuos (masa y rigidez distribuida):

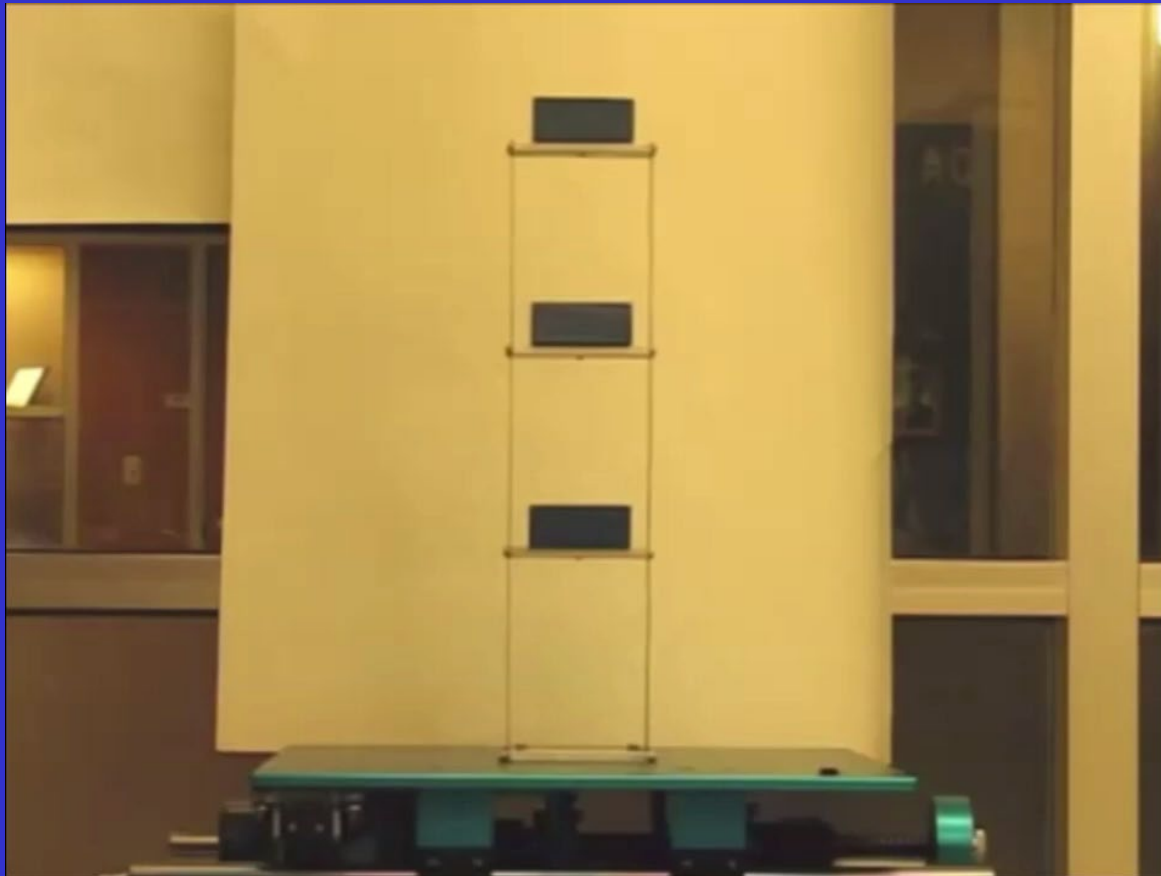
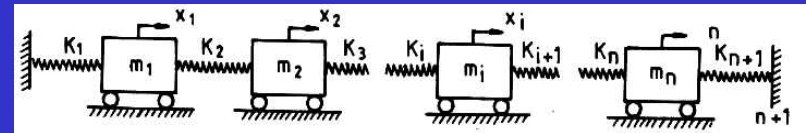
Representados por un número infinito de grados de libertad y son descriptos por EDDP.

$$EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + \overline{m} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = 0$$

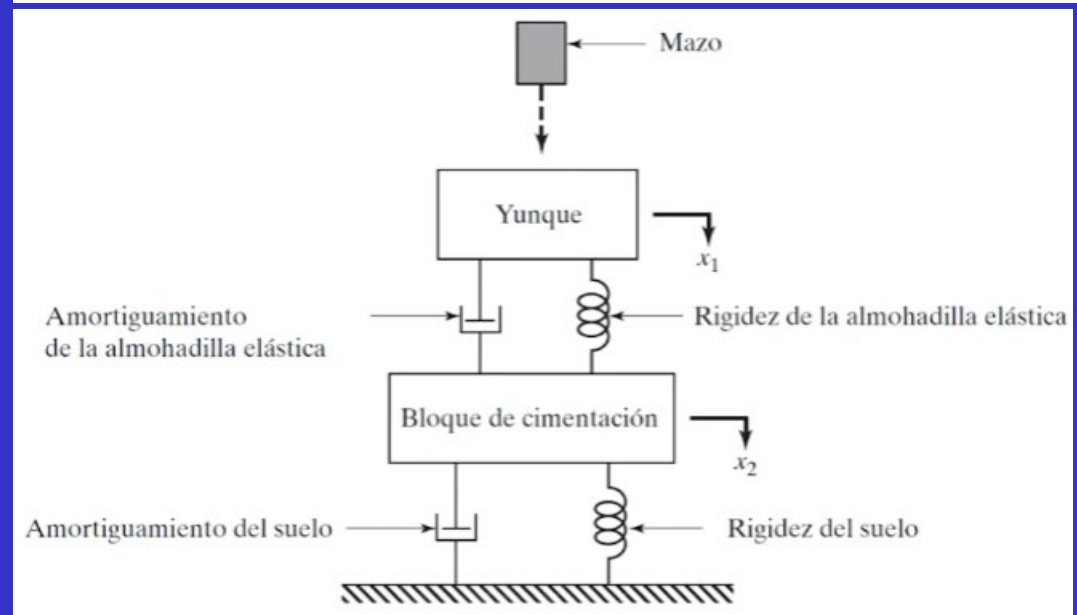
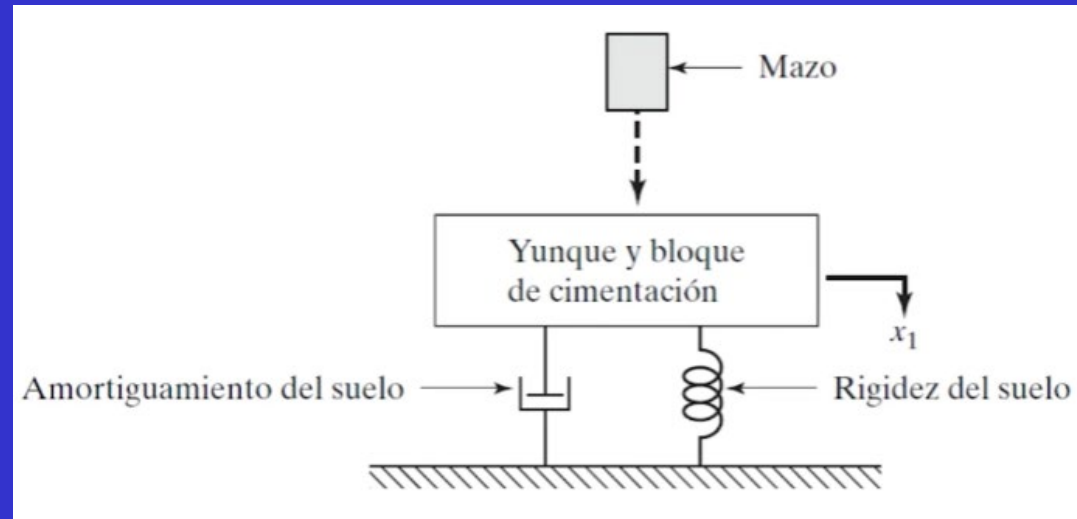
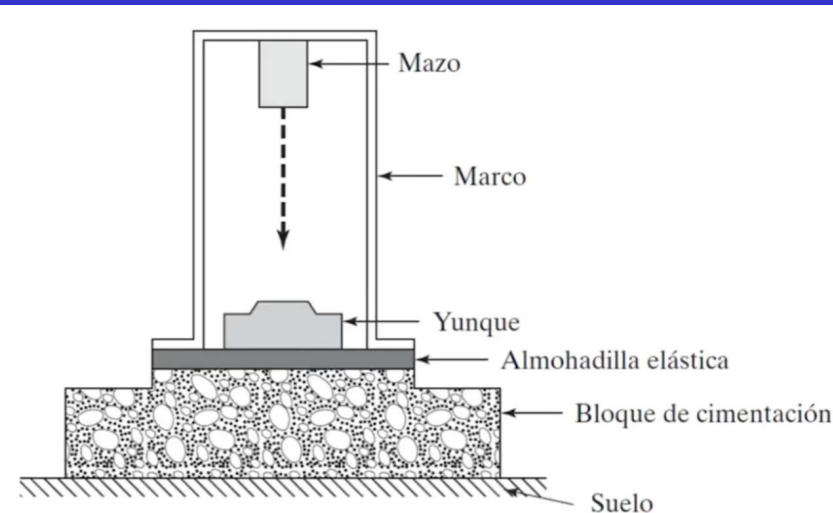
Modelos Matemáticos discretos: Sistemas de 1 grado de libertad



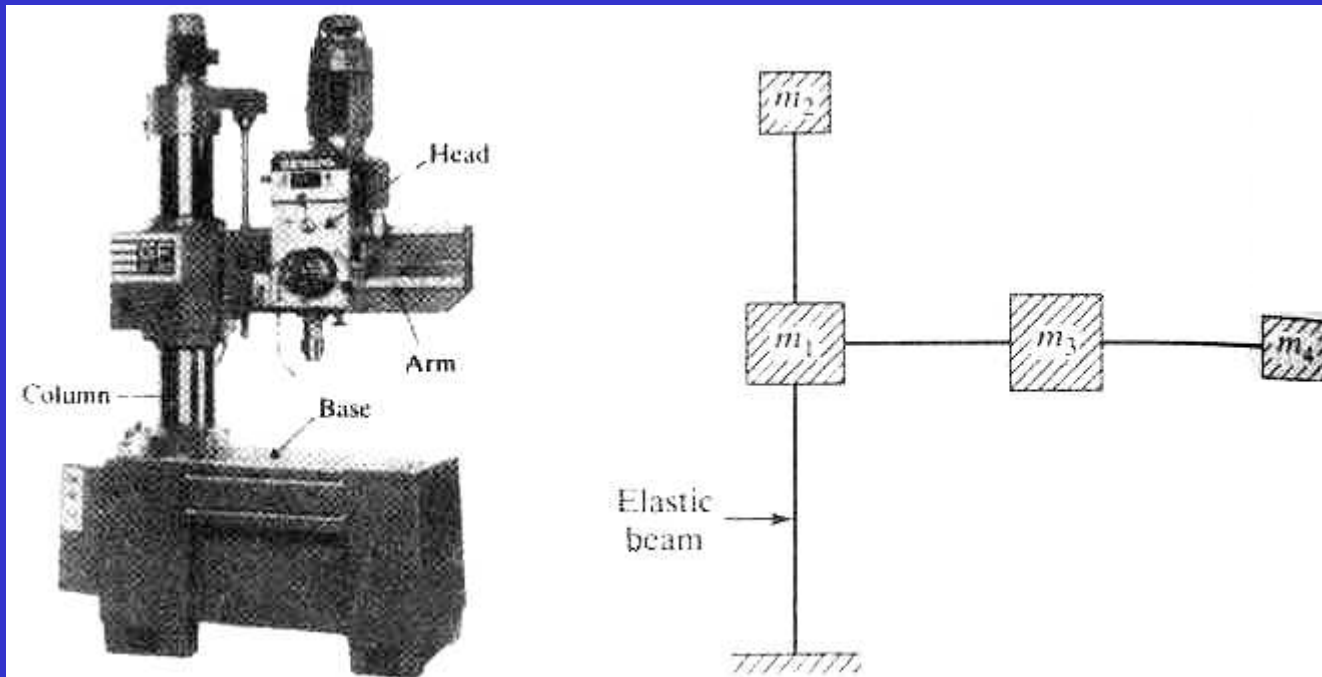
Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



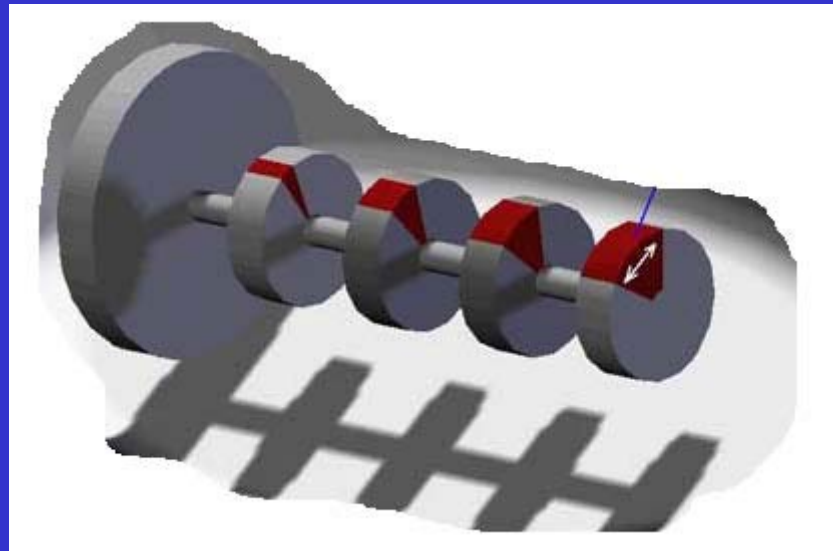
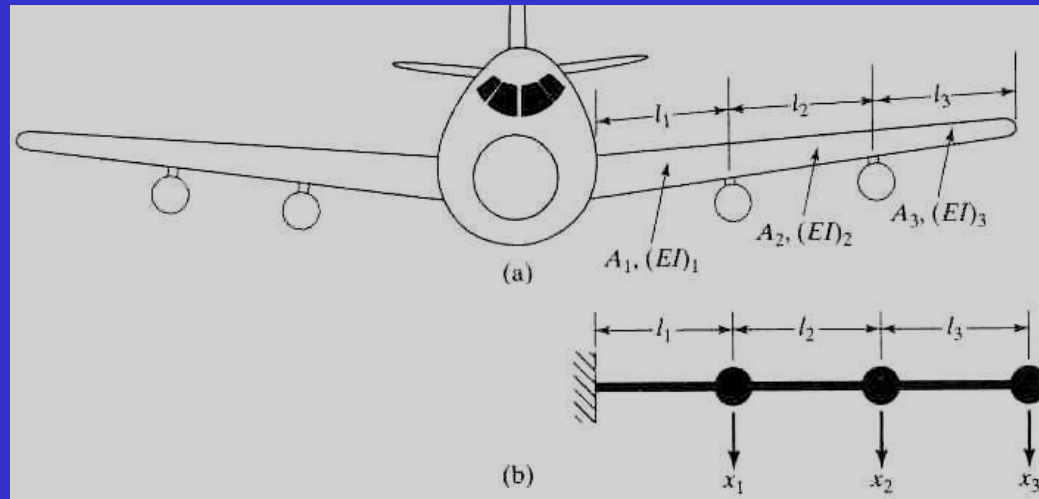
Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



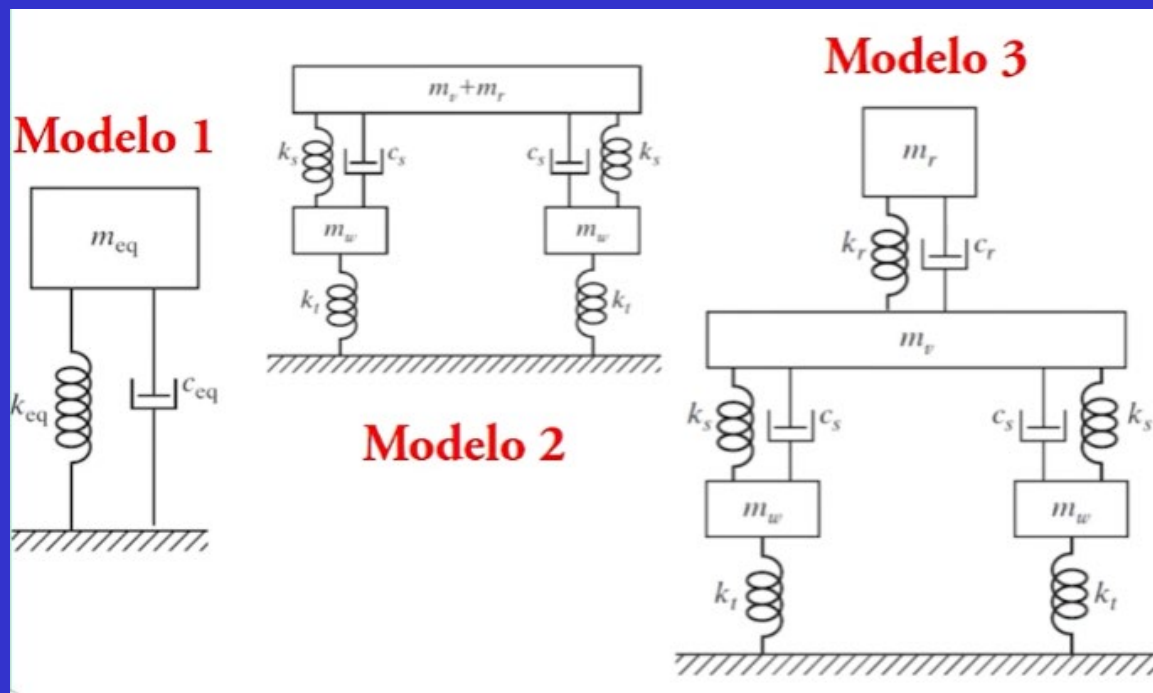
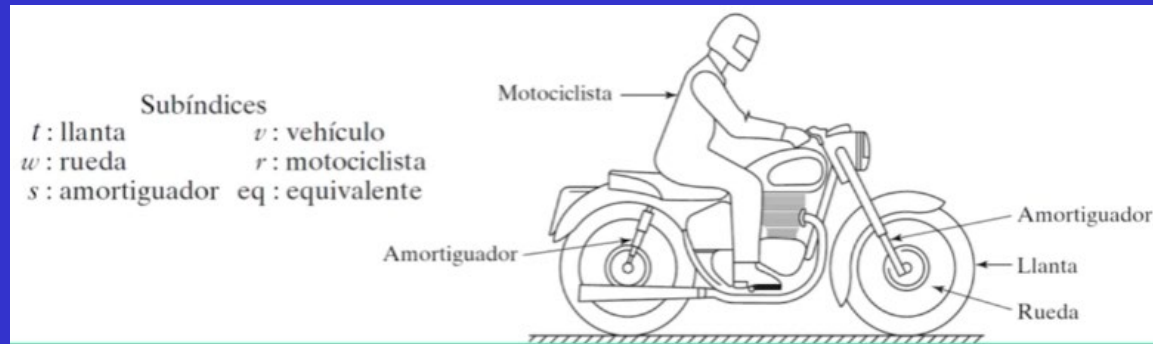
Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



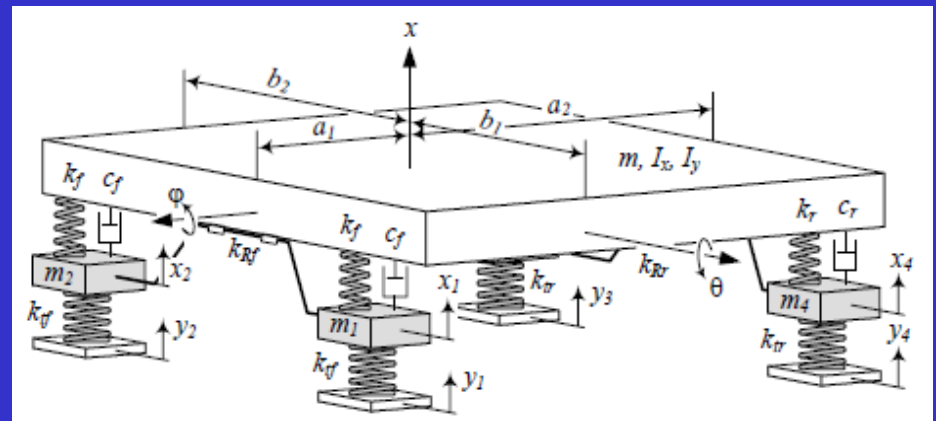
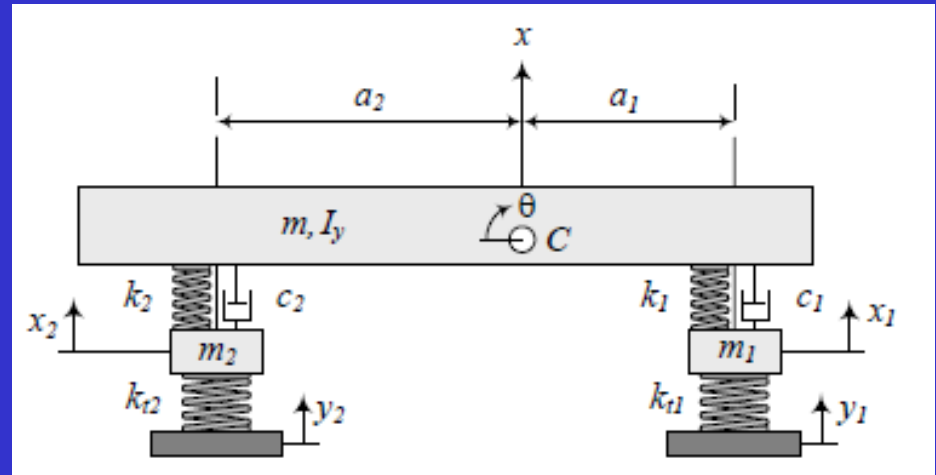
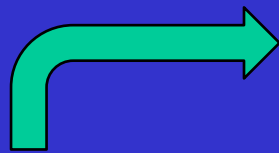
Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad

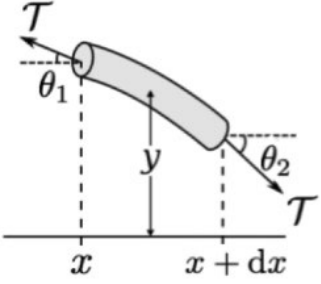


Modelos Matemáticos discretos : Sistemas de N grados de libertad



Modelos Matemáticos continuos:

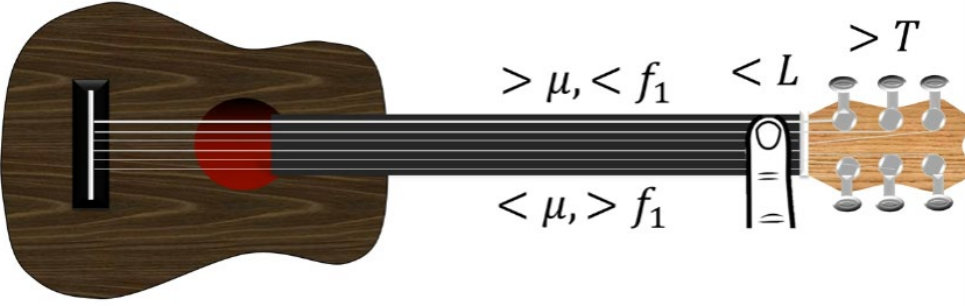




$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

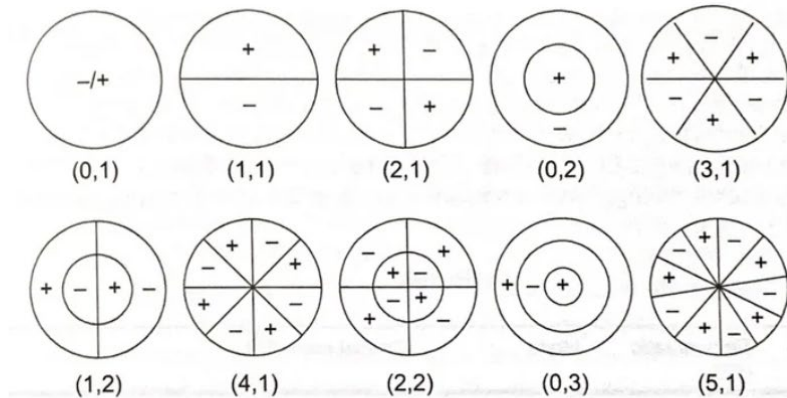


$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Tensión de la cuerda

Densidad por unidad de longitud

Modelos Matemáticos continuos:

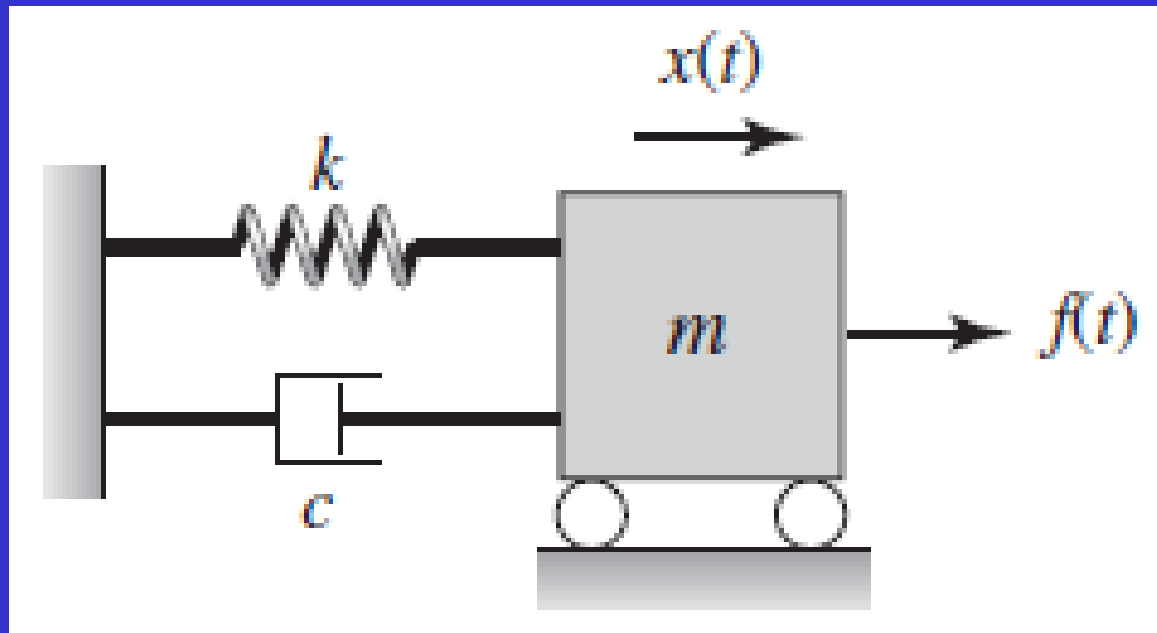


- Modo (0, 1): $1 * F_1$
- Modo (1, 1): $1,59 * F_1$
- Modo (2, 1): $2,14 * F_1$
- Modo (0, 2): $2,3 * F_1$
- Modo (3, 1): $2,65 * F_1$
- Modo (1, 2): $2,92 * F_1$
- Modo (4, 1): $3,16 * F_1$
- Modo (2, 2): $3,5 * F_1$
- Modo (0, 3): $3,6 * F_1$
- Modo (5, 1): $3,65 * F_1$

$$D \left(\frac{\partial^4 Z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 Z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 Z}{\partial y^4} \right) + \rho_p h \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = 0$$

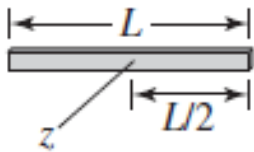
Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de inercia (masa, momento de inercia rotacional)
- Elementos de rigidez (resorte, barra)
- Elementos de disipación (disipador, rozamiento, def. plástica)

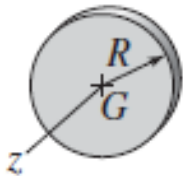


Componentes de un Sistema Dinámico

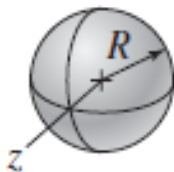
- Elementos de inercia



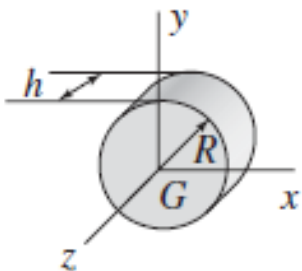
$$J_G = \frac{1}{12} mL^2$$



$$J_G = \frac{1}{2} mR^2$$



$$J_G = \frac{2}{5} mR^2$$



$$J_x = J_y = \frac{1}{12} m(3R^2 + h^2)$$

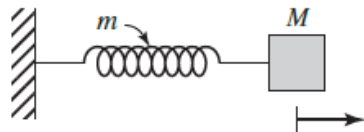
$$J_z = \frac{1}{2} mR^2$$

- Teorema Steiner

$$J_o = J_G + m d^2$$

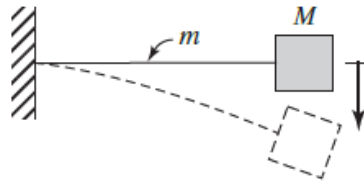
Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de inercia



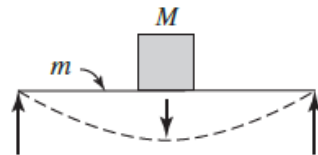
Mass (M) attached at end of spring of mass m

$$m_{eq} = M + \frac{m}{3}$$



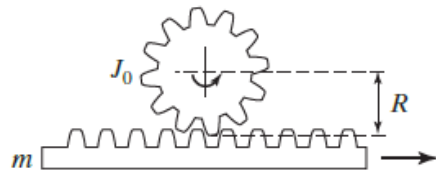
Cantilever beam of mass m carrying an end mass M

$$m_{eq} = M + \frac{33}{140}m$$



Simply supported beam of mass m carrying a mass M at the middle

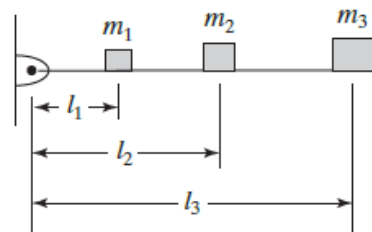
$$m_{eq} = M + 0.5m$$



Coupled translational and rotational masses

$$m_{eq} = m + \frac{J_0}{R^2} = m + \frac{\frac{1}{2}m_0 r^2}{R^2}$$

$$J_{eq} = J_0 + mR^2$$



Masses on a hinged bar

$$m_{eq1} = m_1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 m_2 + \left(\frac{l_3}{l_1}\right)^2 m_3$$

Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de rigidez



Rod under axial load

(l = length, A = cross sectional area)

$$k_{eq} = \frac{EA}{l}$$



Tapered rod under axial load

(D, d = end diameters)

$$k_{eq} = \frac{\pi EDd}{4l}$$



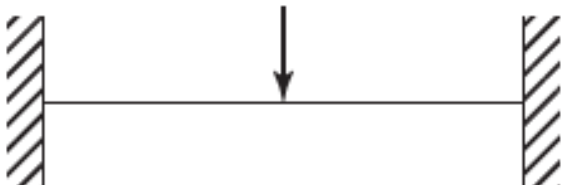
Helical spring under axial load

(d = wire diameter,

D = mean coil diameter,

n = number of active turns)

$$k_{eq} = \frac{Gd^4}{8nD^3}$$



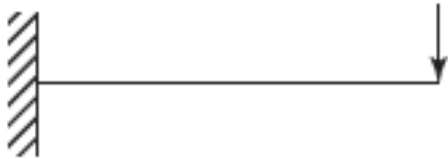
Fixed-fixed beam with

load at the middle

$$k_{eq} = \frac{192EI}{l^3}$$

Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de rigidez



Cantilever beam with end load

$$k_{eq} = \frac{3EI}{l^3}$$



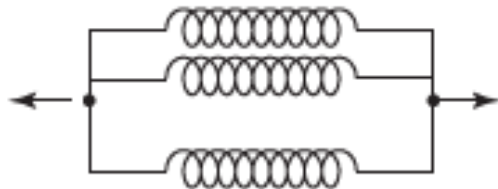
Simply supported beam with load at the middle

$$k_{eq} = \frac{48EI}{l^3}$$



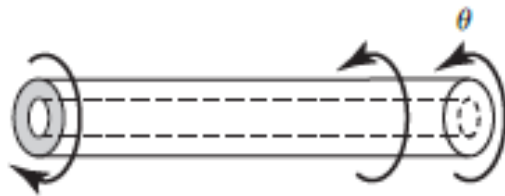
Springs in series

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$



Springs in parallel

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

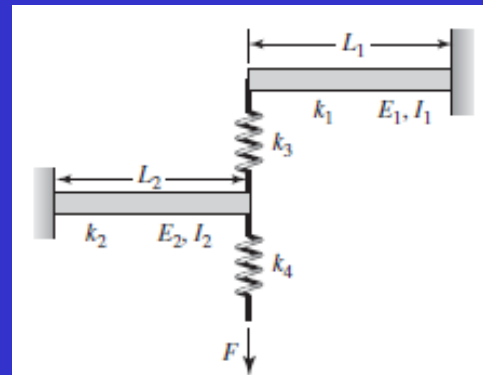
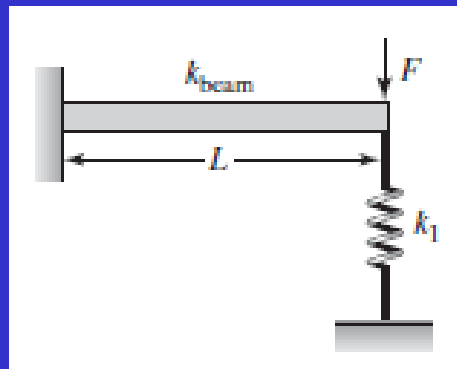
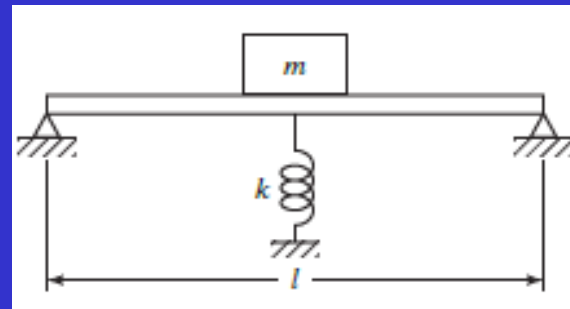
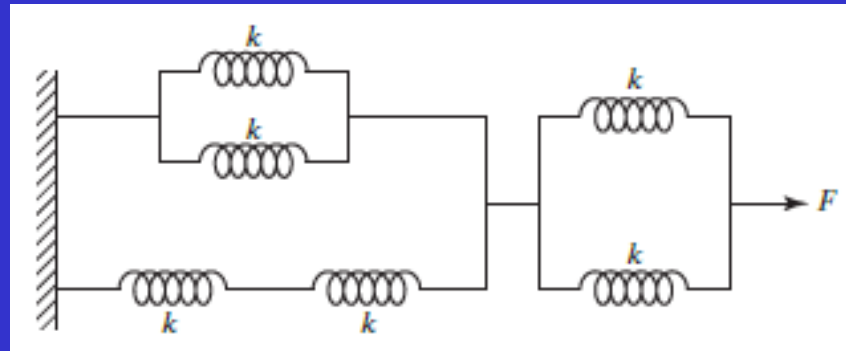
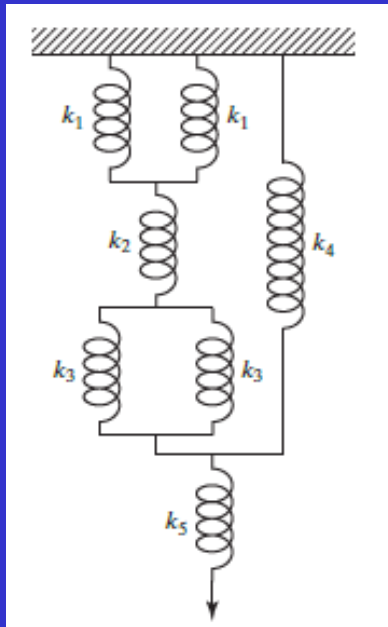


Hollow shaft under torsion
(l = length, D = outer diameter,
 d = inner diameter,

$$k_{eq} = \frac{\pi G}{32l} (D^4 - d^4)$$

Componentes de un Sistema Dinámico

- Elementos de rigidez. Rigidez equivalente



Componentes de un Sistema Dinámico

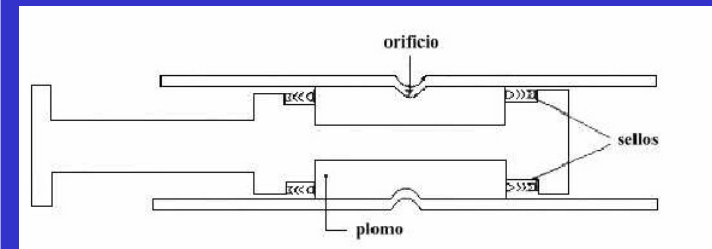
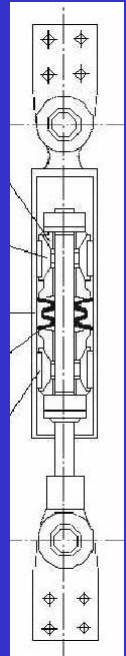
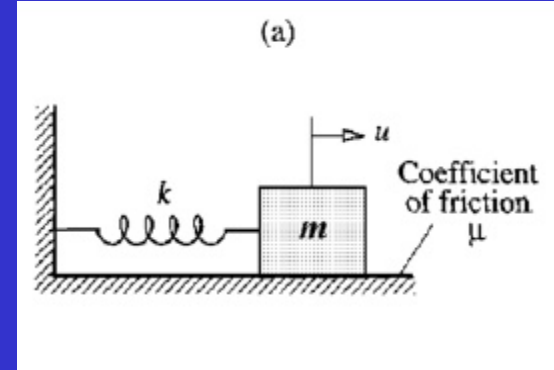
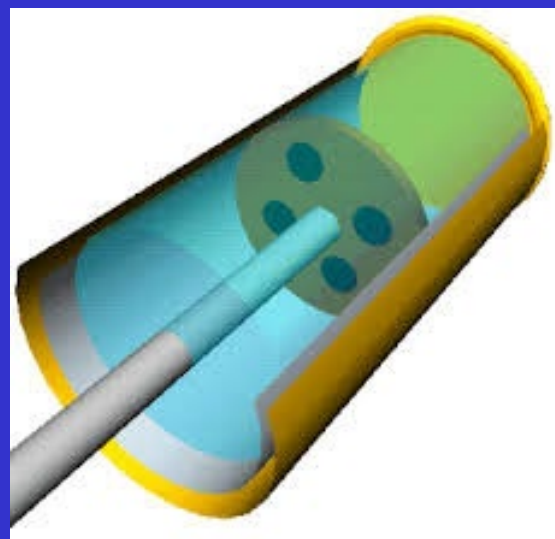
- Elementos de disipación

Amortig. Viscoso

$$F = - c\dot{x}$$

Amortig. Coulomb (Fricción seca)

$$F = - \mu N \operatorname{sig}(\dot{x})$$



Amortig. Histerético

$$F = - h k x$$

Modelos Experimentales

Frec. Nat. Puente Colgante



Modelos Experimentales

Mesa Vibratoria



Modelo Numérico- experimental



Modelos Experimentales

Frecuencias Naturales (Esc.)



Modelos Experimentales

Ensayo Experimental Pileta. (Esc.)



Modelos Experimentales

Ensayo Experimental Pileta. (No Esc.)



Ejemplos de Práctico Integrador

- 1) Estudiar y resolver un caso práctico de vibraciones
- 2) Redactar un artículo “Científico” sobre el caso estudiado
- 3) Exponer oralmente los resultados del caso estudiado

